

**Маслов Е.А.**

**Татарников А.А.**

**ДИАГНОСТИКА И НАДЕЖНОСТЬ  
АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ  
(письменные лекции)**

**Томск 2009**

**РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА:**

1. Схиртладзе А.Г. Надежность и диагностика технологических систем : учеб. / А.Г. Схиртладзе, М.С. Уколов, А.В. Скворцов ; под ред. А.Г. Схиртладзе. – Москва: Новое знание, 2008. – 518 с. : ил. – (Техническое образование).
2. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика: Учебное пособие / М.Б. Лагутин. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 472 с.: ил.
3. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Статистический анализ данных на компьютере / Под. Ред. В.Э. Фигурнова – М.: ИНФРА-М, 1998. – 512 с.: ил.
4. Лазарева Л. И. Теория вероятностей. Математическая статистика: Дистанционное обучение : учебное пособие / Л. И. Лазарева, А. А. Михальчук ; Томский политехнический университет. — Томск : Изд-во ТПУ, 1999. — 117 с.
5. Лазарева Л.И. Теория вероятностей. Математическая статистика : учебное пособие / Л. И. Лазарева, А. А. Михальчук ; Томский политехнический университет. — Томск : Изд-во ТПУ, 2000. — 136 с.
6. Ястребенецкий М.А., Иванова Г.М. Надежность АСУ ТП: Учебное пособие для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1989. – 264 с.
7. Шураков В.В. Надежность программного обеспечения систем обработки данных: Учебник для вузов. – М.: Финансы и статистика. 1986. – 272 с.
8. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. прикладные задачи теории вероятностей. – М.: Радио и связь, 1983. – 416 с.: ил.

В настоящее время теория надежности является самостоятельной научной дисциплиной.

Основные задачи:

1. Установление видов количественных показателей надежности;
2. Выработка методов аналитической оценки надежности;
3. Разработка метода, оценка надежности по результатам испытаний;
4. Оптимизация надежности на стадии разработки и эксплуатации технических средств, объектов.

Теория надежности основана на теории вероятности, математической статистики, теории массового обслуживания.

## **Основные понятия теории вероятности и мат. статистики**

### Случайная величина

В основе теории вероятности (Т.В.) лежит понятие случайного события.

Случайное событие – это событие, предсказание которого в каждом отдельном случае оказывается невозможным.

Предположим, что мы бросаем монету,  $m$  – обозначим число выпадения герба, общее число бросаний  $N$ , тогда  $(N - m)$  – частота выпадения «решки».

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{m}{N} \right) = p$$

$p$  – называется вероятностью данного события.

Вероятность любого события находится в пределах  $0 \leq p \leq 1$ . Если вероятность  $p = 0$ , то это событие называется невозможным. Если  $p = 1$ , то такое событие называется достоверным. Величина связанная со случайным событием называется случайной величиной.

Случайным событием – например, выемка из 100 деталей, одну, размер которой – случайная величина.

Случайные величины делятся на дискретные и непрерывные.

Дискретной случайной величиной будем называть, случайную величину, которая может принимать только определенное значение.

Непрерывная случайная величина может принимать значение в некотором интервале:  $a \leq x \leq b$ . Случайную величину будем обозначать прописными буквами ( $X$ ). Конкретное значение случайной величины будем обозначать строчными буквами ( $x_1, x_2$ ).

Вероятностные характеристики дискретных случайных величин.

Для того, чтобы полностью задать дискретную случайную величину необходимо иметь следующие данные:

1. Всевозможные значения, которые может принимать она при данных условиях задачи или опыта.
2. Вероятность появления каждого из этих значений.

Обычно эти данные представляются в виде таблицы.

|                             |       |       |     |       |
|-----------------------------|-------|-------|-----|-------|
| Значение случайной величины | $x_1$ | $x_2$ | ... | $x_n$ |
| Вероятность ее появления    | $p_1$ | $p_2$ | ... | $p_n$ |

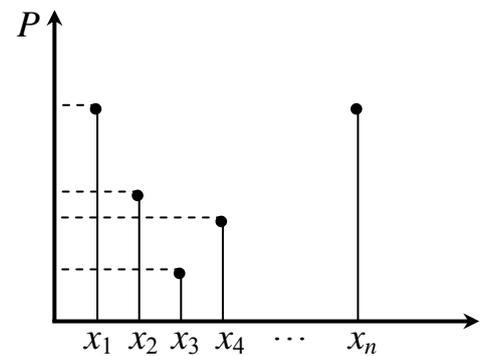
Данная таблица представляет закон распределения дискретной случайной величины. Сумма вероятностей  $p_i$  должна быть

равна нулю ( $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ ), следовательно,

обязательно произойдет событие (одно из этих  $p_i$ ). Если вероятность события является одинаковой, то такие события называются равновероятными. Например, игральная кость,

где  $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = p_6 = \frac{1}{6}$ , т.к. граней 6.

закон распределения дискретной случайной величины можно представить в виде графика.



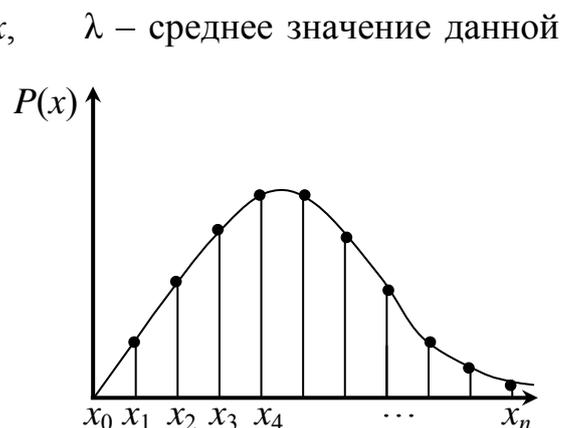
В некоторых случаях закон распределения дискретной случайной величины может быть представлен в аналитической форме. Примером описания закона распределения дискретной случайной величины является закон Пуассона:

$$P(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda},$$

где  $P(x)$  – вероятность появления значения  $x$ ,  $\lambda$  – среднее значение данной дискретной случайной величины, полученное в результате большого числа опытов.

Максимальное значение вероятности зависит от величины  $\lambda$ . График распределения закона Пуассона (см рис.).

Закон Пуассона применим к дискретным случайным величинам, которые теоретически могут принимать все



положительные от 0 до  $\infty$ . Примером является число пассажиров в трамвае, число вызовов на телефонной станции в течении часа, и т.д.

Закон распределения полностью определяет дискретную случайную величину.

Обычно на практике требуется более простое усреднение характеристики случайной величины, которое выражается в виде обыкновенных неслучайных чисел.

Среднее значение или математическое ожидание случайной величины.

Среднее  $\bar{X}$ , математическое ожидание  $M[X]$ .

$$\bar{X} = M[X] = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i.$$

Например, для игральной кости

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^6 x_i p_i = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5.$$

Для закона Пуассона  $\bar{X} = \lambda$ .

Основные свойства среднего значения случайной величины  
(для дискретных и непрерывных величин).

1. Для любых случайных величин среднее значение их суммы равно сумме средних значений этих величин, т.е.

$$(\overline{X + Y + Z}) = \bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}.$$

Для двух игральных костей  $X_1 + X_2 = 3,5 + 3,5 = 7$ .

2. Среднее значение случайных величин, независимых друг от друга равно произведению средних значений этих величин:

$$(\overline{X \cdot Y \cdot Z}) = \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}.$$

В теории вероятности широко используются следующее выражение:

$$\bar{X}^m = M[X^m] = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^m p_i.$$

Данная величина называется начальным моментом  $m$ -го порядка дискретной случайной величины  $X$ .

Начальный  $X$  момент нулевого порядка равен 1:

$$\sum_{i=1}^{\infty} x_i^0 p_i = \sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1.$$

Начальный момент 1-го порядка – среднее значение или математическое ожидание  $\sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i = \bar{X} = M[X]$ .

Математическое ожидание является неслучайной величиной.

Начальный момент 2-го порядка – это  $M[X^2]$ , т.е.  $M[X^2] = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 p_i$ .

Центрированной случайной величиной называется, случайная величина, равная  $\overset{0}{X}_i = X_i - M[X] = X_i - \bar{X}$ .

Пример,  $x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 1$   
 $p_1 = 0.3, x_2 = 0.5, x_3 = 0.2$ .

Математическое ожидание этой величины  
 $M[x] = 2 \cdot 0.3 + 3 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.2 = 2.3$ ;

Центрирование  $\overset{0}{X}_1 = 2 - 2.3 = -0.3, \overset{0}{X}_2 = 3 - 2.3 = -0.7, \overset{0}{X}_3 = 1 - 2.3 = -1.3$ .

Вероятность появления центрированных случайных величин будет оставаться прежней, что и для исходных данных.

Для центральных случайных величин вводится понятие центрирующего момента  $m$ -го порядка:  $M[\overset{0}{X}^m] = M[(X_i - \bar{X})^m] = \sum_{i=1}^{\infty} (X_i - \bar{X})^m \cdot p_i$ .

Центральный момент первого порядка всегда равен 0.

Характеристики рассеивания дискретной случайной величины

Характеристики рассеивания дискретной случайной величины определяются центральным моментом 2-го порядка, эта величина называется дисперсией.

$$D = M[\overset{0}{X}^2] = M[(X - M[X])^2] = \sum_{i=1}^{\infty} (X_i - \bar{X})^2 \cdot p_i.$$

Дисперсия всегда является величиной положительной. При большом количестве случайных величин дисперсию целесообразно вычислять по формуле:

$$D = M[(X - \bar{X})^2] = M[X^2 - 2X\bar{X} + \bar{X}^2] = \\ = M[X^2] - 2M[X\bar{X}] + M[\bar{X}^2] = \overline{X^2} - 2\bar{X}^2 + \bar{X}^2 = \overline{X^2} - \bar{X}^2.$$

Среднеквадратичное отклонение (квадратическое) обозначается

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{M[(X - \bar{X})^2]} = \sqrt{(\overline{X^2} - \bar{X}^2)}.$$

Свойства среднеквадратичных отклонений:

1. При сложении независимых случайных величин:  $U = X + Y + Z$  дисперсия складывается, т.е.  $D_U = D_X + D_Y + D_Z$ .
2. Средне квадратичное отклонение суммы случайных величин равно сумме дисперсий:  $\sigma_U = \sqrt{D_X + D_Y + D_Z} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_Z^2}$ .

Пусть имеется ряд  $m$  случайных величин:  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ . Пусть величины  $X_i$  имеют одинаковые средние значения и одинаковые законы распределения, тогда среднее арифметическое этих величин будет равняться:

$$y = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}.$$

$y$  – будет случайной величиной.

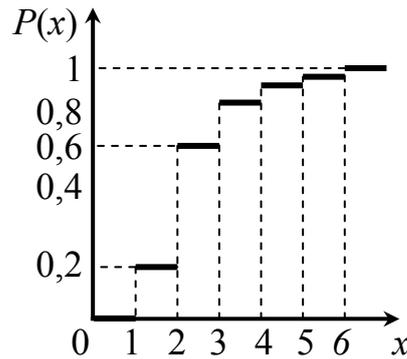
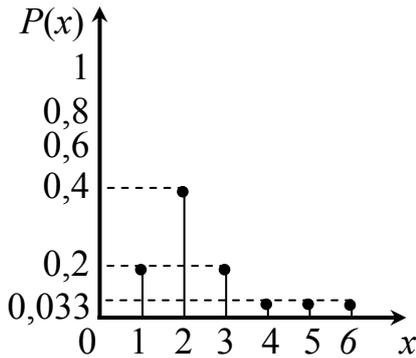
Интегрирующий закон распределения

Интегрирующим законом распределения называется вероятность того, что случайная величина примет значение меньше некоторого значения  $x$ :

$$F(x) = P(\xi < x),$$

где  $\xi$  – текущее значение случайной величины  $x$ .

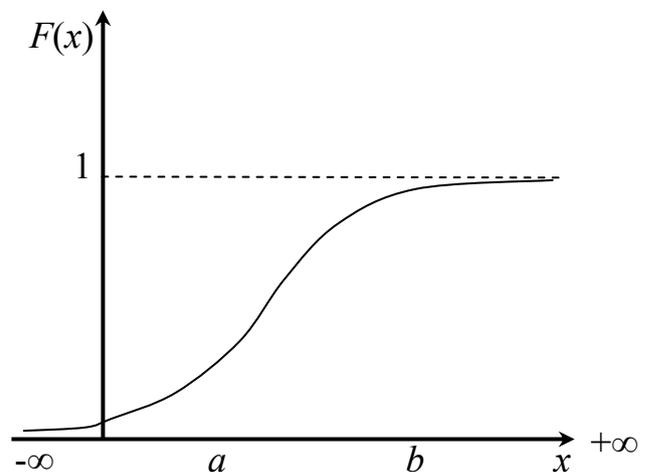
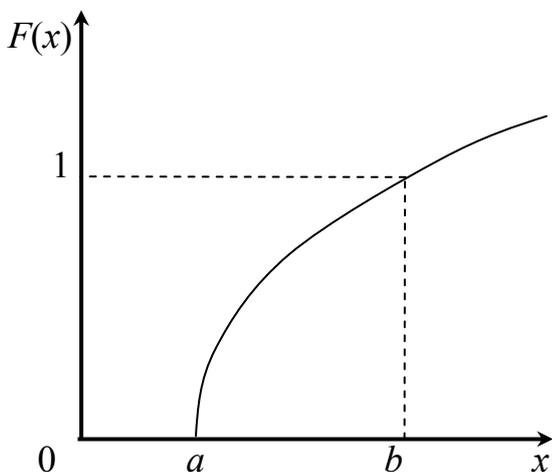
Интегральный закон распределения



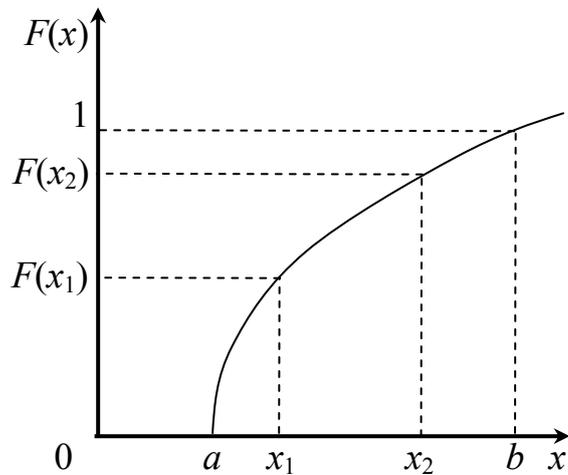
– складываем погрешности (например для 2,5 нужно сложить  $P$  для 2 и  $P$  для 3, т.е. получится 0,6) и вероятность появления случайной величины 6 и более равна 1.

Вероятностные характеристики непрерывной случайной величины

Непрерывная случайная величина может принимать все значения на каком-либо заданном интервале  $a \leq x \leq b$  или  $-\infty \leq x \leq \infty$ . Отсюда следует, что интегральный закон распределения для непрерывной случайной величины должен представлять из себя непрерывную функцию распределения в интервале  $a \leq x \leq b$ , а  $x$  – принимает любое значение.



Вероятность того, что случайная величина будет находится в интервале  $x_1 \leq \rho \leq x_2$ , то  $P(x_1 \leq \rho \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1)$  – определяет, что случайная величина  $x$  попадает в этот интервал.



Найдем вероятность того, что

$$P(x \leq \rho \leq x + dx) = dF(x) = \frac{dF(x)}{dx} \cdot dx = F'(x) \cdot dx.$$

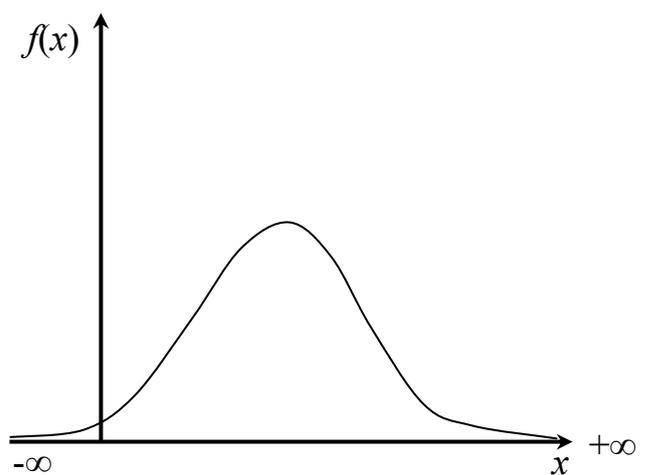
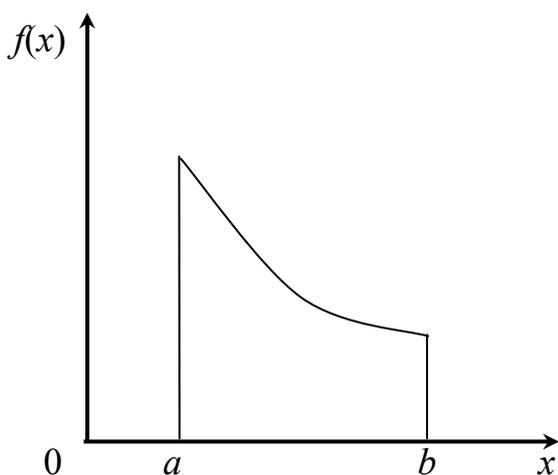
Функцию  $\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$  – назовем плотностью распределения.

Тогда  $P(x \leq \rho \leq x + dx) = f(x) \cdot dx$ .

Вероятность нахождения одного значения  $x = \rho$  равна нулю, т.к.

$$P(x = \rho) = F(\rho) - F(\rho) = 0.$$

Поэтому мы можем судить для непрерывных величин только, на каком интервале она определена, а для дискретных можно сказать – какое значение она принимает.



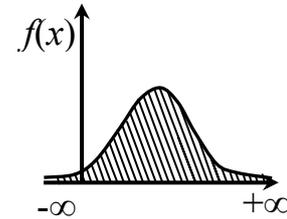
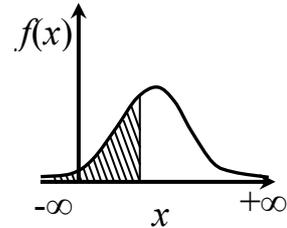
Вероятность того, что случайная величина находится в интервале  $x_1 \leq \rho \leq x_2$  определяется следующим образом:

$$P(x_1 \leq \rho \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx - \text{равна площади под кривой на этом интервале.}$$

Функция  $F(x)$  связана с  $f(x)$  следующим образом:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.$$



$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^a f(x) dx + \int_a^b f(x) dx + \int_b^{\infty} f(x) dx = \int_a^b f(x) dx = 1.$$

$\qquad\qquad\qquad =0 \qquad\qquad\qquad =0$

ЗАМЕЧАНИЕ: Площадь под кривой плоскости распределения всегда равна 1!

### Моменты непрерывных случайных величин

Начальный момент  $m$ -го порядка определяется:

$$M[X^m] = \int_{-\infty}^{\infty} X^m f(x) dx.$$

Когда  $m = 0$   $M[X^0] = \int_{-\infty}^{\infty} X^0 f(x) dx = 1.$

$m = 1$   $M[X^1] = \int_{-\infty}^{\infty} X \cdot f(x) dx$  – определяет математическое

ожидание непрерывной случайной величины или среднее значение.

Аналогично  $M[(x - M(x))^m] = \int_{-\infty}^{\infty} [x - M(x)]^2 \cdot f(x) dx$  – для центрального

момента.

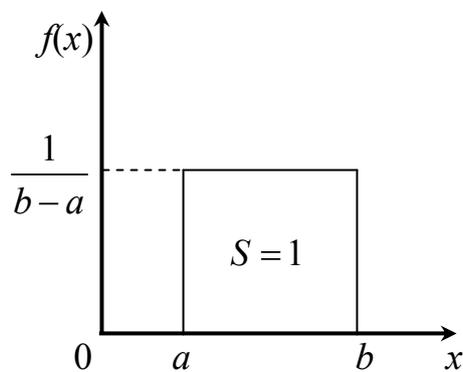
Величиной центрального момента второго порядка определяется величина, которая характеризует разброс случайной величины относительно математического ожидания. Эта величина называется дисперсией непрерывной случайной величины:

$$\begin{aligned}
D &= M\left[(x - M[x])^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} [x - M(x)]^2 \cdot f(x) dx = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx - 2M(x) \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx + \int_{-\infty}^{\infty} M^2(x) \cdot f(x) dx = \\
&= M[x^2] - 2 \cdot M[x] \cdot M[x] + M^2(x) \cdot 1 = M[x^2] - M^2[x] = \overline{x^2} - \bar{x}^2.
\end{aligned}$$

Среднеквадратичное отклонение равно  $\sqrt{D}$ , тогда  $\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$ .

### Типовые законы распределения непрерывных случайных величин

1. Равномерное распределение. Непрерывная случайная величина  $X$  называется *распределенной равномерно* на отрезке  $[a, b]$ , если ее плотность распределения  $f(x)$  вероятностей постоянна на данном отрезке:



$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [a, b], \\ \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b]. \end{cases}$$

$S = 1$ , следовательно высота равна будет

$$\frac{S}{b-a} = \frac{1}{b-a} = c.$$

Т.к. равномерное распределение, то  $f(x) = c$  на всем интервале постоянно.

Среднее значение

$$\begin{aligned}
M[x] = \bar{x} &= \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx = \int_a^b x \cdot \frac{1}{b-a} dx = \int_{-\infty}^{\infty} (x \cdot c) dx = \\
&= c \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_a^b = c \frac{b^2 - a^2}{2} = \frac{(b-a)(b+a)}{2(b-a)} = \frac{(b+a)}{2}.
\end{aligned}$$

Аналогично можно вычислить дисперсию ( $D$ ) и среднеквадратичное отклонение ( $\sigma$ ):

$$D = \frac{(b-a)^2}{12} \Rightarrow \sigma = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}.$$

2. Нормальный закон распределения ( $N(a, \sigma)$ ).

Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение с параметрами  $a \in \mathbb{R}$  и  $\sigma > 0$ , если плотность распределения вероятностей имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty$$

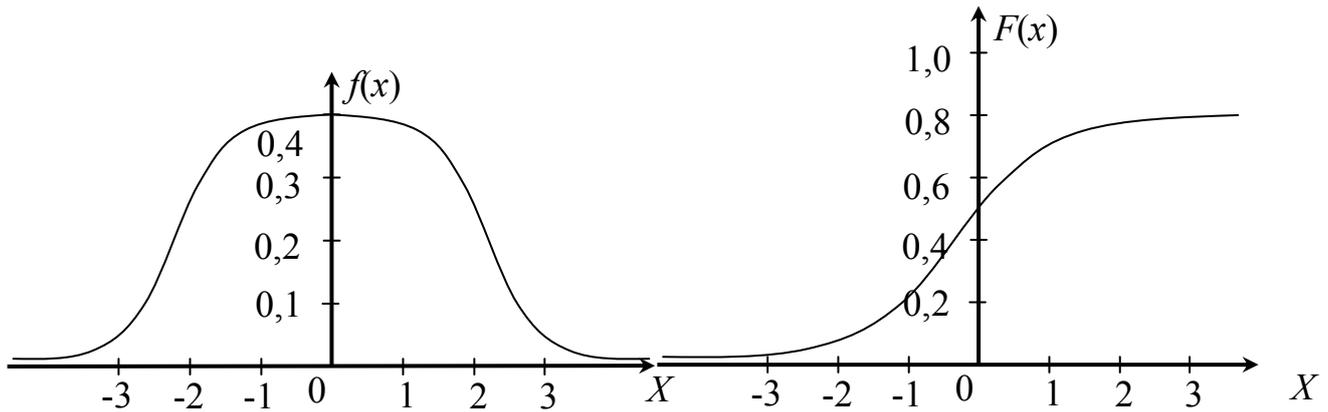
где  $a$  – математическое ожидание,  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение  $X$ .

$$a = M[X], \sigma = +\sqrt{D[X]}.$$

$$f_{\max}(X) = f(a) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} = \frac{0,4}{\sigma}.$$

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx - \text{функция от } a \text{ и } \sigma. \text{ При } X = a, F(a) = 0,5.$$

Графики плотности и функции нормального распределения изображены на следующих рисунках.



Интеграл вероятности

$$\Phi(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^x e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx, \text{ т.е. при } a = 0.$$

Введем новую переменную  $y = \frac{x}{\sigma}$ , тогда  $dx = \frac{dy}{\sigma} \sigma^2 = \sigma \cdot dy$ .

Выразим  $x$  через  $\sigma$ :  $x = \xi \cdot \sigma$ , тогда  $\xi = \frac{x}{\sigma}$ . Поэтому  $D(x)$  уже будет функцией от  $\xi$ , т.е.  $D(\xi)$ .

$$D(\xi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\xi\cdot\sigma}^{\xi\cdot\sigma} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d(\xi \cdot \sigma) = \frac{\sigma}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\xi\cdot\sigma}^{\xi\cdot\sigma} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\xi}^{\xi} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi.$$

$$D(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\xi}^{\xi} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi - \text{интеграл вероятности.}$$

Основные понятия прикладной статистики

Прикладная статистика является самостоятельной научной дисциплиной, разрабатывая и систематизируя понятия, приёмы, математические методы и модели, предназначенные для организации сбора стандартной записи, систематизации и обработки с помощью ЭВМ статистических данных с целью удобного представления интерпретации и получения научных и практических выводов.

Применение методов прикладной статистики необходимо в тех случаях, когда число экспериментов ограничено и в результатах этих экспериментов наблюдения не воспроизводимы.

Причиной не идентичности экспериментальных данных кроется в наличии неконтролируемых факторов и нерегулируемых факторов, влияющих на эксперимент. Эти факторы приводят к изменению количественных результатов эксперимента. Это приводит к тому, что создается ситуация неопределенности в принятии оптимальных решений на основе этих результатов.

Понятие генеральной совокупности, выборки

Обычно ученый, инженер или технолог, занятый обработкой экспериментальных наблюдений, не всегда имеют возможность использовать для этих целей большое число наблюдений.

Ограниченное количество экспериментальных данных связано со сроком выполнения экспериментов, стоимостью эксперимента. Ограниченное число экспериментов накладывают свою специфику на методы анализа

экспериментальных данных и надежность полученных при этом результатов. Ограниченное число экспериментов называют *выборкой*. Тот массив объектов, из которых производится изъятия выборки называется генеральной совокупностью. Целью увеличения выборки из генеральной совокупности является изучение тех или иных свойств объекта. Составив выборку и на основе данных свойств объекта делаются заключения об этих же свойствах, которые распространяются на всю генеральную совокупность.

### Оценка основных параметров выборки (выборочные характеристики)

Для характеристики выборки используются следующие параметры:

1. Параметр положения (среднеарифметические диаметры, медиана).
2. Параметры рассеивания (дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации).
3. Параметр формы (характеризует отклонение распределения от нормального (к ним относятся: коэффициент асимметрии и эксцесса)).

Для генеральной совокупности эти параметры принято называть параметрами распределения генеральной совокупности. Для генеральной совокупности перечисленные выше параметры являются случайными величинами. Для выборки эти параметры являются случайными величинами, они называются оценками этих параметров или статистиками.

1. Среднее арифметическое  $\bar{x}$  (является оценкой математического ожидания) экспериментальные данные:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , то среднее арифметическое  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ , где  $x_i$  – значения выборки;  $n$  – объем выборки;  $\bar{x}$  – среднее арифметическое (случайная величина). Для генеральной совокупности  $\bar{x}$  – случайная величина.

2. Медиана равна значению перемещений, которая делит распределение на 2 равные части так, что каждая содержит по 50% всех наблюдений, медиана соответствует тому члену упорядоченного вариационного ряда, который делит ряд пополам.

Вариационный ряд: 2,1; 1,9; 1,95; 1,92.

Упорядоченный вариационный ряд: 1,9; 1,92; 1,95; 2,1.

Если четное число экспериментов в ряду, то два средних числа складывают и ищут среднее из них (в предыдущем ряду это 1,98).

3. Модой называется наиболее часто встречающееся выборочное значение переменной.

Параметр рассеивания – дисперсия – является параметром рассеивания отдельных значений случайных величин вокруг среднего значения и вычисляется по формуле:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

$S^2$  – выборочная дисперсия (случайная величина).

Положительные значения корня квадратного из дисперсии называется среднеквадратичным или стандартным отклонением.

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \text{ – также случайная величина.}$$

Коэффициент вариации вычисляется, как  $V = \frac{S}{\bar{X}} \cdot 100\%$  (случайная величина). Размах  $R = x_{\max} - x_{\min}$ , где  $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$  – максимальное и минимальное значения случайной величины соответственно.

### Оценка доверительных интервалов

Выборочные оценки генеральных параметров, которые определяются одним числом – называются точечными оценками. Значениями этих оценок, полученные на основе выборок являются случайными.

Кроме точечной оценки в математической статистике используется метод интервальных оценок параметров генеральной совокупности.

*Интервальной* называют такую оценку, определенную двумя числами – концами интервалов. Она является более информативной, чем точечная оценка, т.к. она содержит в себе точность и надежность этой оценки.

В мат. стат. вероятности 100% нет, т.к. работа идет со случайными величинами.

В математической статистике можно говорить о вероятности  $\beta$ , с которой случайная величина попадает в этот интервал. Эта вероятность называется *доверительной* вероятностью. Обычно значение  $\beta$  берут близким к 1. на практике часто используются значениями  $\beta$ , равными 0,95; 0,999; 0,9999.

Пример:

Предположим  $\beta = 0,95$ . это в относительных величинах, в % это 95%. Тогда при неравенстве:

$$|\mu - \bar{x}| < \delta,$$

где  $\mu$  – математическое ожидание,  $\bar{x}$  – среднее арифметическое,  $\delta$  – заданная величина. Об этом неравенстве можно сказать, что оно выполняется с вероятностью 0,95 или 95%. Это можно записать в виде:

$$P[|\mu - \bar{x}| < \delta] = 0,95.$$

$$|\mu - \bar{x}| < \delta, \Rightarrow -\delta < \mu - \bar{x} < \delta, \Rightarrow \bar{x} - \delta < \mu < \bar{x} + \delta.$$

$$\text{Тогда } P[\bar{x} - \delta < \mu < \bar{x} + \delta] = 0,95.$$

Кроме доверительной вероятности в мат. стат. часто используется величина  $\alpha = 1 - \beta$ .  $\alpha$  – назовем уровнем значимости [ $\alpha = 1 - 0,95 = 0,05$ ].

#### Доверительный интервал для среднего

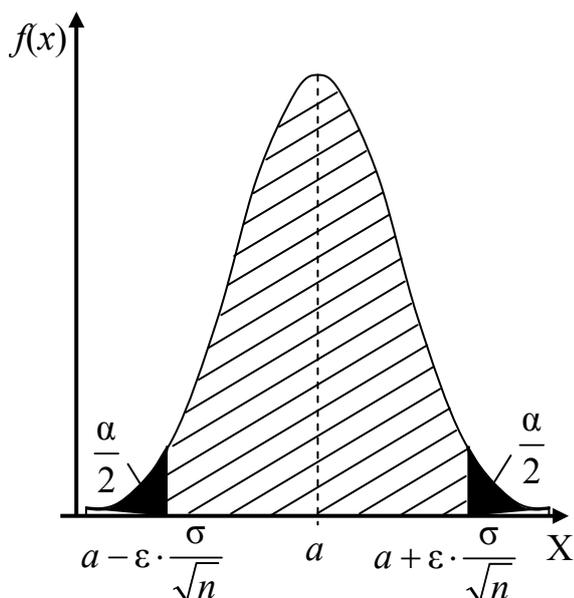
Предполагаем, что случайная величина имеет нормальное распределение и значение дисперсии известно:  $D = \sigma^2$ , в этом случае доверительный интервал для математического ожидания будет равен:

$$\bar{x} - \varepsilon_{\frac{1+\beta}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + \varepsilon_{\frac{1+\beta}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (\text{A})$$

где  $\mu$  – математическое ожидание,  $\bar{x}$  – среднее арифметическое,  $n$  – объем выборки;  $\varepsilon_{\frac{1+\beta}{2}}$  – квантиль нормального распределения;  $\beta$  – доверительная вероятность.

Выражение (A) показывает, что  $\mu$  находится в интервале с доверительной вероятностью  $\beta$ .  $\beta$  – нужно указывать. Случайная величина имеет разброс  $\sigma$ .

В рассматриваемом случае формула (A) определяет двухсторонний интервал, ограниченный слева и справа (см. Рис.).



Математическое ожидание  $a$  находится с вероятностью заштрихованной площади  $\beta$  находится в интервале  $\left(a - \varepsilon \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, a + \varepsilon \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ , а вне интервала –  $\alpha$ .

Преобразуем нижний индекс при  $\varepsilon$ .

$$\frac{1 + \beta}{2} = \frac{1 + (1 - \alpha)}{2} = 1 - \frac{\alpha}{2}.$$

Т.о.  $\varepsilon$  – определяется при нижнем индексе:  $\frac{1 + \beta}{2} = 1 - \frac{\alpha}{2}$ .

На практике обычно точное значение дисперсии неизвестно. В этом

случае используются две величины: выборочное среднее (среднее арифметическое) и выборочное среднее квадратичное отклонение  $S$ , а вместо нормального распределения используется  $t$  – распределение, которое называется распределением Стьюдента. В этом случае двухсторонний доверительный интервал будет равен:

$$\bar{x} - t_{\frac{1-\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\frac{1-\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}},$$

$t$  – квантиль распределения Стьюдента, которое зависит от числа степеней свободы  $f = n - 1$ ,  $S$  – выборочное среднее квадратичное отклонение. При  $n > 30$  закон распределения Стьюдента будет превращаться в нормальный закон распределения.

### Понятие о статистических гипотезах

Статистической гипотезой называют гипотезу (предположение) о виде неизвестного распределения или параметрах известных распределений. Для подтверждения той или иной гипотезы используется статистические критерии. Рассмотрим проверку двух статистических гипотез:

1. О равенстве двух дисперсий.
2. О равенстве двух средних.

1. Гипотеза о равенстве двух дисперсий проверяется по критерию Фишера:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}, \text{ где } S_1^2 > S_2^2$$

Критерий Фишера  $F$  (критическое число критерия) определяется при заданной доверительной вероятности или уровня значимости с использованием степеней свободы:  $f_1 = n_1 - 1$  и  $f_2 = n_2 - 1$ . По этим параметрам вычисляются  $F_{\text{критическое}}$ , которое является функцией  $F_{\text{критическое}}(\alpha, f_1, f_2)$ .  $F_{\text{критическое}}$  определяется по

таблицам. Гипотеза равенства двух дисперсий принимается, когда  $F < F_{\text{критическое}}$ , и отвергается при  $F > F_{\text{критическое}}$ .

2. Гипотеза о равенстве двух средних проводится по критерию Стьюдента, если неизвестны  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  в следующем порядке:

1) Проверяется равенство двух дисперсий.

2) Если они равны, то вычисляется обобщенная оценка дисперсии:

$$S_*^2 = \frac{(n_1 - 1) \cdot S_1^2 + (n_2 - 1) \cdot S_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}.$$

3. Вычисляется  $t$ -статистика:

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| \cdot \sqrt{n_1 \cdot n_2}}{\sqrt{n_1 + n_2}}.$$

4. По таблицам вычисляются критические значения Стьюдента  $t_{\text{критич}}$ , как функция  $t_{\frac{\alpha}{2}, f}$ , где число степеней свободы  $f = n_1 + n_2 - 2$ .

5. Сравниваем вычисленные значения  $t$  с  $t_{\text{критич}}$ :

если  $t < t_{\text{критич}}$ , то гипотеза о равенстве двух средних принимается с доверительной вероятностью и если наоборот соответственно отвергается.

В математической статистике могут быть использованы целый ряд других критериев. В прикладной статистике используются корреляционный, регрессионный, дисперсионный, факторный анализы.

**Понятие надежности**

Под надежностью и безопасностью автоматизированной системы управления понимается ее защищенность от случайных или преднамеренных вмешательств в нормальный процесс ее функционирования, выражающийся в хищении или изменении информации (программная надежность), а также в нарушении ее работоспособности из-за отказов (аппаратная надежность).

Аппаратная надежность технических средств автоматизированных систем управления определяется свойствами, включающими в себя понятия безотказность, работоспособность, долговечность и сохраняемость.

Под программной надежностью и безопасностью автоматизированной системы управления понимается ее защищенность от случайных или преднамеренных вмешательств в нормальный процесс ее функционирования, выражающийся в хищении или изменении информации

Экономическая эффективность автоматизированной системы управления определяется уровнем ее аппаратной и программной надежности.

Снижение надежности приводит как вынужденным простоям, так и к аварийным ситуациям. Повышение надежности увеличивает стоимость системы и затраты на ее эксплуатацию.

Экономически целесообразный уровень надежности выбирается сравнением схожих по структуре и функциям вариантов (критерий оптимизации надежности).

**Основные понятия и определения**

Под автоматизированными системами управления (АСУ) понимается определенное количество компьютеров, промышленных контроллеров, устройств числового программного управления станками и промышленными роботами, устройств управления транспортными средствами и другими технологическими установками, объединенных локальными вычислительными сетями и обеспечивающих сбор, обработку, хранение и передачу управляющей информации.

Под надежностью и безопасностью АСУ понимается ее защищенность от случайных или преднамеренных вмешательств в нормальный процесс ее функционирования, выражающийся в хищении или изменении информации, а также в нарушении ее работоспособности.

Случайные вмешательства:

- аварийные ситуации из-за стихийных бедствий или отключения электрического питания;
- отказы или сбои в работе электрических схем;
- ошибки в программировании;
- ошибки в работе обслуживающего персонала.

Преднамеренные вмешательства - это целенаправленные действия нарушителей.

Хищения связаны с разглашением конфиденциальной или секретной информации.

Изменение информации обусловлено ее искажением или уничтожением.

Нарушение работоспособности зависит либо от снижения производительности или функциональных возможностей, либо от блокировки доступа к некоторым информационным ресурсам АСУ.

Надежность технических средств системы определяется свойствами, включающими в себя понятия безотказность, работоспособность, долговечность и сохраняемость.

Безотказность — свойство системы сохранять свою работоспособность без вынужденных перерывов в течение некоторого периода времени, оцениваемого наработкой (длительность и объем выполненной работы до первого отказа).

Под работоспособностью понимается такое состояние системы, при котором она нормально выполняет заданные функции с заданными технической документацией параметрами.

Приспособленность системы к предупреждению, обнаружению и ликвидации отказов называется ремонтпригодностью.

Долговечность — свойство системы к длительной эксплуатации при необходимом техническом обслуживании и ремонте.

Долговечность системы измеряется ее ресурсом (наработка до предельного состояния) и сроком службы (календарная продолжительность эксплуатации до предельного состояния).

Предельное состояние системы определяется невозможностью ее дальнейшей эксплуатации по ряду причин:

- произошел отказ, после которого восстановление невозможно или нецелесообразно;
- по соображениям безопасности;
- из-за низкой экономической эффективности дальнейшего использования.

Под ремонтпригодностью понимается приспособленность системы к предупреждению, обнаружению и ликвидации отказов.

Ремонтпригодность характеризуется затратами времени и средств на восстановление системы после отказа и на поддержание системы в работоспособном состоянии.

Автоматизированные системы (АС) могут быть ремонтируемыми и неремонтируемыми.

Ремонтируемые системы имеют срок службы (ресурс), определяемый снижением эффективности работы системы и целесообразностью ее дальнейшей эксплуатации.

Неремонтируемыми являются системы, ремонт которых не возможен или не предусмотрен нормативно-технической, ремонтной или проектной документацией.

Под сохраняемостью понимается свойство системы (и составляющих ее элементов) сохранять свои параметры неизменными при определенных условиях (колебаниях температуры, действии влажности, вибрациях и т.п.) и сроках хранения и транспортировки.

**Классификация отказов**

Важнейшим понятием теории надежности является понятие отказа.

Под отказом понимается событие, заключающееся в полной или частичной утрате работоспособности системы.

Отказ может быть связан с нарушением в выполнении каких-либо заданных функций (отказ функционирования) или с недостаточной квалификацией обслуживающего персонала, в результате которой система не выполняет заданные функции удовлетворительно. Отказы могут быть связаны с изменением параметров или характеристик системы, т.е. одна из основных функций выполняется плохо (отказ по параметру).

Классифицировать отказы можно в зависимости от характера и особенностей, от момента возникновения, например следующим образом.

1. По характеру изменения параметра до момента возникновения отказа:
  - внезапный отказ;
  - постепенный отказ.
2. По связи с другими отказами:
  - независимый отказ;
  - зависимый отказ.
3. По возможности последующего использования после возникновения отказа:
  - полный отказ;
  - частичный отказ.
4. По характеру устранения отказа:
  - устойчивый отказ;
  - самоустраниющийся отказ (сбой или перемежающийся отказ).
5. По наличию внешних проявлений:
  - очевидный (явный) отказ;
  - скрытый (неявный) отказ.
6. По причине возникновения:
  - конструкционный отказ;
  - технологический отказ;
  - эксплуатационный отказ.
7. По природе происхождения:
  - естественный отказ;
  - искусственный отказ (вызываемый намеренно).
8. По времени возникновения отказов:
  - отказ при испытаниях;
  - отказ периода приработки;
  - отказ периода нормальной эксплуатации;
  - отказ последнего периода эксплуатации.

## Показатели надежности АСУ

Нарушение нормального выполнения заданных функций системы приводит к отказу в работе АСУ.

Функционирование АСУ – чередование интервалов работоспособности и отказов. Продолжительность этих интервалов – величина случайная. Поэтому для описания показателей надежности АС используют математический аппарат теории вероятностей, теории случайных процессов и математической статистики.

Существует большое число показателей надежности АС. Рассмотрим те из них, которые определяются свойствами АС.

### Показатели безотказности

Важнейшим показателем надежности ремонтируемых систем является величина  $P(T)$ , определяющая вероятность того, что наработка  $T_H$  между отказами превзойдет заданное время  $T$

$$P(T) = P(T_H \geq T).$$

Один из показателей безотказности - вероятность безотказной работы системы  $P(t)$ , т.е. вероятность того, что в течение времени (наработки)  $t$  не будет ни одного отказа, связана с вероятностью безотказной работы  $F(t)$ , т.е. вероятностью того, что система откажет хотя бы один раз в течение заданной наработки, будучи работоспособной в начальный момент времени, простой зависимостью

$$P(t) = 1 - F(t).$$

Для экспоненциального закона распределения (одно из самых распространенных при исследовании надежности АСУ)

$$P(t) = e^{-\frac{t}{T_H}}.$$

Основными критериями безотказности ремонтируемых систем являются:

- вероятности наработки между отказами  $P(t)$  больше заданного значения  $T$ ;
- параметр потока отказов системы (среднее число отказов системы за единицу времени)  $\lambda = \sum_{i=1}^r N_i \lambda_i$ , где  $\lambda_i$  – интенсивность отказов;
- на отказ (средняя продолжительность работы системы между двумя последовательными отказами)  $T_H = 1/\lambda$ ;
- гарантированная (гамма-процентная) наработка до отказа, т.е. вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ системы не возникает.

### Показатели ремонтпригодности

Показателями ремонтпригодности являются:

- вероятность  $P(T_3)$  восстановления системы за заданное время  $T_3$ ;
- среднее время восстановления  $T_B$  (определяет средние затраты времени на обнаружение и устранение отказа при заданных условиях обслуживания);

- гамма-процентное время восстановления — время, в течение которого восстановление работоспособности системы будет полностью осуществлено с вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах;
- коэффициент готовности  $k_T$  — определяет вероятность того, что система исправна в любой произвольно выбранный момент времени в промежутках между плановым профилактическим обслуживанием и оценивается отношением времени наработки на отказ к средней длительности цикла работа-восстановление  $k_{\bar{A}} = T_H / (T_H + T_B)$ ;
- коэффициент технического использования  $k_{ТИ}$  — оценивается отношением времени наработки на отказ к средней длительности цикла работа-восстановление-профилактика  $k_{\bar{A}} = T_H / (T_H + T_B + t_{\delta})$ .

#### Показатели долговечности

Долговечность системы характеризуется ее ресурсом  $T_p$  — общее время (или объем) работ системы за весь срок службы до момента, когда дальнейшая ее эксплуатация невозможна или экономически нецелесообразна.

Основными показателями долговечности системы являются:

- средний ресурс — математическое ожидание ресурса;
- гамма-процентный ресурс — суммарная наработка, в течение которой система не достигает предельного состояния с вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах.
- гамма-процентный срок службы — календарная продолжительность эксплуатации, в течение которой система не достигнет предельного состояния с вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах.

#### Показатели сохраняемости

Показатели сохраняемости дают количественную характеристику способности системы (и ее элементов) сохранять свое качество при хранении и транспортировке. Ее основными показателями являются:

- средний срок сохраняемости (среднее время хранения, в течение которого изменения параметров системы или ее элементов не превышают допустимых);
- гарантированный (гамма-процентный) срок сохраняемости, т.е. срок сохраняемости, достигаемый с заданной вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах.
- Нормальное функционирование АС зависит от действия составляющих ее элементов, т.е. вероятность безотказной работы системы зависит от вероятностей безотказной работы элементов системы  $P_i(t)$  и определяется по формуле

$$P(t) = \prod_{i=1}^N P_i(t),$$

где  $N$  — количество элементов.

Для обеспечения надежной работы всей системы вводится понятие избыточности системы.

Разделяют структурную и информационную избыточность.

Структурная избыточность определяется наличием дополнительных путей передачи сигналов (при отказе одного из элементов его функции выполняет другой элемент), которые не востребованы при нормальной работе.

Информационная избыточность определяется наличием в сигнале дополнительной информации, которая не востребована при нормальной работе всех элементов, а лишь при возникновении отказа.

Введение избыточности увеличивает надежность системы за счет повышения безотказности.

Повышение ремонтпригодности достигается применением унифицированных блочных конструкций, устройств диагностики и индикации отказов.

Надежность АСУ в основном определяется сочетанием свойств безотказности и ремонтпригодности.

**Основные термины и определения теории надежности**

Система – совокупность элементов, взаимодействующих между собой в процессе выполнения заданных функций.

Элемент системы – составная часть системы, которая рассматривается без дальнейшего деления, как единое целое. Внутренняя структура элемента при данном рассмотрении не является предметом исследования. Разделение на систему и элемент – условное.

Понятие о состоянии события.

Работоспособным называется такое состояние системы (элемента), при котором значения параметров, характеризующих способность системы выполнять заданные функции находящиеся в заданных пределах, установленные нормативно-технической или конструкторской документацией.

Неработоспособным называется состояние системы, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции не находящиеся в пределах указанных в документации.

Состояние системы может быть разделено на:

1. Исправное.
2. Неисправное.

Исправное – состояние системы, соответствующее всем требованиям нормативно-технической и конструкторской документации.

Неисправное – состояние системы, при котором имеется хотя бы одно несоответствие этим требованиям.

Работоспособная система отвечает только тем требованиям, которые существенны для функционирования и может не удовлетворять прочим требованиям. Например, сохранность внешнего вида.

Система, находящаяся в исправном состоянии, всегда работоспособна. Событие, заключающееся в нарушении работоспособности системы, т.е. в переходе из рабочего в нерабочее состояние называется отказом.

Событие, заключающееся в переходе системы из исправного состояния в неисправное, но работоспособное, называется повреждением.

Совокупность признаков, по которым устанавливается факт возникновения отказа, называется критерием отказа.

Восстановлением называется событие, заключающееся в переходе системы из неработоспособного состояния в работоспособное.

К не восстановленным относятся системы, восстановление непосредственно после отказа считается не целесообразным или невозможным. К восстановленным – система, в которой производится восстановление непосредственно после отказа. В подавляющем большинстве случаев система, применяется для автоматизации технологических устройств подлежат восстановлению после отказа и могут вновь продолжать работу.

Понятие «наработки до отказа». Пусть система начинает функционировать в момент  $t = 0$ , система в с этого момента в работающем

состоянии. Предположим, что система отключается только за счет отказа. Обозначим время отказа через  $T$ . Время отказа – от начало работы до момента отказа. В общем случае наработки до отказа определяется по формуле:

$$T = t_1 + (t_3 - t_2) + (t_5 - t_4),$$

где  $t_1$  – момент отключения системы из останова технологического агрегата;  $t_2, t_4$  – момент включения системы в работу;  $t_3$  – момент отключения системы;  $t_5$  – момент отказа системы.

Для систем, работающих без отключений, кроме отказов наработки до отказа совпадает со временем безотказной работы.

Надежность – свойство системы сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность системы выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях эксплуатации.

Надежность является комплексным свойством, включающим в себя четыре составляющие: 1) безотказность; 2) ремонтпригодность; 3) долговечность; 4) сохранность.

Безотказность – свойство системы сохранять работоспособность в течении требуемого интервала времени непрерывно без вынужденных перерывов. Безотказность является наиболее важной компонентой надежности, т.к. отражает способность длительное время функционировать систему без отказов.

Ремонтпригодность – свойство системы, заключается в её приспособленности к предупреждению, обнаружению и устранению причин возникновения отказов, а также поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем проведения технического обслуживания и ремонтов. Она зависит от:

1. Типа элемента системы (легко заменимых блоков).
2. Средств встроенного контроля работы.
3. От диагностики.

Долговечность – свойство системы сохранять работоспособность до наступления предельного состояния с необходимыми перерывами для технического обслуживания и ремонта. Она зависит от: 1) долговечности технических средств; 2) подверженности системы моральному старению.

Сохранность – свойство системы сохранять значения показателей безотказности и ремонтпригодности в течении и после срока хранения и транспортировки.

Показателями надежности называются количественные характеристики одного или нескольких свойств, составляющих надежность системы.

Они должны:

1. Достаточно полно описывать свойства надежности системы.
2. Удобно для аналитического расчета.
3. Экспериментально проверяемо.
4. Иметь разумный физический смысл.
5. Допускать возможность перехода к показателям эффективности.

Для невосстанавливаемых систем можно ограничиться показателем безотказности.

### Функция и плотность распределения наработки до отказа

Наработка на отказ  $T$  является непрерывной случайной величиной, т.к. она является случайной, то она может быть полностью описана интегральной функцией распределения. Она определяется, как вероятность  $P$  случайного события, заключающегося в том, что наработка до отказа  $T$  меньше некоторой заданной наработки  $t$ , т.е.

$$F(t) = P[T < t]. \quad (a)$$

Данная вероятность  $P$  рассматривается как функция от  $t$  во всем диапазоне возможных значений  $T$ . Интегральная функция распределения является неубывающей функцией времени  $t$ , она имеет следующий вид:

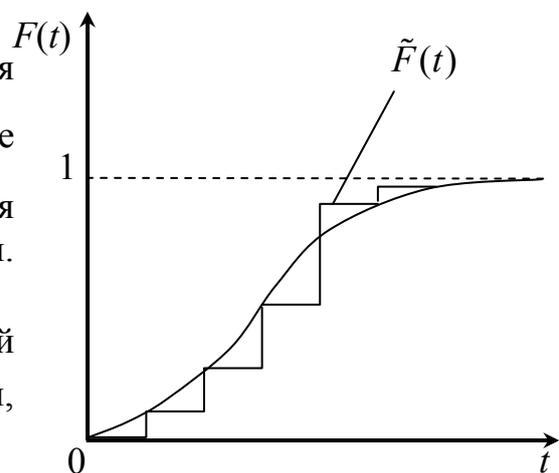
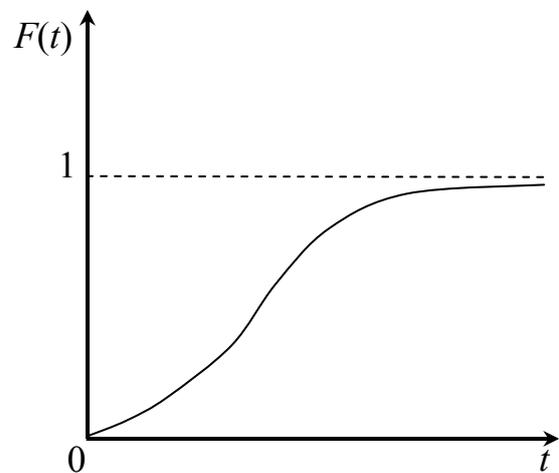
Значения  $F(0) = 0$  и  $F(\infty) = 1$  всегда.

Интегральная функция распределения может быть определена экспериментально. Пусть на испытания поставлено  $N$  одинаковых невосстанавливаемых систем. Условия испытания одинаковы. Испытания каждой из систем производятся до её отказа, обозначим через  $N(t)$  число систем отказавшихся к моменту  $t$ .

При  $t=0$   $N=0$ , а при  $t=\infty$   $N(\infty)=1$ . Статическая функция распределения является функцией отношений:  $\tilde{F}(t) = \frac{N(t)}{N}$ . В результате эмпирическая интегральная функция распределения имеет следующий вид (см. рис.).

График  $\tilde{F}(t)$  представляет собой ступенчатую функцию со скачками, кратными  $\frac{1}{N}$ .

В пределе  $\tilde{F}(t)$  будет стремиться к  $F(t)$  с вероятностью равной 1.



Т.к. события, заключающиеся в наступлении или ненаступлении момента  $t$  являются противоположными, то можно записать:

$$P(t) = P[T \geq t] = 1 - F(t). \quad (б)$$

Сумма вероятностей противоположных событий всегда равна 1. Функцию  $P(t)$  называют функцией надежности. При  $t = 0$   $P(0) = 1$ , т.е. при включении прибор начнет работать. С увеличением  $t$  функция  $P(t)$  монотонно убывает и при  $t \rightarrow \infty$   $P(\infty) = 0$ .

Статистическая функция надежности определяется:

$$\tilde{P}(t) = 1 - \tilde{F}(t) = 1 - \frac{N(t)}{N} = \frac{N - N(t)}{N},$$

где  $N(t)$  – число приборов, которые вышли из строя к моменту времени  $t$ .  $N - N(t)$  – число работоспособных приборов к моменту времени  $t$ . Обычно функция  $F(t)$  непрерывна, поэтому для неё можно определить плотность распределения наработки на отказ:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}.$$

Статистическая плотность распределения  $f(t)$  определяется следующим образом. Рассмотрим интервал времени  $\left(t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}\right)$ ,  $\Delta t$  – длина интервала.

Тогда:

$$\tilde{f}(t) = \frac{N\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) - N\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)}{N \cdot \Delta t} = \frac{N\left(t + \frac{\Delta t}{2}, t - \frac{\Delta t}{2}\right)}{N \cdot \Delta t},$$

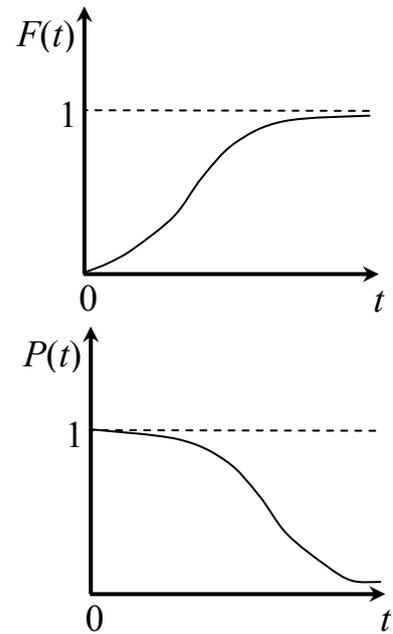
где  $N\left(t + \frac{\Delta t}{2}, t - \frac{\Delta t}{2}\right)$  – число систем отказавшихся в интервале времени  $\left(t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}\right)$ .

Вероятность отказа и безотказной работы. Зафиксируем выражение (а) при определенном значении  $t = t_1$  и  $Q(t_1) = F(t_1) = P[T < t_1]$ .

$Q(t_1)$  – назовем вероятностью отказа системы до момента времени  $t_1$ .

Эмпирическая функция вероятности отказа определяется, как

$$\tilde{Q}(t) = \frac{N(t_1)}{N},$$



где  $N(t_1)$  – количество систем отказавшихся до момента времени  $t_1$ . Для определения функции  $\tilde{Q}(t)$  требуется меньшее количество статистических данных, чем для определения функций  $P(t)$  и  $F(t)$ . Зафиксируем в выражении (б)  $t = t_1$ , тогда получаем:

$$P(t_1) = P[T \geq t_1].$$

Функция  $P(t_1)$  назовем вероятностью безотказной работы до момента времени  $t_1$ . Статистическое определение вероятности безотказной работы есть:

$$\tilde{P}(t_1) = 1 - \tilde{Q}(t_1) = \frac{N(t_1)}{N}.$$

Для решения различных задач в качестве показателя надежности использовалась вероятность безотказной работы системы на интервале времени  $(t_1, t_2)$  при условии, что система безотказно проработала до момента  $t_1$ :  $P(t_1, t_2)$ . Для её определения используем формулу умножения вероятностей, которая записывается следующим образом:

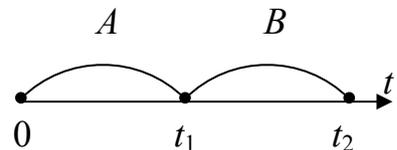
$$P(AB) = P(A) \cdot P\left(\frac{B}{A}\right),$$

где  $P(AB)$  – вероятность того, что события  $A$  и  $B$  произойдут одновременно;

$P(A)$  – вероятность появления события  $A$ ;  $P\left(\frac{B}{A}\right)$  – вероятность того, произойдет событие  $B$  при условии, что произойдет событие  $A$  (условная вероятность).

$P(A)$  – вероятность появления события  $A$ .

Обозначим через  $A$  – событие, выражающее безотказную работу системы на интервале  $(0, t_1)$  и через  $B$  – безотказная работа системы на интервале  $(t_1, t_2)$ , тогда вероятность события  $(AB)$  безотказной работы системы на  $(t_1, t_2)$  будет равна:



если  $A \cdot B$  – событие, выражающее безотказность системы на  $(0, t_1)$  и  $(t_1, t_2)$  (и – как в логике!), т.е.

$$P(AB) = P(A) \cdot P\left(\frac{B}{A}\right), \Rightarrow P\left(\frac{B}{A}\right) = P(t_1, t_2) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{P(t_2)}{P(t_1)}.$$

### Интенсивность отказов

При описании надежности невосстанавливаемых систем широко используется характеристика, которая называется интенсивностью отказа и обозначается, как  $\lambda(t)$ . Она определяется, как условная плотность вероятность отказа системы в момент времени  $t$  при условии, что до этого момента отказы в системе не возникли.

Условная вероятность работы безотказной системы на интервале  $(t, t + \Delta t)$  при условии, что система работоспособна в момент  $t$  будет определяться выражением:  $P(t, t + \Delta t) = \frac{P(t + \Delta t)}{P(t)}$  (см. выражение для  $P\left(\frac{B}{A}\right)$ ).

На интервале  $(t, t + \Delta t)$  условная вероятность отказа системы будет равняться  $1 - P(t, t + \Delta t) = 1 - \frac{P(t + \Delta t)}{P(t)} = -\frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{P(t)}$  (противоположна безотказной).

Разделим на  $\Delta t$  выражение полученное выше:

$$\frac{1 - P(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = -\frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t \cdot P(t)},$$

при  $\Delta t \rightarrow \infty$  получим:

$$\lambda(t) = -\lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t} \right) \cdot \frac{1}{P(t)} = -\frac{dP}{dt} \cdot \frac{1}{P(t)}.$$

$$P(t) = 1 - F(t) \Rightarrow$$

$$\lambda(t) = -\frac{dP[1 - F(t)]}{dt} \cdot \frac{1}{1 - F(t)} = f(t) \cdot \frac{1}{P(t)} = \frac{f(t)}{P(t)}. \quad (c)$$

Из выражения (c) следует, что  $\lambda(t) \geq f(t)$ . Решим уравнение (c) относительно  $P(t)$ , получим:

$$\int_0^t \lambda(t) dt = -\int_0^t \frac{dP(t)}{P(t)} dt = -\ln P(t). \Rightarrow P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}.$$

Статистически интенсивность отказов определяется по формуле:

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{\tilde{f}(t)}{\tilde{P}(t)} = \frac{N(t - \Delta t/2, t + \Delta t/2)}{\Delta t \cdot (N - N(t))},$$

где  $N(t - \Delta t/2, t + \Delta t/2)$  – количество систем, отказанных на интервале  $(t - \Delta t/2, t + \Delta t/2)$ ;  $N - N(t)$  – число систем работающих к моменту  $t$ .

Функции  $F(t)$  и  $P(t)$  – безразмерные, а размерность интенсивности отказов имеет размерность, обратную размерности наработки до отказа (т.е.  $1/c$ ), т.е. частота отказов в 1 секунду. Интенсивность отказов определяет безотказность работы системы. Зависимость  $\lambda(t)$  имеет следующий вид:

1-й участок – период приработки; 2-й участок – период нормальной работы; 3-й участок – период износа элементов и изменение их

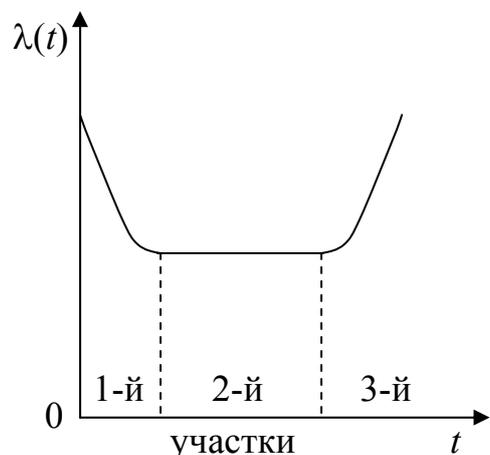


График изменения интенсивности  $\lambda(t)$

характеристик (старение).

Надежность системы определяют в период нормальной работы (т.е. 2-й участок).

### Средняя наработка до отказа

Функции  $F(t)$ ,  $f(t)$ ,  $P(t)$ ,  $\lambda(t)$  полностью описывают случайную величину  $T$  (время наработки до отказа). Для решения значительного числа задач надежности достаточно знать только показатели, которые являются только числовыми характеристиками случайной величины  $T$ . Одной из основных величин является средняя наработка до отказа (среднее время безотказной работы). Средняя наработка до отказа  $\tau$  определяется выражением:

$$\tau = M[T] = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt$$

Если теперь выразить  $F(T)$  из  $P(T)$ , то  $\tau = \int_0^{\infty} P(t) dt$  – среднее время до отказа. Отсюда следует, что средняя наработка до отказа геометрически равна площади под кривой  $P(t)$ . Статистически определение средней наработки до отказа определяется как:

$$\tilde{\tau} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N t_i,$$

где  $t_i$  – наработка до отказа  $i$ -ой системы,  $N$  – число систем.

Реже используется показатель дисперсии и среднеквадратичного отклонения (СКО).

$$D[T] = M \left[ (t - \tau)^2 \right] = \int_0^{\infty} (t - \tau)^2 f(t) d\tau = \overline{t^2} - \tau^2.$$

$$\text{СКО: } \sigma(T) = \sqrt{D[T]}.$$

Статистически дисперсия вычисляется как сумма:

$$\tilde{D}[T] = \frac{\sum_{i=1}^N (t_i - \tau)^2}{N - 1}, \quad \tilde{\sigma}[T] = \sqrt{\tilde{D}[T]}.$$

Значения любой из функций:  $F(t)$ ,  $f(t)$ ,  $P(t)$ ,  $\lambda(t)$  – даёт возможность

$$P(t) = 1 - F(t)$$

найти три остальные, например известно  $F(t)$ , тогда:  $f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$ .

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$$

### Основные законы распределения наработки до отказа

Непрерывная случайная величина  $T$  может описываться различными законами распределения в зависимости от свойств системы, её элементов, условий работы, характера отказов и др. Наиболее распространенное получило экспоненциальное (показательное) распределение.

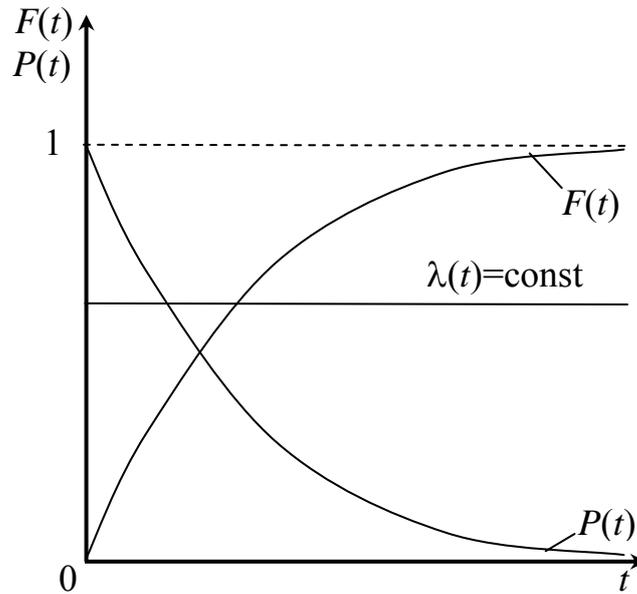
Экспоненциальное распределение:

Оно описывается выражением:  $F(t) = 1 - e^{-\lambda \cdot t}$  – экспоненциальная функция распределения наработки до отказа, где  $\lambda$  – параметр распределения.

$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}$  – экспоненциальная функция плотности распределения.

$P(t) = 1 - F(t) = e^{-\lambda \cdot t}$  – экспоненциальная функция надежности распределения.

Изобразим геометрически:



Вероятность отказа системы до момента  $t_1$ :  $Q(t_1) = F(t_1) = 1 - e^{-\lambda \cdot t_1}$ , а надежность  $P(t_1) = 1 - F(t_1) = e^{-\lambda \cdot t_1}$ .

Средняя наработка до отказа равна:

$$\tau = \int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda \cdot t} dt = -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda \cdot t} \Big|_0^{\infty} = 0 - \left(-\frac{1}{\lambda}\right) = \frac{1}{\lambda}.$$

Отсюда следует:  $\tau = \frac{1}{\lambda}$ .

Дисперсия величины  $D[T]$  будет равняться:

$$D[T] = \int_0^{\infty} t^2 \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} dt - \tau^2 = \lambda^{-2}.$$

Интенсивность отказов:

$$\lambda(T) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}}{e^{-\lambda \cdot t}} = \lambda = const \Rightarrow \lambda - \text{интенсивность отказов.}$$

Если  $\lambda \cdot t \ll 1$ , т.е. при времени  $t \ll \tau$  – средней наработки до отказа, в выражениях для  $f(t)$ ,  $P(t)$ ,  $\lambda(t)$  можно упростить заменив  $e^{-\lambda \cdot t}$  двумя первыми членами ряда Тейлора. Тогда например выражение для  $P(t)$  примет вид:  $P(t) \approx 1 - \lambda(T) \approx 1 - \frac{t}{\tau}$ . Погрешность этого выражения не превышает  $0.5 \cdot (\lambda \cdot t)^2$ .

Только для экспоненциального закона распределения вероятность безотказной работы на интервале  $[t_1, t_2]$  при условии, что в момент  $t_1$  система

работоспособна зависит только от интервала времени  $(t_2 - t_1)$  и не зависит от времени  $t_1$ , т.е. не зависит от времени предшествующей работы системы. А

$$\text{следовательно: } P(t_1, t_2) = \frac{P(t_2)}{P(t_1)} = \frac{e^{-\lambda t_2}}{e^{-\lambda t_1}} = e^{-\lambda(t_2 - t_1)}.$$

Для экспоненциального закона характерно постоянство интенсивности отказа  $\lambda = const$ , поэтому областью применения экспоненциального закона является вторая область графика изменения интенсивности отказа от времени (см рис. \* из прошлой лекции).

В этот период не учитывается период приработки и период старения и износа. Одной из основных причин широкого применения экспоненциального закона заключается в том, что следствие неизменчивости величины  $\lambda$  расчеты надежности этого распределения наиболее просты.

### Нормальное распределение

Нормальное распределение используется для описания системы элементов которые подвержены действию износа. Функция и плотность распределения наработки до отказа  $T$  вычисляется по формулам:

Нормальное распределение

Нормальное распределение используется для описания системы элементов которые подвержены действию износа. Функция и плотность распределения наработки до отказа  $T$  вычисляется по формулам:

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx,$$

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}},$$

где  $\sigma$  – СКО;  $m$  – среднее значение.

Для нормального закона распределения средняя наработка распределения равна:  $\tau = m$ , а дисперсия  $D[T] = \sigma^2$ .

Причем

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}}}{1 - F(t)}.$$

Для практических расчетов при использовании нормального закона распределения переходят от случайной величины  $T$  для центрированной  $z$ :

$$z = \frac{T - m}{\sigma} \text{ – безразмерная.}$$

Для  $z$  математическое ожидание  $M[z] = 0$ , а дисперсия  $D[z] = 1$ , тогда для неё выражение плотности распределения будет:

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}.$$

Функция распределения

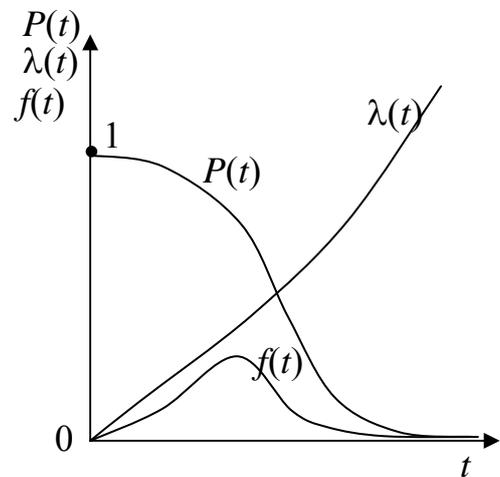
$$\hat{O}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

Функция  $\varphi(z)$  является симметричной, четной следовательно  $\varphi(-z) = \varphi(z)$ , а следовательно  $\hat{O}(-z) = 1 - \hat{O}(z)$ .

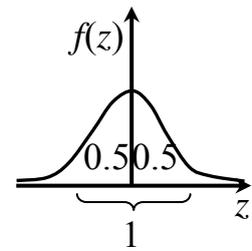
В таблицах обычно приводят не  $\hat{O}(z)$ ,  $\hat{O}_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ , причем

$$M[\hat{O}_0(z)] = 0, \text{ а } D[\hat{O}_0(z)] = 1.$$

Функция  $\hat{O}(z)$  и  $\hat{O}_0(z)$  связана соотношением:



$$\hat{O}(z) = \begin{cases} 0,5 + \hat{O}_0(z), & \text{при } z \geq 0 \\ 0,5 - \hat{O}_0(z), & \text{при } z < 0 \end{cases}$$



Эти формулы следуют из графика (т.к. площадь под кривой функции плотности распределения = 1).

Нормальное распределение описывает поведение случайной величины в диапазоне  $(-\infty, \infty)$ . Наряду с до отказа является величиной не отрицательной для учета этого положения вместо нормального распределения используется усеченное нормальное распределение случайной величины ( $T$ ) будет изменяться  $(0, \infty)$ . Усечение нормального распределения проводится в точке  $t = 0$ . В этом случае случайная функция распределения имеет вид:

$$F(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t \leq 0 \\ \frac{c}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx, & \text{при } t > 0 \end{cases}$$

где  $c$  – нормирующий множитель (выбирается из условия, чтобы площадь под кривой плотности распределения равнялась 1), следовательно

$$c = \frac{\sqrt{2\pi}}{\int_{\frac{m}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx}$$

В усеченном нормальном распределении средняя наработка до отказа определяется по формуле:

$$\tau = m + \sigma \cdot c_1, \\ D[T] = \sigma^2 \cdot \left[ 1 - c_1^2 - \frac{c_1 m}{\sigma} \right]$$

где  $c_1 = \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{m^2}{2\sigma^2}}$ .

Усеченное нормальное распределение обычно применяют, когда  $m < 3\sigma$ , если  $m > 3\sigma$  то исследуют обычное нормальное распределение. В этом случае оно дает достаточную точность.

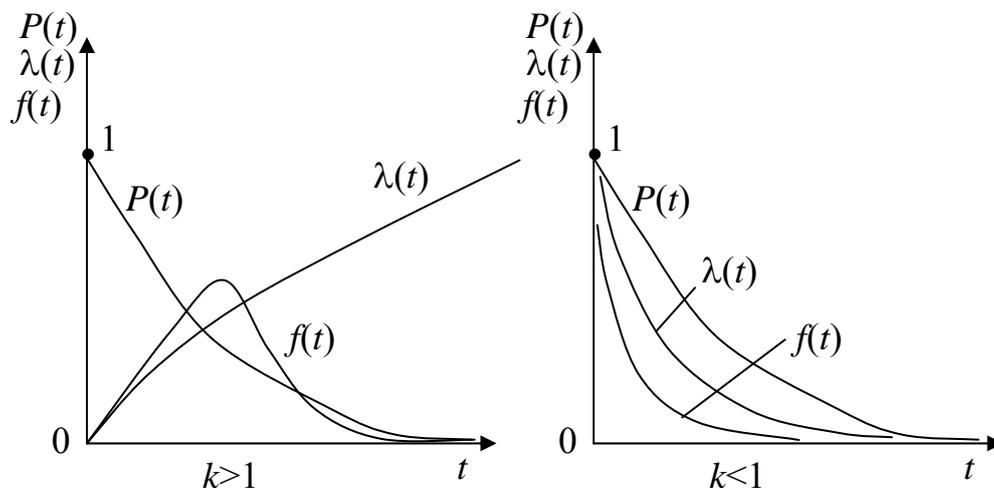
### Распределение Вейбула-Гнеденко

В теории надежности применяют это распределение, оно описывается следующими соотношениями:

$$F(t) = 1 - e^{-at^k}, \\ f(t) = \alpha \cdot k \cdot t^{k-1} \cdot e^{-at^k}.$$

Данное распределение является двухпараметрическим:  $\alpha$  и  $k$ . Параметр  $k$  определяет вид плотности распределения, а  $\alpha$  – его масштаб. При  $k = 1$  распределение Вейбула-Гнеденко превращается в экспоненциальное

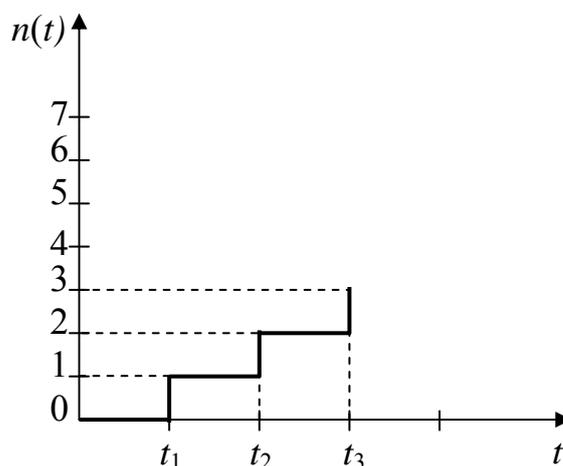
распределение. При  $k > 1$  интенсивность отказов монотонно возрастает, при  $k < 1$  интенсивность отказов монотонно убывает. Графики функции Вейбуха-Гнеденко имеют вид:



Это распределение можно применять для периода приработки ( $k < 1$ ) и периода старения ( $k > 1$ ).

### Поток отказа восстанавливаемых систем

После каждого отказа восстанавливаемая система подлежит восстановлению, проводимое с заменой отказавшего элемента или заменой идентичной работоспособной системы или проведение ремонтных операций. Моменты времени отказов для восстанавливаемых систем являются случайной величиной. Случайной величиной является продолжительность работ по проведению восстановления. Как правило время восстановления меньше времени наработки до отказа. Поэтому в первом приближении можно временем восстановления пренебречь, полагая, что восстановление производится мгновенно. При этих условиях график функционирования восстанавливаемой системы будет иметь вид. На рис.  $n(t)$  – число отказов;  $t_1, t_2, t_3$  – времена отказов.



Последовательность отказов, происходящих один за другим в случайные моменты времени называется потоком отказов. Это понятие является одним из основных при рассмотрении систем с восстановлением. Имеется два способа задания потока отказа: 1) изучается некоторый дискретный процесс  $\eta(t)$  числа отказов на промежутке времени от 0 до  $t$ ; 2) изучается последовательность случайных наработок, равных  $\xi_1 = t_1, \xi_2 = t_2 - t_1, \xi_3 = t_3 - t_2$  и т.д.

### Неоднородный Пуассоновский поток

Поток отказов, обладающий свойством ординарности, отсутствием последствия, не являющийся стационарным, называется нестационарным (неоднородным) Пуассоновским потоком.

Свойство ординарности заключается в том, что вероятность двух и более отказов одновременно в течении времени  $\Delta t$  равна нулю.

Потоком без последствий называется такой поток отказов, когда число отказов на промежутках времени  $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \dots, \Delta t_n$  являются независимыми случайными величинами.

Поток называется нестационарным, если закон распределения отказов зависит от времени. В таком потоке вероятность появления  $n$ -отказов (где  $n = 1, 2, 3$ ) в течении отрезка времени  $(0, t)$  определяется выражением:

$$P\{\eta(t) = n\} = \frac{\left[ \int_0^t a(x) dx \right]^n}{n!} \cdot \exp\left(-\int_0^t a(x) dx\right),$$

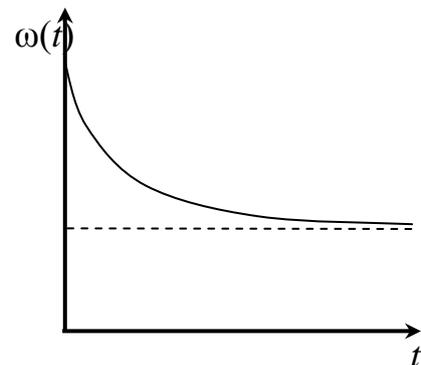
где  $a(x)$  – некоторая функция времени.

Ведущая функция потока определяется как:

$$W(t) = \int_0^t a(x) dx.$$

Ведущая функция потока определяется, как математическое ожидание числа отказов за время  $t$ ,  $W(t) = M[\eta(t)]$ . Параметр потока отказа определяется  $\omega(t) = \frac{dW(t)}{dt}$ . В данном случае  $\omega(t) = a(t)$ .

Этот поток применим для описания систем при наличии детерминированных внешних воздействий и в период приработки. Зависимость  $\omega(t)$  имеет вид:



### Показатели надежности восстанавливаемых систем

Показатели надежности восстанавливаемых систем

Показатели надежности можно вычислять двумя способами.

1. При заданном потоке отказов, как дискретный случайный процесс числа отказов  $\eta(t)$  (число отказов). Число отказов показатель безотказности является

параметр потока отказов  $\omega(t) = \frac{dW(t)}{dt}$ . Статистически параметр потока отказов

определяется следующим образом. На испытания поставлено  $N$  одинаковых восстанавливаемых систем в одинаковых условиях эксплуатации и при одинаковом техническом обслуживании. В момент времени  $t=0$  все системы работоспособны и могут начинать работать. Продолжительностью времени восстановления пренебрегаем. Обозначим через  $\eta_i(t)$  число отказов  $i$ -ой системы на интервале времени от 0 до  $t$ . Тогда

$$\tilde{\omega}(t) = \frac{\sum_{i=1}^N [\eta_i(t + \Delta t) - \eta_i(t)]}{N \cdot \Delta t}.$$

Из полученного выражения следует, что параметр потока отказов  $\tilde{\omega}(t)$  – отношение среднего числа отказов системы на некотором малом отрезке времени к значению этого отрезка времени.

2. При заданном потоке отказов в виде последовательности случайных величин  $\xi_1, \xi_2, \dots$  наработок между отказами, показателем безотказности является средняя наработка до отказа:

$$\theta = M[\xi_i] = \int_0^{\tau} t \cdot f(t) dt, \text{ где } i = 1, 2, 3, \dots$$

При этом считают, что наработки до отказа систем имеют одинаковую плотность распределения. Для простейшего потока до отказа средняя наработка до отказа  $\theta$  и параметр потока связан соотношением:  $\theta = 1/\omega$ .

Простейшим потоком до отказа считается, поток обладающий свойством стационарности, физичности, отсутствия последовательности (поломок).

Простейший поток описывается распределением Пуассона:

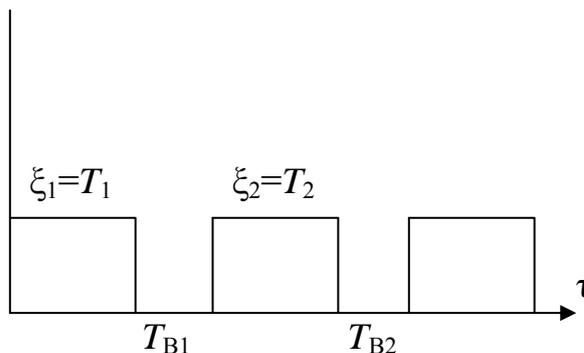
$$P\left(\eta(t) = n = \frac{a \cdot t^n}{n} \cdot e^{-at}\right).$$

Показатели ремонтной пригодности

Хотя время, необходимое для восстановления, мало по сравнению с временем наработки до отказа для решения таких задач надежности, как учета времени восстановления ( $T_B$ ), количества ремонтного персонала и др. требуется учет времени восстановления.

Будем полагать ( $T_B$ ) не зависит ни от времени, ни от порядкового номера восстановления, ни от длительности предыдущего восстановления, ни от предшествий наработки между отказами (т.е.  $T_B$  – случайная величина). Функцию распределения величины ( $T_B$ ) обозначим через  $G(t)$ , а плотность через  $g(t)$ . Если наработка между отказами  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  одинаково распределены и не зависят друг от друга и величины  $T_B$ , то такой поток отказов называется с учетом времени восстановления называется альтернирующим процессом восстановления.

В этом случае процесс восстановления средней наработки до отказа  $\theta$  будет равняться средней наработки до отказа  $\tau$ . График функционирования системы с учетом времени восстановления имеет вид.



Для упрощения сигнала принято считать, что единственной причиной отключения является ее отказ.

Отключение системы по другим причинам не рассматривается. Показателем ремонтпригодности – вероятность восстановления работоспособного состояния за заданное время  $t_1$  и среднее время восстановления  $T_B$ .

$$G(t_1) = P(T_{\hat{A}} < t_1), \text{ а } \tau_{\hat{A}} = M[T_{\hat{A}}].$$

Статистически эти показатели определяются как:

$$\tilde{G}(t_1) = \frac{l(t_1)}{m}, \quad \tau_{\hat{A}} = \frac{\sum_{i=1}^m t_{\hat{A}i}}{m}.$$

где  $l(t_i)$  – число восстановлений, длительность которых меньше  $t_i$ ;  $m$  – общее число восстановлений;  $t_{\hat{A}i}$  – число восстановлений, после  $i$ -го отказа.

### Показатели долговечности

Календарная продолжительность от начала эксплуатации до перехода её в предельное состояние – называют сроком службы системы. Он может быть случайной величиной ( $T_C$ ). Срок службы системы ( $T_C$ ) можно использовать в качестве показателя долговечности, как средний срок службы, т.е.

$$\bar{t}_C = M[T_C].$$

При рассмотрении долговечности может быть использован показатель ресурса системы, который показывает наработку системы от начала до перехода системы в предельное состояние.

### Комплексы показателей надежности

Комплексы показателей надежности отражают совместно с показателем безотказности и ремонтпригодности. К ним относятся:

1. Коэффициент готовности ( $K_G$ ).
2. Коэффициент оперативной готовности ( $K_{OG}$ ).

3. Коэффициент технического исполнителя ( $K_{ТИ}$ ).

Коэффициент готовности – это коэффициент, определяющий вероятность того, что система окажется работоспособной в производственный выбранный момент времени в установившемся процессе эксплуатации.

Для альтернирующего процесса коэффициент готовности равен:

$$K_{\bar{A}} = \frac{\theta}{\theta + \tau_{\bar{A}}},$$

где  $\theta$  – время наработки до отказа.

Следовательно, численное значение  $K_{\Gamma}$  равно средней доле времени, в течении которого система прибывает в работоспособном состоянии. Статистически коэффициент готовности определяется следующим образом. Поставим на испытания  $l$  – восстанавливаемых систем. Обозначим через  $N_p(t_x)$  – число систем, находившихся в состоянии работоспособности произвольной достаточно удлиненной от начала испытаний в момент времени

$t_x$ . Тогда статистическое значения  $K_{\Gamma}$ :  $\tilde{K}_{\bar{A}} = \frac{N_p(t_x)}{N}$ .

Коэффициент оперативной готовности.

Это коэффициент, который определяется как вероятность того, что система окажется работоспособной в производственный момент времени в установившемся режиме эксплуатации, что начиная с этого момента времени система будет работать безотказно в течении заданного интервала времени  $t$ .

Для альтернативного процесса:  $K_{i\bar{A}} = \frac{\theta}{\theta + \tau_{\bar{A}}} \cdot P(t_x, t),$

где  $P(t_x, t)$  – условная вероятность безотказной работы системы на интервале времени  $(t_x, t)$  при условии, что в момент времени  $t_x$  система была работоспособной.

Для распределения времени по экспоненциальному закону коэффициент оперативной готовности определяется:  $K_{i\bar{A}} = \frac{\theta}{\theta + \tau_{\bar{A}}} \cdot e^{-\lambda t}.$

$$\left( (t_x + t) - t_x = t, \Rightarrow \frac{e^{\lambda(t_x - t)}}{e^{\lambda t}} = e^{-\lambda t} \right)$$

При определении коэффициентов ( $K_{\Gamma}$ ) и ( $K_{ОГ}$ ) из рассмотрения исключены планируемые периоды времени, в течении которых предусматривается, например, интервалы планового ремонта (обслуживания). Эти периоды времени учитываются коэффициентом технического исполнения:

$$K_{\text{ОГ}} = \frac{\tau_{\text{ДЭ}}}{\tau_{\text{ДЭ}} + \tau_{\text{ОГ}} + \tau_{\text{АЭ}}},$$

где  $\tau_{\text{ДЭ}}$  – математическое ожидание суммарных времени пребывания ситемы в работоспособном состоянии;  $\tau_{\text{ОГ}}$  – математическое ожидание суммарного времени пребывания системы при техническом обслуживании;  $\tau_{\text{АЭ}}$

математическое ожидание суммарного времени восстановления. Они берутся за некоторый период эксплуатации  $\tau_{\Sigma}$ .

### Надежность АСУ ТП

Автоматическая система управления можно представить в виде совокупности элементов. Выбор элементов в зависимости от способа декомпозиции АСУ ТП. При декомпозиции по составу в качестве элементов могут быть приняты:

- 1) комплект технических средств (техническое обеспечение);
- 2) информационное обеспечение (включает нормативно справочную информацию, системы кодирования);
- 3) организационное обеспечение.

Свойства пунктов (2 и 3) влияет на надежность АСУ ТП косвенно (через функционирование технических средств, программного обеспечения и персонала). В дальнейшем их учитывать не будем. АСУ ТП – будем рассматривать, как комплекс технических средств.

### Надежность комплексов технических средств

Комплексов технических средств оказывает существенное влияния на надежность АСУ ТП, поэтому в первом приближении надежность АСУ ТП, оценивают по надежности комплекса технических средств.

Критерием отказа технических средств устанавливается в соответствии с требованиями: 1) в стандартных; 2) технических условиях; 3) другой технической документации. Сейчас для любых технических средств указывается время наработки до отказа. Отказы технических средств делятся на внезапные и постепенные. Внезапные отказы, которые наступают в результате резкого, скачкообразного изменения одного из параметров. Постепенные отказы, которые наступают в результате длительного постепенного изменения параметров. Внезапные отказы часто проявляются в нарушении цепи прохождения сигналов. Постепенные отказы имеют характер разрегулирования.

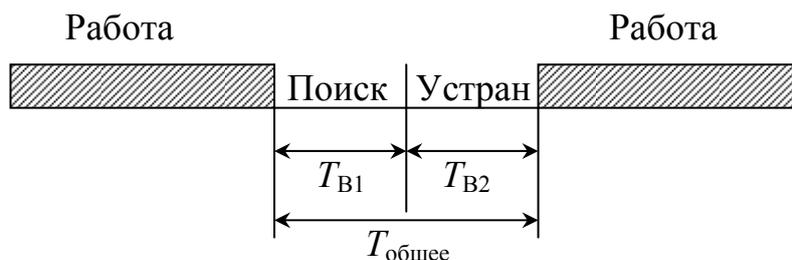
По степени нарушения работоспособности АСУ ТП отказы разделяются на полные и частичные. При полном отказе функционирование АСУ ТП прекращается, а при частичном функционирование продолжается, но с ухудшенными показаниями. По характеру внешних проявлений отказы:

1. явные (обнаруживается непосредственно после отказа).
2. неявные (скрытые) (обнаруживается непосредственно после отказа).

При явных отказах временем на их обнаружение можно пренебречь. Для выявления причин неявных отказов необходимо время для их выявления. Обычно они обнаруживаются путем проверки метрологических характеристик приборов. При связи с предшествующими отказами их разделяют на:

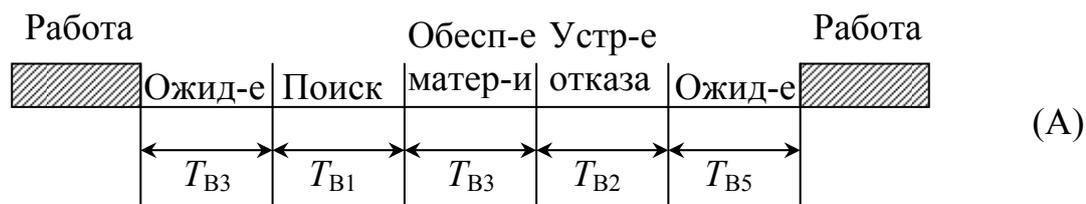
- 1) первичные.
- 2) вторичные (являются следствиями ранее возникших отказов).

Составление времени восстановления технического средства всегда включают в себя: время поиска причины отказа ( $T_{B1}$ ); время его устранения ( $T_{B2}$ ). Временная диаграмма:



$$T_{\text{общее}} = T_{B1} + T_{B2}.$$

При эксплуатации технических средств могут быть добавлены времена: 1)  $T_{B3}$  – ожидание от момента обнаружения отказа до начала поиска его причины. Это время может превышать  $T_{B1}$   $T_{B2}$  для предприятий, где технологическое оборудование работает круглосуточно, а ремонтный персонал в одну смену. 2)  $T_{B4}$  – обеспечение персонала инструментами, материалами и запасными частями; 3)  $T_{B5}$  – ожидание от момента устранения отказа до момента включения технического средства; в этом случае график структуры времени восстановления будет иметь следующий вид:



В случае устранения отказов в мастерской входят дополнительные времена  $T_{B6}$  и  $T_{B7}$  – демонтаж и монтаж технического средства,  $T_{B8}$  – ожидание ремонта в мастерской,  $T_{B9}$  – устранение отказов в мастерской.



Общее время восстановления для случая (А):

$$T_{\text{общее}} = \sum_{i=1}^5 T_{Bi}.$$

Общее время восстановления для случая (Б):

$$T_{\text{общее}} = \sum_{i=1,3}^9 T_{Bi}.$$

Показатели надежности технических средств устанавливаются для определенных условий эксплуатации. Обычно время безотказной работы

принимается равным 2000 часов, для атомных 8000 часов. Задание показателя надежности и долговечности в ТСП является обязательным.

### Надежность программного обеспечения

Она может оказывать существенное влияние на надежность АСУ ТП. Оценку надежности программного обеспечения можно производить по обычным показателям надежности:

- 1) вероятность отсутствия ошибок за время  $t$ ;
- 2) среднее время между ошибками;
- 3) среднее время восстановления программного обеспечения (ПО).

Кроме того, для описания ПО могут быть использованы следующие показатели характерное качество выполнения ПО:

- 1) предполагаемое число ошибок в программном обеспечении или плотность ошибок (число ошибок на одну команду);
- 2) исправляемость;
- 3) защищенность.

Наличие в АСУ ТП программных управляемых вычислительных компонентов приводит к необходимости рассмотрения специфического вида функцию, которые называются сбоями. Под сбоем понимается кратковременное нарушение работоспособности комплекса, при котором функционирующее восстановление без применения ремонтных работ. Причина сбоев – изменение условий эксплуатации. На вычисление комплекса должны задаваться показатели, описывающие сбои, например средняя наработка на сбой.

### Надежность оперативного персонала

Оперативный персонал (ОП) – оператор, технолог – в составе АСУ ТП принимает непосредственное участие в реализации её функций. Роль ОП заключается в следующем:

- 1) наблюдение за ходом работы технологического процесса и правильного функционирования АСУ ТП;
- 2) настройка, ввод уставов, запуск и коррекция работы технических средств
- 3) принятие решений по управлению технологическим процессом (в случае отказа АСУ ТП);
- 4) непосредственное воздействие на ход технологического процесса, включение и отключение регулирующих органов и механизм в некоторых режимах работы объекта, например, пусковых или отказа технических средств.

Использование оперативного персонала в качестве резервного звена позволяет повысить надежность выполняя функции АСУ ТП. В тоже время не надежность этого персонала при выполнении им основных функций управления снижает общую надежность функционирования АСУ ТП. Под надежностью человека-оператора понимается совокупность его свойств, которые применяются при его участии в функционировании АСУ ТП. Основные из этих свойств: 1) безошибочность (способность выполнять все

заданные операции в заданном порядке); 2) своевременность (способность человека-оператора выполнять заданные операции за заданное время).

Оператор как элемент АСУ ТП, задатчик надежности имеет ряд особенностей:

- 1) адаптация к условиям труда;
- 2) существование различных характеристик различных операторов друг от друга;
- 3) утомленность;
- 4) подверженность эмоциональным воздействиям.

Общим для всех операторов являются единые требования к уровню профессиональной подготовки и допуски работы к работе на профессиональных объектах. Показателем надежности человека-оператора:

1.  $R_B$  – вероятность-безошибочность выполнения процедуры;
2.  $R_C$  – вероятность-своевременность выполнения процедуры;

Кроме оперативного персонала в состав АСУ ТП входит экспедиторский персонал, обеспечивающее нормальное функционирование системы.

### Надежность АСУ ТП

Автоматическая система управления можно представить в виде совокупности элементов. Выбор элементов в зависимости от способа декомпозиции АСУ ТП. При декомпозиции по составу в качестве элементов могут быть приняты:

- 1) комплект технических средств (техническое обеспечение);
- 2) информационное обеспечение (включает нормативно справочную информацию, системы кодирования);
- 3) организационное обеспечение.

Свойства пунктов (2 и 3) влияет на надежность АСУ ТП косвенно (через функционирование технических средств, программного обеспечения и персонала). В дальнейшем их учитывать не будем. АСУ ТП – будем рассматривать, как комплекс технических средств.

### Надежность комплексов технических средств

Комплексов технических средств оказывает существенное влияния на надежность АСУ ТП, поэтому в первом приближении надежность АСУ ТП, оценивают по надежности комплекса технических средств.

Критерием отказа технических средств устанавливается в соответствии с требованиями: 1) в стандартных; 2) технических условиях; 3) другой технической документации. Сейчас для любых технических средств указывается время наработки до отказа. Отказы технических средств делятся на внезапные и постепенные. Внезапные отказы, которые наступают в результате резкого, скачкообразного изменения одного из параметров. Постепенные отказы, которые наступают в результате длительного постепенного изменения параметров. Внезапные отказы часто проявляются в нарушении цепи прохождения сигналов. Постепенные отказы имеют характер разрегулирования.

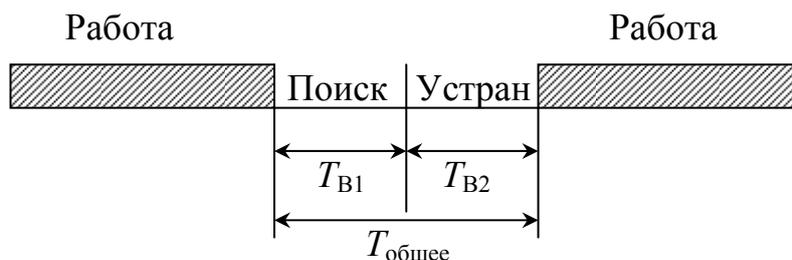
По степени нарушения работоспособности АСУ ТП отказы разделяются на полные и частичные. При полном отказе функционирование АСУ ТП прекращается, а при частичном функционирование продолжается, но с ухудшенными показаниями. По характеру внешних проявлений отказы:

1. явные (обнаруживается непосредственно после отказа).
2. неявные (скрытые) (обнаруживается непосредственно после отказа).

При явных отказах временем на их обнаружение можно пренебречь. Для выявления причин неявных отказов необходимо время для их выявления. Обычно они обнаруживаются путем проверки метрологических характеристик приборов. При связи с предшествующими отказами их разделяют на:

- 1) первичные.
- 2) вторичные (являются следствиями ранее возникших отказов).

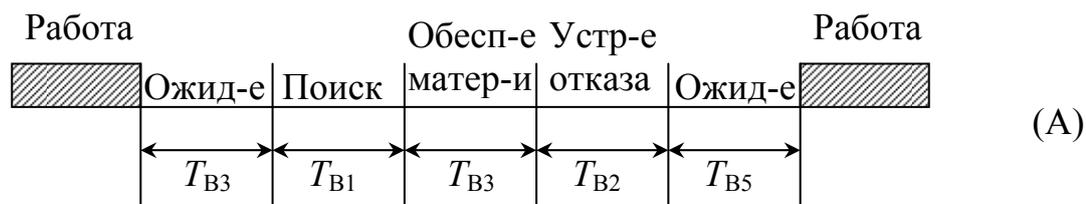
Составление времени восстановления технического средства всегда включают в себя: время поиска причины отказа ( $T_{B1}$ ); время его устранения ( $T_{B2}$ ). Временная диаграмма:



$$T_{\text{общее}} = T_{B1} + T_{B2}.$$

При эксплуатации технических средств могут быть добавлены времена:

- 1)  $T_{B3}$  – ожидание от момента обнаружения отказа до начала поиска его причины. Это время может превышать  $T_{B1}$   $T_{B2}$  для предприятий, где технологическое оборудование работает круглосуточно, а ремонтный персонал в одну смену.
- 2)  $T_{B4}$  – обеспечение персонала инструментами, материалами и запасными частями;
- 3)  $T_{B5}$  – ожидание от момента устранения отказа до момента включения технического средства; в этом случае график структуры времени восстановления будет иметь следующий вид:



В случае устранения отказов в мастерской входят дополнительные времена  $T_{B6}$  и  $T_{B7}$  – демонтаж и монтаж технического средства,  $T_{B8}$  – ожидание ремонта в мастерской,  $T_{B9}$  – устранение отказов в мастерской.



Общее время восстановления для случая (А):

$$T_{\text{общее}} = \sum_{i=1}^5 T_{Bi}.$$

Общее время восстановления для случая (Б):

$$T_{\text{общее}} = \sum_{i=1,3}^9 T_{Bi}.$$

Показатели надежности технических средств устанавливаются для определенных условий эксплуатации. Обычно время безотказной работы

принимается равным 2000 часов, для атомных 8000 часов. Задание показателя надежности и долговечности в ТСП является обязательным.

### Надежность программного обеспечения

Она может оказывать существенное влияние на надежность АСУ ТП. Оценку надежности программного обеспечения можно производить по обычным показателям надежности:

- 1) вероятность отсутствия ошибок за время  $t$ ;
- 2) среднее время между ошибками;
- 3) среднее время восстановления программного обеспечения (ПО).

Кроме того, для описания ПО могут быть использованы следующие показатели характерное качество выполнения ПО:

- 1) предполагаемое число ошибок в программном обеспечении или плотность ошибок (число ошибок на одну команду);
- 2) исправляемость;
- 3) защищенность.

Наличие в АСУ ТП программных управляемых вычислительных компонентов приводит к необходимости рассмотрения специфического вида функцию, которые называются сбоями. Под сбоем понимается кратковременное нарушение работоспособности комплекса, при котором функционирующее восстановление без применения ремонтных работ. Причина сбоев – изменение условий эксплуатации. На вычисление комплекса должны задаваться показатели, описывающие сбои, например средняя наработка на сбой.

### Надежность оперативного персонала

Оперативный персонал (ОП) – оператор, технолог – в составе АСУ ТП принимает непосредственное участие в реализации её функций. Роль ОП заключается в следующем:

- 1) наблюдение за ходом работы технологического процесса и правильного функционирования АСУ ТП;
- 2) настройка, ввод уставов, запуск и коррекция работы технических средств
- 3) принятие решений по управлению технологическим процессом (в случае отказа АСУ ТП);
- 4) непосредственное воздействие на ход технологического процесса, включение и отключение регулирующих органов и механизм в некоторых режимах работы объекта, например, пусковых или отказа технических средств.

Использование оперативного персонала в качестве резервного звена позволяет повысить надежность выполняя функции АСУ ТП. В тоже время не надежность этого персонала при выполнении им основных функций управления снижает общую надежность функционирования АСУ ТП. Под надежностью человека-оператора понимается совокупность его свойств, которые применяются при его участии в функционировании АСУ ТП. Основные из этих свойств: 1) безошибочность (способность выполнять все

заданные операции в заданном порядке); 2) своевременность (способность человека-оператора выполнять заданные операции за заданное время).

Оператор как элемент АСУ ТП, задатчик надежности имеет ряд особенностей:

- 1) адаптация к условиям труда;
- 2) существование различных характеристик различных операторов друг от друга;
- 3) утомленность;
- 4) подверженность эмоциональным воздействиям.

Общим для всех операторов являются единые требования к уровню профессиональной подготовки и допуски работы к работе на профессиональных объектах. Показателем надежности человека-оператора:

1.  $R_B$  – вероятность-безошибочность выполнения процедуры;
2.  $R_C$  – вероятность-своевременность выполнения процедуры;

Кроме оперативного персонала в состав АСУ ТП входит экспедиторский персонал, обеспечивающее нормальное функционирование системы.

**Надежность АСУ ТП как совокупность функций  
Критерии отказов и показатели надежности функций**

Надежность (безотказность и ремонтпригодность) АСУ ТП связана со стабильностью системы выполнять требуемые функции, поэтому возникает необходимость декомпозиции АСУ ТП, как многофункциональной системы по выполняемым функциям. Задание показателя надежности АСУ ТП можно классифицировать по 2-м признакам:

1. по сложности;
2. по временному режиму выполнения.

По сложности функции АСУ ТП делятся на простые и составные. Простые – это функции, которые рассматриваются как неразложимые на составляющие.

Составные – это функции, состоящие из нескольких простых и объединенные по общности цели, роли в процессе управления, конструктивным, информативным и др. признаком.

Пример: 1) Простая функция – автоматическое регулирование или изменение отдельного параметра. 2) Составная функция – автоматическое регулирование или контроль всех параметров технологического объекта управления.

По временному режиму функции делят на: 1) непрерывная функция – автоматическое регулирование или непрерывная регистрация параметров непрерывного технологического процесса; 2) дискретная функция – к ней относятся дискретное управление исполнительным механизмом, защита технологического агрегата от аварии; 3) комбинированная функция – применяется в системах автоматического регулирования в непрерывном дискретном технологическом процессе.

Отказом функции является событие, заключающегося в нарушении хотя бы одного из основных установленных требований качеству её выполнения возникающая при заданных условиях её эксплуатации АСУ ТП и функционирующих в заданных режимах технологического объекта управления. Если нарушение функции произошло в следствие нарушения заданных условиях эксплуатации, то это событие не рассматривается как отказ функций. Отказы функций классифицируются по следующим признакам:

1. По влиянию на работу объекта управления (авария с повреждением оборудования; останов технологического процесса; ухудшением качества протекания технологического процесса и т.д.).
2. По причинам возникновения (из отказов технических средств, ошибок программного обеспечения, неправильных действий персонала).
3. По степени нарушения работоспособности (полная или частичная).
4. По наличию внешних проявлений (явная или неявная).
5. По виду нарушения для дискретной функции (несрабатывания защиты).

Показателями надежности для непрерывных функций АСУ ТП являются:

1. Средняя наработка на отказ.
2. Вероятность безотказной работы ( $P(t_1)$ ) в определенный период работы АСУ ТП.
3. Показатели надежности для дискретных функций по отказам типа «несрабатывание» является вероятность  $R$  успешного выполнения заданий процедуры при возникновении запроса: пример, вероятность срабатывания технологической защиты при наличии запроса.

При определенных условиях работы она может быть определена через коэффициенты  $K_{Г}$ ,  $K_{ОГ}$ ,  $K_{ТИ}$  для некоторых дискретных функций успешность выполнения процедуры определяется как выполнение требований, своевременности и точности. В этих случаях в качестве частных показателей могут использоваться вероятности:  $R_{Б}$  – безошибочного выполнения процедуры;  $R_{С}$  – вероятность своевременного выполнения процедуры;  $R_{Т}$  – вероятность достижения достаточной точности. При независимости этих показателей вероятность выполнения дискретной функции будет равна:

$$R = R_{А} \cdot R_{С} \cdot R_{Т},$$

например  $R_{А} = 0,5$ ,  $R_{С} = 0,9$ ,  $R_{Т} = 0,9$  то  $R = 0,728$ .

Основным показателем безотказности в дискретных функциях по отказам типа «ложное срабатывание» является средняя наработка на отказ.

#### Надежность АСУ ТП с учетом взаимосвязи с внешней средой

Решение задач надежности АСУ ТП требует учета взаимосвязи этой системы и внешней среды. Под внешней средой понимается всё то, что окружает АСУ ТП и оказывает на неё воздействие или же само подвергается воздействию от АСУ ТП.

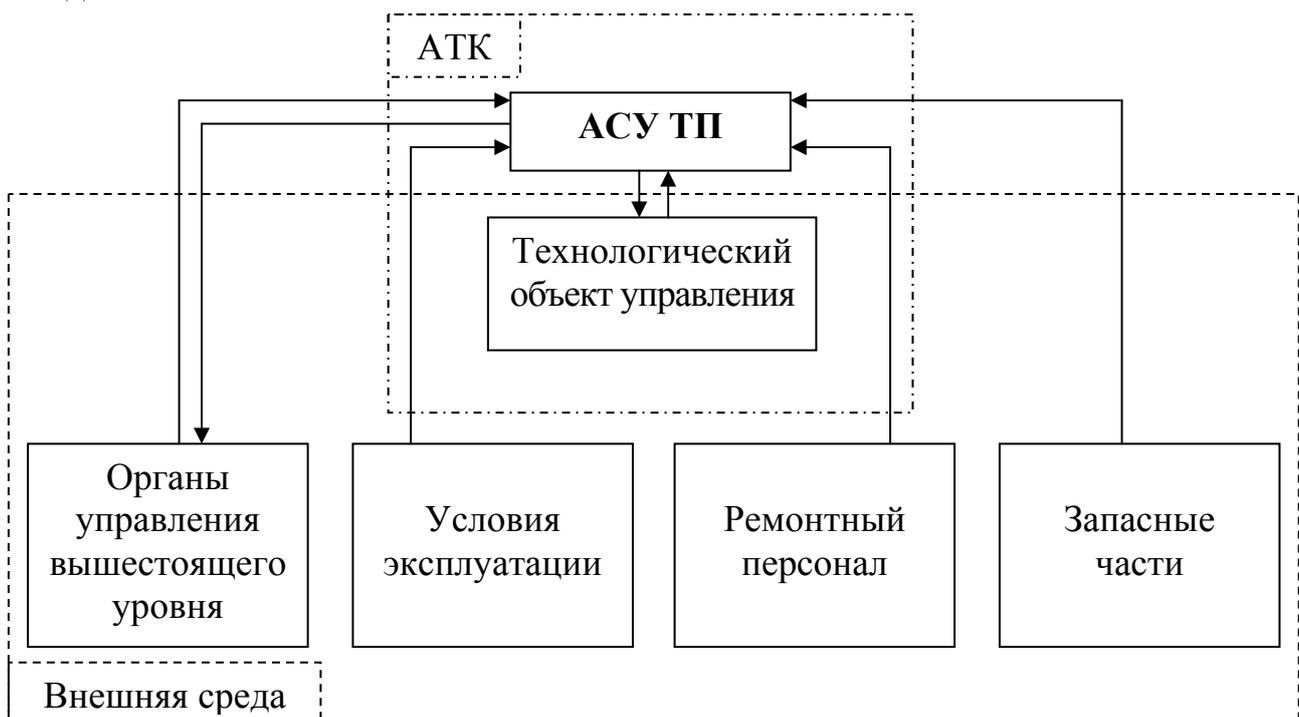


Рис. Взаимосвязь АСУ ТП и внешней среды

АТК – Автоматизированный технологический комплекс.

### Показатели надежности АСУ ТП

В качестве показателей надежности АСУ ТП принимаются:

1. Средняя наработка на отказ.
2. Вероятность невыполнения АСУ ТП заданных действий при наличие запроса (не срабатывание защиты, приводящая к попаданию АСУ ТП в определенное состояние).

Показателем надежности АТК может быть поток попаданий АТК в некоторое из указанных состояний. Этот поток отказов определяется по формуле:

$$\omega_{\text{АТК}} = \omega_{\text{1ТОУ}} + \omega_{\text{2ТОУ}} \cdot \bar{R} + \omega_{\text{АСУ}},$$

где  $\omega_{\text{АТК}}$  – поток состояний;  $\omega_{\text{1ТОУ}}$  – параметр потока отказов объекта, которые возникают за счет несрабатывания АСУ ТП и приводящих к останову АТК;  $\omega_{\text{2ТОУ}}$  – параметр потока отказов объекта вызывающих запросы на выполнение некоторых действий АСУ ТП (показатель надежности объекта);  $\bar{R}$  – вероятность невыполнения АСУ ТП указанных действий, приводящих к останову АТК;  $\omega_{\text{АСУ}}$  – параметр потока отказов АСУ ТП, непосредственно приводящих к останову АТК (показатель надежности АСУ ТП).

### Взаимосвязь надежности и иных свойств АСУ ТП

Надежность нужно рассматривать по взаимосвязи с иными свойствами системы, входящими в понятия качества. К ним относятся: 1) живучесть; 2) безопасность; 3) эффективность; 4) точность управления.

При анализе качества необходим учет влияния показатели надежности на показатели качества. Схематически это выглядит в виде структурной схемы:

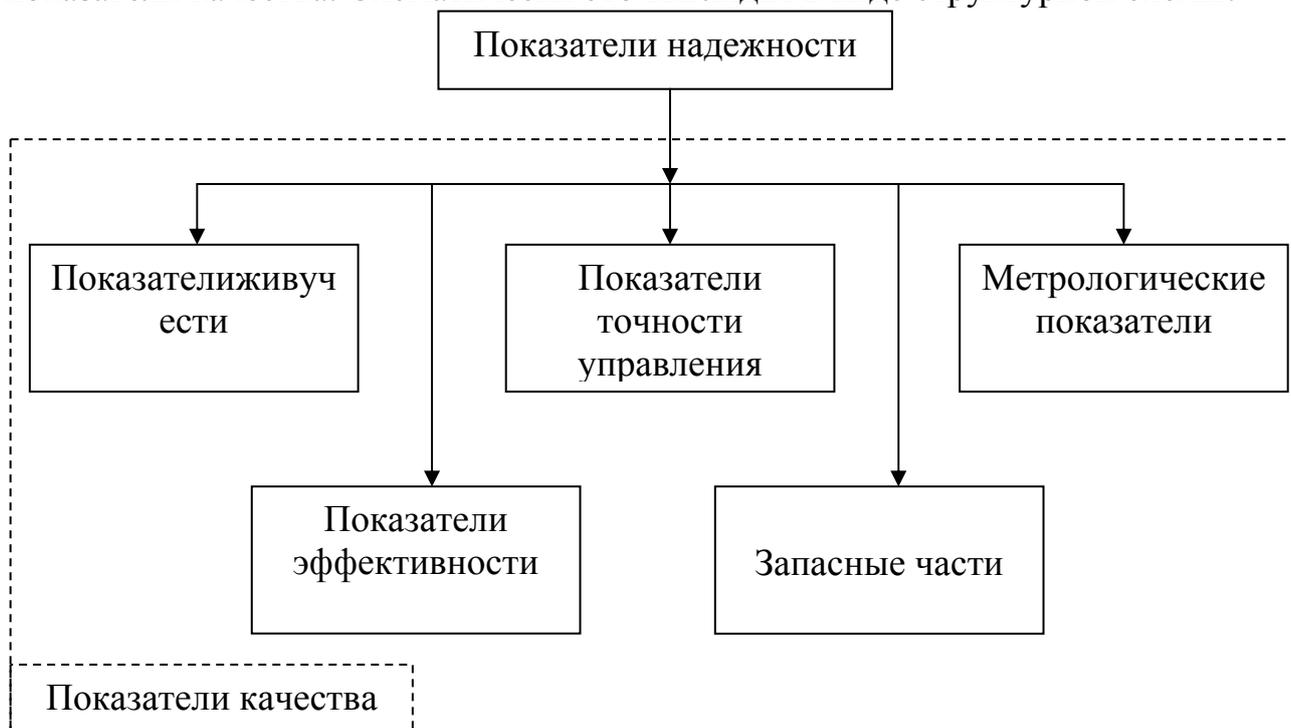


Рис. Взаимосвязь показателя надежности с показателями качества

## Расчет надежности локальных систем без учета восстановления

### Основные этапы расчета надежности

Задачи расчета надежности локальных систем регулирования, контроля, защиты и дистанционного управления является определение показателей характеризующих их безотказность и ремонтпригодность. Расчет складывается из следующих этапов:

1. определение критериев и видов отказа системы и состава рассчитываемых показателей надежности;

2. Составление структуры (логической) схемы, основанной на анализе функционирования системы, учета резервирования, восстановления и контроля исправности элемента и т.д.;

3. выбор метода расчета надежности с учетом принятых моделей описания процесса, функционирования и восстановления.

4. получение в общем виде математических моделей, связывающих определенные показатели надежности с характеристиками элементов;

5. подбор данных по показателям надежности элементов;

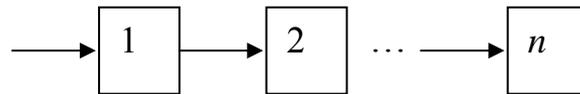
6. выполнение расчета и анализ полученных результатов.

В качестве показателей надежности локальных систем применяются:

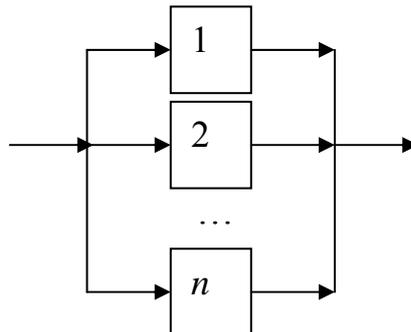
1. средняя наработка до отказа системы;
2. вероятность безотказной работы системы за заданное время;
3. коэффициент готовности;
4. коэффициент оперативной готовности;
5. параметр потока отказов.

Данные показатели применяются как при создании системы, так и при эксплуатации. Для расчета надежности систем используются структурные схемы. Структурная схема представляет собой графическое отображение элементов системы, позволяющие однозначно определить состояние системы (работоспособное, неработоспособное). Для многофункциональных схем АСУ ТП структурные схемы надежности составляются по каждой функции. Элементы структурной схемы могут соединяться:

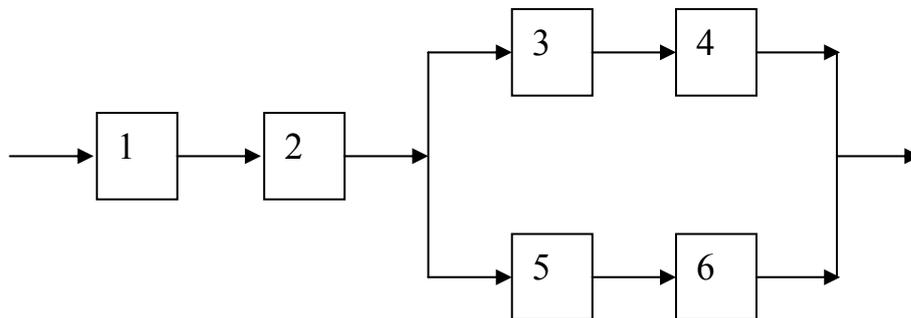
1. Параллельно



2. Последовательно.



3. Смешанное.



Если отказ элемента независимо от его назначения вызывает отказ системы, то этот элемент считается включенным последовательно.

Если отказ системы возникает при отказе всех или части однотипных элементов, то такие элементы соединяют параллельно.

Последовательное соединение называется основным, а параллельное соединение называется резервным.

Пример. Трех импульсная система регулирования уровня в барабане котла.

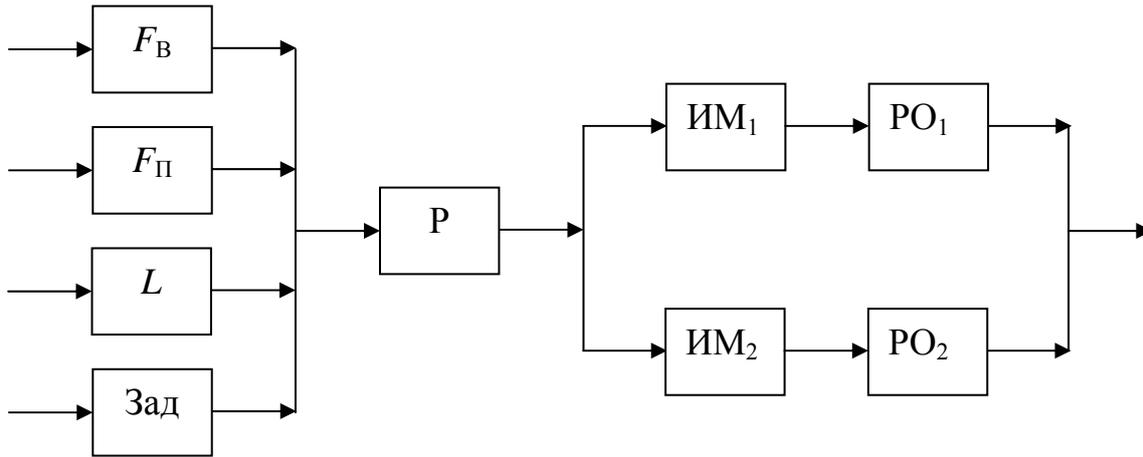


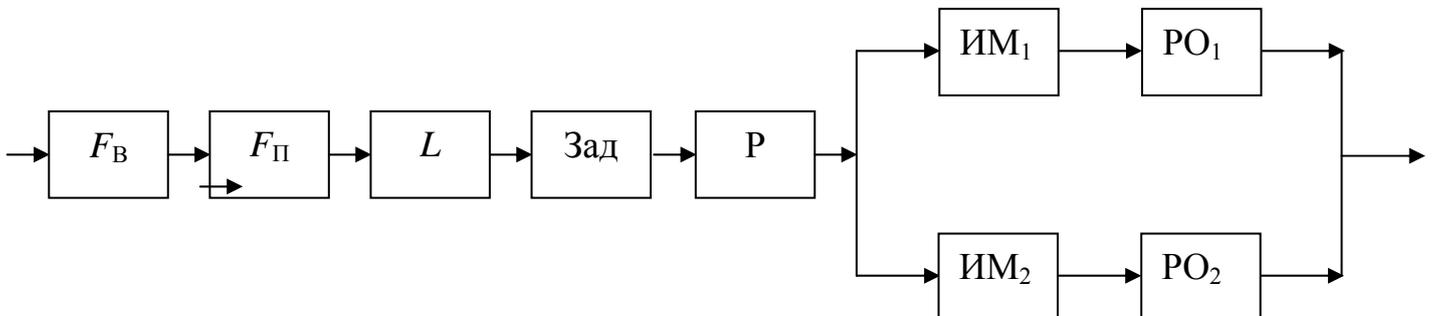
Рис. Функциональная схема трех импульсного регулирования уровня в барабане котла

где

|                                      |                |
|--------------------------------------|----------------|
| $F_B$ – расходомер питательной воды; | } три импульса |
| $F_{II}$ – расходомер пара;          |                |
| $L$ – уровень;                       |                |

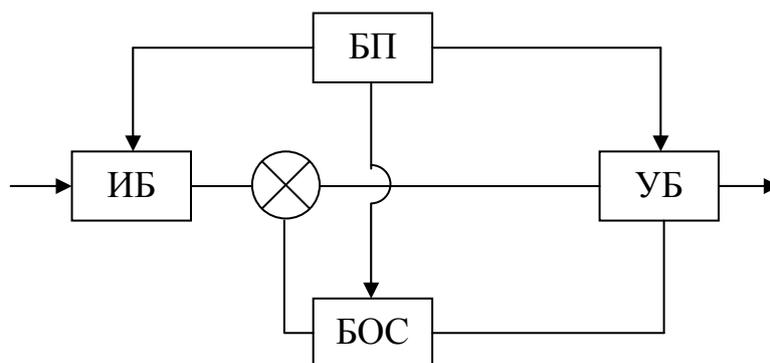
Зад – задатчик  
 P – регулятор;  
 ИМ<sub>1</sub>, ИМ<sub>2</sub> – исполнительный механизм;  
 РО<sub>1</sub>, РО<sub>2</sub> – регулирующий орган.

Структурная схема для расчета надежности этой системы:



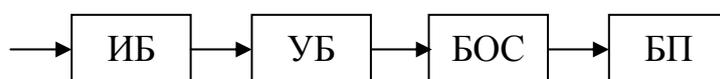
Особенность: Если хотя бы один вышел из строя или когда отказ одного ИМ и РО не приводит к отказу работы системы.

Аналогичная структурная схема для расчета надежности составляется и для технических средств. В этом случае в качестве элементов выступают блоки: измерительные, усиления, питания, регистрации и входящие в их состав механические элементы (редукторы рычажные передачи) и электромеханические (реле, двигатели, трансформаторы), радиоэлектронные элементы (резисторы, конденсаторы, интегральные схемы). В качестве примера рассматривается нормирующий преобразователь.



ИБ – измерительный блок; УБ – усилительный блок; БОС – блок обратной связи; БП – блок питания.

### Структурная схема расчета надежности



Для расчета надежности существуют руководящие технические указания, которые устанавливают аналитические методы расчета надежности комплекса технических средств АСУ ТП на этапе проектирования. Аналитические методы расчета надежности удастся получить для сравнительно простых систем, при этом вводится целый ряд упрощений в математическом описании характеристик систем и процессов. Для сложных восстанавливаемых систем АСУ ТП показатели надежности часто используется метод статистического (имитационного) моделирования.

Подбор показателей надежности для элементов систем представляет большие трудности т.к. для них отсутствует соответствующие показатели надежности. Например по запорной аппаратуре проводным и трубным линиям связи и для целого ряда других элементов.

Методы расчета надежности невосстанавливаемых систем. При расчете вероятности невосстанавливаемой работы средней наработки до возникновения отказа элемента системы рассматриваются как невосстанавливаемые. В этом случае если структура системы сводится к основному или резервному соединению элементов при условии, что работа одного из параллельно соединенных элементов обеспечивает работоспособное состояние системы, то используется классический метод расчета надежности. Для основного соединения элементов работоспособность системы обеспечивается работоспособностью каждого элемента. Поэтому вероятность безотказной работы системы будет равна:

$$P_c(t) = P_1(t) + P_2(t) + \dots + P_n(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t)$$

системы      1            2                    n  
                   элемента    элемента    элемента

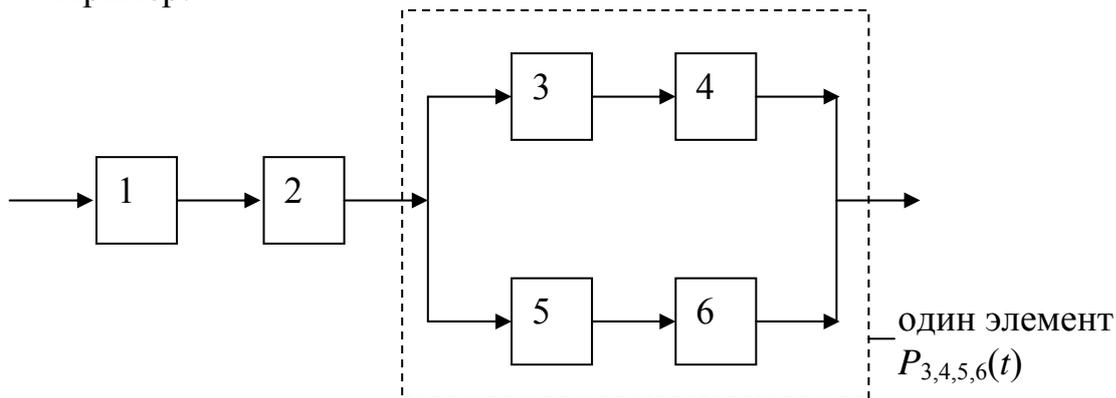
Для параллельно соединенных элементов при условии, что для работы системы достаточно одного из включенных параллельно элементов, отказ

системы является совместным событием, имеющим место при отказе всех параллельно включенных элементов. Вероятность отказа каждого из элементов равна:  $q_j(t) = 1 - P_j(t)$ . Тогда вероятность отказа системы:

$$Q_C(t) = q_1(t) \cdot q_2(t) \cdot \dots \cdot q_m(t) = \prod_{j=1}^m q_j(t).$$

Если структурная схема состоит из последовательного и параллельно соединенных элементов, то расчет её надежности можно проводить с использованием формул для определения надежности при параллельном и последовательном соединении элементов.

Пример:



$$P_C(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot P_{3,4,5,6}(t)$$

$$P_{3,4,5,6}(t) = 1 - [1 - P_3(t) \cdot P_4(t)] \cdot [1 - P_5(t) \cdot P_6(t)] = 1 - q_{3,4}(t) \cdot q_{5,6}(t).$$

Чтобы определить значение средней наработки системы до отказа и другие показатели надежности требуется знать закон распределения времени безотказной работы элементов системы (наработки до отказа).

На участке нормальной эксплуатации в качестве закона распределения времени безотказной работы элементов применяется экспоненциальный закон распределения.

Тогда для основного соединения (последовательного) будем иметь:  $P_i(t) = e^{-\lambda_i t}$ . Тогда для системы:  $P_C(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t}$ , где

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \lambda_C = \sum_{i=1}^n \lambda_i.$$

Вывод: при основном соединении элементов, имеющих экспоненциальный закон распределения времени закон наработки до отказа остается экспоненциальным.

$$F_C(t) = e^{-\lambda_C t},$$

$$f_C(t) = \lambda_C \cdot e^{-\lambda_C t},$$

$$\tau_C(t) = 1/\lambda_C,$$

$$\sigma_C(t) = 1/\lambda_C^2.$$

При резервном (параллельном) соединении  $m$  – элементов, имеющих экспоненциальный закон распределения времени безотказной работы, вероятность отказа параллельно включенных элементов равна:

$$Q_p(t) = (1 - e^{-\lambda_1 t}) \cdot (1 - e^{-\lambda_2 t}) \cdot \dots \cdot (1 - e^{-\lambda_m t}) = \prod_{j=1}^m (1 - e^{-\lambda_j t}) = \prod_{j=1}^m q_j,$$

$q_j$  – вероятность отказа.

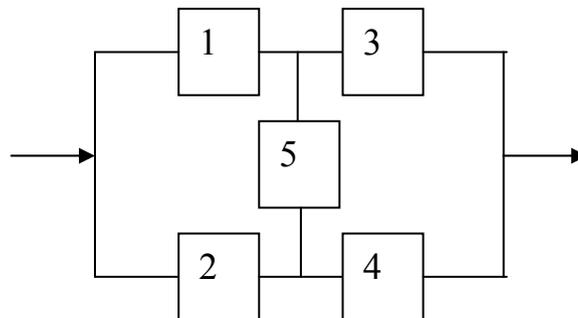
Если все элементы равнонадежны и при этом  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_j = \lambda$ , то

$Q_p(t) = (1 - e^{-\lambda t})^m$  (резервная система, т.е. параллельное включение элементов),

а  $P_p(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^m$ .

Таким образом, при резервном параллельном соединении экспоненциальный закон распределения вероятности безотказной работы не сохраняется. Такие методы надежности широко используются для оценки надежности локальных систем и элементов, входящих в их состав. На стадии проектирования данная методика используется для оценки вероятности безотказной работы  $P(t)$ .

В том случае, когда структурная схема не предусматривает собой последовательное соединение элементов, расчет надежности предусматривает определенные трудности. Примером такого соединения элементов система представляет мостиковую схему:



Для расчета таких систем ряд методов, один из которых метод перебора состояний.

### Виды резервирования

Различают следующие виды резервирования:

- 1) функциональное;
- 2) временное;
- 3) информационное;
- 4) структурное.

Функциональное резервирование это такое резервирование, когда различные системы и устройства выполняют близкие функции. Например,

контроль температуры перегретого пара на выходе из пароперегревателя. Она может быть определена 1) по показателям показывающего прибора; 2) вызов этого параметра на электронно-лучевой индикатор информационно измерительной системы.

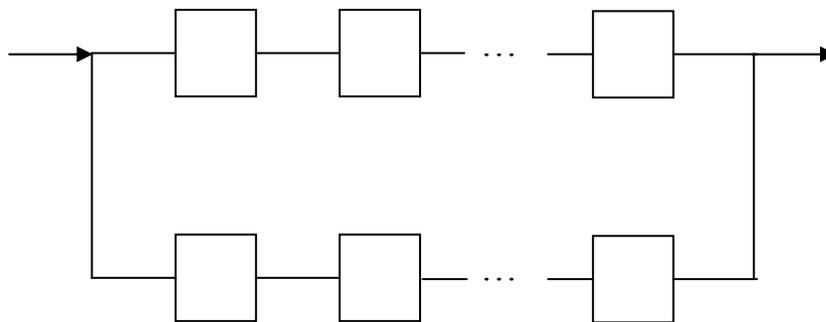
Временное заключается в том, что допускается перерыв функционирования системы или устройства из-за отказа элемента. пример кратковременный перерыв в подаче топлива не приведет к прекращению генерации пара из-за аккумуляции теплоты поверхности нагрева парогенератора.

Информационное связано с возможностью компенсации потери информации по одному каналу, информации по другому.

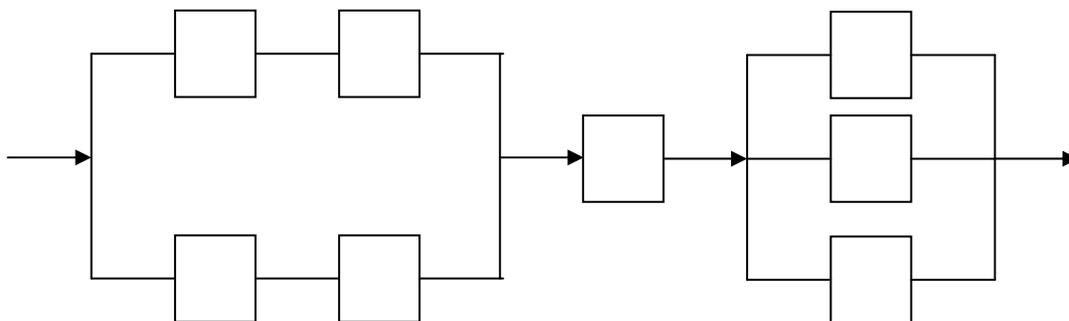
Структурное резервирование – за счет введения дополнительных элементов в структуру системы.

Различают:

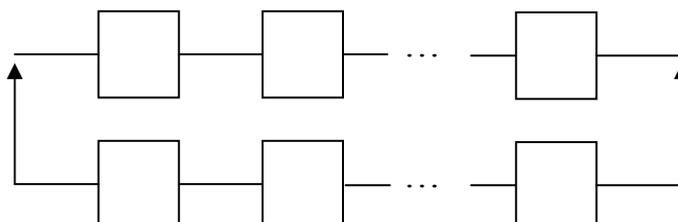
1) общее резервирование



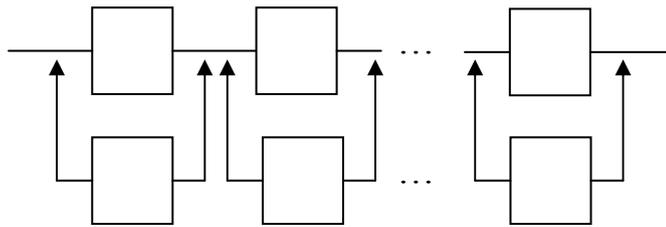
2) поэлементное резервирование



3) резервирование с замещением – общее (работает только при отключении основной цепи).



4) резервирование замещением по элементам.



При резервировании типа 3 и 4 необходимо проводить переключающие операции, поэтому оно называется активным. Для характеристики соотношения между общим числом однотипных элементов  $n$  и общим числом  $h$  необходимых для функционирования системы работающих элементов вводится понятие кратности резервирования  $K$ :

$$K = \frac{n - h}{h},$$

$K$  – количество элементов которые можно отключить при выходе системы из строя. Если  $h = 1$ , то  $K$  – целое число, если  $h > 1$  то  $K$  – дробное число, при этом дробь не сокращается  $\frac{10 - 5}{5} = \frac{5}{5}$ .

Структурное резервирование сопряжено с дополнительными затратами на резервные элементы. Поэтому они должны окупаться за счет надежности системы и снижение потерь за счёт её отказов. Для определения эффективности резервирования используются следующие показатели:

$$B_{\tau} = \frac{\tau_p}{\tau},$$

$$B_p = \frac{p_p}{p},$$

$$B_Q = \frac{Q}{Q_p}.$$

$B_{\tau}$  – выигрыш за счет повышения средней наработки до отказа резервированной системы;

$\tau_p$  – значение наработки до отказа резервированной системы;

$\tau$  – значение наработки до отказа нерезервированной системы;

$B_p$  – выигрыш за счет повышения вероятности безотказной работы;

$p_p$  – вероятность безотказной работы резервированной системы;

$p$  – вероятность безотказной работы нерезервированной системы;

$B_Q$  – выигрыш за счет снижения вероятности системы;

$Q_p$  – вероятность отказа резервированной системы;

$Q$  – вероятность отказа нерезервированной системы.

Резервирование эффективно, если значение показателей  $B_{\tau}, B_p, B_Q > 1$ .

Расчет надежности невосстанавливаемых систем  
с постоянным резервом

Общее постоянное резервирование с целой кратностью ( $h=1$  – один резервный элемент). Вероятность отказа  $Q_p$  (резервированной системы), параллельно работающих  $m$  элементов при  $h=1$  определяется выражением:

$$Q_p = q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_m,$$

$q$  – вероятность отказа.

Тогда для равновероятных элементов  $Q_p = q^m = q^{k+1} = q^{k+h}$  следует, что  $B_Q = \frac{q}{q^m} = \frac{Q}{Q_p} = \frac{q}{q^{k+1}} = \frac{1}{q^k}$ , где  $k$  – кратность резервирования.

Чем меньше вероятность отказа каждого из элементов, тем выше эффективность резервирования. Если  $q_1 = 0,1$ , а  $q_2 = 0,01$  и  $k=1$  (два элемента параллельно включены), тогда  $B_{Q1} = 10$  и  $B_{Q2} = 100$ .

Рассмотрим связь показателей надежности группы резервных элементов с кратностью резервирования  $k$  и длительностью работы элемента  $t$  при экспоненциальном законе распределения времени время безотказной работы, при условии что, интенсивность отказов каждого из элементов одинакова и равна  $\lambda$ , то элементы равно надежны. В этом случае:

$$\begin{aligned} Q_p(t) &= F_p(t) = (1 - e^{-\lambda t})^{k+1} = (1 - e^{-\lambda t})^m \\ P_p(t) &= 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{k+1}, \\ f_p(t) &= (k+1) \cdot \lambda \cdot (1 - e^{-\lambda t})^k \cdot e^{-\lambda t}, \\ \lambda_p(t) &= \frac{f_p(t)}{P_p(t)} = \frac{(k+1) \cdot \lambda \cdot (1 - e^{-\lambda t})^k \cdot e^{-\lambda t}}{1 - (1 - e^{-\lambda t})^{k+1}}. \end{aligned}$$

При  $\lim_{t \rightarrow 0} (\lambda(t)) = 0 \Rightarrow$  интенсивность отказа в начальный момент времени равна 0.

При  $\lim_{t \rightarrow \infty} (\lambda(t)) = \lambda = \frac{1}{\tau} \Rightarrow$  (резервированная система работает как единичный элемент),  $\tau$  – средняя наработка на отказ.

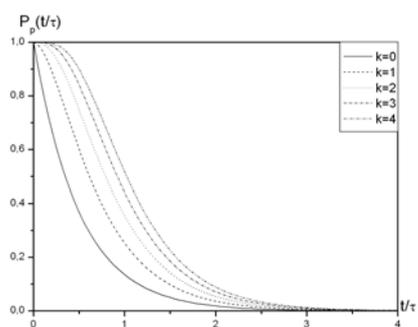


График зависимости вероятности безотказной работы в зависимости от кратности резервирования  $k$

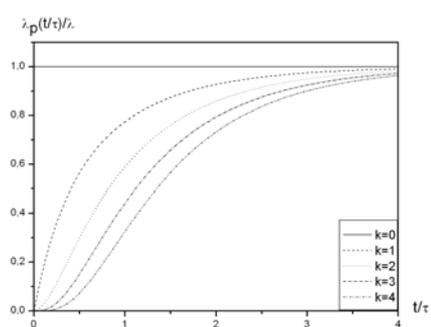


График зависимости интенсивности отказов в зависимости от кратности резервирования  $k$

Из графиков следует, что постоянная резервирования эффективна на начальном участке работы системы ( $t \leq \tau$ ). для группы резервированных элементов средняя наработка до отказа определяется:

$$\tau_p = \int_0^{\infty} P_p(t) dt = \int_0^{\infty} [1 - (1 - e^{-\lambda t})^{k+1}] dt.$$

Сделаем подстановку  $z = 1 - e^{-\lambda t}$ , следовательно  $\frac{dz}{dt} = \lambda \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow dt = \frac{dz}{\lambda \cdot (1 - z)}$ .

Под знаком интеграла получим  $(k + 1)$  членов геометрической прогрессии.

$$\tau_p = \frac{1}{\lambda} \int_0^1 \frac{1 - z^{k+1}}{1 - z} dz = \frac{1}{\lambda} \cdot \int_0^1 (1 + z + z^2 + \dots + z^k) dz = \frac{1}{\lambda} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k+1} \right) = \frac{1}{\bar{\tau}} \sum_{i=1}^{k+1} i.$$

где  $i$  – количество резервных элементов;  $\bar{\tau}$  – средняя наработка на отказ первого элемента.

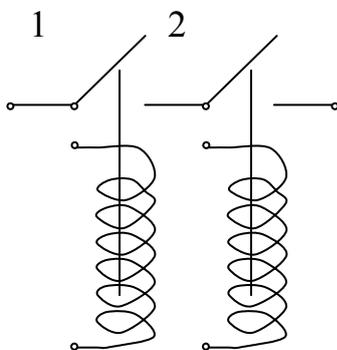
Выигрыш в средней наработке до отказа, получается путем введения параллельных элементов снижается по мере увеличения кратности резервирования. Так введение дополнительного одного элемента приводит к увеличению средней наработки до отказа на 50%.

### Резервирование двух плоских элементов

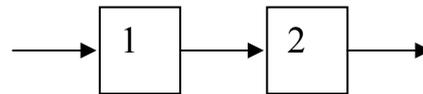
В большинстве случаев резервные элементы подключаются параллельно основному. Наиболее характерным в этом отношении является резервирование элементов при отказах типа обрыв и короткое замыкание. Для двухполюсных элементов релейного типа имеющих два возможных состояния: 1 и 0, этим отказам соответствует несрабатывание при наличии управляющего сигнала, а ложное срабатывание при отсутствии последнего. Соединение релейных элементов может быть последовательное и параллельное. Рассмотрим две схемы:

1) последовательное соединение

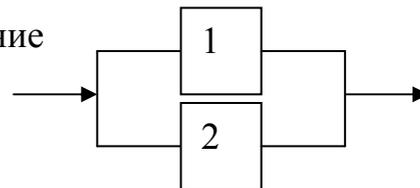
Схемы для расчета надежности:



а) обрыв

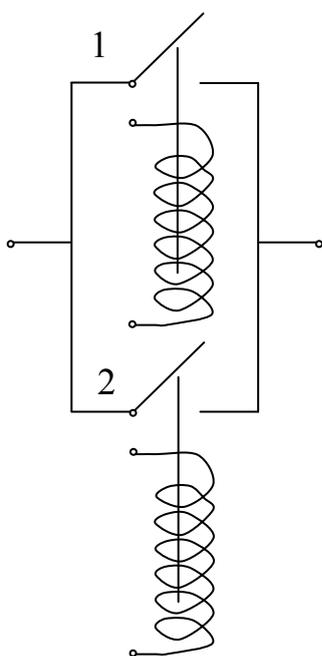


б) короткое замыкание

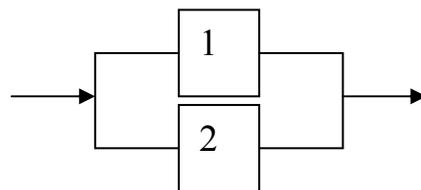


2) последовательное соединение

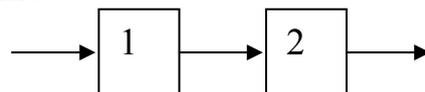
Схемы для расчета надежности:



а) обрыв



б) короткое замыкание



Резервирование с дробной кратностью

При резервировании с дробной кратностью система может функционировать, если из  $n$  – однотипных работающих параллельно элементов в работоспособном состоянии находятся  $r$  – элементов. Таким образом, система будет неработоспособна, если число неработающих элементов  $z \geq m = n - r + 1$ .

Пример:

$n = 5$  – число параллельных элементов;

$r = 2$  – число элементов, при котором система работоспособна.

Кратность резервирования:  $k = \frac{5-2}{2} = \frac{3}{2}$ .

Число  $z = 5 - 2 + 1 = 4$  (число элементов при, при которых работоспособна).  
 $n - r + 1$

Вывод: таким образом, при отказе 4 элементов из 5 система будет работоспособна.

Используя метод перебора состояний вероятность отказа будет равна:

$$Q = Q(z = m) + Q(z = m + 1) + \dots + Q(z = n).$$

Пример:

$n = 10$  – число параллельных элементов;

$r = 3$  – число элементов, при котором система работоспособна.

Система будет неработоспособна при  $m = n - r + 1 = 10 - 3 + 1 = 8$  отказавших элементов. Т.к.  $n = 10$ , то вычислим:  
 $m + 1 = n - r + 1 + 1 = 10 - 3 + 1 + 1 = 9$ ; и  $m + 2 = n - r + 1 + 2 = 10 - 3 + 1 + 2 = 10$ .

Тогда вероятность отказа системы  $Q = Q(z = 8) + Q(z = 9) + Q(z = 10)$ .

В каждом из состояний число работоспособных элементов равняется  $(n - z)$ , где  $z$  – число элементов которые вышли из строя.

Вероятность отказа для  $z$  отказавших элементов определяется следующим выражением:

$$Q_z = c_n^z \cdot q^z \cdot (1 - q)^{n-z} \text{ (для одного состояния)}$$

$$Q = \sum_{z=m}^n c_n^z \cdot q^z \cdot (1 - q)^{n-z} \text{ (для одного состояния)} \quad (A)$$

где  $c_n^z = \frac{n!}{z! \cdot (n - z)!}$  – число состояний из  $n$  элементов по  $z$  элементов.

Замечание:  $0! = 1$ , а также  $c_n^0 = c_n^n = 1$ .

При  $q \ll 1$  формула (A) может быть записана приближенно:

$$Q = c_n^m \cdot q^m \cdot (1 - q)^{n-m}.$$

Если закон распределения безотказной работы экспоненциальный и интенсивность отказа  $\lambda = const$ , тогда вероятность отказа системы запишется:

$$Q(t) = \sum_{z=m}^n c_n^z \cdot (1 - e^{-\lambda t})^z \cdot (e^{-\lambda t})^{n-z}.$$

Поскольку без резерва, система включает  $r$  – работающих элементов, то вероятность отказа исходной системы равна:

$$Q_{НСХ} = 1 - (1 - q)^r.$$

Пример: Система включает три параллельно работающих элемента ( $n = 3$ ). Система работает, когда работоспособны два элемента из трех ( $r = 2$ ). Вероятность отказа каждого из элементов примем 0,1 ( $q = 0,1$ ).

Определим кратность резервирования:  $k = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2}$ .

Определим число элементов, при котором система работоспособна:  $m = n - r + 1 = 3 - 2 + 1 = 2$ .

Тогда вероятность отказа этой системы с резервом:

$$Q = c_3^2 q^2 (1 - q) + c_3^3 q^3 (1 - q)^0.$$

$$c_3^2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = 3;$$

$$c_3^3 = \frac{3!}{3!(3-3)!} = 1.$$

$$Q = 3 \cdot 0.1^2 \cdot (1 - 0.1) + 0.1^3 = 0.027 + 0.001 = 0.028.$$

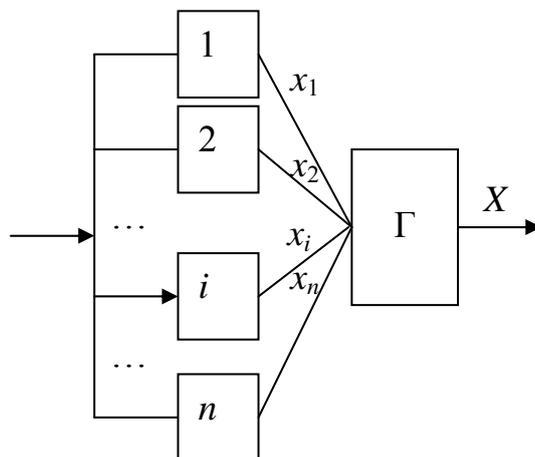
Тогда эффективность резервирования по отказу системы равняется:

$$B_{\varrho} = \frac{1 - (1 - q)^2}{3q^2 - 2q^3} = \frac{1 - 0.81}{0.028} = 6.8.$$

Т.е. при добавлении одного резервного элемента уменьшается вероятность отказа в  $6,8 \approx 7$  (раз).

### Резервирование голосованиями по большинству

Разновидностью постоянного резервирования с дробной кратностью является резервирование с голосованиями по большинству (мажоритарное). Структурная схема с голосованиями по большинству имеет вид.



В этой схеме всегда работает нечетное число элементов, т.е. (1, 2, 3 или 1 – 5, и т.п.)  $n$  – нечетное, их выходные сигналы поступают на вход элемента голосования  $\Gamma$  (Кворум-элемент). Выходной сигнал  $X$  образуется при большинстве сигналов, поступающих на его вход.

Обычно используется три элемента или пять элементов. Для работоспособности системы необходима правильная работа большинства элементов. Отказ системы наступает при значении  $z \geq m = \frac{n+1}{2}$ .

Вероятность отказа системы с голосованиями по большинству при  $n = 3$  и  $n = 5$  равновероятны или равнонадежны. По формуле (А) вероятность отказов для трех элементов:  $Q_3 = 3q^2 - 2q^3$ . Для трех элементов эффективность резервирования равна:  $B_Q = \frac{q}{3q^2 - 2q^3}$ .

Если  $q < 0,5$  (при  $q = 0,5$   $B_Q = 1$ ), резервирование эффективно, при  $q = 0,5$  надежность системы не изменяется и при  $q > 0,5$  резервирование не эффективно.

Данный тип резервирования широко применяется в системах защиты реакторов и теплотехнического оборудования.

Пример: система защиты повышения давления в барабане котла:

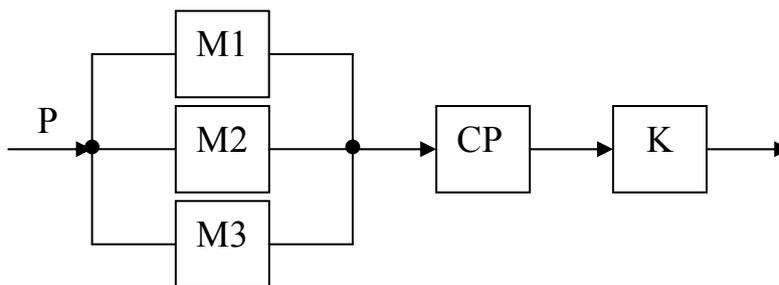


Рис. Структурная схема защиты от повышения давления в барабане котла

где  $P$  – давление в барабане котла;  $M1, M2, M3$  – электроконтактные манометры;  $CP$  – силовое реле;  $K$  – электрический клапан сброса давления.

Система защиты срабатывает при замыкании контакта любых двух манометров из трёх. В этом случае схема соединения контактов манометров имеет вид:

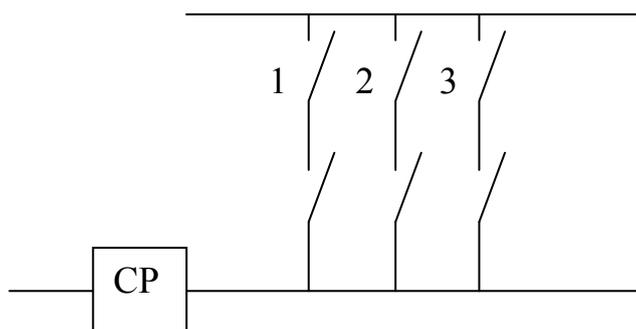


Схема соединения контактов электроконтактных манометров

Функционирует, если сломался не более одного!

Ток из обмотки силового реле протекает при замыкании любых двух пар контактов (например, 1 и 2 или 2 и 3 или 1 и 3). В данном случае не требуется специального кворум-элемента. Отказывание (ложное) срабатывание «несрабатывание» в системах возникает при соответствующих отказах двух манометров из трех, т.е. этот способ резервирования равнонадежен для любых видов отказа.

### Поэлементное резервирование

Надежность системы, содержащий группу элементов или отдельные элементы с поэлементным резервированием рассчитывают с использованием формул общего постоянного резервирования:

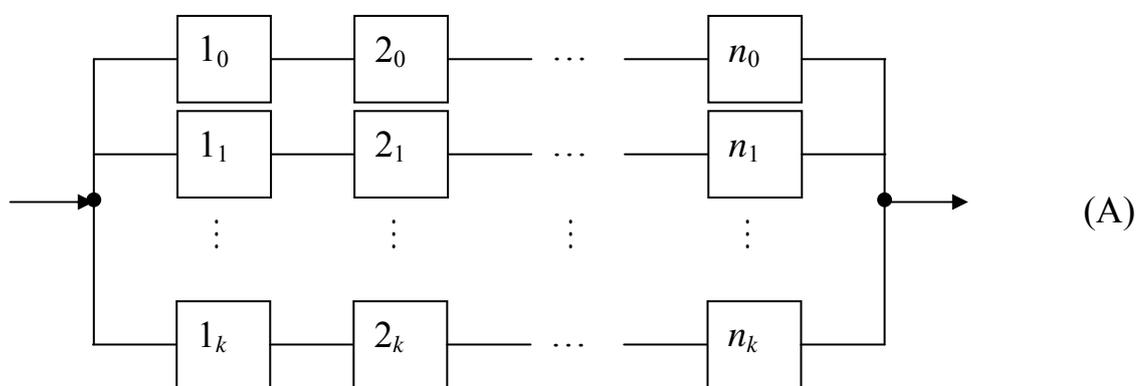


Схема общего резервирования

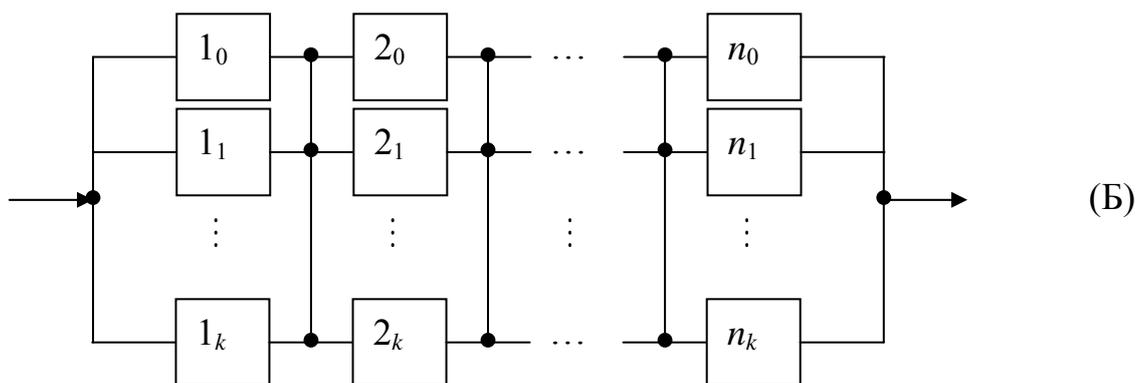


Схема поэлементного резервирования

Если система состоит из  $n$ -маленьких участков с поэлементным резервированием целой кратности  $k_i$ , то вероятность безотказной работы системы будет равна:

$$P = \prod_{i=1}^n P_i = \prod_{i=1}^n \left(1 - \prod_{j=0}^{k_i} q_{ij}\right),$$

$q_{ij}$  – вероятность отказа  $j$ -го элемента, входящей в  $i$ -й участок резервирования. Для сопоставления эффективности общего и поэлементного резервирования сравним вероятности отказа двух систем, выполняющих одинаковые  $n(k+1)$  число равнонадежных элементов.

Для схемы (А) общее резервирование системы состоит из  $n$ -элементов кратности  $k$ . Для схемы (Б) для каждого из  $n$ -элементов система имеет резервирование кратности  $k$ . Вероятность отказа системы с общим резервированием:

$$Q_{op} = \left[1 - (1 - q)^n\right]^{k+1},$$

где  $(1 - q) = P$ ;  $k$  – кратность резервирования.

Если принять, что  $q \ll 1$  и принимая, что  $(1 - q)^n \approx 1 - n \cdot q \Rightarrow Q_{op} = n^{k+1} \cdot q^{k+1}$ .

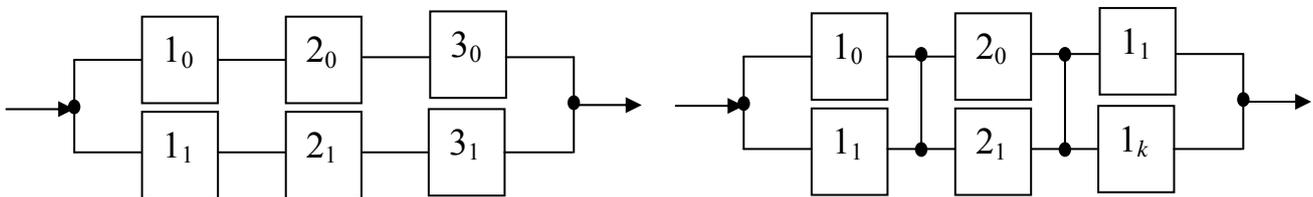
Поэлементное резервирование будет равно:  $Q_{np} = 1 - (q^{k+1})^n \approx n \cdot q^{k+1}$ .

Определим эффективность поэлементного резервирования по сравнению с общим:

$$B_Q = \frac{Q_{op}}{Q_{np}} = \frac{n^{k+1} \cdot q^{k+1}}{n \cdot q^{k+1}} = n^k.$$

Пример:

$n = 3; k = 1$



Общее резервирование

Поэлементное резервирование

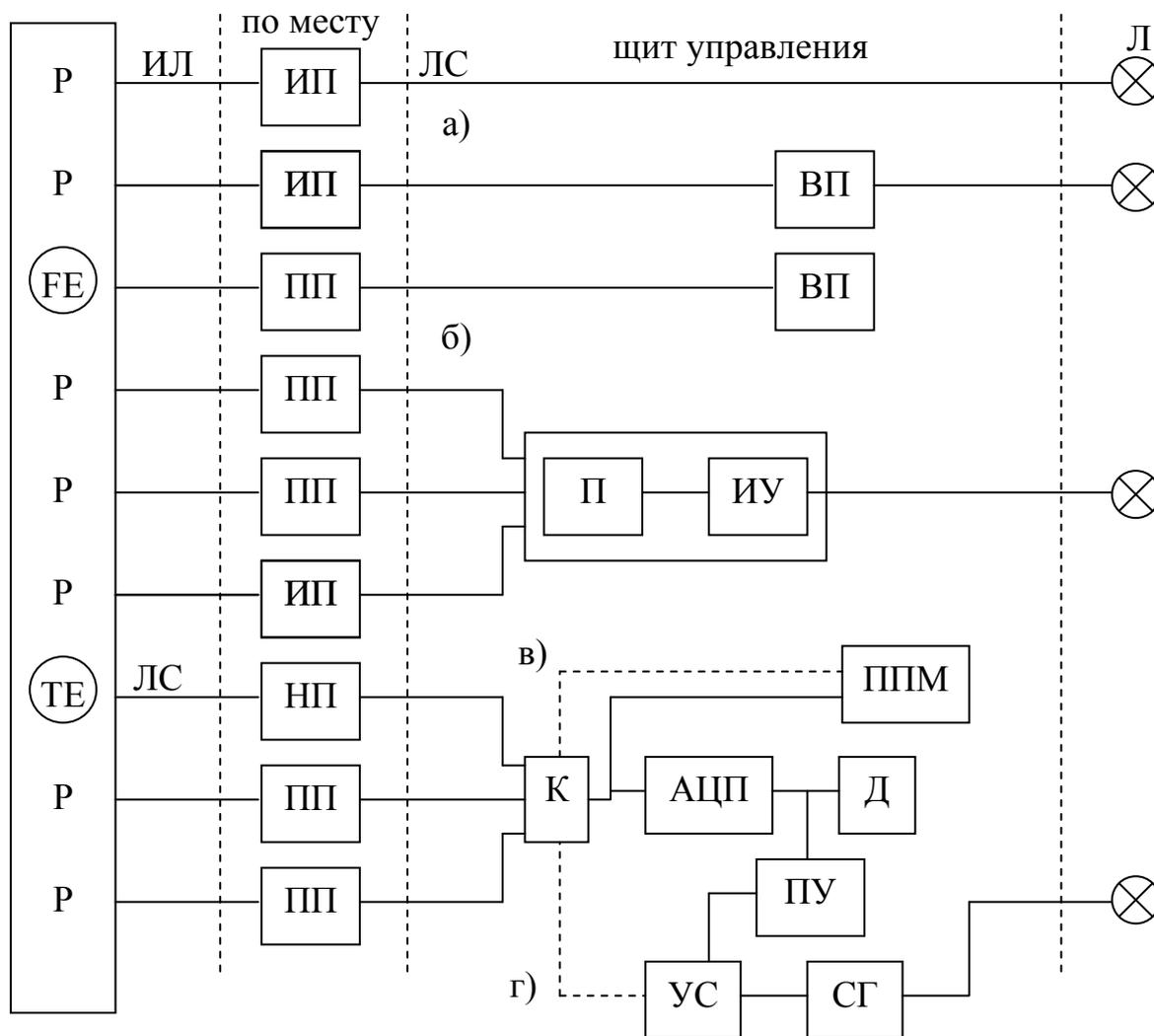
Таким образом,  $B_Q = 3^1 = 3$  – эффективность поэлементного резервирования.

С увеличением глубины  $n$  и кратности резервирования  $k$  эффективность поэлементного резервирования возрастает. Использование поэлементного резервирования сопряжено с увеличением дополнительно подключаемых

элементов, имеющих ограниченную надежность. В связи с этим имеется оптимальная глубина резервирования  $n_{\text{оптим}}$ , при превышении которой ( $n > n_{\text{оптим}}$ ), эффективность резервирования начинает снижаться.

### Расчет надежности каналов технологического контроля

Информационная измерительная подсистема (ИИП) является одной из основных в системе управления технологическими объектами любой сложности и глубины автоматизации. Для наиболее ответственных параметров, определяющих безаварийную работу, предусматривается резервирование измерительных цепей и использование информационной избыточности



Принципиальная схема ИИП

- ИП – измерительный прибор;
- ПП – первичный преобразователь;
- НП – нормирующий преобразователь;
- ИЛ – импульсные линии;
- ЛС – линии связи;

ВП – вторичный прибор;  
П – переключатель;  
ИУ – измерительное устройство;  
К – коммутатор;  
АЦП – аналого-цифровой преобразователь;  
ППМ – многоканальный потенциометр;  
Д – индикатор с периодической регистрацией и печатающим устройством;  
УС – устройство задаваемых уставов;  
ПУ – печатное устройство;  
СГ – устройство сигнализации;  
Р – давление;  
FE – расход;  
TE – термopара.

ИИП АСУ ТП выполняет ряд функций:

- 1) измерения;
- 2) расчет технико-экономических показателей;
- 3) регистрация аварийных ситуаций.

Измерительные каналы обычно выполняют простые функции.

Показателями надежности этих каналов могут быть:

1. с учетом восстановления средняя наработка на отказ;
2. (а) без учета восстановления вероятность безотказной работы за заданное время;  
(б) – средняя наработка до отказа.

В технических условиях на средства измерения (СИ) вводится вероятность безотказной работы за заданное время. Для СИ параметрами, определяющими их отказ, являются метрологические характеристики. Основная погрешность показаний, регистрация выходного сигнала. Изменение метрологических характеристик СИ может быть как внезапным, так и постепенным (параметрическим). Внезапным отказом являются, например, разрыв трубчатой пружины манометра, разрыв цепи электрического преобразователя ДМ (дифф. манометра) и подобное. К постепенным отказам относятся, например, изменение в течении времени характеристик термоэлектронных материалов и стирание кромки диафрагмы, покрытие кондуктометров слоем отложений. Такие отказы называют обычно метрологическими.

Метод оценки метрологической надежности системы измерения (СИ) рассмотрим на примере анализа изменения систематической погрешности во времени. Допустим, что для СИ определенного типа в момент начала эксплуатации систематическая погрешность распределена по нормальному закону распределения с заданными параметрами  $M[\Delta_C(0)], \sigma(\Delta_C(0))$ . Эти параметры лежат в поле допуска  $\pm\Delta_{\bar{A}}$ .

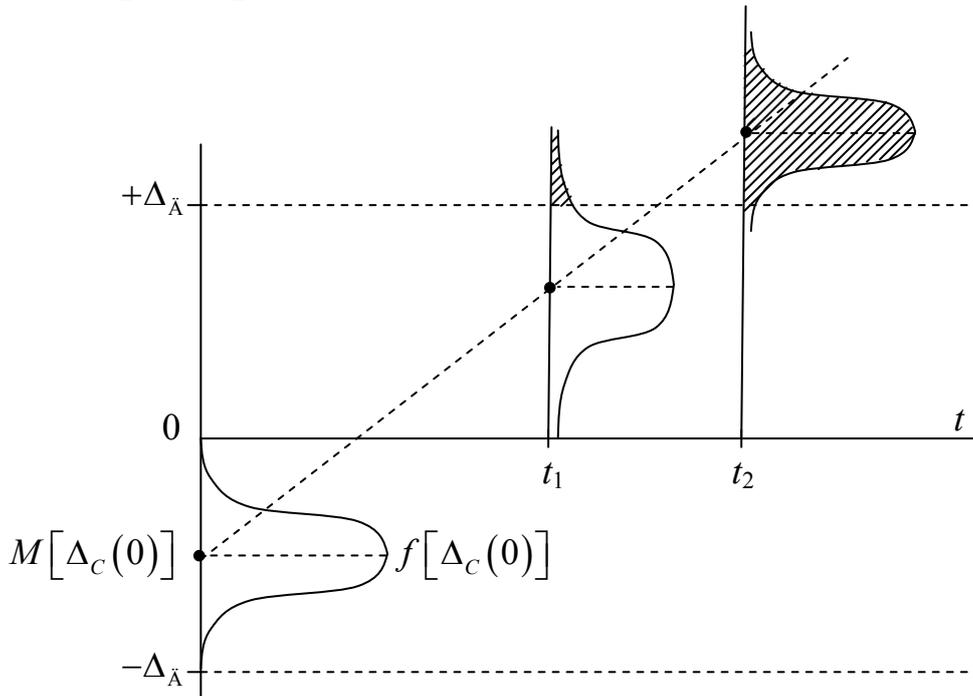


Рис. 1. График плотности распределения систематической погрешности СИ

С течением времени происходят изменения в систематической погрешности, при этом обычно возрастает её дисперсия. Примем, с определенными допущениями, что процесс изменения систематической погрешности  $\Delta_C(t)$  во времени описывается линейной функцией  $\Delta_C(t) = A + B \cdot t$ .

$A$  – математическое ожидание  $\Delta_C(0)$ , т.е.  $A = M[\Delta_C(0)]$ ,

$B$  – математическое ожидание  $\Delta_C(0)$ ,  $A = M\left[\frac{d\Delta_C(t)}{dt}\right]$ .

$A$  и  $B$  – случайные величины.

Тогда  $M[\Delta_C(t)] = M_A + M_B \cdot t$ .

Дисперсия  $D[\Delta_C(t)] = \sigma^2[\Delta_C(t)] = D_A + 2 \cdot K_{AB} \cdot t + t \cdot D_B$ .

где  $D_A = \sigma^2[\Delta_c(0)]$ ;  $D_B$  равна скорости изменения систематической погрешности  $\Delta_c(t)$ ;  $K_{AB}$  – коэффициент корреляции начального значения систематической погрешности и скорости её изменения во времени.

Коэффициент корреляции:

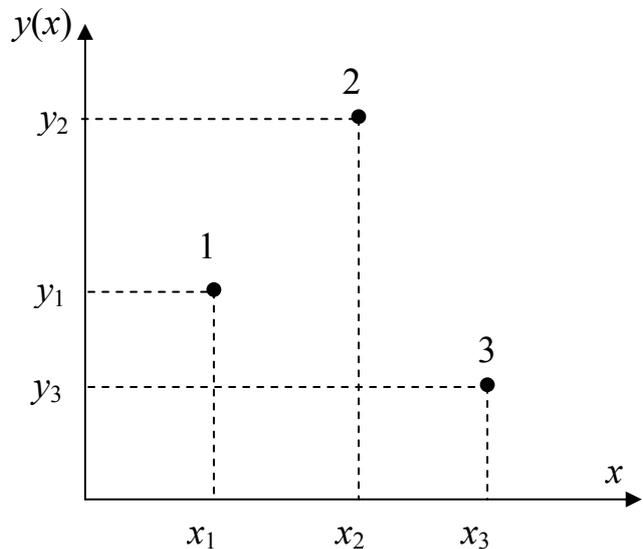
$y$  – величина зависящая от  $x$ ,

т.е.  $y = f(x)$ .

$x$  – вход,  $y$  – выход.

Вопрос: связаны точки 1–2 и 2–3 линейно? Для этого нужен коэффициент, характеризующий тесноту линейной связи между величинами  $x, y$ .

Если линейная функциональная тесная связь, то коэффициент корреляции равен единице ( $r = 1$ ), если нет то равен нулю ( $r = 0$ ). Его определяют с доверительной вероятностью, например  $P = 0.95$ .



Опр: Коэффициент корреляции двумерной выборки  $(x_1, y_1) \dots (x_n, y_n)$  или выборочным коэффициентом корреляции называется величина:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

В моменты времени  $t_1$  и  $t_2$  систематическая погрешность у части измерительных приборов превышает допустимый предел (заштрихованная область плотности распределения см. рис. 1.).

Относительная доля приборов, имеющих метрологический отказ, характеризует плотность под кривой плотности распределения выше верхней границы допуска (заштрихованная область). Тогда для каждого момента времени доля работоспособных приборов составляют следующее уравнение:

$$G(t) = \int_{-\Delta_g}^{\Delta_g} f(\Delta_c) d\Delta_c,$$

т.е. определяют заштрихованную площадь, откуда плотность распределения метрологического отказа равна:

$$f_M(t) = \frac{dG(t)}{dt}.$$

Пусть у СИ нормирована вероятность отказов внезапный  $q_B$  и метрологический  $q_M$ . Тогда вероятность безотказной работы СИ, состоящей в отсутствии обоих видов отказов и при их независимости будет равна:

$$P = P_B \cdot P_M = (1 - q_B)(1 - q_M) = 1 - q_B - q_M + q_B q_M.$$

Расчет показателей надежности СИ, измерительных комплексов и каналов может осуществляться по каждому из видов отказов, а также конкретным функциям ИС. Пусть имеется система состоящая из импульсной линии и показывающего прибора (система (а) из прошлой лекции). Тогда вероятность метрологического отказа будет равна:

$$Q_{\dot{E}\dot{E}}(t) = P_{\dot{E}\dot{E}}(t) \cdot q_{M\dot{E}I}(t),$$

где  $P_{\dot{E}\dot{E}}(t)$  – вероятность безотказной работы (импульсной линии),  $q_{M\dot{E}I}(t)$  – надежность измерительного прибора.

Примем, что вероятность одновременных отказов подводящей линии и прибора низка. В этом случае вероятность внезапного отказа будет равна для системы:

$$Q_B(t) = q_{B\dot{E}\dot{E}}(t) \cdot P_{B\dot{E}I}(t) + q_{B\dot{E}I}(t) \cdot P_{\dot{E}\dot{E}}(t),$$

где  $P_{B\dot{E}I}(t) = (1 - q_{B\dot{E}I}(t))$ .

Тогда вероятность безотказной работы ИП с импульсной линией будет равна:

$$P(t) = 1 - Q_B(t) = [1 - q_{B\dot{E}\dot{E}}(t)] \cdot [1 - q_{B\dot{E}I}(t)] - q_{M\dot{E}I}(t) + q_{B\dot{E}I}(t) \cdot q_{M\dot{E}I}(t).$$

Для измерительной системы случай (б) (см. прошлую лекцию) все элементы соединены последовательно, тогда вероятность возникновения метрологического и внезапного отказов, а также безотказной работы будут равны:

$$Q_{MK} = P_{\dot{E}\dot{E}}(t) \cdot P_{\dot{E}\dot{N}}(t) \cdot q_{M\dot{I}I}(t) + P_{\dot{E}\dot{E}}(t) \cdot P_{\dot{I}I}(t) \cdot q_{M\dot{A}I}(t).$$

$$Q_{BK} = q_{B\dot{E}\dot{E}}(t) \cdot P_{B\dot{I}I}(t) \cdot P_{B\dot{E}\dot{N}}(t) \cdot P_{B\dot{B}I}(t) +$$

$$+ P_{B\dot{E}I}(t) \cdot q_{B\dot{I}I}(t) \cdot P_{\dot{E}\dot{N}}(t) \cdot P_{B\dot{B}I}(t) +$$

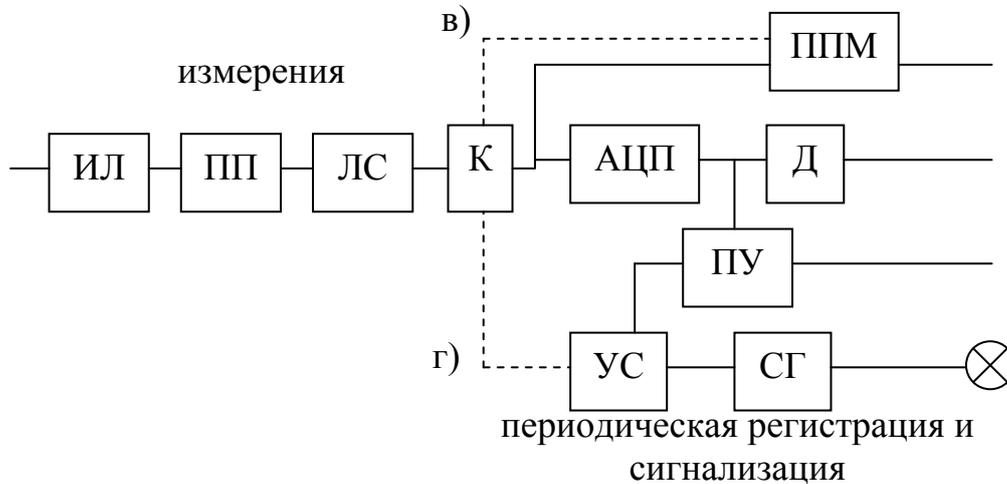
$$+ P_{\dot{E}\dot{E}}(t) \cdot P_{B\dot{B}I}(t) \cdot q_{B\dot{E}\dot{N}}(t) \cdot P_{B\dot{B}I}(t) +$$

$$+ P_{\dot{E}\dot{E}}(t) \cdot P_{B\dot{I}I}(t) \cdot P_{\dot{E}\dot{N}}(t) \cdot q_{B\dot{B}I}(t).$$

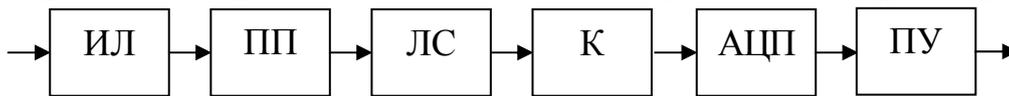
$$P_K = 1 - Q_{BK} - Q_{MK} + Q_{MK} \cdot Q_{BK}$$

где индекс: К – комплекса; М – метрологического; ЛС – линия связи; ПП – первичный прибор, ВП – вторичный прибор, В – внезапного.

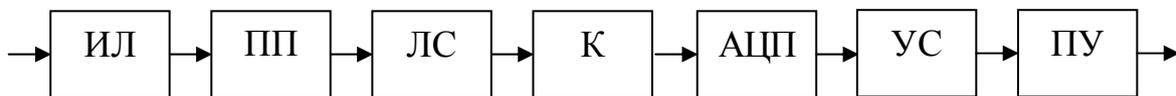
Вероятность системы или комплекса по функциям. Рассмотрим измерительные системы по расчету надежности по функциям.



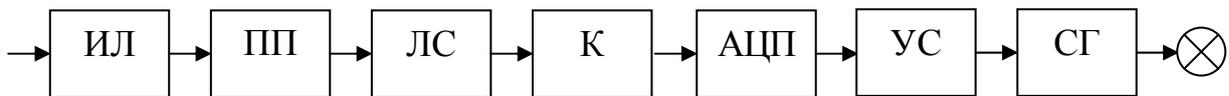
Начертим схему расчета надежности для периодической регистрации.



Начертим схему расчета надежности для регистрации аварийных отключений.



Начертим схему расчета надежности для сигнализации аварийных отключений.



По данным схемам можно рассчитать вероятность безотказной работы и вероятность отказов по каждой из функций.

### Расчет надежности систем регулирования

Локальные автоматические системы регулирования (АСР) предназначены для поддержания технологических параметров в требуемых пределах. Эти системы относятся к одноконтурным АСР.

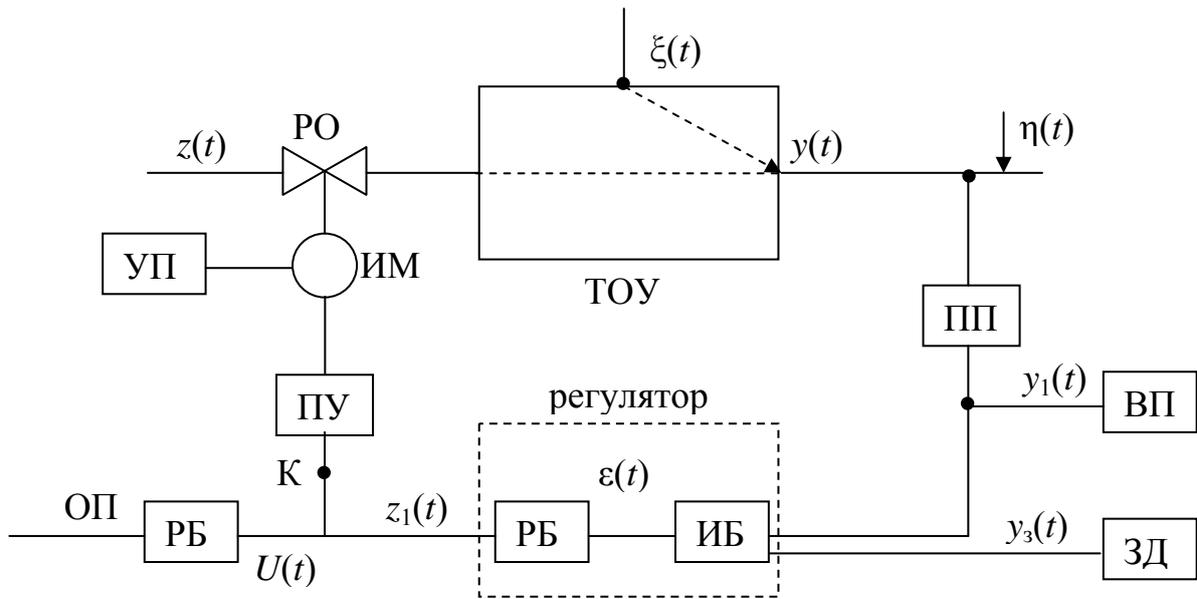
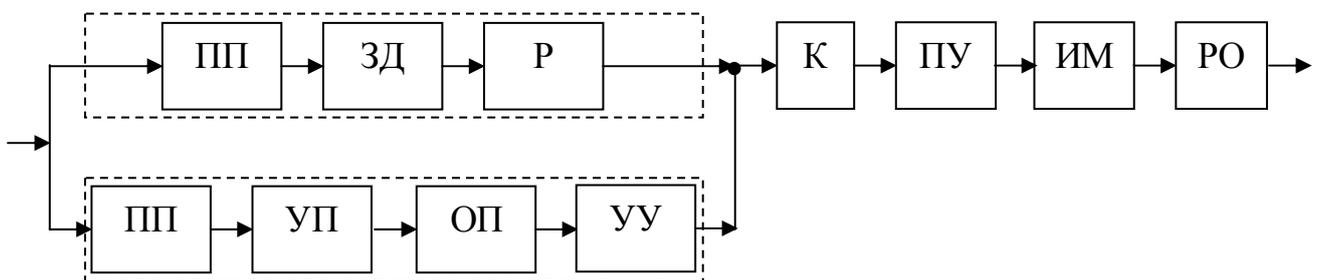


Рис. 1. Структурная схема одноконтурной АСР

где ТОУ – технологический объект управления; ПП – первичный преобразователь; ЗД – задатчик; ИБ – измерительный блок регулятора; РБ – регулирующий блок регулятора; Р – регулятор; ПУ – пусковое устройство; К – ключ переключателя режима работы системы с ручного на автоматический и наоборот; УП – указатель положения; ИМ – исполнительный механизм; ОП – оператор;  $y(t)$  – значение регулируемого параметра;  $z(t)$ ,  $\xi(t)$ ,  $\eta(t)$  – возмущающее воздействие;  $\varepsilon(t)$  – ошибка регулирования;  $y_3(t)$  – сигнал от ЗД;  $z_1(t)$  – регулирующее воздействие;  $U(t)$  – управляющее воздействие; значение регулируемого параметра после ПП; РО – регулирующий орган; УУ – управляющее устройство.

Схема для расчета надежности:

автоматическое управление



ручное управление

Локальные АСР выполняют одну простую функцию АСУ ТП, обычно непрерывную. Показатели надежности таких систем служат:

1. с учетом восстановления – средняя наработка на отказ;
2. без учета восстановления вероятность безотказной работы за заданное время и средняя наработка на отказ.

Элементы системы регулирования могут быть разделены на три группы: 1) информационная; 2) управляющая; 3) исполнительная.

Информационная группа собирает информацию о значении параметров ТОО. Она состоит из первичных и нормирующих преобразователей функциональных преобразователей и датчиков положения.

В управляющей части сигнала информационной части преобразуются в соответствии с используемым алгоритмом управления в сигналы-команды.

Управляющая группа включает в себя аналоговые и импульсные регулирующие блоки, блоки статического преобразования сигнала, исполнительная часть воспринимает сигналы-команды управляющей части, преобразуя их в изменение регулирующего воздействия. Она содержит усилители мощности, пускатели, исполняющие механизмы с регулирующими органами.

АСР подвергается, как внезапным, так и параметрическим отказам. Внезапные отказы АСР вызваны отказами её элементов, которые состоят: 1) ложное срабатывание; 2) несрабатывание; 3) сохранение включенного состояния при снятии командующего сигнала.

Параметрический отказ приводит к ухудшению качества функционирования системы. Они устраняются путем изменения параметров настройки Р.

Рассмотрим расчет надежности АСР, представленной на рис. 1. Резервирование действие оператора учитывать не будем. Отказы вида “несрабатывания” обозначим через 01, ложное – 02, сохранение – 03. отказы первых двух видов могут вызываться отказами ПП (первичного преобразователя), связанными с отказами импульсных линий уравнивающих сосудов, экспериментальных линий связи, чувствительного элемента и электрического преобразователя дифманометра, потерей напряжения.

У РО отказ 01 связан с заклиниванием штока; 02 – с самопроизвольным изменением расхода, обусловленный засорением проходного отверстия, разрушением контактов.

У ИМ 01 может произойти из-за отказа двигателя или концевых выключателей.

| Виды внезапных отказов АСР   | Виды отказов элементов |    |    |    |    |    |     |
|--|------------------------|----|----|----|----|----|-----|
|  | ПП                     | ЗД | Р  | К  | ПУ | ИМ | РОУ |
| Отсутствие изменения регулирующего воздействия при отклонении параметров         | 1                      | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7   |
|  | 01                     | 01 | 01 | 01 | 01 | 01 | 01  |
| Ложное изменение регулирующего воздействия при отсутствии отключенных параметров | 02                     | 02 | 02 | 02 | 02 | –  | 02  |
| Сохранение включенного состояния после устранения отключенных параметров         | –                      | –  | 03 | –  | 03 | –  | 03  |

Вероятность безотказной работы АСР по внезапным отказам рассчитывается по формуле при заданных  $Q_1(t)$ ,  $Q_2(t)$ ,  $Q_3(t)$ .

Тогда надежность системы по внезапным отказам запишется в следующем виде:

$$P_B(t) = 1 - Q_1(t) - Q_2(t) - Q_3(t) + Q_1(t) \cdot Q_2(t) + \\ + Q_2(t) \cdot Q_3(t) + Q_1(t) \cdot Q_3(t) - Q_1(t) \cdot Q_2(t) \cdot Q_3(t).$$

Реализация функции систем возможно при наличии электрического питания, подаваемого от сети собственных нужд электростанции. Сеть собственных нужд разделяется на сети трёх категорий. В сети первой категории подключается система управления и защиты реакторов, большинство защит и устройств АСР, технологические и дозиметрические измерительные приборы. Непрерывность питания которых не должна превышать одной секунды. Для второй категории перерыв питания не должен превышать трёх минут. Сетям третьей категории жестких требований к надежности не предъявляются. Для надежности сетей первой и второй категории питание осуществляют от трёх источников:

1. трансформаторов, подключенных к шинам деаэраторов;
2. пуск резервного трансформатора подключаемого к энергосистеме;
3. генераторы собственных нужд.

При авариях в системе энергоснабжения используют аккумуляторные батареи, которые имеют время разрядки до 30 минут. В течении этого времени включается дизель генератора, имеющий время запуска  $0,5 \div 2$  минут.

#### Расчет надежности локальных систем с учетом восстановления

Восстанавливаемые системы входят в состав в различных систем: контроля, дистанционного управления, защиты, системы регулирования. Все эти системы после отказа восстанавливаются или заменяются исправными резервными элементами. Процесс восстановления работоспособного состояния системы после отказа и отключения складывается из:

1. поиска неисправного элемента.
2. восстановления элемента или замена его резервным.

Функция восстановительной системы складывается из случайных периодов работы системы и её восстановления. Для таких систем процесс работы описывается интегро-дифференциальными уравнениями надежности.

Сложность интегрирования в интегро-дифференциальных уравнениях обусловлено использованием для анализа надежности восстанавливаемых систем ряд других методов:

1. метод переходных вероятностей;
2. метод переходных интенсивностей.

Метод переходных вероятностей применяется при произвольных функциях распределения безотказной работы и восстановления. В этом методе надежность системы анализируют путем дискретизации времени заданием времени заданием на каждом интервале вероятностей перехода системы из одного состояния в другое.

Метод переходных интенсивностей состоит в том, что используется экспоненциальное распределение для описания процесса восстановления

можно при ординарных независимых отказах представить анализ системы в виде Марковских систем с непрерывным временем, для решения используют систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

### Надежность системы с невосстанавливаемыми элементами, резервируемыми замещением

Системы, у которых отказавшие элементы мгновенно заменяются исправными (резервирование замещением), занимают промежуточное положение между восстанавливаемыми и невосстанавливаемыми системами. Обычно эти системы при расчете надежности относят к невосстанавливаемым системам. Расчет надежности таких систем проводится методом переходных интенсификаций, который используется в основном для анализа восстановительных систем. Рассматриваются следующие задачи расчета надежности систем с резервированным замещением:

1. общее резервирование с мгновенным замещением (быстрое восстановление отказавшего элемента исправным);
  - 1.1 нагруженный резерв;
  - 2.2 ненагруженный резерв;
2. поэлементное резервирование;
3. скользящее резервирование (такая система резервирования, когда локальная система включает несколько однотипных элементов и резервирование элементов могут быть общими).

Скользящее резервирование является разновидностью резервирования замещениями с дробной кратностью.

### Расчет надежности функций АСУТП Надежность функций реализующих управление вычислительными комплексами

Центральные и наиболее сложные части АСУ ТП энергоблоков ТЭС, АЭС являются управляемые вычислительные комплексы (УВК). Надежность функций возложенных на УВК, зависит как от надежности самого УВК, так и других компонентов, входящих в АСУ ТП. Надежность УВК определяется его структурой, надежностью входящих в комплекс средств и программного обеспечения. Технические средства УВК и программное обеспечение (ПО) являются восстанавливаемыми элементами, поэтому показатели ремонтпригодности, восстанавливаемости, исполнительности ПО не менее важна, чем показатели безотказности. Вычислительных комплексов (ВК) показывает, что рассчитывание по показателям безотказности элементов интенсивность отказов ВК не совпадает с реальной.

Расчет надежности ВК с помощью рассмотренных ранее методов позволяет выявить наименее надежные элементы и принять аппаратные и программные меры по повышению надежности. Для повышения надежности УВК проектирование с использованием двух ЭВМ. Одна ЭВМ выполняет

основные расчеты, а другая второстепенные, т.е. вторая ЭВМ фактически находится в состоянии нагруженного резерва (при отказе основной машины, резервная переходит к выполнению основных расчетов).

Важным моментом обеспечения надежности функционирования ВК является создание требуемых условий его эксплуатации. Например, независимый контур зацепления, специальное покрытие корпуса, чтобы исключить возможность скопления электрических и статических зарядов.

### Надежность программного обеспечения

Наличие многочисленных управляемых комплексов разветвленной сети периферийных устройств связанные с объектом и вышестоящими системами управления, обуславливает усложнение всех составляющих ПО. В настоящее время не существует методов создания безошибочных программ. Поэтому ошибки в программах наравне с отказами технических средств служат источником системных отказов. Случайный характер ошибок ПО даёт возможность говорить об отказе, как о случайных событиях. Нужно отметить, что отказы ПО имеют ряд особенностей. Источником ошибок ПО являются:

1. логические ошибки в проекте;
2. неправильное кодирование;
3. ошибки при наладки программ.

Эти ошибки приводят к возникновению искажению двух видов:

1. необесценивающих;
2. обесценивающих.

Необесценивающие искажения приводят к появлению ошибок, в среднем маловлияющих на результаты расчетов. Обесценивающие или частично обесценивающая искажается приводит к заикливанию, останову выполнения программы, снижению темпа решения задач из-за перегрузки ВК или потерей накопленной информации об управляемом процессе, нарушения последовательности прохождения программ, пропуску программ обработки искаженных сигналов.

Испытание разработанных программ не позволяют проверить выполнение всех функций ВК при различных наборах данных и управляющих воздействий. Поэтому после проведения испытаний часть ошибок ПО остается не выявленными. Качество проектирования программ характеризуется отношением числа ошибок к общему числу команд. Эти отношение лежит в пределах  $10^{-2} \div 10^{-4}$ . При одном и том же числе ошибок в ПО число вызванных ими отказов может меняться в широких пределах. К важным показаний надежности ПО относятся характерная его приспособленность к локализации программных отказов и устранению ошибок; данные по этим показаниям практически не имеются.

### Модели надежности ПО

В настоящее время отсутствуют стандартные методы расчета надежности ПО. Имеется несколько экспериментальных и теоретических методов, прогнозирующих надежность ПО по результатам испытаний. В основе этих методов лежит ряд допущений. Все эти методы сложны.

#### Имитационное моделирование

Имитационное моделирование на ЭВМ процесса функционирования АСУ ТП и её подсистем позволяет получить численное решение задачи, при этом на законе распределения вероятности, безотказной работы и восстановления не накладывается никаких ограничений. Этот метод состоит в том, что проводится ряд случайных испытаний вероятностной модели исследуемой системы. В результате получают совокупность случайных процессов изменения состояний процесса, затем полученные результаты обрабатываются статистическим методом. В имитационном моделировании, моделируются случайные события, случайные величины с заданным законом распределения.

#### Принципы обеспечения программной надежности АСУ ТП

Построение надежных АСУ ТП включает комплекс мер, направленных на защиту её от случайных или преднамеренных воздействий, которые могут повлечь нарушения запрограммированного процесса управления. Комплекс мер состоит из правовых норм, морально-этических норм, административно-организационных мер, программно-технических средств.

1. Правовые нормы базируются на законах, указах, нормативных актах, регламентирующих право обращения с информацией и определенных мер ответственности за их нарушения.

2. Морально-этические нормы – характеризуют нормы поведения обслуживающего персонала, которые традиционно сложились в обществе.

3. Административно-организационные меры связанные с подбором и подготовкой обслуживающего персонала, пропускающим режимом, организацией хранения, учета и использования документации, физическим ограничением на перемещение персонала в пределах данного предприятия (кодовые замки, блокировка).

4. Программно-технические средства связаны с шифровальным информационными, идентификацией пользователей АСУ ТП, контролем целостности информации, регистрацией и анализом событий в АСУ ТП.

Программно технические средства защиты могут иметь пять уровней:

1. Операционная система позволяет осуществлять защиту информации, индивидуальному пользованию персонального компьютера на базе её традиционных выполняемых программ;

2. АСУ ТП имеет только системы идентификации, аутентификации пользователей (установление пользователей). Эти системы ограничивают доступ АСУ ТП случайных и незаконных пользователей.

3. Обеспечивает шифрование данных (защита информации на дисках). Шифрование может осуществляться на уровне файла диска (архиватора), на уровне всего диска.

4. Обеспечивает шифрование информации, передаваемой по каналам сети. Шифрование может быть начальным всей информации включая служебную и конечным для шифрования конфиденциальной информации, но не служебной.

5. Проводят опознание, как автора, так и самой передаваемой информации (текста) за счёт использования кода.

### Программная надежность АСУ, построенная на базе ПК

При работе на ПК и использовании его либо в качестве управляемого устройства АСУ ТП, либо в качестве устройства обмена информации в локальной вычислительной сети, либо в качестве устройства временного или постоянного хранения информации необходимо соблюдать простые, но иногда достаточно эффективные меры защиты информации или использованию ПО.

К таким мерам можно отнести:

1. временную блокировку монитора компьютера;
2. использование носителей для длительного хранения информации;
3. резервное копирование информации;
4. очистка корзины и меню документа;
5. очистка дисков от удаленных файлов;
6. диагностика сохранности информации;
7. защита информации от случайного изменения;
8. защита информации паролем.

**Техническая диагностика АСУ  
Алгоритмы и методы диагностирования**

Одним из важнейших средств обеспечения и поддержания надежности АСУ является техническая диагностика. Под технической диагностикой понимается область знаний, разрабатываемые методы и средства поиска отклонений в режимах работы или состояния автоматизированной системы; обнаружения и устранения дефектов в системах.

При диагностировании необходимо определять прежде всего техническое состояние системы в данный момент времени. Это означает, что нужно проверить исправность и работоспособность правильности функционирования системы, т.е. определить находится ли значение параметров в требуемых пределах, т.е. система не отказала и правильно выполняет функцию или обнаружить дефекты, нарушения, исправность работы, правильность функционирования системы. Основную цель диагностирования АСУ можно сформулировать следующим образом – необходимо оценить выходные параметры системы и выявить причины их отклонения от заданных значений, при этом необходимо учитывать весь диапазон режимов работы системы и условий её эксплуатации, и также изменение выходных параметров во времени (параметрическая надежность). Различают тестовое и функциональное диагностирование. Тестовое диагностирование позволяет проверить техническое состояние системы по тестовому воздействию на неё. По тесту проверяются параметры системы и её элементов и причины их отклонения от заданных значений. Функциональное диагностирование позволяет определить техническое состояние системы или её элементов по рабочему воздействию на неё. Рабочее воздействие контролирует исполнение системой заданной функции при заданных параметрах и выявить причины нарушения её функционирования. Тестирование и функциональное диагностирование выполняется по алгоритму диагностирования. Алгоритм диагностирования – это совокупность элементарных проверок в контрольных точках системы и правил, установленных последовательность их проведения, а также анализ результатов этих проверок, по которым можно определить исправное, работоспособное или состояние правильного функционирования и уметь отличать дефекты от неисправного состояния. В алгоритмах тестового диагностирования контрольные точки определены предварительно и они одинаковы для всех проверок и подбирается только тестовое воздействие. В алгоритмах функционального диагностирования предварительно определены входные воздействия, а выбору подлежат контрольные точки.

При проведении различных элементарных проверок могут требоваться различные затраты на их реализацию. Эти проверки могут давать разную информацию о техническом состоянии системы. Одни и те же элементарные проверки могут быть реализованы в различной последовательности, т.е. для

решения даже одной задачи диагностирования можно построить несколько алгоритмов. Таким образом, встаёт вопрос запаса разработки оптимальных алгоритмов диагностирования, при которых затраты на их реализацию будут уменьшены.

Эффективность диагностирования оценивается качеством алгоритмов диагностирования и качеством средств диагностирования. Средства диагностирования разделяют на программные и аппаратные, а также внешние конструктивно выполненные отдельно от системы, и встроенные, являются составной частью системы. Ручными автоматизированным (с участием оператора) и автоматическими, специализированными, универсальными.

Методы диагностирования АСУ определяются различными факторами, выбора объекта диагностирования, узла, блока, элемента и т.п. Используются диагностирующие параметры: временные, силовые, электрические, виброакустические и другие в зависимости от используемых средств диагностирования. Широко применяется при диагностировании метод контрольных осциллограмм. Метод основан на использовании графиков функций различных параметров во времени, по которым оценивается техническое состояние и работоспособность определенных узлов и системы в целом. Суть метода, заключается в следующем, составляют диагностирующую модель, определяют диагностическую ценность разных параметров, оценивают трудоёмкость использования параметров для диагностирования, предварительно определяют диагностирующие параметры, экспериментально проверяют чувствительность к дефектам и диагностическую ценность параметров. Выбирают основные диагностирующие параметры для контрольной осциллограммы; определяют внешний вид и характерные особенности кривых выбранных параметров, амплитудные значения и допустимые пределы для кривых основных элементов. Составляют и экспериментально проверяют контрольные осциллограммы, выявляют взаимосвязь между характерными признаками кривых и состоянии объединенных объектов, накапливают и расшифровывают дефекты, составляют диагностические карты и инструкции для выполнения диагностирования. Метод контрольных осциллограмм может быть реализован как средствами приборной диагностики, так и с помощью ЭВМ в автоматическом режиме. Использовать метод целесообразно также на специальных испытательных стендах для контроля качества исследуемых механизмов и узлов и условий эксплуатации. Эффективность процессов диагностирования во многом определяется программными средствами системы