Вычисление определителя 4-го порядка. 2 варианта решения.

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

МАНЕШЕВА РИММА АХМАТОВНА
ДОЦЕНТ КАФ.ВММФ

Вычисление определителя 4-го порядка

Необходимо вычислить следующий определитель 4-го порядка:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 7 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

Вычисление определителя 4-го порядка.
Вариант 1. Шаг 1.

Поменяем местами 1-ую и 2-ую строки. По свойству знак определителя изменится на -1:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 7 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = -1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 7 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

Вычисление определителя 4-го порядка. Вариант1. Шаг 2.

1-ую строку оставляем без изменений. Вместо 2-ой, 3-ей, 4-ой строк запишем следующие комбинации: s2-2s1; s3-3s1; s4-s1:

$$\Delta = -1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 7 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = -1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 3 & -5 \\ 0 & 3 & 7 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

Вычисление определителя 4-го порядка.
Вариант1. Шаг 3.

Полученный определитель распишем по 1-ому столбцу:

$$\Delta = -1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 3 & -5 \\ 0 & 3 & 7 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -1 \cdot (1 \cdot A_{11} + 0 \cdot A_{21} + 0 \cdot A_{31} + 0 \cdot A_{41})$$

Вычисление определителя 4-го порядка.
Вариант1. Шаг 4.

Вычислим алгебраическое дополнение A_{11}, остальные алгебраические дополнения можно не вычислять, т.к. они будут умножаться на ноль :

$$\Delta = -1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 3 & -5 \\ 0 & 3 & 7 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -1 \cdot (1 \cdot A_{11} + 0 \cdot A_{21} + 0 \cdot A_{31} + 0 \cdot A_{41})$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 3 & 3 & -5 \\ 3 & 7 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 3 \cdot 7 \cdot (-1) + 3 \cdot (-3) \cdot 1 + 3 \cdot (-5) \cdot 0 - (-5) \cdot 7 \cdot 1 - 3 \cdot 3 \cdot (-1) - 3 \cdot (-3) \cdot 0 = 14$$

Вычисление определителя 4-го порядка. Вариант1. Шаг 5.

Вычислим определитель, подставив значение для A_{11}=14:

$$\Delta = -1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 3 & -5 \\ 0 & 3 & 7 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -1 \cdot (1 \cdot A_{11} + 0 \cdot A_{21} + 0 \cdot A_{31} + 0 \cdot A_{41}) = -1 \cdot 14 = -14$$

Вычисление определителя 4-го порядка. Вариант2. Шаг 1.

Рассмотрим 2-ой вариант решения. 1-ую, 3-ю, 4-ую строки оставляем без изменений. Вместо 2-ой, запишем следующую комбинацию: s2+s1:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 7 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 7 \\ 3 & 0 & 7 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

Вычисление определителя 4-го порядка.
Вариант2. Шаг 2.

Полученный определитель распишем по 2-ому столбцу:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 7 \\ 3 & 0 & 7 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot A_{12} + 0 \cdot A_{22} + 0 \cdot A_{32} + 0 \cdot A_{42}$$

Вычисление определителя 4-го порядка.
Вариант2. Шаг 3.

Вычислим алгебраическое дополнение A_{12}, остальные алгебраические дополнения можно не вычислять, т.к. они будут умножаться на ноль :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 7 \\ 3 & 0 & 7 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot A_{12} + 0 \cdot A_{22} + 0 \cdot A_{32} + 0 \cdot A_{42}$$

$$A_{12} = -1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 7 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} = -1 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 3 + 3 \cdot 7 \cdot 1 + 3 \cdot 3 \cdot 0 - 3 \cdot 3 \cdot 1 - 3 \cdot 3 \cdot 3 - 2 \cdot 7 \cdot 0) = -14$$

Вычисление определителя 4-го порядка.
Вариант2. Шаг 4.

Вычислим определитель, подставив значение для A_{12}=-14:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 7 \\ 3 & 0 & 7 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot A_{12} + 0 \cdot A_{22} + 0 \cdot A_{32} + 0 \cdot A_{42} = 1 \cdot (-14) = -14$$