

Плоскость в пространстве

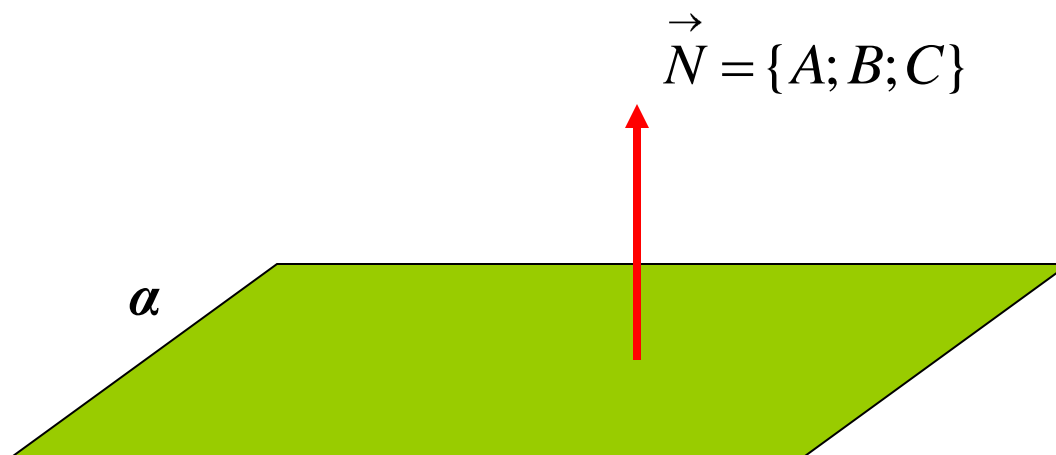


Аналитическая геометрия

Уравнение плоскости

- В декартовой системе координат (ДСК) всякая плоскость может быть описана уравнением 1-го порядка

$Ax + By + Cz + D = 0$ – общее уравнение плоскости



Плоскость задана точкой и вектором нормали

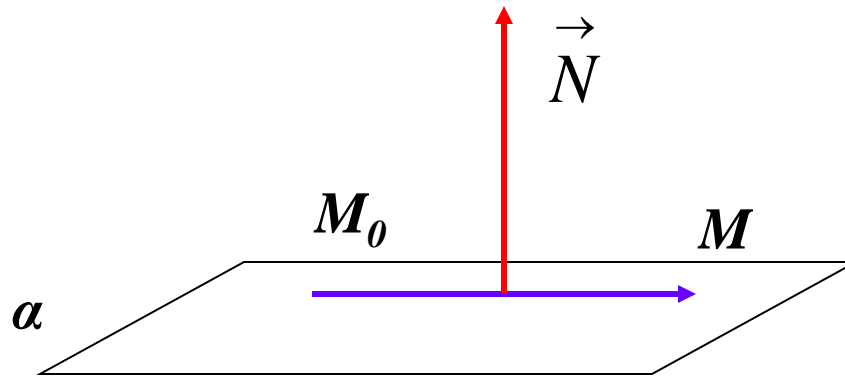
$M_0(x_0; y_0; z_0) \in \alpha$ – заданная точка искомой плоскости

$M(x; y; z) \in \alpha$ – произвольная точка искомой плоскости

$\vec{N} = \{A; B; C\}$ – заданный вектор нормали

α – искомая плоскость

$\vec{N} \perp \alpha$



$$Ax + By + Cz + D = 0$$

Плоскость задана тремя точками.

$M_1(x_1; y_1; z_1) \in \alpha$ – заданная точка

$M_2(x_2; y_2; z_2) \in \alpha$ – заданная точка

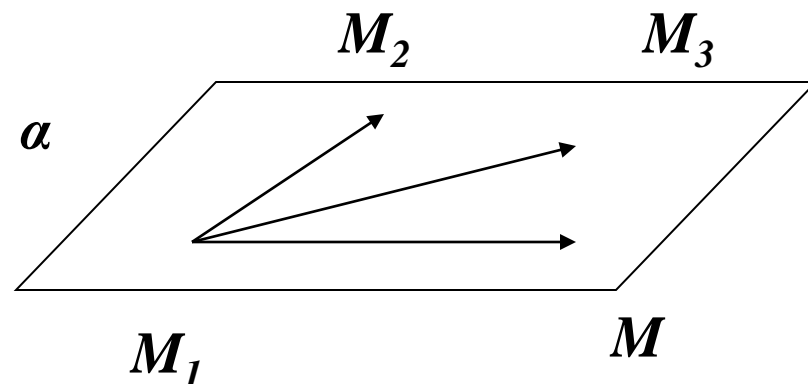
$M_3(x_3; y_3; z_3) \in \alpha$ – заданная точка

$M(x; y; z) \in \alpha$ – произвольная точка

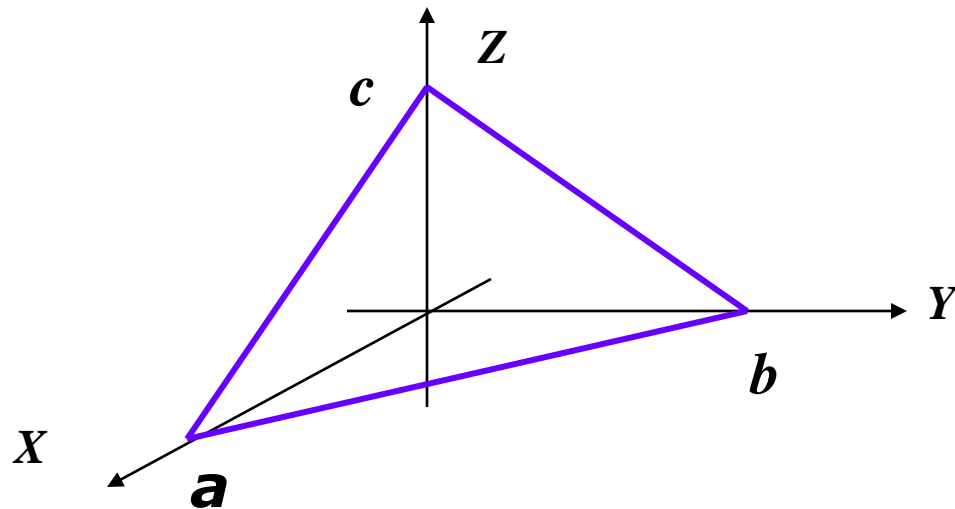
α – искомая плоскость

$$(\vec{M_1M}, \vec{M_1M_2}, \vec{M_1M_3}) = 0$$

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$



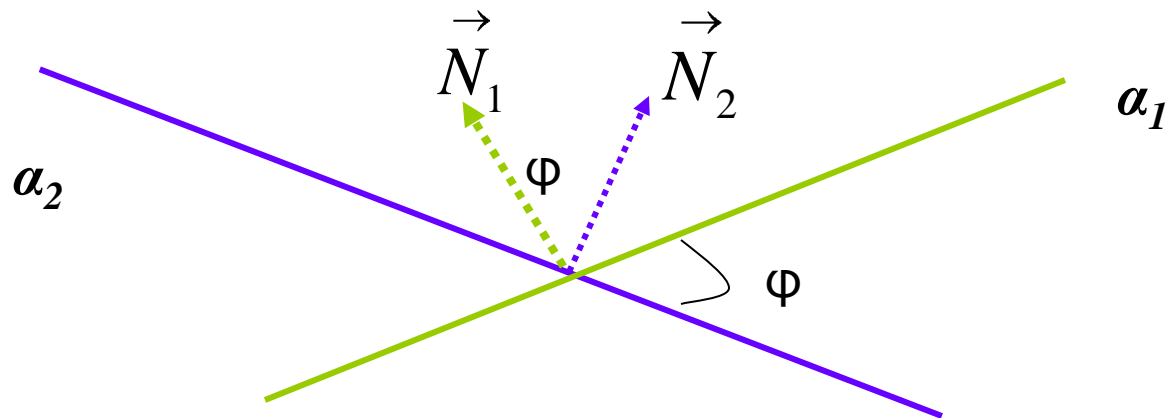
Уравнение плоскости в отрезках



$$Ax + By + Cz + D = 0$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

Нахождение угла при пересечении плоскостей



$$\alpha_1 : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

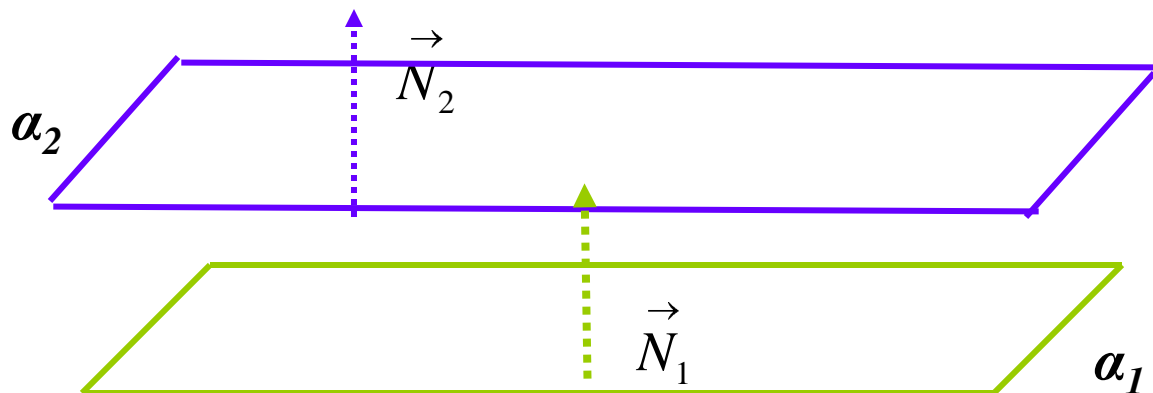
$$\alpha_2 : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

$\vec{N}_1(A_1; B_1; C_1)$ – вектор нормали α_1

$\vec{N}_2(A_2; B_2; C_2)$ – вектор нормали α_2

$$\cos \varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Проверка условия параллельности.



$$\alpha_1 : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

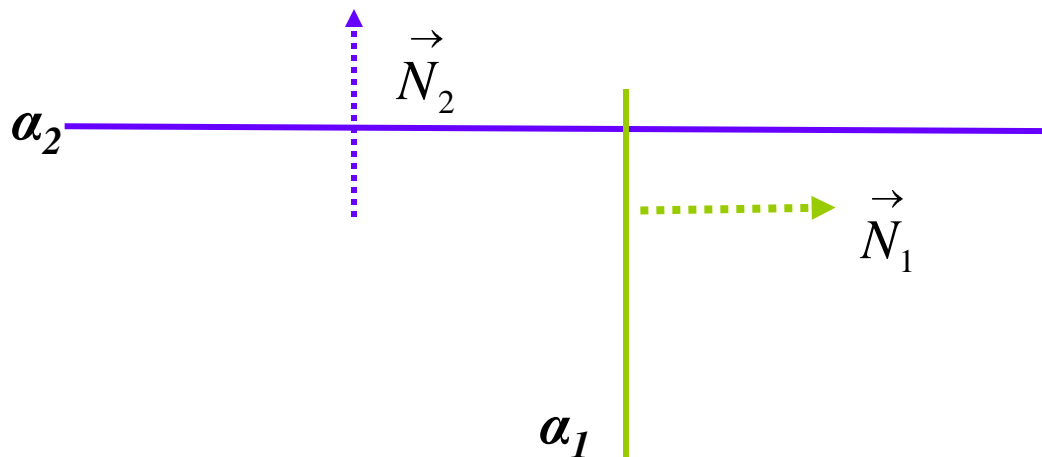
$$\alpha_2 : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

$\vec{N}_1(A_1; B_1; C_1)$ – вектор нормали α_1

$\vec{N}_2(A_2; B_2; C_2)$ – вектор нормали α_2

$$\vec{N}_1 \parallel \vec{N}_2 : \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

Проверка условия перпендикулярности.



$$\alpha_1 : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

$$\alpha_2 : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

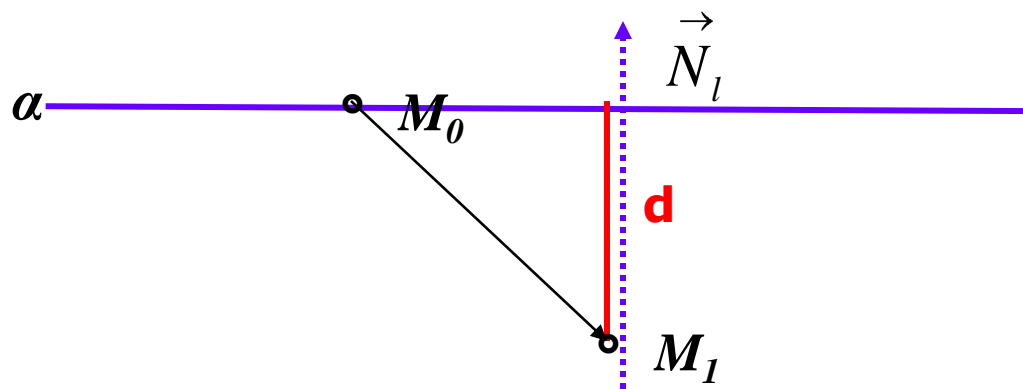
$\vec{N}_1(A_1; B_1; C_1)$ – вектор нормали α_1

$\vec{N}_2(A_2; B_2; C_2)$ – вектор нормали α_2

$$\vec{N}_1 \perp \vec{N}_2 \Rightarrow (\vec{N}_1, \vec{N}_2) = 0$$

$$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$$

Нахождение расстояния от точки до ПЛОСКОСТИ.



$\alpha : Ax + By + Cz + D = 0$ – заданная плоскость

$$\vec{N} = \{A; B; C\}$$

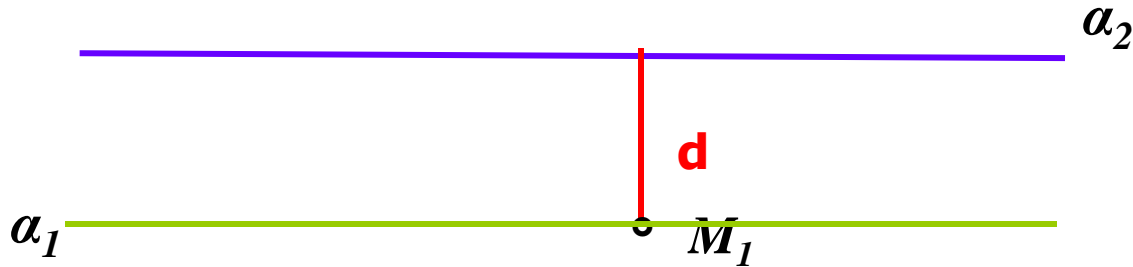
$M_0(x_0; y_0; z_0) \in \alpha$ – произвольная точка

$M_1(x_1; y_1; z_1) \in \alpha$ – заданная точка

$$d = |\text{Pr}_{\vec{N}}(\vec{M_0M_1})| = \frac{|(\vec{M_0M_1}, \vec{N})|}{|\vec{N}|}$$

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Нахождение расстояния между параллельными плоскостями.



$\alpha_1 : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ – заданная плоскость

$\alpha_2 : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ – заданная плоскость

$M_1(x_1; y_1; z_1) \in \alpha_1$ – произвольная точка

$$d = \frac{|A_2x_1 + B_2y_1 + C_2z_1 + D_2|}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$