

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7

ПРИБЛИЖЕННОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

1. Цель работы

Целью работы является изучение метода статистических испытаний (метода Монте-Карло) на примере вычисления площади фигуры и получение навыков в использовании встроенных функций генерации случайных чисел на Паскале.

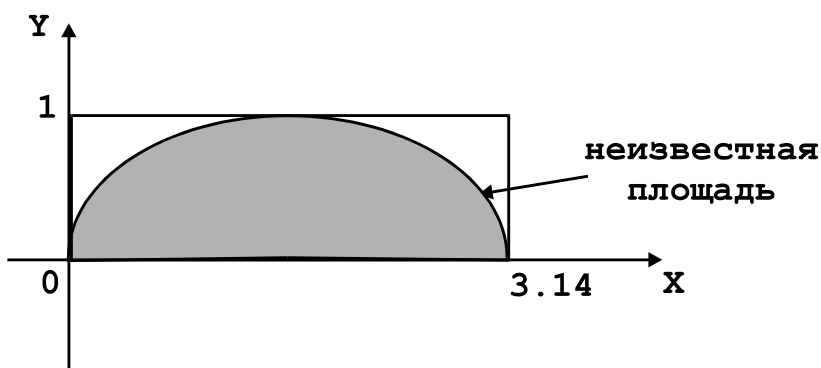
2. Метод Монте-Карло

Метод Монте-Карло - численный метод, основанный на воспроизведении большого числа реализаций случайного процесса, специально построенного по условиям задачи. В настоящее время этот метод применяется при исследовании функционирования сложных систем, к которым относятся разнообразные производственные и информационные системы, автоматизированные системы управления, многопроцессорные вычислительные системы, некоторые биологические, экономические системы.

При решении подобных задач ранее, без применения ЭВМ, источником случайных чисел служили различные эксперименты: бросание монеты или кубика, верчение рулетки и т.п. С именем города в княжестве Монако, известного своими игорными домами, связано происхождение названия метода.

3. Алгоритм вычисления площади фигуры методом Монте-Карло

Рассмотрим задачу определения площади фигуры, например, представленной на рис.1. Фигура может быть любой, но обязательно должны быть известны:



а) границы фигуры в виде аналитического выражения или совокупности таких выражений и логических условий;

б) площадь в виде прямоугольника, часть которой занимает исследуемая фигура.

Рис.1. Иллюстрация к задаче определения площади

граница фигуры определяется уравнениями:

$$y=\sin(x); y=1;$$
$$x=0; x=3.14\dots$$

В нашем примере гра-

Неизвестная пока нам площадь этой фигуры составляет часть прямоугольника площадью $S = 1 \times 3.14 = 3.14 = \text{PI}$.

Алгоритм решения задачи.

1) Генерируем случайное число x_1 в диапазоне от 0 до PI , а также случайное число y_1 в диапазоне от 0 до 1. Получаем случайную точку внутри прямоугольника с координатами (x_1, y_1) . Эта точка может попасть в исследуемую фигуру, а может и не попасть.

2) Проверка принадлежности точки (x_1, y_1) к исследуемой фигуре. Если попадания нет, т.е. $y_1 > \sin(x_1)$, то переходим к п.1 и снова генерируем случайную точку с координатами (x_2, y_2) .

Если попадание есть, т.е. $y_1 < \sin(x_1)$, то необходимо зафиксировать, запомнить это попадание и снова перейти к п.1. В итоге мы должны считать число попаданий.

Примечание: попадание точки точно на границу фигуры $y_1 = \sin(x_1)$ можно отнести как к одному, так и к другому исходу - это воля экспериментатора и автора программы.

3) Пункт 1 следует повторить достаточно большое число раз, от этого, в конечном итоге, зависит точность вычислений. Для данной задачи число повторов $N=1000 - 3000$.

4) После проведения N повторов имеем несложную пропорцию: общее число опытов соответствует всей площади прямоугольника, равной PI , а число попаданий P будет соответствовать неизвестной площади S исследуемой фигуры. Отсюда:

$$S = (P * \text{PI}) / N .$$

Укрупненная блок-схема алгоритма приведена на рис. 2.

3. Генерация случайных чисел на Паскале

1) Генерация случайных вещественных чисел (тип `REAL`) в диапазоне от 0 до 1 осуществляется с помощью функции `RANDPOM`:

`x := RANDOM ; (1)`

Если необходимо генерировать случайные числа в другом диапазоне, то необходимо преобразовать выражение (1) с помощью операций смещения и масштабирования. Например, для того, чтобы получить случайное число в диапазоне от 10 до 12, необходимо использовать выражение:

`x := 10 + 2 * RANDOM ; (2)`

2) Для генерации целых (тип `INTEGER`) случайных чисел в диапазоне от 0 до N используется функция с аргументом :

`x := RANDOM(N) ;`

3) Для смены базы генерации случайных чисел (чтобы при каждом новом прогоне программы числа были другие) используется процедура `RANDOMIZE`. Обращение к этой процедуре идет до обращения к функциям `RANDOM`, например:

```
VAR .....; begin RANDOMIZE; ...
```

```
for i := 1 to 1000 do begin x := RANDOM ; y := RANDOM; ...
```

end; end.

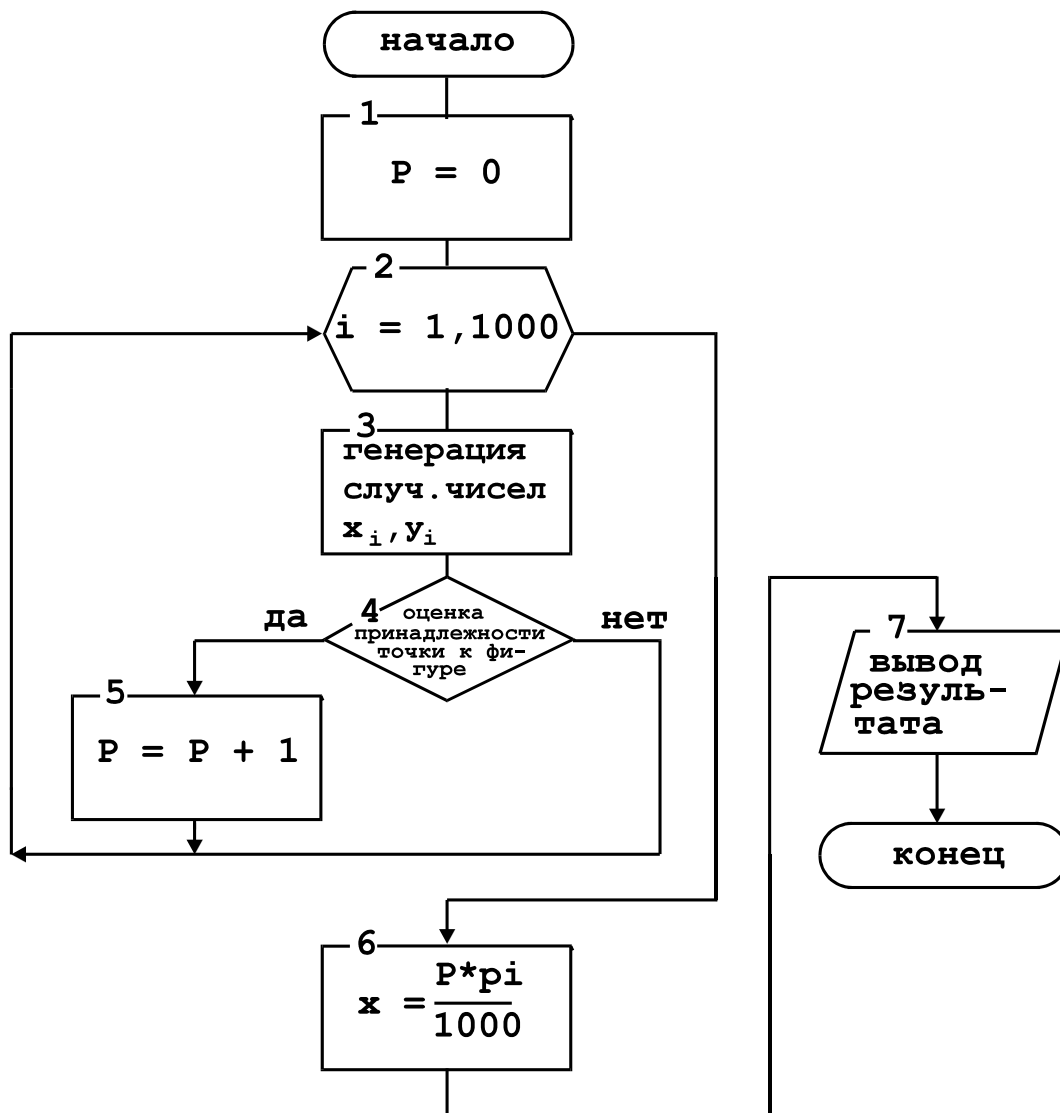


Рис. 2. Блок-схема алгоритма

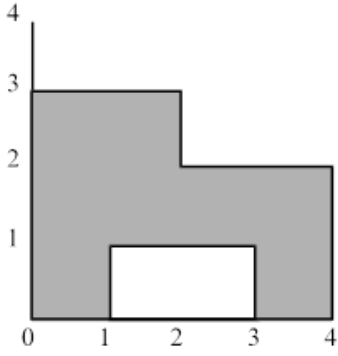
4. Программа работы

1) Составить и отладить программу определения площади фигуры методом Монте-Карло в соответствии с индивидуальным заданием.

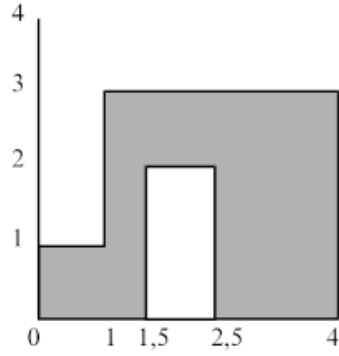
2) Представить алгоритм решения задачи, детально показав операции определения принадлежности случайной точки к исследуемой фигуре.

ПРИМЕРНЫЕ ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

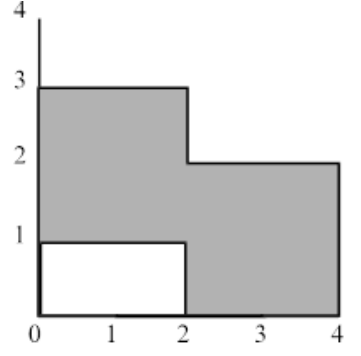
Вариант 1



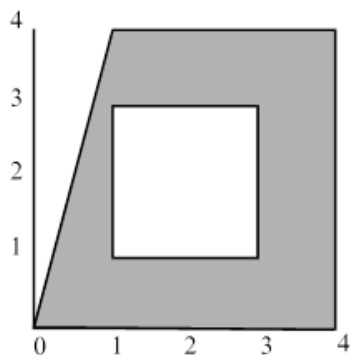
Вариант 2



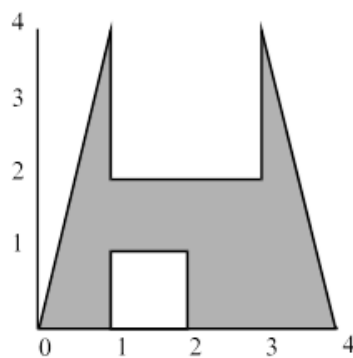
Вариант 3



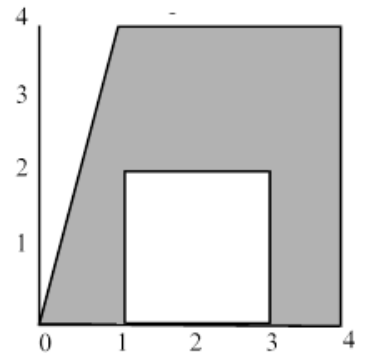
Вариант 4



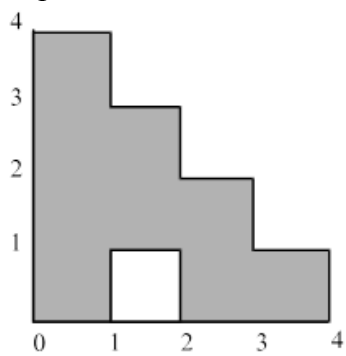
Вариант 5



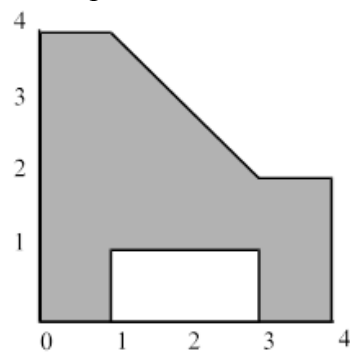
Вариант 6



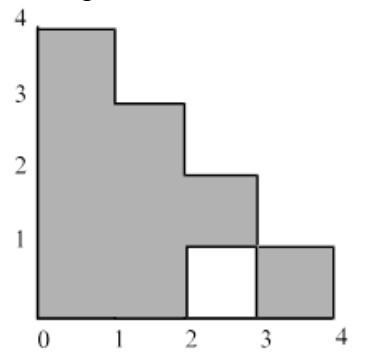
Вариант 7



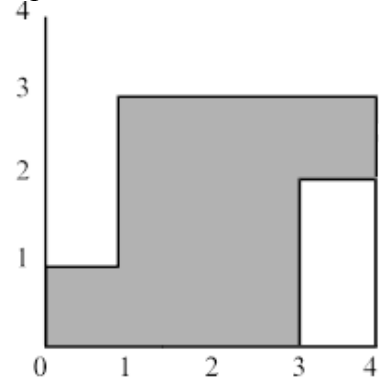
Вариант 8



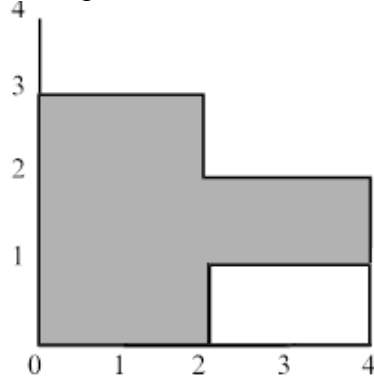
Вариант 9



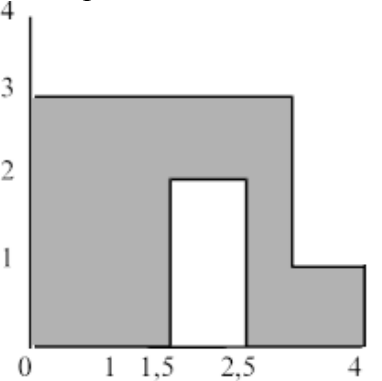
Вариант 10



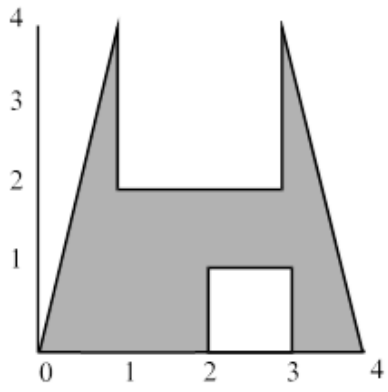
Вариант 11



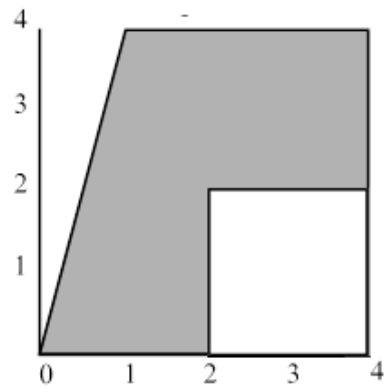
Вариант 12



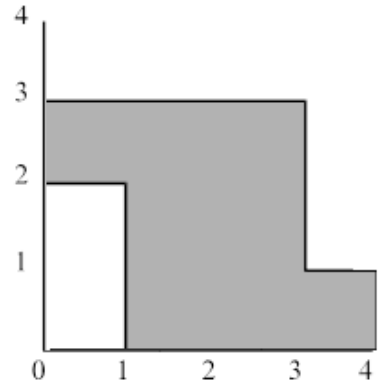
Вариант 13



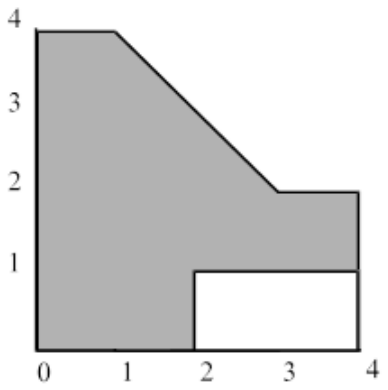
Вариант 14



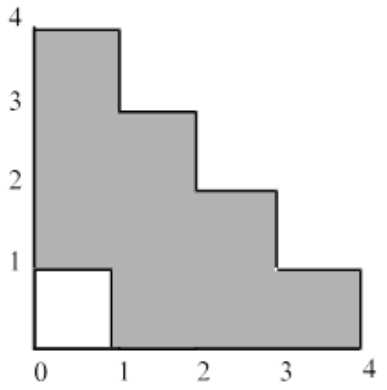
Вариант 15



Вариант 16



Вариант 17



Вариант 18

