20.	$y=\begin{cases} e^{(x+2)} & x>1 \\ 1-2x & -1\le x\le 1 \\ -\dfrac{2x^3-3}{5} & x<-1 \end{cases}$	[0.8; 2.5]	0.1
21.	$y=\begin{cases} 1-x^3 & x>2 \\ -2x & 0\le x\le 2 \\ e^{\cos(x)} & x<0 \end{cases}$	[-1; 2.5]	0.25
22.	$y=\begin{cases} 1+\sqrt{\lvert tg(x)-1\rvert} & x<-3.14 \\ x & -3.14\le x\le 3.14 \\ 1+x^2 & x>3.14 \end{cases}$	[-9π/5; 9π/5]	π /5
23.	$y=\begin{cases} \dfrac{1}{\ln(x^3)} & x>4.5 \\ 2x+0.1 & 0\le x\le 4.5 \\ 3 & x<0 \end{cases}$	[-0.5; 5]	0.25
24.	$y=\begin{cases} x^2-3+2.5x^3 & x>2 \\ e^{(x)}+5+\cos(0.001x) & -1\le x\le 2 \\ \ln\lvert tg(2x)\rvert-1 & x<-1 \end{cases}$	[-2.5; 2.5]	0.5
25.	$Y=\begin{cases} \cos(2.3x-1) & x>5.5 \\ 1-3\ln(1+x) & 0\le x\le 5.5 \\ \dfrac{x^2}{2-x} & x<0 \end{cases}$	[-1; 8]	0.5

Лабораторная работа № 4

Табулирование функции и ее разложения в сумму ряда

Задание: Составить блок-схему и программу табулирования двух функций `S` и `Y` в заданном диапазоне изменения аргумента `x`. Здесь `n` - число слагаемых суммы `S`.

Результат табулирования вывести в форме следующей таблицы:

```
-------------------------------------------------------------------
!     X         !          y = f(x)             !         S         !
-------------------------------------------------------------------
```

Теоретический материал

Выполнение данной лабораторной работы потребует использования, как и в предыдущей работе, операторов цикла. Однако здесь будет использовано два циклических оператора, причем один окажется вложенным в другой, т. е. тело внешнего цикла будет содержать еще один оператор цикла. При этом следует внимательно следить за количеством операторов, составляющих тело цикла (за исключением цикла `repeat .. until`). В случае если количество операторов тела цикла больше одного, все операторы, которые необходимо выполнить в цикле, заключаются в операторные скобки (`begin..end`).

Пример выполнения лабораторной работы

Для примера рассмотрим функцию y=3^x, разложенную в сумме ряда s=$1+\frac{\ln 3}{1!}x+\frac{\ln^2 3}{2!}x^2+\ldots$ (количество слагаемых n=10). В задаче необходимо протабулировать эти функции на интервале изменения `x` [0,1; 1]. Заметим, что значения `s` и `y` при одинаковых значениях `x` будут приблизительно равными.

Примечание: k! – факториал числа k. Вычисляется по формуле

k! = 1*2*3*…*k

Прежде чем приступать к решению данной задачи, составим общую блок-схему алгоритма (рис. 4.1).

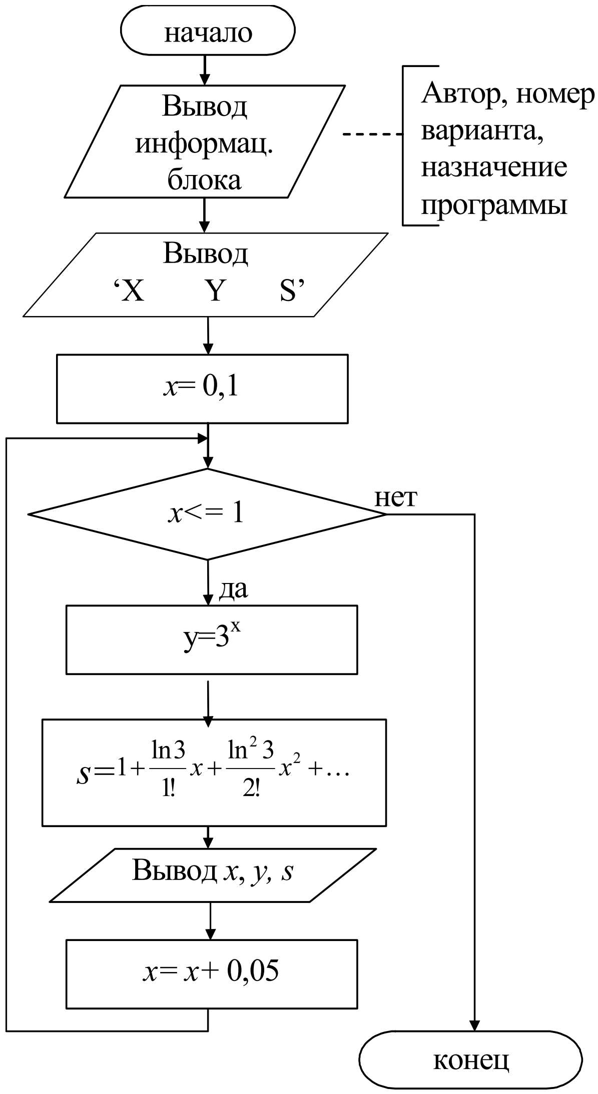


Рис. 4.1. Общая блок-схема задачи табулирования функций

Данная блок-схема дает общее представление об алгоритме вычислений, однако, требуется более детальное описание действий по алгоритму вычисления суммы ряда. Для этого необходимо, прежде всего, найти закономерность вычисления каждого слагаемого ряда. В данном случае эта закономерность определяется формулой

$$\frac{(\ln\ 3)^i}{i!}x^i, \qquad (1)$$

где i – номер слагаемого (в данном случае изменяется от 0 до 10).

По этой формуле получается, что 0-е слагаемое равно $\frac{(\ln\ 3)^0}{0!}x^0$.

Любое число в степени 0 дает 1, факториал числа 0 также равен 1. Получается нулевое слагаемое рано 1.

Первое слагаемое будет равно $\frac{(\ln 3)^1}{1!} x^1$ и т. д. Последовательно вычисляя и суммируя все слагаемые при определенном значении `x`, получим требуемую сумму. Для этого организуем цикл, повторяющийся `n+1` раз (включая нулевое слагаемое), на каждой итерации которого будет вычисляться значение очередного слагаемого и прибавляться к накапливаемой сумме `s` (рис. 4.2).

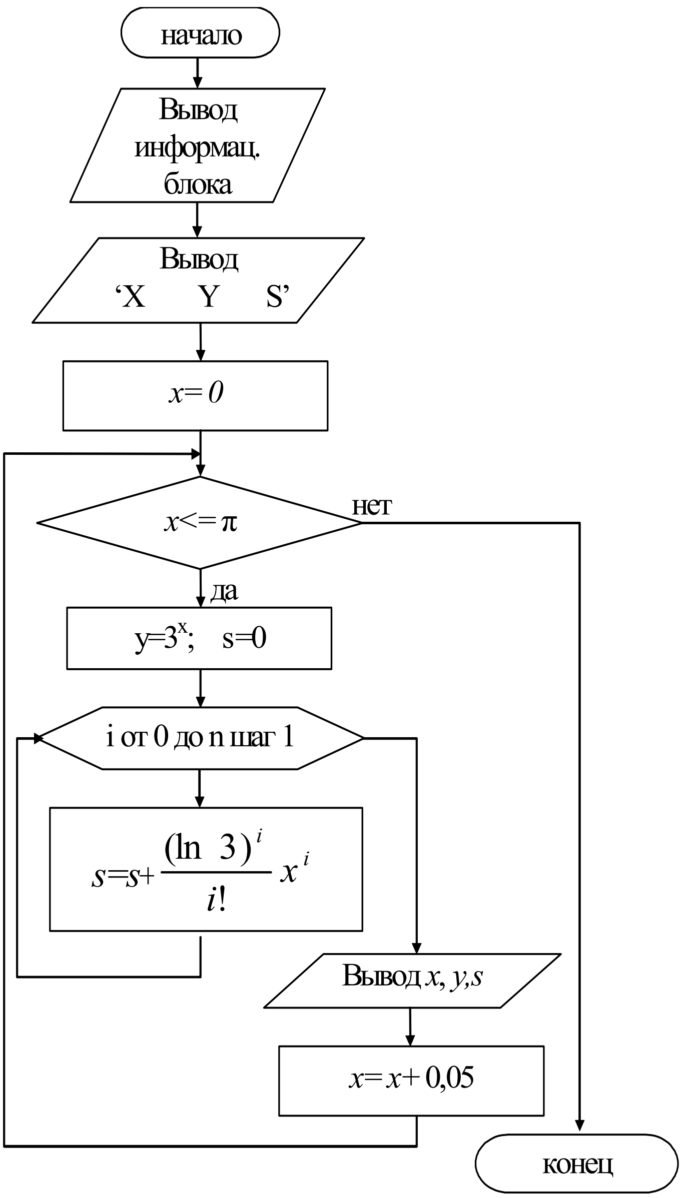
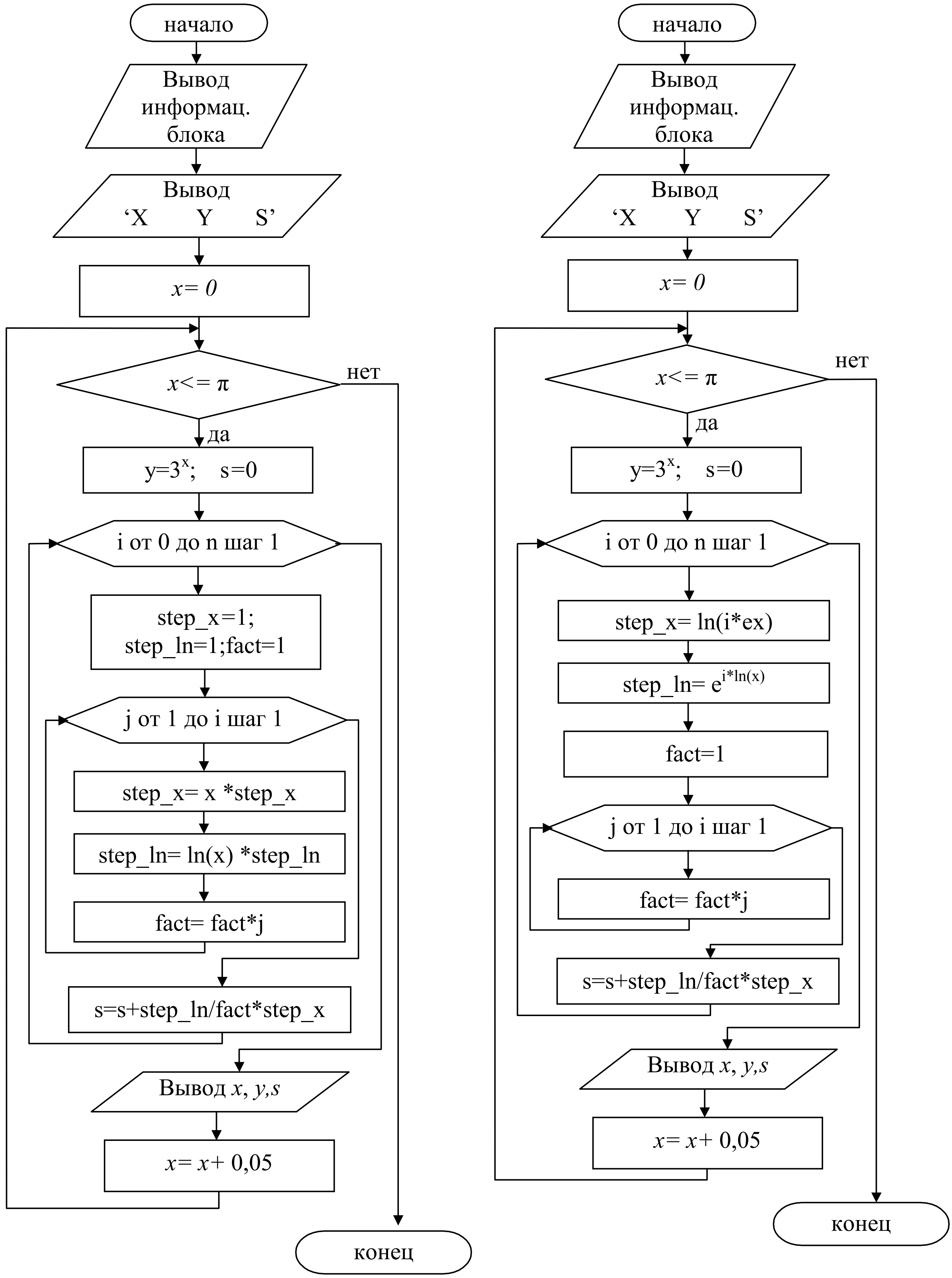


Рис. 4.2. Блок-схема задачи табулирования функций

Данный алгоритм является приемлемым, если язык программирования, на котором он будет реализован имеет стандартные процедуры и функции для всех математических операций, используемых в данном алгоритме. Однако Паскаль не располагает встроенными функциями ни для вычисления степени числа (за исключением квадрата), ни для вычисления факториала. Поэтому требуется программировать и эти алгоритмы вычислений. В нашем случае это можно сделать с помощью еще одного вложенного цикла, в котором вычисляется и степень числа и его факториал (рис. 4.3, *а*), либо только факториал, а для вычисления степени используется математическая формула (2) (рис. 4.3, *б*).

$$x^n = e^{n*\ln x} \qquad (2)$$

В языке Паскаль имеются стандартные функции и для вычисления натурального логарифма `Ln(x)`, и для вычисления экспоненты `exp(ln(x))`.



а *б*

Рис. 4.3. Блок-схема алгоритма вычисления значений функций

Недостатком таких алгоритмов является организация дополнительного цикла, в котором вычисление степеней и факториала начинается с самого начала. Устраняет этот недостаток алгоритм, представленный в виде блок-схемы на рис. 4.4.

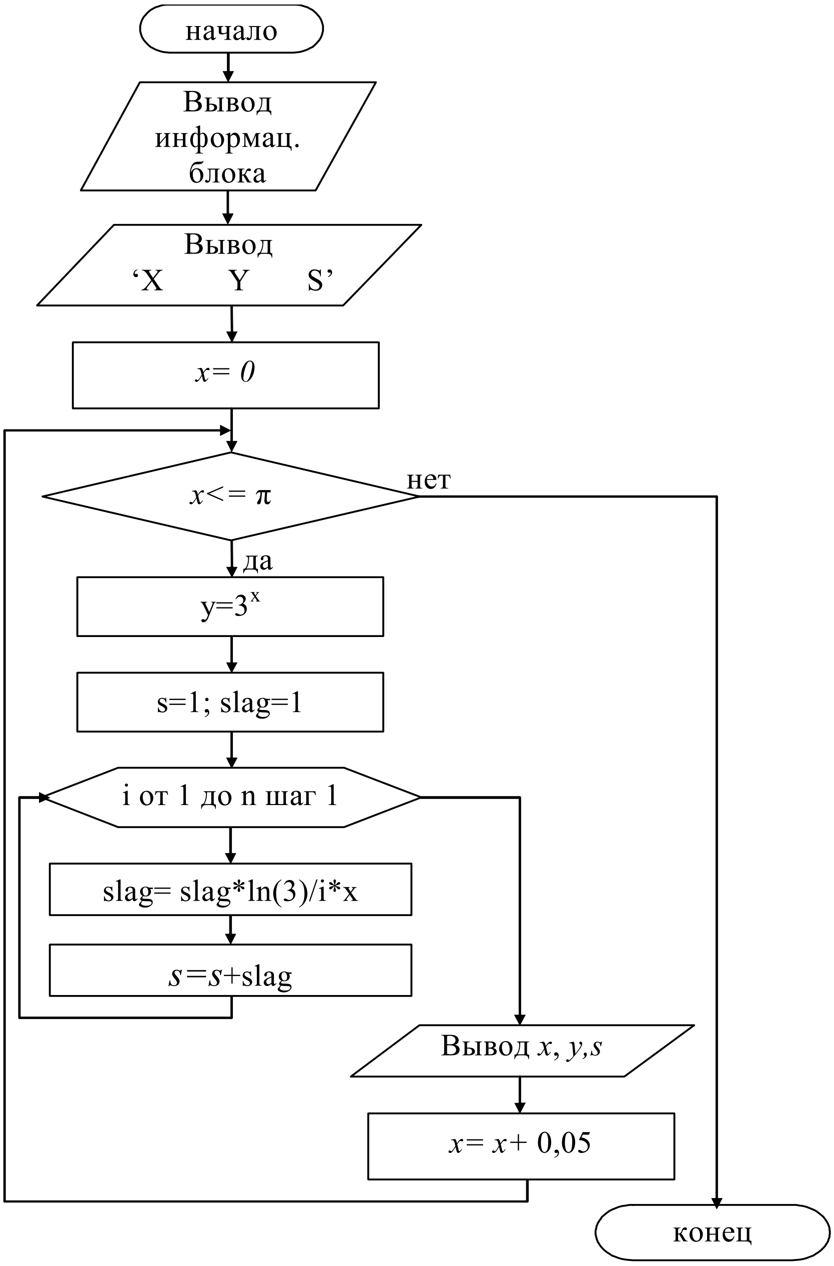


Рис. 4.4. Блок-схема задачи табулирования функций

В нем учитывается, что каждое последующее слагаемое можно выразить через предыдущее следующей формулой:

$$slag_i = slag_{i-1} \frac{(\ln 3)}{i} x \quad ,$$

где i – номер слагаемого, причем нулевое слагаемое равно 1.

Действительно,

$$slag_1 = \frac{(\ln 3)^1}{1!} x^1,$$

$$slag_2 = \frac{(\ln 3)^2}{2!} x^2 = \frac{(\ln 3)^1}{1!} x^1 * \frac{\ln 3}{2} x = slag_1 \frac{\ln 3}{2} x$$

Итак, приступим к программной реализации данного алгоритма.

В программе потребуются переменные `x`, `y`, `s`, `slag` вещественного типа `real`, а также переменная `i` целочисленного типа `byte`. Кроме того, можно задать как константу количество слагаемых `n` и шаг изменения аргумента функции `x`.

```
program lab4;
const n=10;
      h=0.05;
var i:byte;
    x,y,s,slag:real;
```

Текст информационного блока, с которого начинается тело программы, подробно рассматривать не будем. Перейдем сразу к формированию шапки таблицы и заданию начального значения `x`.

```
  writeln ('!    x     !    y     !     s    !');
  x:=0;
```

Теперь организуем «внешний» цикл, в котором будут изменяться значения аргумента `x` до тех пор, пока не будет достигнута верхняя граница заданного интервала [0,1; 1]. У компилятора Turbo Pascal имеется некоторая особенность работы с данными вещественного типа: из-за небольших погрешностей вычислений переменная `x` в конце цикла может принять значение чуть меньше единицы, поэтому условие x<=1 может оказаться ложным, хотя по нашим подсчетам должно быть истинным. Для того, чтобы избежать такой ситуации, в качестве условия выхода из цикла можно использовать выражение x<1+h.

Тело цикла содержит несколько операторов, поэтому необходимо использовать операторные скобки. В теле «внешнего» цикла будет находиться еще один цикл, вычисляющий очередное слагаемое и постепенно формирующий сумму из n слагаемых. Заранее известное количество повторений (количество слагаемых равно 10) делает целесообразным использование оператора цикла `for`, в котором параметром цикла будет номер слагаемого.

```
  while x<1+h do
  begin
    y:=exp(x*ln(3));
    s:=1; slag:=1;
    for i:=1 to n do
    begin
      slag:= slag*ln(3)/i*x;
```

```
      s:=s+slag;
    end;
    writeln('!',x:7:2,'   !',y:7:3,'   !',s:7:3,'   !');
    x:=x+h;
  end;
```

Далее остается лишь написать пустой оператор ввода `readln` для задержки результатов на экране.

```
  readln;
end.
```

Ниже представлен полный текст программы.

```
program lab4;
const n=10;
      h=0.05;
var i:byte;
    x,y,s,slag:real;
Begin
  writeln;
  writeln('       Автор – Иванов И.П., студент гр. ИСЭд-11');
  writeln('       Вариант № 100');
  writeln(' Программа табулирования функции y=3^x, а также суммы
ряда ');
  writeln('       ln(x)    ln(x)^2           ln(x)^n ');
  writeln('s= 1 + -----x + -------x^2 + ... +--------x^n');
  writeln('         1!       2!                n!');
  writeln('на отрезке [0.1;1] с шагом 0.05');
  writeln;
  writeln ('!    x     !    y     !     s    !');
  x:=0;
  while x<1+h do
  begin
    y:=exp(x*ln(3));
    s:=1;    {Начальное значение суммы, включая нулевое слагаемое}
    slag:=1; {Значение нулевого слагаемого}
    for i:=1 to n do
    begin
      slag:= slag*ln(3)/i*x;
      s:=s+slag;
    end;
    writeln('!',x:7:2,'   !',y:7:3,'   !',s:7:3,'   !');
    x:=x+h;
  end;
  readln;
end.
```

Таблица 4.1

Варианты заданий

N вар.	Сумма S	Диапазон изменения x	n	Функция Y
1	$1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\dots$	[1;2]	15	e^x
2	$\cos x+\frac{\cos 2x}{2}+\frac{\cos 3x}{3}+\dots$	[-π/5; 9π/5]	40	$-\ln\left\|2\sin\frac{x}{2}\right\|$
3	$x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\dots$	[0,1; 1]	10	$\sin x$
4	$\sin x-\frac{\sin 2x}{2}+\frac{\sin 3x}{3}-\dots$	[-π/5; 4π/5]	40	$\frac{x}{2}$
5	$\cos x+\frac{\cos 3x}{9}+\frac{\cos 5x}{25}+\dots$	[π/5; π]	40	$\frac{\pi^2}{8}-\frac{\pi}{4}\|x\|$
6	$1+\frac{\cos\frac{\pi}{4}}{1!}x+\frac{\cos 2\frac{\pi}{4}}{2!}x^2+\dots$	[0,1; 1]	25	$e^{x\cos\frac{\pi}{4}}\cdot\cos(x\sin\frac{\pi}{4})$
7	$1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\dots$	[0,1; 1]	10	$\cos x$
8	$x\sin\frac{\pi}{4}+x^2\sin 2\frac{\pi}{4}+\dots$	[0,1; 0,8]	40	$\frac{x\sin\frac{\pi}{4}}{1-2x\cos\frac{\pi}{4}+x^2}$
9	$x+\frac{x^5}{5}+\frac{x^9}{9}+\frac{x^{13}}{13}\dots$	[0,1; 0,8]	30	$\frac{1}{4}\ln\frac{1+x}{1-x}+\frac{1}{2}arctgx$
10	$1+\frac{\cos x}{1!}+\frac{\cos 2x}{2!}+\dots$	[0,1; 1]	10	$e^{\cos x}\cdot\cos(\sin x)$
11	$1+\frac{3x^2}{1!}+\frac{5x^4}{2!}+\dots$	[0,1; 1]	10	$(1+2x^2)\cdot e^{x^2}$
12	$\frac{x\cos\frac{\pi}{3}}{1}+\frac{x^2\cos 2\frac{\pi}{3}}{2}+\dots$	[0,1; 0,8]	35	$-\frac{1}{2}\ln(1-2x\cos\frac{\pi}{3}+x^2)$

Окончание таблицы 4.1

13	$\frac{x-1}{x+1}+\frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3+\frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5+\ldots$	[0,2; 1]	10	$\frac{1}{2}\ln x$
14	$-\cos x+\frac{\cos 2x}{4}-\frac{\cos 3x}{9}+\ldots$	[-π/5; π]	20	$\frac{1}{4}\left(x^2-\frac{\pi^2}{3}\right)$
15	$\frac{x^3}{3}-\frac{x^5}{15}+\frac{x^7}{35}-\ldots$	[0,1; 1]	30	$\frac{1+x^2}{2}arctgx-\frac{x}{2}$
16	$\sin x+\frac{\sin 3x}{3}+\frac{\sin 5x}{5}+\ldots$	[π/10; 9π/10]	40	$\frac{\pi}{4}$
17	$1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\ldots$	[0,1; 1]	10	$\frac{e^x+e^{-x}}{2}$
18	$\frac{\cos 2x}{3}+\frac{\cos 4x}{15}+\frac{\cos 6x}{35}\ldots$	[0,1; 0,8]	50	$\frac{1}{2}-\frac{\pi}{4}\lvert\sin x\rvert$
19	$1+\frac{2x}{1!}+\frac{(2x)^2}{2!}+\ldots$	[0,1; 1]	20	e^{2x}
20	$1+\frac{2}{1!}\left(\frac{x}{2}\right)+\frac{5}{2!}\left(\frac{x}{2}\right)^2+\frac{10}{3!}\left(\frac{x}{2}\right)^3+\ldots$	[0,1; 1]	30	$\left(\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}+1\right)\cdot e^{\frac{x}{2}}$
21	$x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\ldots$	[0,1; 0,5]	40	$arctgx$
22	$1-\frac{3}{2!}x^2+\frac{5}{4!}x^4-\frac{10}{6!}x^6+\ldots$	[0,1; 1]	35	$\left(1-\frac{x^2}{2}\right)\cdot\cos x-\frac{x}{2}\sin x$
23	$-\frac{(2x)^2}{2!}+\frac{(2x)^4}{4!}-\frac{(2x)^6}{6!}+\ldots$	[0,1; 1]	15	$2\cos^2 x-1$
24	$-(1+x)^2+\frac{(1+x)^4}{2}-\frac{(1+x)^6}{3}+\ldots$	[-0,2; -0,1]	40	$\ln\left(\frac{1}{2+2x+x^2}\right)$
25	$x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\frac{x^7}{7!}+\ldots$	[0,1; 1]	20	$\frac{e^x-e^{-x}}{2}$