

Примерные экзаменационные задания 3 семестр. Математика 3.1.

1. Исследовать на сходимость ряды:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\ln(e^{n^3} + 1)}, \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^2}{(n+3)^2 4^n}, \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(n+1)!}{(2n)!}, \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{2^{n+1} + 5}.$$

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\pi \frac{n}{2n+1}\right), \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{2/3}}{(n+2)^{5/3} 3^n}, \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \frac{n+1}{n}.$$

$$1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^{3/2}}, \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2^{n+5} + 3^{n-4}}{2^n + 3^n} \right)^n, \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n},$$

$$1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n + n^2}{n^3 + 3^n}, \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+1} \right)^{n^2}, \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!!}{(n+2)!},$$

2. Разложить в ряд Тейлора с центром в точке x_0 функцию $f(x)$:

$$1. f(x) = xe^{-2x+3}; \quad x_0 = 1. \quad 3. f(x) = \frac{x}{(x+2)^2}; \quad x_0 = -1.$$

$$2. f(x) = x \sin \pi x; \quad x_0 = 2. \quad 4. f(x) = \ln(3+x); \quad x_0 = 5.$$

3. Представить в алгебраической форме

$$1. \text{ все значения корня } \sqrt[3]{-125}, \quad 2. \text{ все значения корня } \sqrt{-144i},$$

$$3. \text{ все значения корня } \sqrt{2 + \sqrt{12i}}, \quad 4. \text{) все значения корня } \sqrt[6]{-64},$$

$$5. (-1+i)^{-8i}. \quad 6. (1+i)^{6i}. \quad 7. (-2i)^{1-3i} \quad 8. (ei)^{-1+i}$$

4. Вычислить интеграл:

$$1. \int_L e^{2|z|} dz, \text{ где } L - \text{отрезок прямой от точки } z_1 = 0 \text{ до точки } z_2 = -3 + 4i.$$

2. $\int_L^* dz$, где L - меньшая дуга окружности $|z - i| = 1$ от точки $z_1 = 2i$ до точки $z_2 = 1 + i$.
3. $\int_L^* \operatorname{Re} z^* dz$, где L - большая дуга окружности $|z - 1| = 1$ от точки $z_1 = 1 + i$ до точки $z_2 = 0$.

5. Вычислить следующие интегралы:

1. $\oint_{|z|=5} \left(z + \frac{3}{z}\right)^2 \sin\left(\frac{2}{z}\right) dz$

2. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+1)\sin(\pi x/2) dx}{x^2 + 4x + 13}$

3. $\oint_{|z|=3} \frac{z^3 - \sin 2z}{z^4} dz$

4. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(\pi x) dx}{(x^2 + 1)^2}$

5. $\oint_{|z|=3} z^2 e^{\frac{z}{z+1}} dz$

6. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-1)\sin(2x) dx}{(x^2 + \pi^2)}$

7. $\oint_{|z|=3} (1-z) e^{\frac{2\pi iz}{z+1}} dz$

8. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos^2 \pi x dx}{x^2 - 4x + 13}$

6. Найти аналитическую функцию $f(z) = U + iV$ по известной действительной части и значению $f(z_0)$:

1. $U(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}; \quad f(1-i) = \frac{1-i}{2}$

2. $U(x, y) = x^3 - 3xy^2; \quad f(1+i) = -2$

3. $U(x, y) = x^2 - y^2 + 2x; \quad f(-1+i) = -2 - 2i$

7. Найти изображение по заданному оригиналу:

1. $e^{5t} \sin^2 t$

2. $e^{-\alpha t} \cos^2 \beta t$

3. $e^{-t} \sin^2 t$

4. $te^{3t} \cos t$

8. Найти оригинал по заданному изображению:

1. $\frac{1}{p^2(p+1)^3}$

2. $\frac{e^{-2p}}{(p+1)^3}$

3. $\frac{e^{-p}}{p(p-1)}$

4. $\frac{1}{(p+1)^2(p+3)}$