

Образцы контрольных заданий

Контрольная работа «Линейная алгебра»
ВАРИАНТ №1

1. Дан определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

- а) Запишите разложение данного определителя по четвёртому столбцу;
б) вычислите определитель, получив предварительно нули в какой – либо строке или столбце.

2. Решить систему уравнений методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x + 2y - z = -1, \\ 3y - z = 1, \\ x + 4y + z = 5. \end{cases}$$

Значение x вычислить также методом Крамера.

3. Исследовать систему на совместность и решить методом Гаусса

$$\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

4. Дана система однородных линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

- а) Докажите, что система имеет нетривиальные решения;
б) Найдите общее решение системы;
в) найдите фундаментальную систему решений.

5. При каких значениях параметра λ система линейных уравнений

с расширенной матрицей

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & \lambda & 1 & 3 \\ 1 & 2\lambda & 1 & 4 \end{array} \right) \text{ совместна?}$$

Контрольная работа по теме «Векторная алгебра»
ВАРИАНТ №1

I. Даны четыре вектора: $\vec{a} = \{4,5,2\}$; $\vec{b} = \{3,0,1\}$; $\vec{c} = \{-1,4,2\}$; $\vec{d} = \{5,7,8\}$.

- Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти разложение вектора \vec{d} в этом базисе.
- Найти косинус угла между векторами \vec{a} и \vec{b} .
- Найти длину вектора $\vec{g} = \vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}$.

II. Даны четыре точки: $A(1;3;0)$, $B(4;1;2)$, $C(3;0;1)$, $D(-4;3;5)$.

4. Найти объем пирамиды $ABCD$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC .

5. Найти проекцию вектора \overrightarrow{AB} на ось вектора \overrightarrow{CD} .

6. Найти координаты вектора $[(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}), \overrightarrow{CB}]$.

III. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} + 4\vec{q}$, $\vec{b} = \frac{1}{2}(\vec{p} - \vec{q})$, где

$$|\vec{p}| = 4, |\vec{q}| = 2, (\vec{p} \wedge \vec{q}) = \frac{\pi}{3}.$$

Определить: а) косинус тупого угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторон

Контрольная работа по теме «Аналитическая геометрия»

ВАРИАНТ №1

1. Определить при каких значениях a прямая $(a+2)x + (a^2 - 9)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$ параллельна оси OX .
2. Составить уравнения прямых, параллельных прямой $3x - 4y - 10 = 0$ и отстоящих от нее на расстояние $d=3$
3. Даны вершины треугольника $A(2,6)$, $B(4,-2)$, $C(-2,-6)$. Составить уравнение высоты из вершины A и уравнение медианы из вершины C .
4. Привести к каноническому виду, назвать и построить кривые: а) $16x^2 + 25y^2 + 32x - 100y - 284 = 0$;
б) $y^2 - 4y - 20x + 24 = 0$.
5. Из общих уравнений прямой: $2x + y - 3z - 9 = 0$,
 $-2x + 3z + 4 = 0$
получить канонические и параметрические уравнения прямой.
6. Найти проекцию точки $A(1,2,0)$ на плоскость $8x + 6y + 8z - 25 = 0$.
7. Построить тело, ограниченное поверхностями
 $x^2 = z$,
 $x + y = 2$,
 $y \geq 0, z \geq 0$.

Контрольная работа по теме «Введение в анализ»

I. Вычислить пределы

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - 4n}}{\sqrt[3]{2n^3 + 1}}$;

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n}}{n-1}$;

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x^2}}{2x};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 2x}{3x^2 + 1};$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - 1}{x - 2};$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x};$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}};$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 2) - \ln 2}{x^2};$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x};$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{\sqrt{2x-2}}.$$

II. Определить порядок б. м. $\alpha(x)$ при $x \rightarrow 0$ относительно x :

$$1. \alpha(x) = \ln(1 + \sqrt[3]{x^2 \cdot \operatorname{tg} x}),$$

$$2. \alpha(x) = \sqrt{2x+1} - 1.$$

III. Найти точки разрыва функции, указать их характер. Построить график функции в окрестности точек разрыва:

$$1. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x < 1, \\ x+2, & \text{если } x \geq 1. \end{cases} \quad 2. y = \frac{2^{1-x}}{1+2^{1-x}}, \quad 3. y = \frac{1}{x^2 - 4}.$$

**Контрольная работа
по теме «Дифференциальное исчисление функции одного переменного»
ВАРИАНТ №1**

I. Найти производные следующих функций:

$$1. y = (e^{\cos x} + 3x)^2; \quad 2. 3^x + 3^y = x - 2y; \quad 3. y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{ctg}(\sqrt{\frac{x}{2}})};$$

II. Найти вторую производную $\frac{d^2 y}{dx^2}$:

$$1. y = \frac{x^2}{x^2 - 1}, \quad 2. \begin{cases} x = \cos(t/2), \\ y = t - \sin t. \end{cases} \quad 3. y = \sin(x - y)$$

III. Пользуясь правилом Лопиталья найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right) \quad 2. \lim_{x \rightarrow 1} (\sin \pi x)^{\cos \frac{\pi x}{2}}$$

IV Провести полное исследование функции $y = x e^{-\frac{1}{x}}$ и построить её график

Контрольная работа

по теме «Дифференциальное исчисление ФНП»
ВАРИАНТ №1

I. Найти и построить область определения функции:

$$z = \sqrt{x} \ln(-x - y);$$

II. Найти указанные производные

$$u = (xy)^{z+1}. \quad \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = ?$$

III. Проверить, удовлетворяет ли функция $u = x^2 F\left(\frac{x}{z}, \frac{y}{x}\right)$ уравнению

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 2u.$$

IV. Составить уравнение нормали к поверхности $x^2 - 2x + 6y - z^2 = 4$

параллельно прямой $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4}$.

V. Найти наибольшее и наименьшее значение функции: $z = 8x + y - xy$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0, y = 0, x + y = 10$.