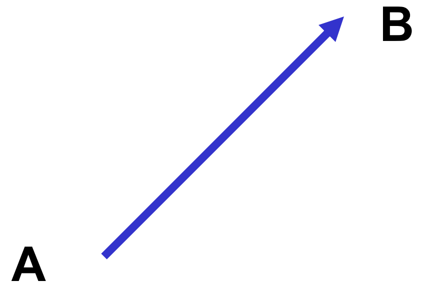
Векторная алгебра

Основные понятия

Определение вектора

- Вектор – это направленный отрезок, имеющий длину или модуль

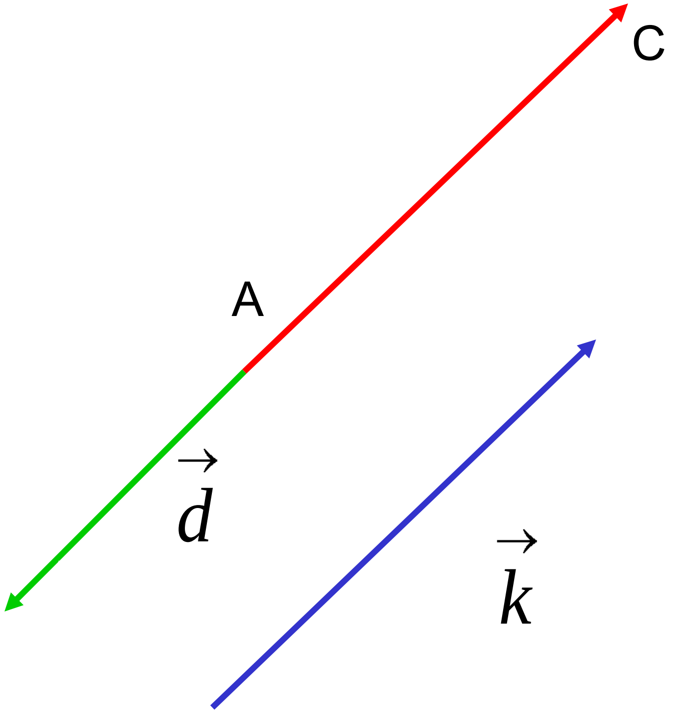


$$\left|\overrightarrow{AB}\right| - модуль$$

Коллинеарные векторы

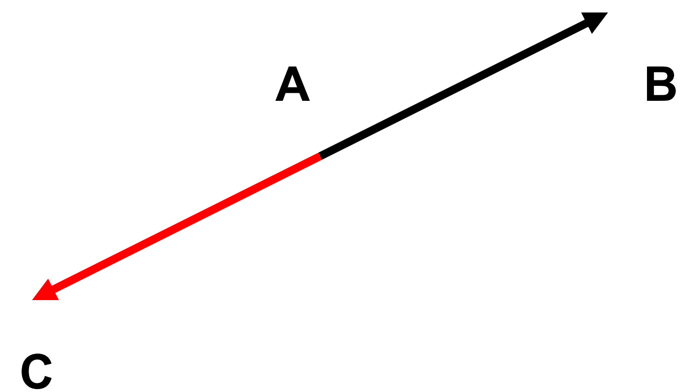
- Векторы называются ***коллинеарными***, если они лежат на одной или параллельных прямых

$$\vec{d} \parallel \vec{k} \parallel \overrightarrow{AC}$$



Противоположные векторы

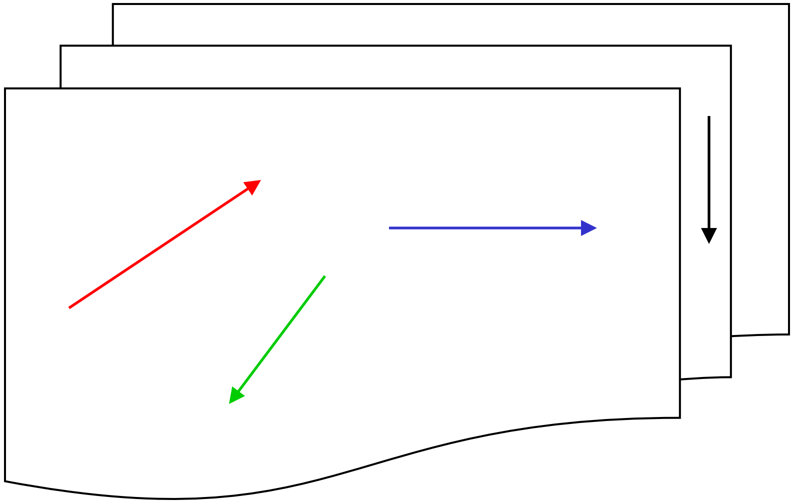
- Векторы называются ***противоположными***, если они имеют одинаковую длину, но направлены в противоположные стороны



$$\vec{AB} = -\vec{AC}$$

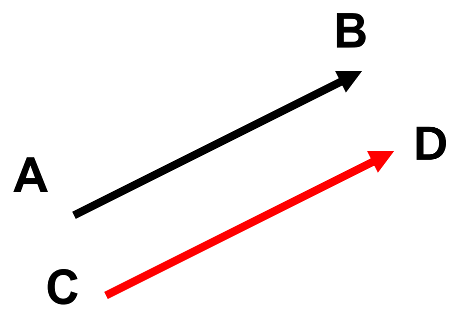
Компланарные векторы

- Векторы называются ***компланарными***, если они лежат в одной или параллельных плоскостях.



Условия равенства векторов

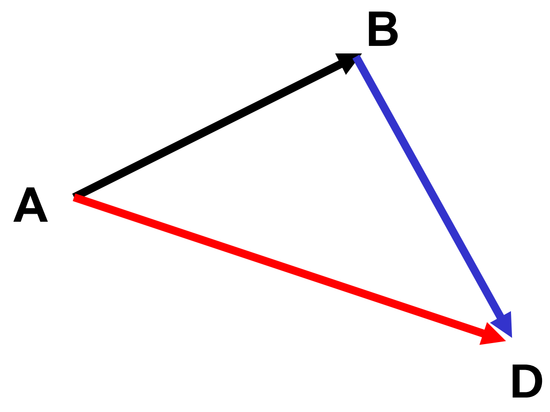
- Векторы называются ***равными***, если они имеют одинаковую длину и направление



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

Сложение векторов. Правило треугольника.

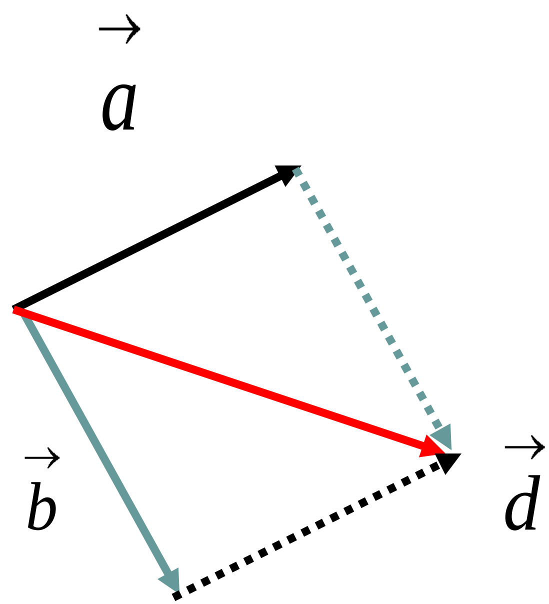
- Начало 2-го вектора совмещается с концом 1-го и соединяют начало 1-го и конец 2-го.



$$\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$$

Сложение векторов. Правило параллелограмма.

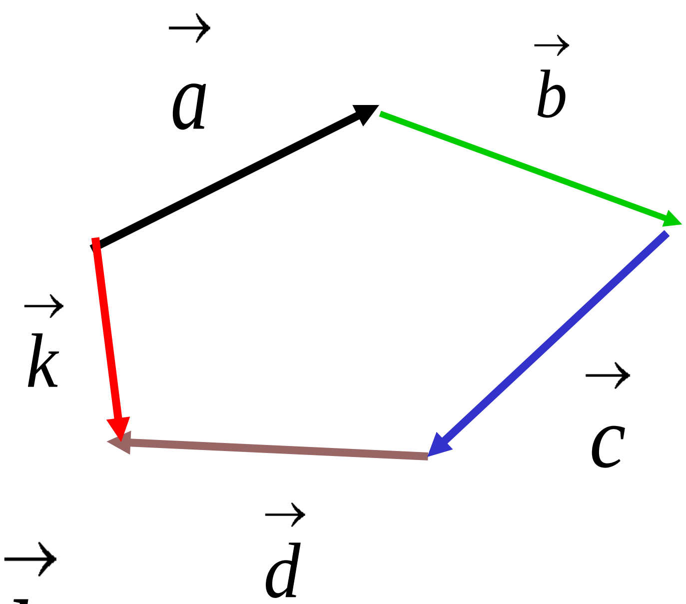
- Начала 2-х векторов совмещают в одной точке, достраивают до параллелограмма. Диагональ, исходящая из начала, будет являться суммой 2-х векторов.



$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{d}$$

Сложение векторов. Правило многоугольника.

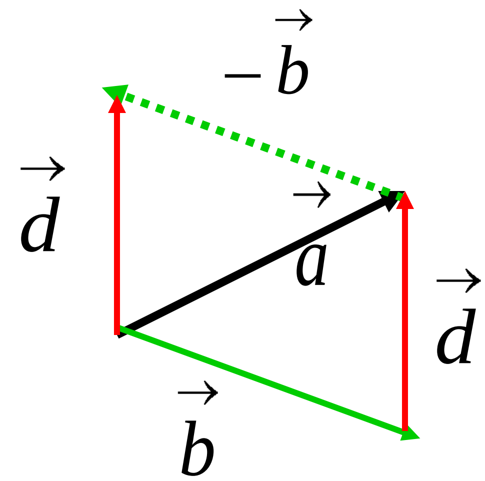
- Последовательно совмещают конец предыдущего с началом последующего векторов, затем соединяют начало 1-го и конец последнего векторов.



$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{k}$$

Сложение векторов с разными знаками.

- Два вектора соединяют в одну точку, затем соединяют конец ***вычитаемого*** с концом ***уменьшаемого***.



$$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})=\vec{d}$$

Сложение векторов с разными знаками.

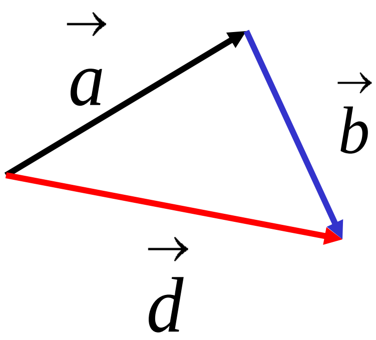
- Сумма противоположных векторов дает ноль-вектор

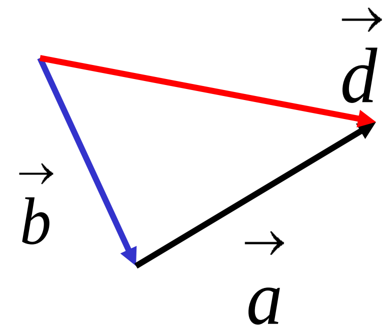
$$\boxed{\vec{a} - \vec{a} = \vec{0}}$$

$$\vec{a}$$

$$-\vec{a}$$

Свойства операции сложения векторов.





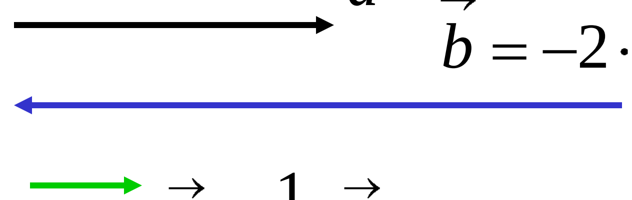
$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$$

$$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})=(\vec{a}+\vec{c})+\vec{b}$$

Умножение вектора на число.

- Произведение вектора на число λ даёт вектор, длина которого в λ раз больше исходного.

$\vec{a}$



$$\vec{b} = -2 \cdot \vec{a}$$

$$\vec{c} = \frac{1}{3} \cdot \vec{a}$$

$$\vec{b} = \lambda \cdot \vec{a}$$

$$\lambda > 0 \quad \vec{b} \uparrow\uparrow \vec{a}$$

$$\lambda < 0 \quad \vec{b} \uparrow\downarrow \vec{a}$$

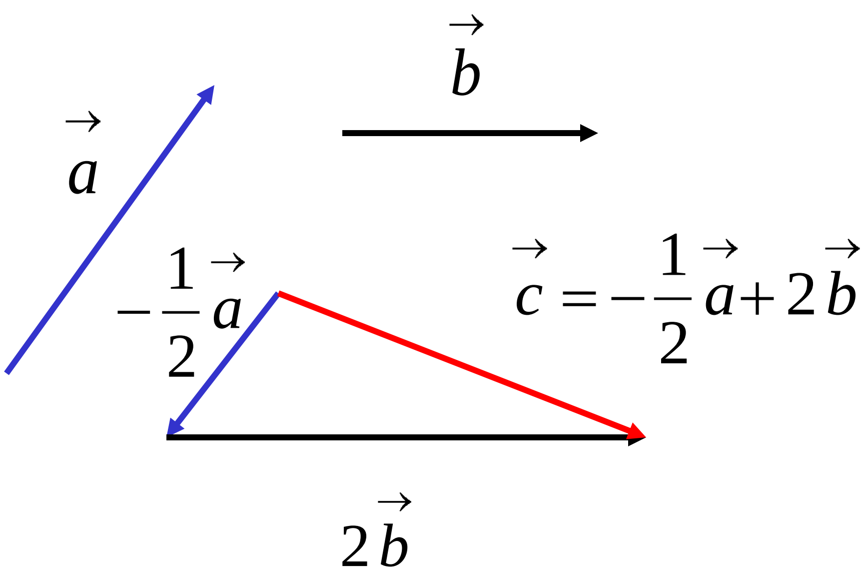
$$\lambda \cdot (\vec{a} \pm \vec{b}) = \lambda \cdot \vec{a} \pm \lambda \cdot \vec{b}$$

$$(\lambda \pm \kappa) \cdot \vec{a} = \lambda \cdot \vec{a} \pm \kappa \cdot \vec{a}$$

Линейная комбинация векторов.

- Линейной комбинацией 2-х векторов является другой вектор.

$$\boxed{\vec{c} = \lambda \cdot \vec{a} \pm \kappa \vec{b}}$$



Линейная зависимость системы векторов.

- Линейно-зависимой называется система векторов, линейная комбинация которых равна нулю.
- Коллинеарные векторы линейно-зависимые.

$$\lambda_1 \cdot \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \ldots + \lambda_n \cdot \vec{a}_n = 0$$

Линейная независимость системы векторов.

- Линейно-независимой называется система векторов, если ни один из векторов не может быть представлен в виде линейной комбинации остальных.

Понятие базиса.

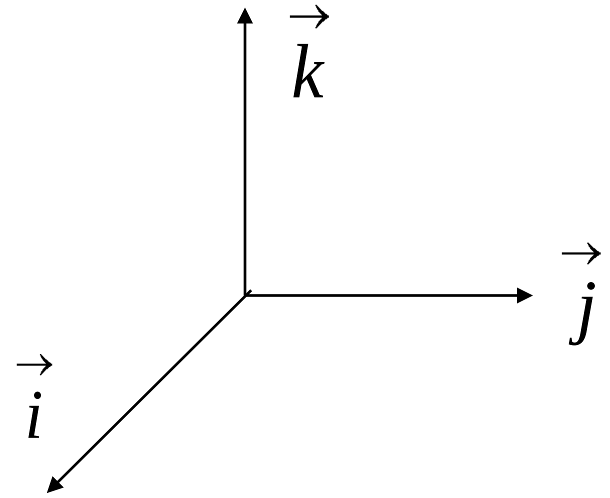
- Базисом векторного пространства является система линейно-независимых векторов. Максимальное число таких векторов является размерностью векторного пространства. Любой другой вектор может быть разложен по базисным.
- В любом пространстве можно выбрать множество базисов, но *разложение* произвольного вектора в каждом конкретном базисе *единственное*.

Понятие базиса.

- В 1-мерном пространстве базис состоит из 1 вектора.
- В 2-мерном пространстве – из 2-х ***неколлинеарных*** векторов.
- В 3-мерном пространстве – из 3-х ***некомпланарных*** векторов.

Декартовый базис .

- Система 3-х взаимно перпендикулярных векторов единичной длины является <u>*ортогональным*</u> <u>*ортонормированным*</u> декартовым базисом.



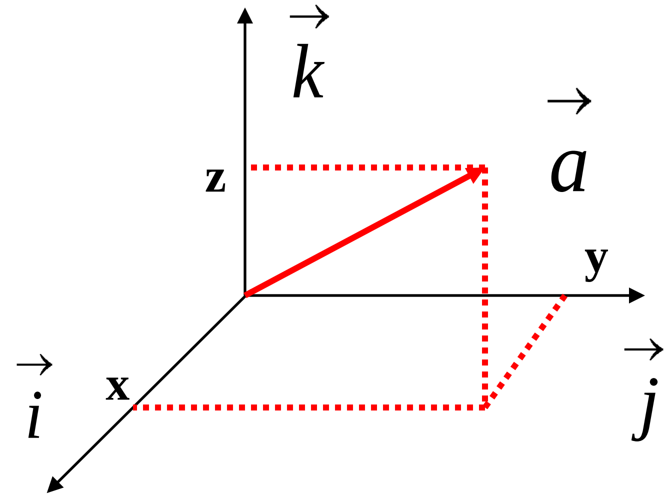
$$\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1$$

$$\vec{i} \perp \vec{j} \perp \vec{k}$$

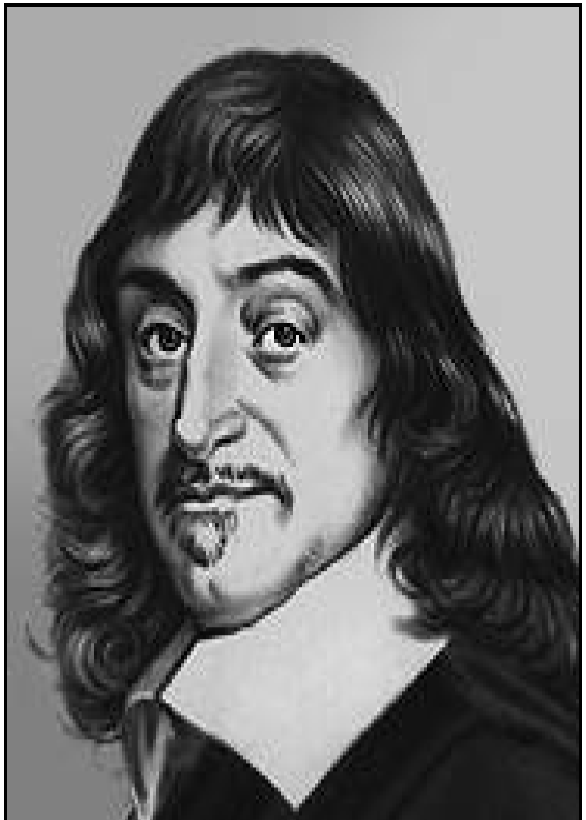
Разложение вектора в декартовом базисе.

$$\vec{a} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$$

$$\vec{a} = \{x; y; z\}$$



Рене Декарт



ДЕКА́РТ (Descartes) Рене (латинизир. - Картезий; Cartesius) (1596-1650), франц. философ, математик, физик и физиолог. С 1629 в Нидерландах. Заложил основы аналитич. геометрии, дал понятия перем. величины и функции, ввел мн. алгебр. обозначения. Высказал закон сохранения кол-ва движения, дал понятие импульса силы. Автор теории, объясняющей образование и движение небесных тел вихревым движением частиц материи (вихри Д.). Ввел представление о рефлексе (дуга Д.). В основе философии Д. - дуализм души и тела, "мыслящей" и "протяженной" субстанции. Материю отождествлял с