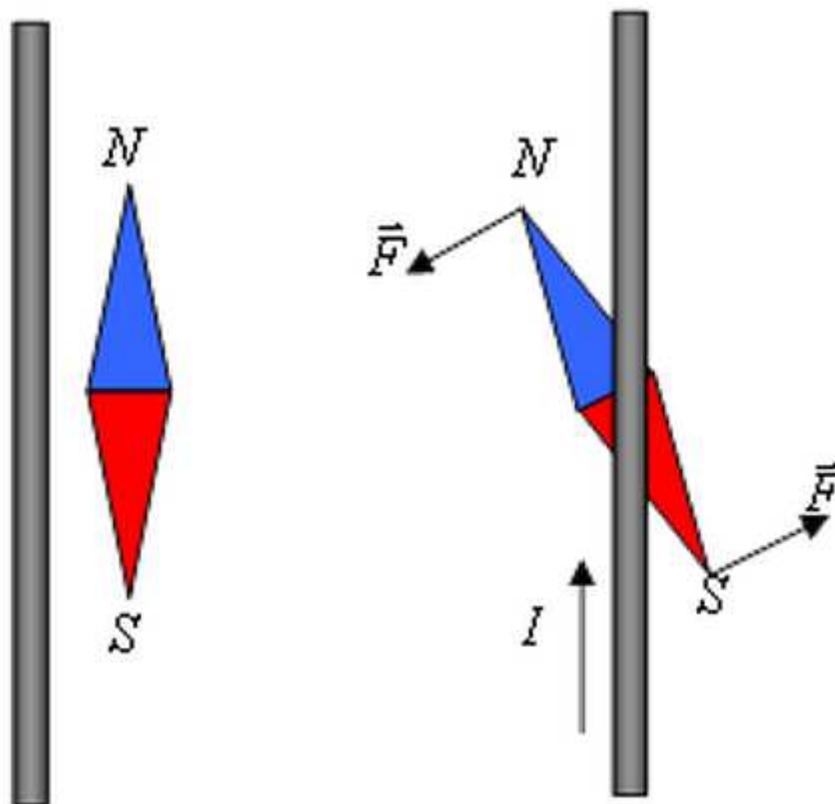
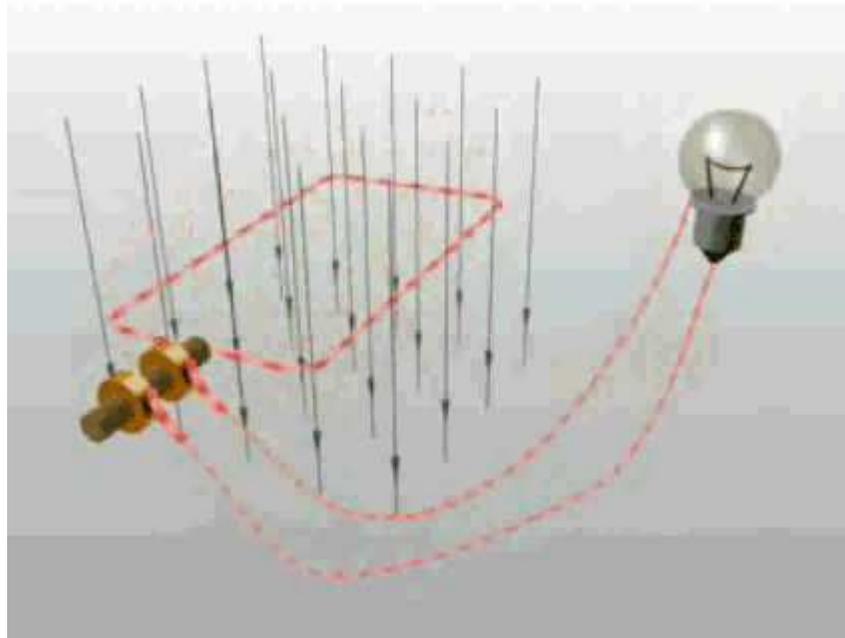
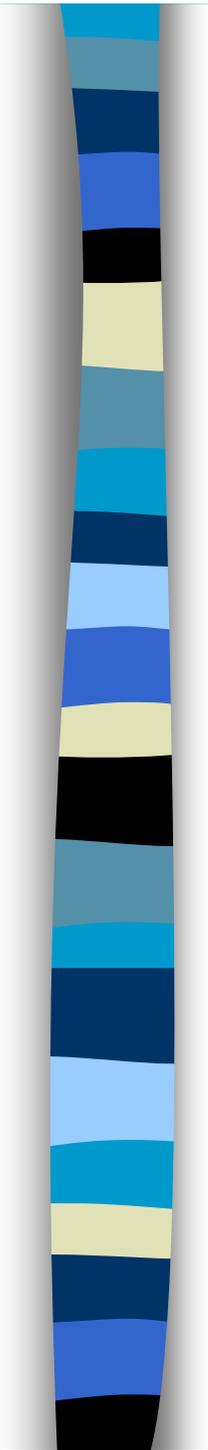
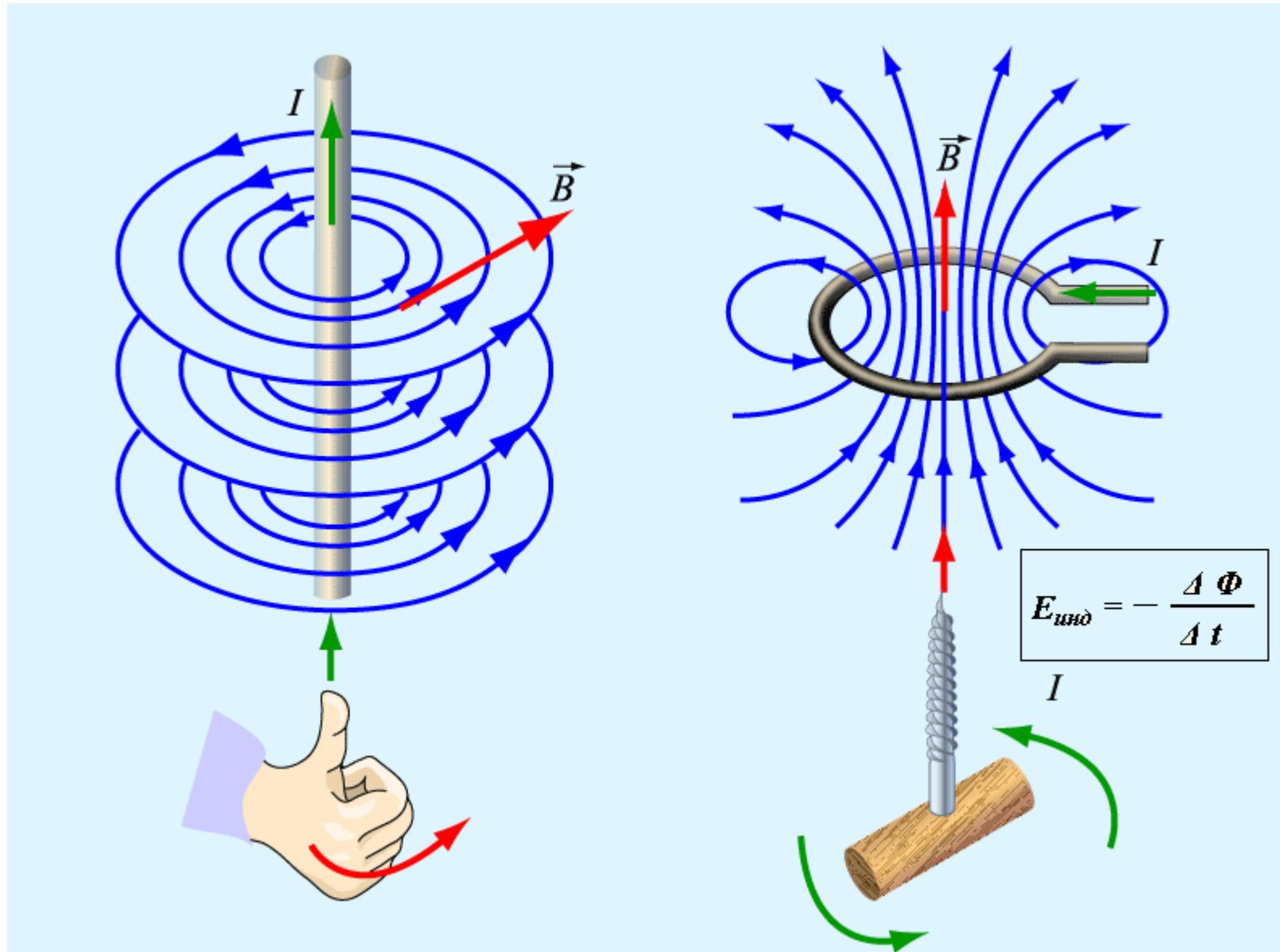
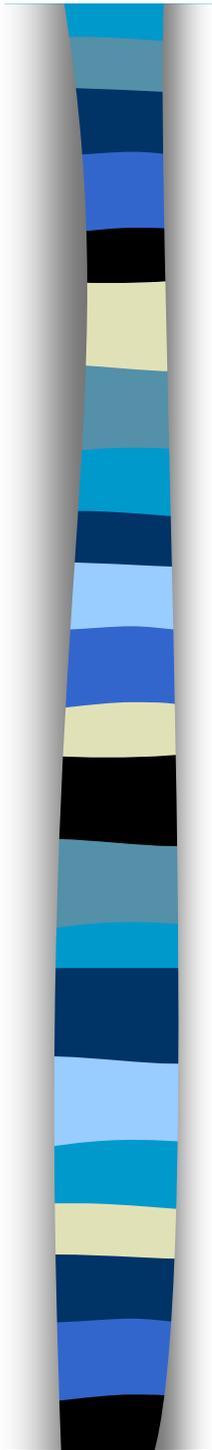


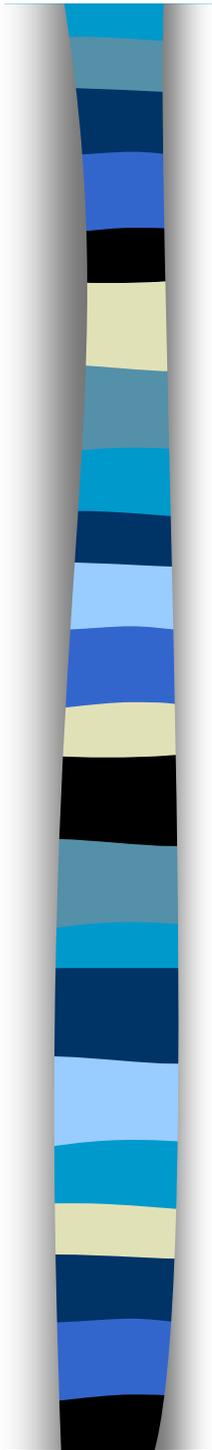
Трехфазные цепи

Магнитное поле

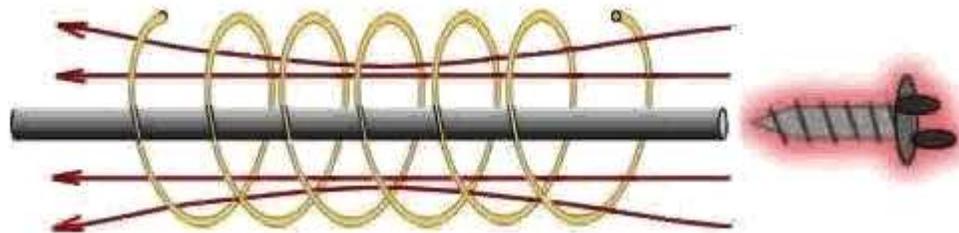
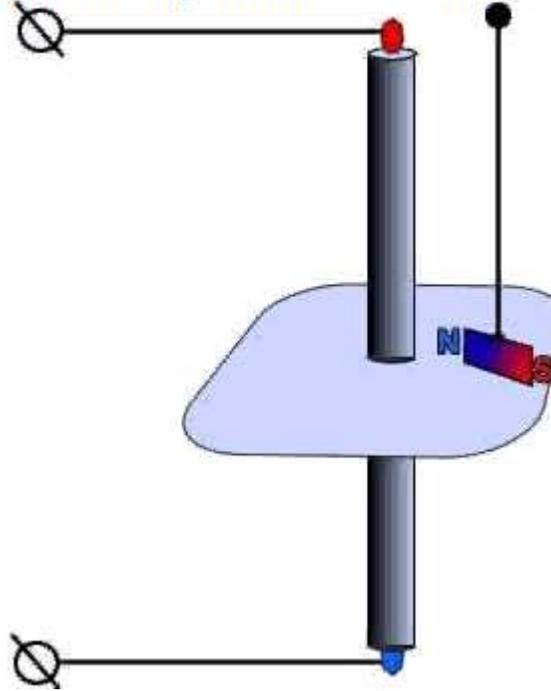


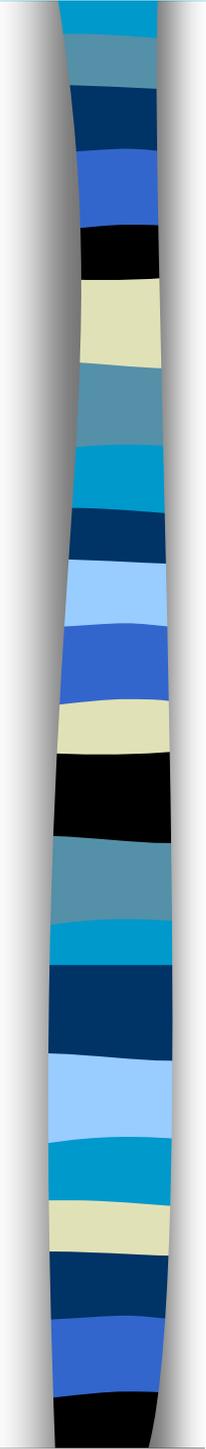






Магнитное поле
прямого проводника с током





Магнитная индукция

$$B = \frac{F}{I \cdot l}$$

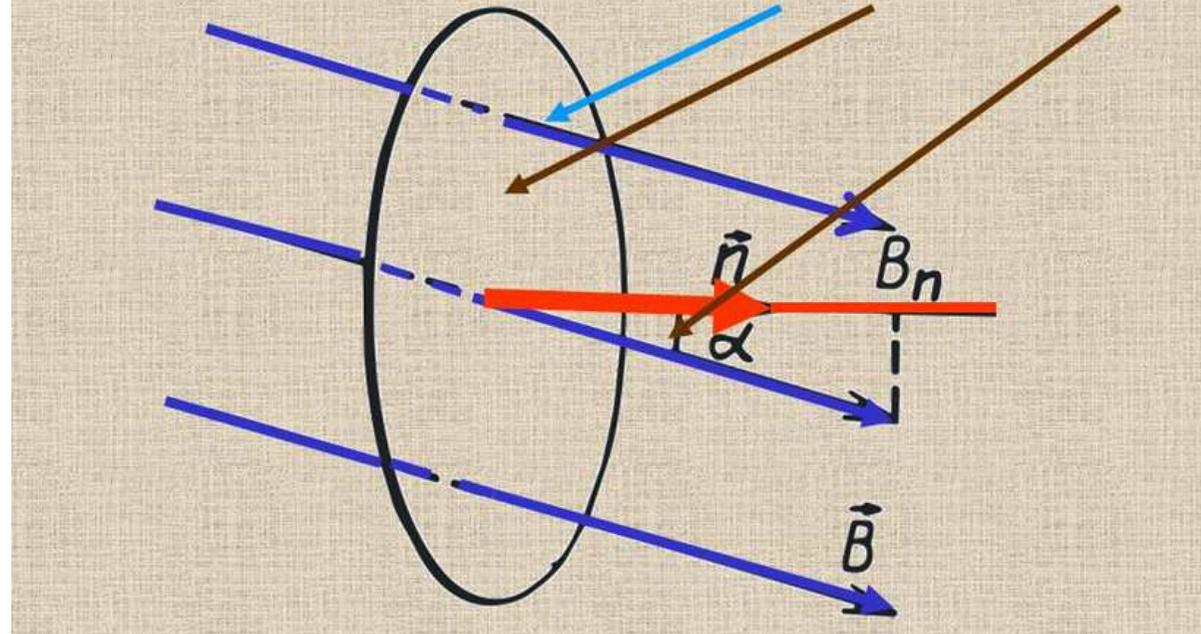
I – ток в проводнике

l – длина проводника

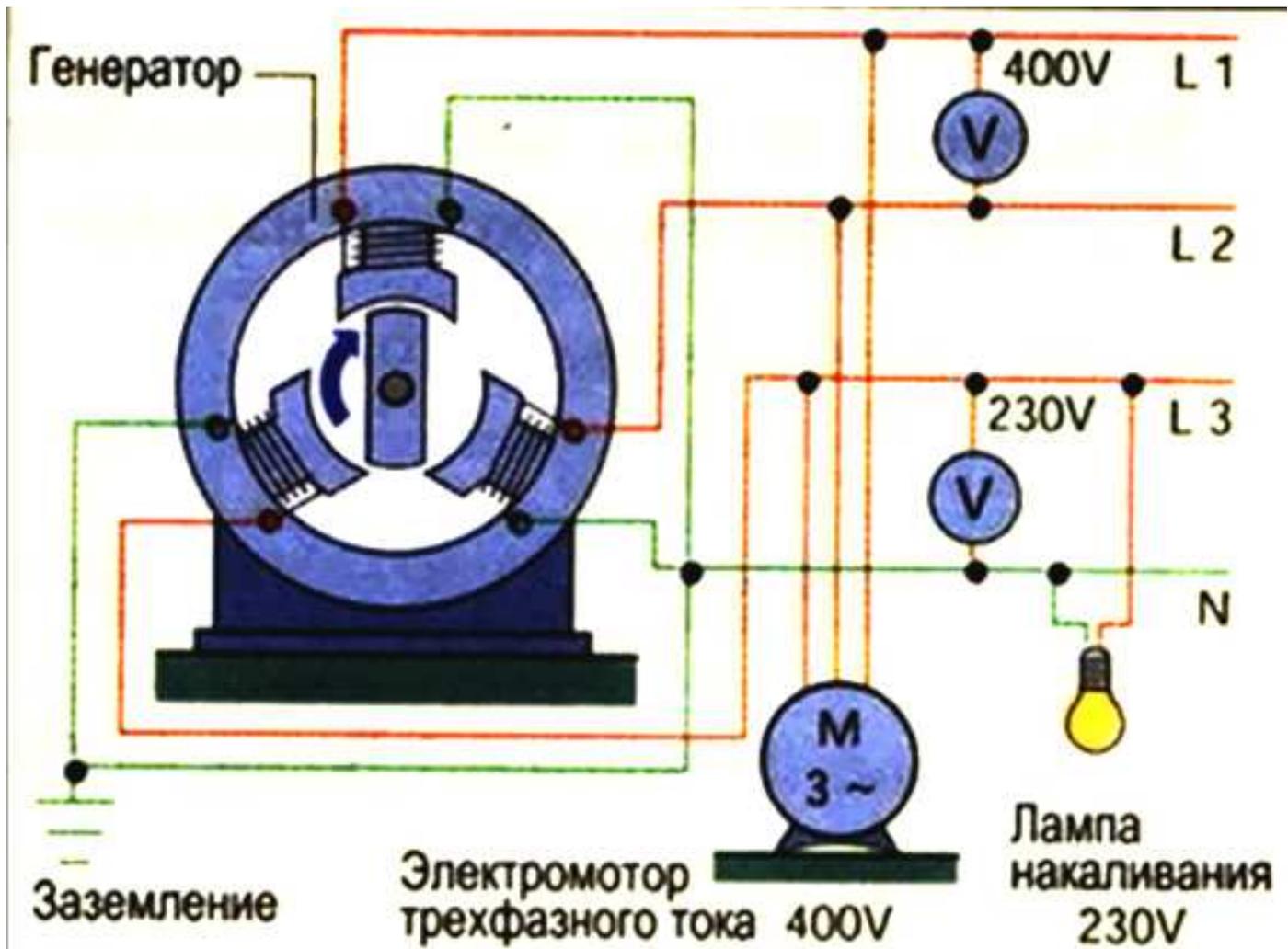
F – сила, действующая на проводник
(сила Ампера)

Магнитный поток

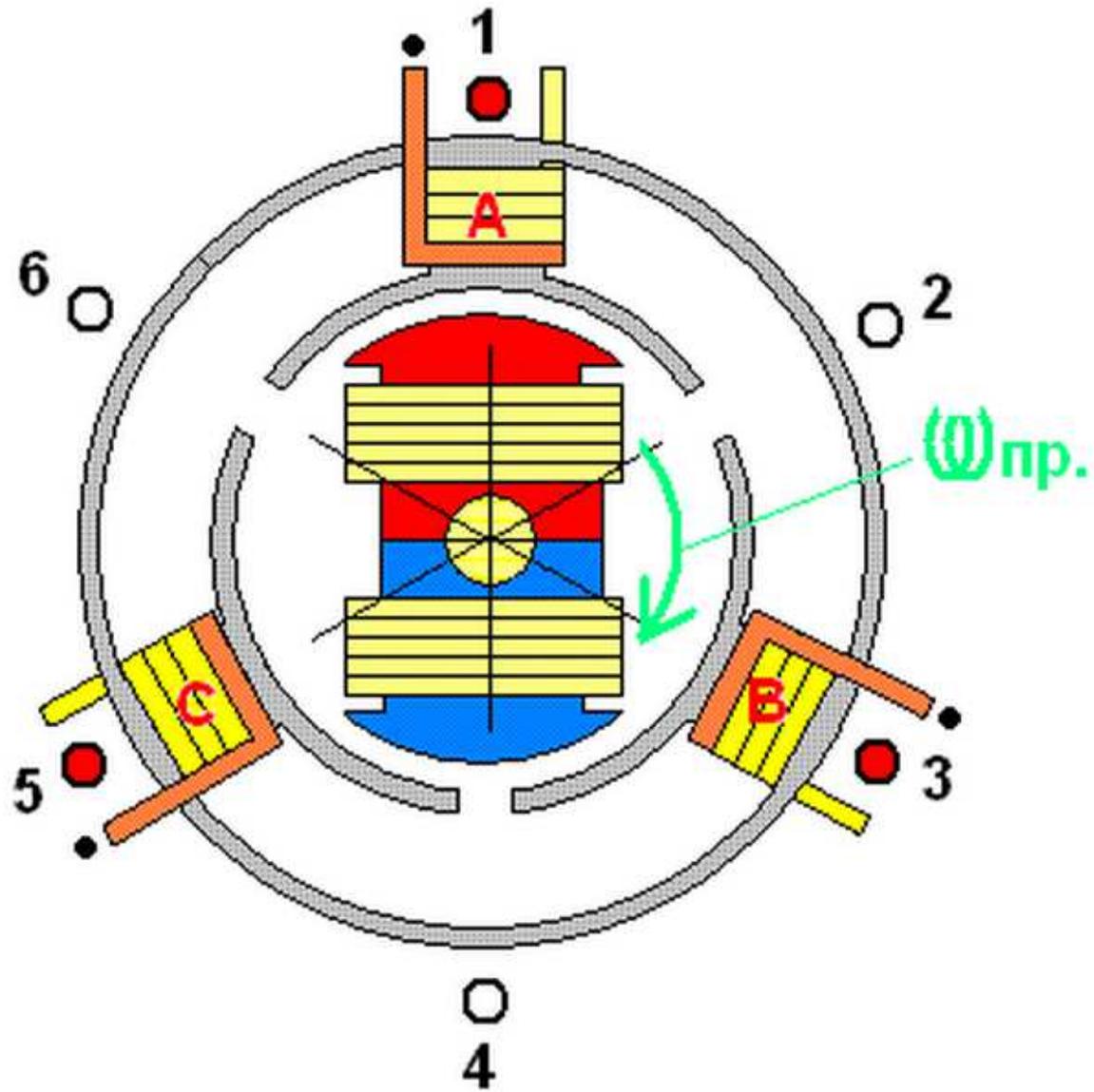
$$\Phi = BS \cos \alpha$$

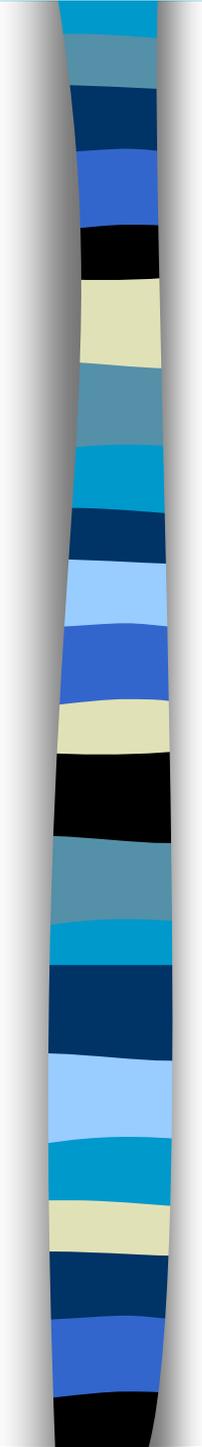


$$\Phi = BS \text{ при } \alpha = 0$$

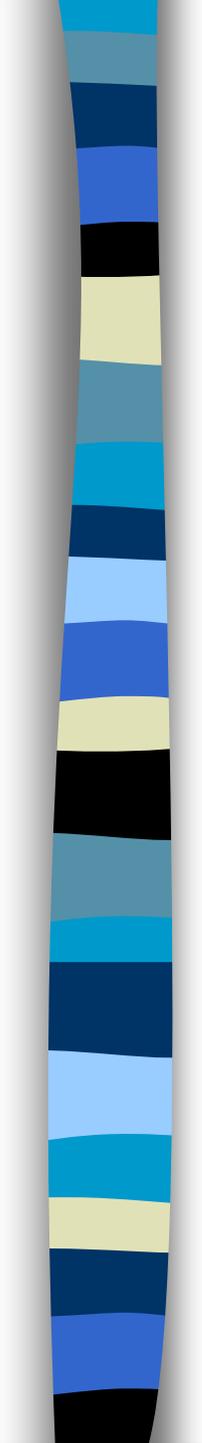


Трехфазный генератор





Генерирование и распределение
электрической энергии
осуществляется посредством
трехфазных цепей,
которые запитываются от обмоток
генераторов и трансформаторов,
характеризуемых фазными ЭДС
 $e_A(t)$, $e_B(t)$, $e_C(t)$

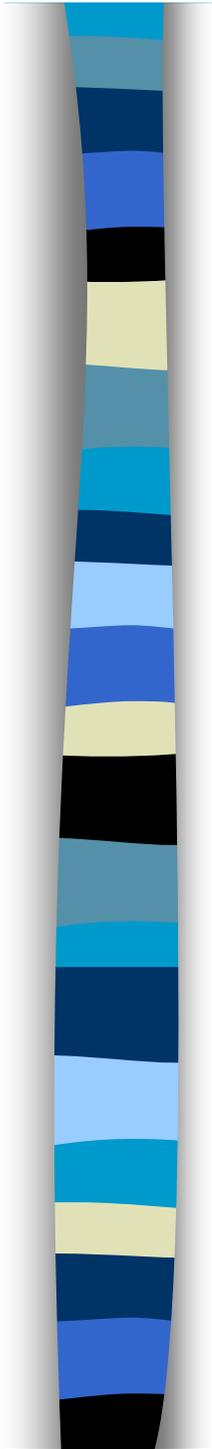


В нормальном режиме фазные ЭДС генераторов и трансформаторов образуют симметричную систему, т.е. имеют одинаковую гармоническую форму, одинаковые частоту и амплитуду и сдвинуты по фазе относительно друг друга на 120 градусов

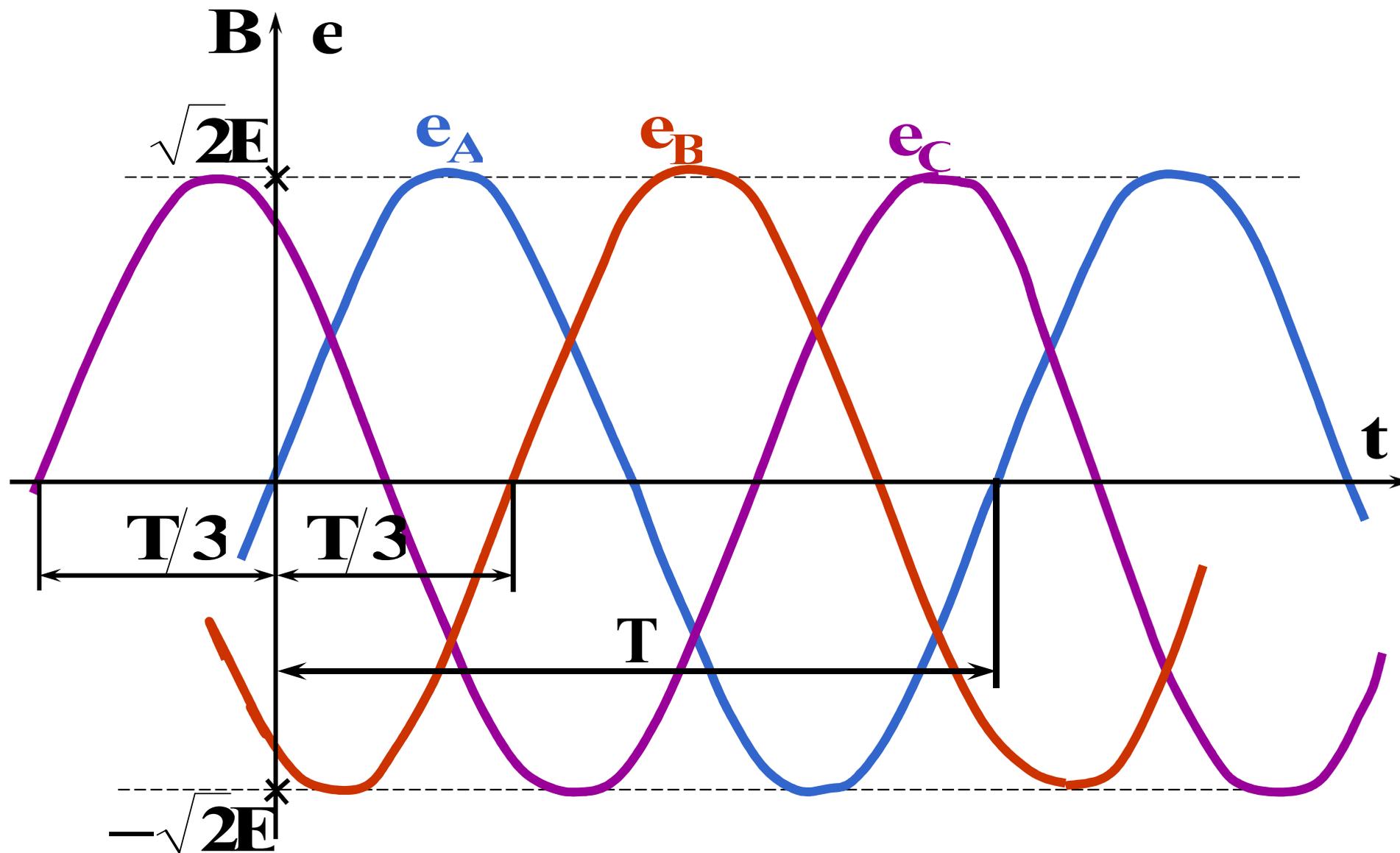
$$e_A(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \alpha)$$

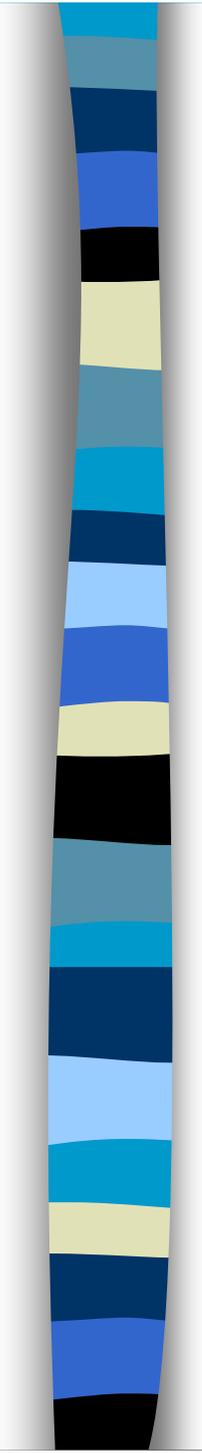
$$e_B(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \alpha - 120^\circ)$$

$$e_C(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \alpha + 120^\circ)$$



Волновая диаграмма при $\alpha=0$



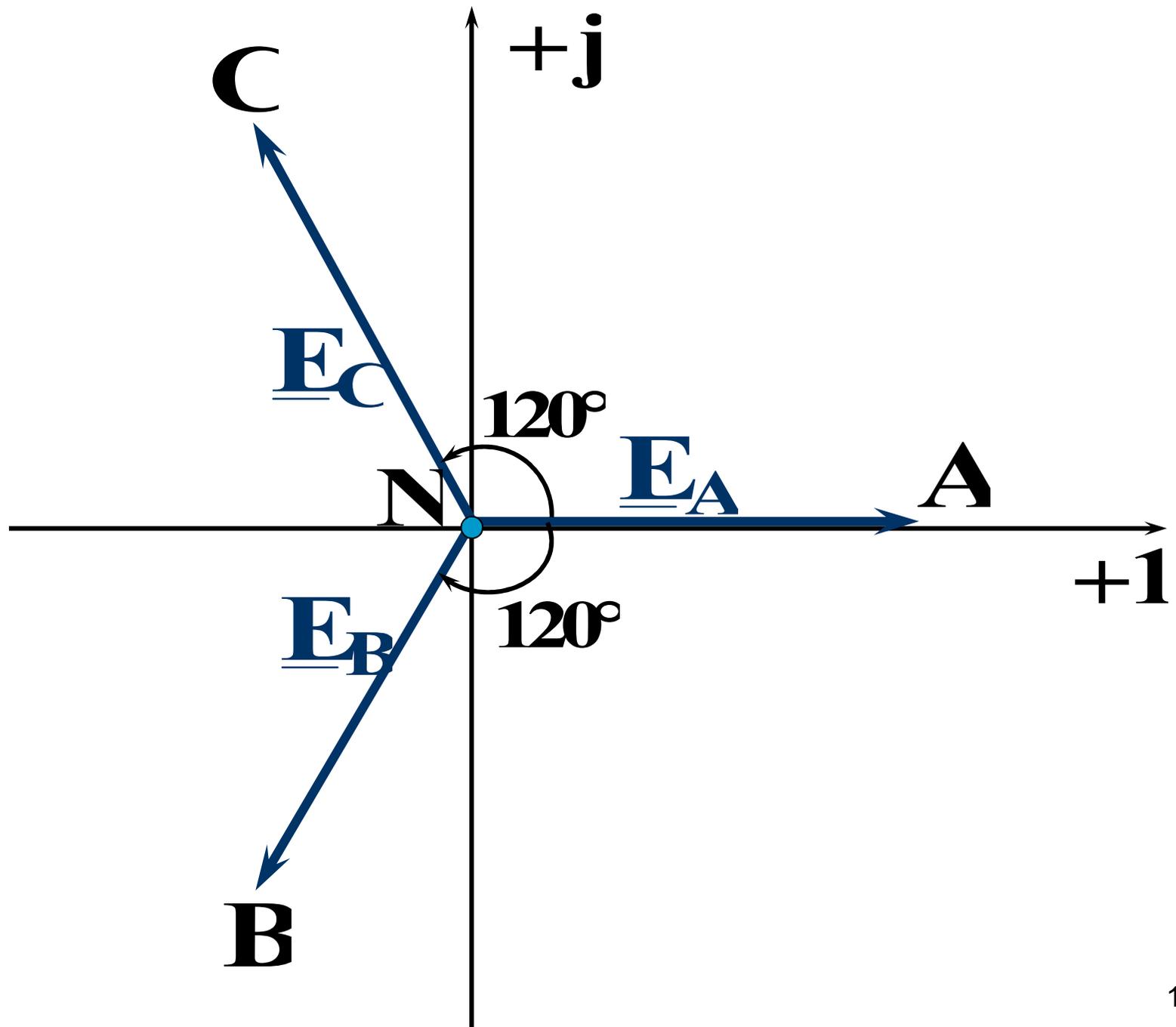


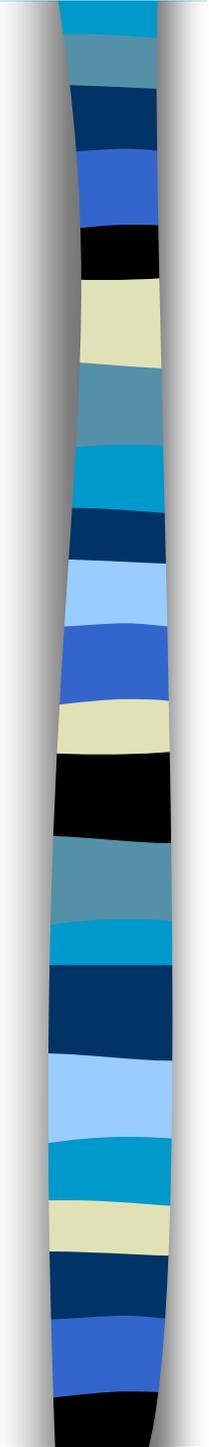
Векторная диаграмма при $\alpha=0$

$$\underline{E}_A = E \cdot e^{j0^\circ}$$

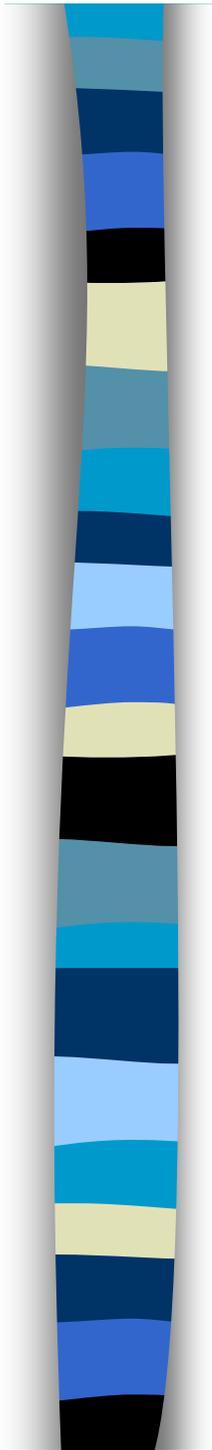
$$\underline{E}_B = E \cdot e^{-j120^\circ}$$

$$\underline{E}_C = E \cdot e^{j120^\circ}$$

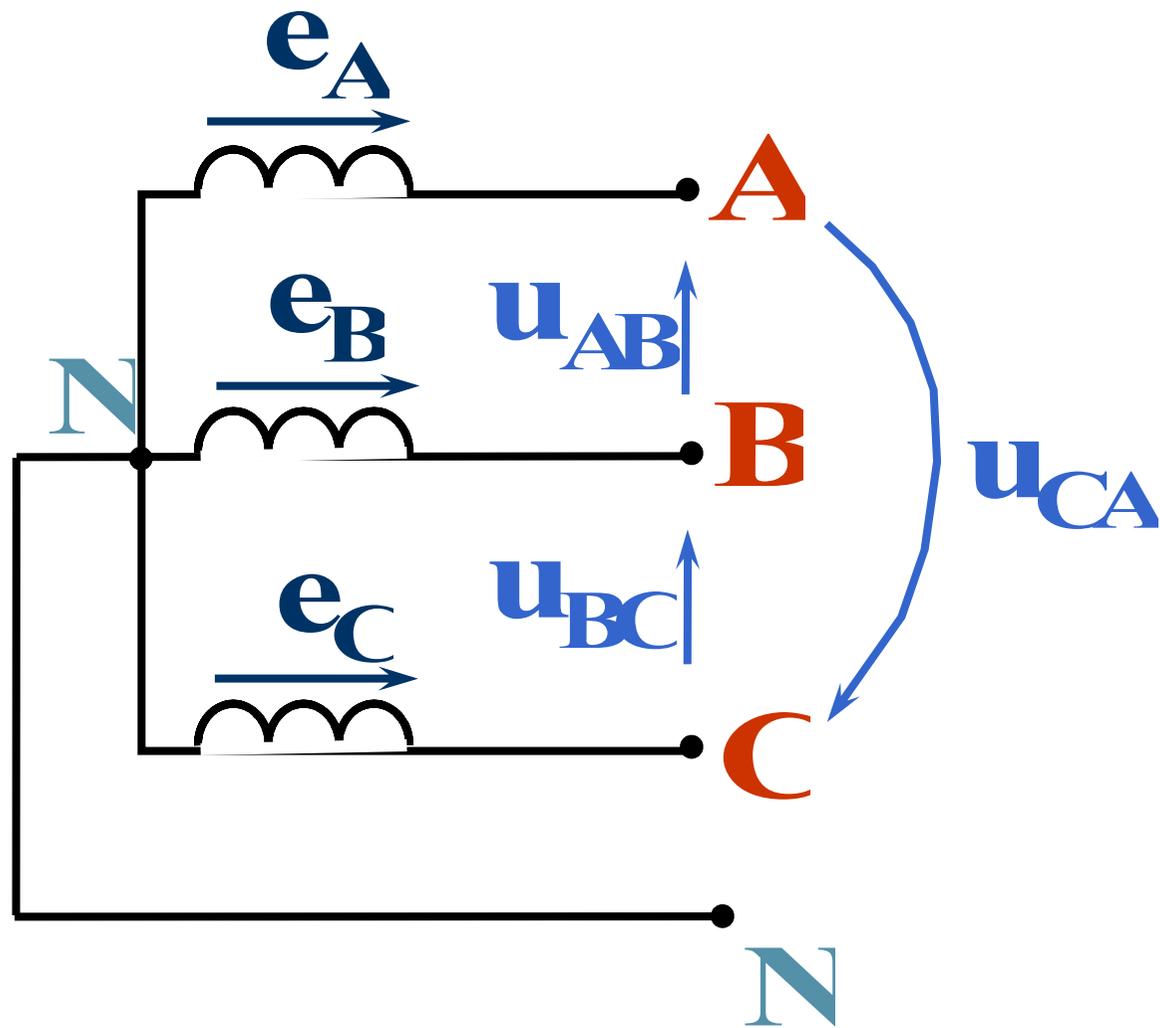


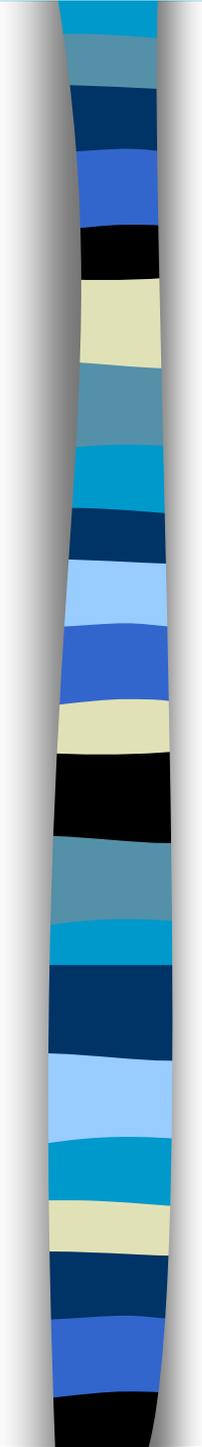

$$\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = E \cdot e^{j0^\circ} + E \cdot e^{-j120^\circ} + E \cdot e^{j120^\circ} = 0$$

Соединение обмоток трехфазного генератора звездой.

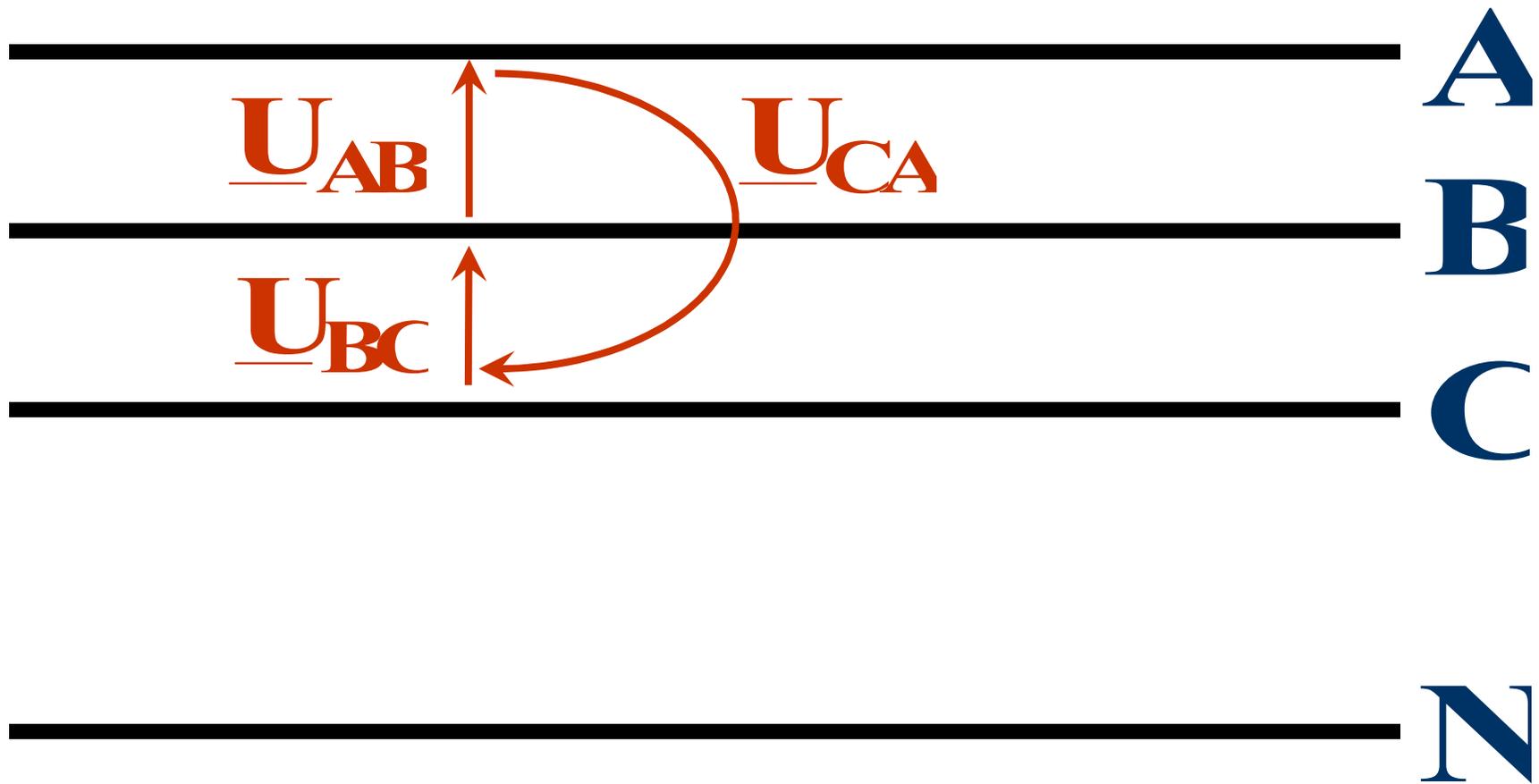


а) звездой:





напряжения между фазами
называются линейными
напряжениями и могут быть
найжены по известным фазным
ЭДС



где

$$U_{\text{Л}} = \sqrt{3E}$$

- действующее значение

$$e_A(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \alpha)$$

$$e_B(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \alpha - 120^\circ)$$

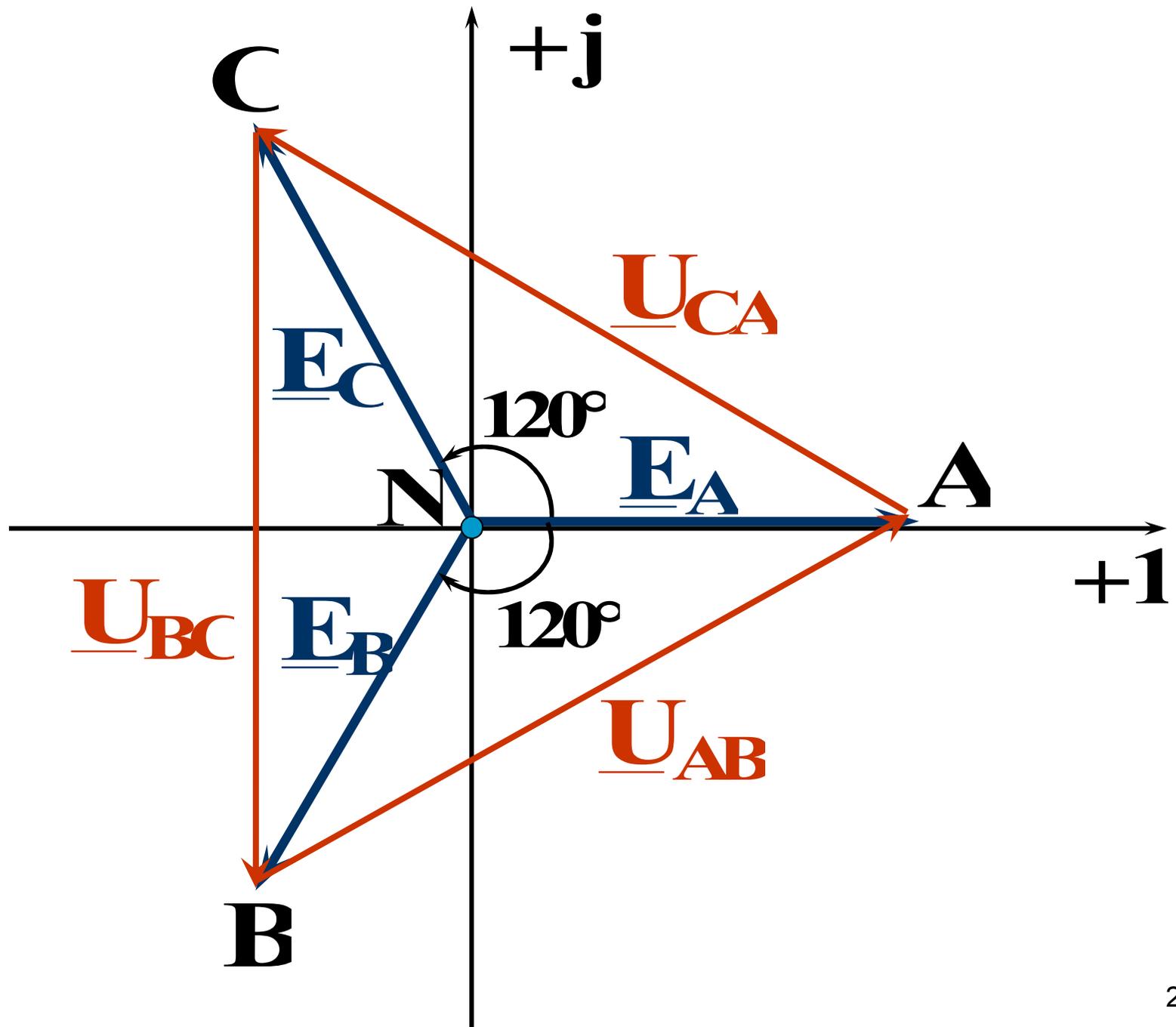
$$e_C(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \alpha + 120^\circ)$$

Линейные напряжения :

$$u_{AB}(t) = e_A(t) - e_B(t) = \sqrt{2}\sqrt{3}E \sin(\omega t + \alpha + 30^\circ)$$

$$u_{BC}(t) = e_B(t) - e_C(t) = \sqrt{2}\sqrt{3}E \sin(\omega t + \alpha - 90^\circ)$$

$$u_{CA}(t) = e_C(t) - e_A(t) = \sqrt{2}\sqrt{3}E \sin(\omega t + \alpha + 150^\circ)$$



где

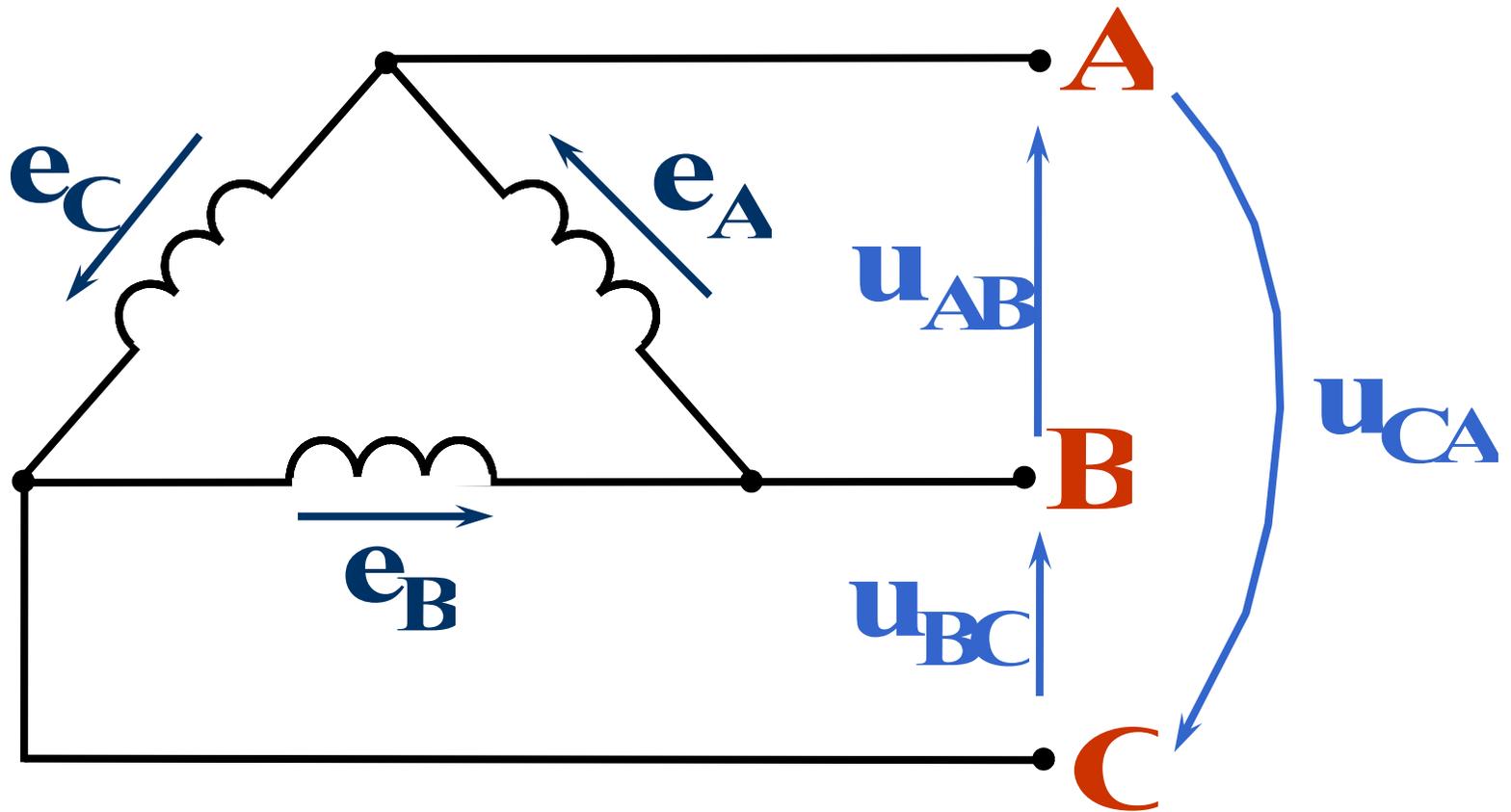
$$\underline{U}_{AB} = U_L \cdot e^{j(\alpha+30^\circ)}$$

$$\underline{U}_{BC} = U_L \cdot e^{j(\alpha-90^\circ)}$$

$$\underline{U}_{CA} = U_L \cdot e^{j(\alpha+150^\circ)}$$

- комплексы действующих значений

б) треугольником:

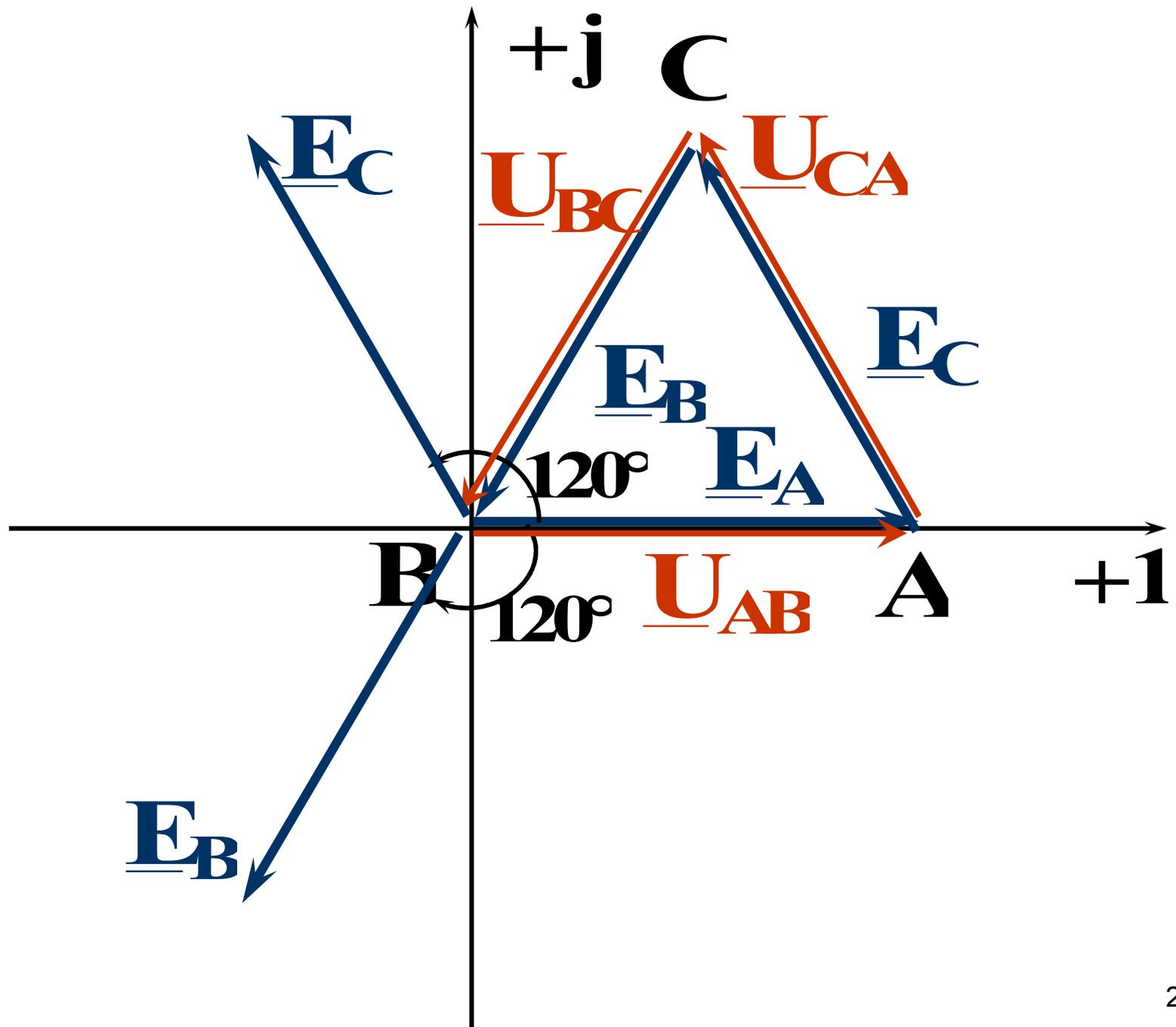


Линейные напряжения :

$$u_{AB}(t) = e_A(t)$$

$$u_{BC}(t) = e_B(t)$$

$$u_{CA}(t) = e_C(t)$$



где

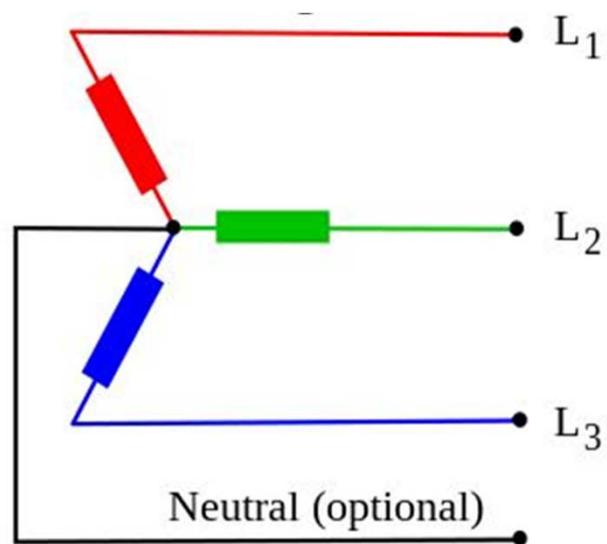
$$\underline{U}_{AB} = \underline{E}_A$$

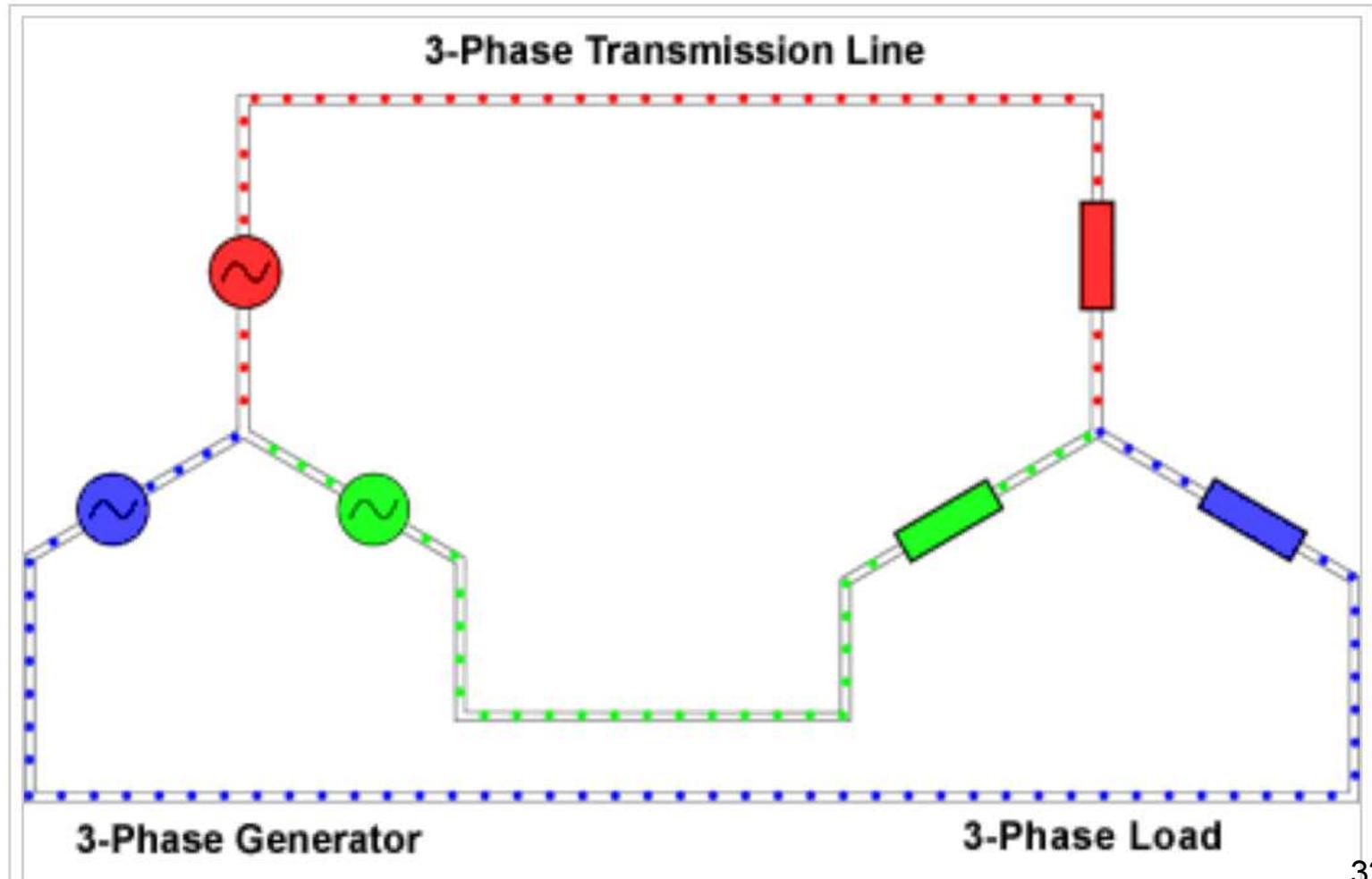
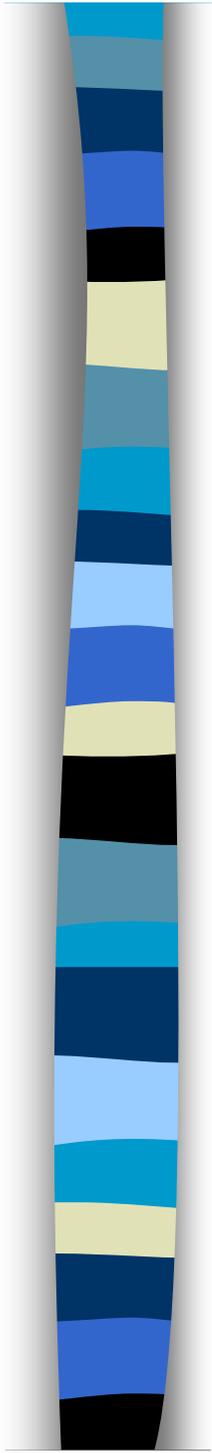
$$\underline{U}_{BC} = \underline{E}_B$$

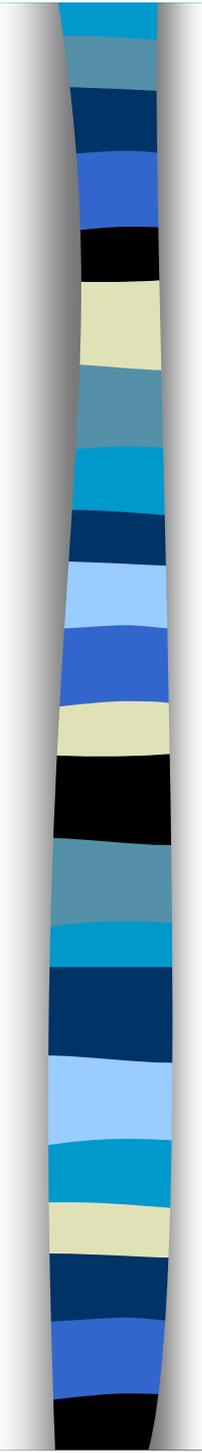
$$\underline{U}_{CA} = \underline{E}_C$$

- комплексы действующих значений

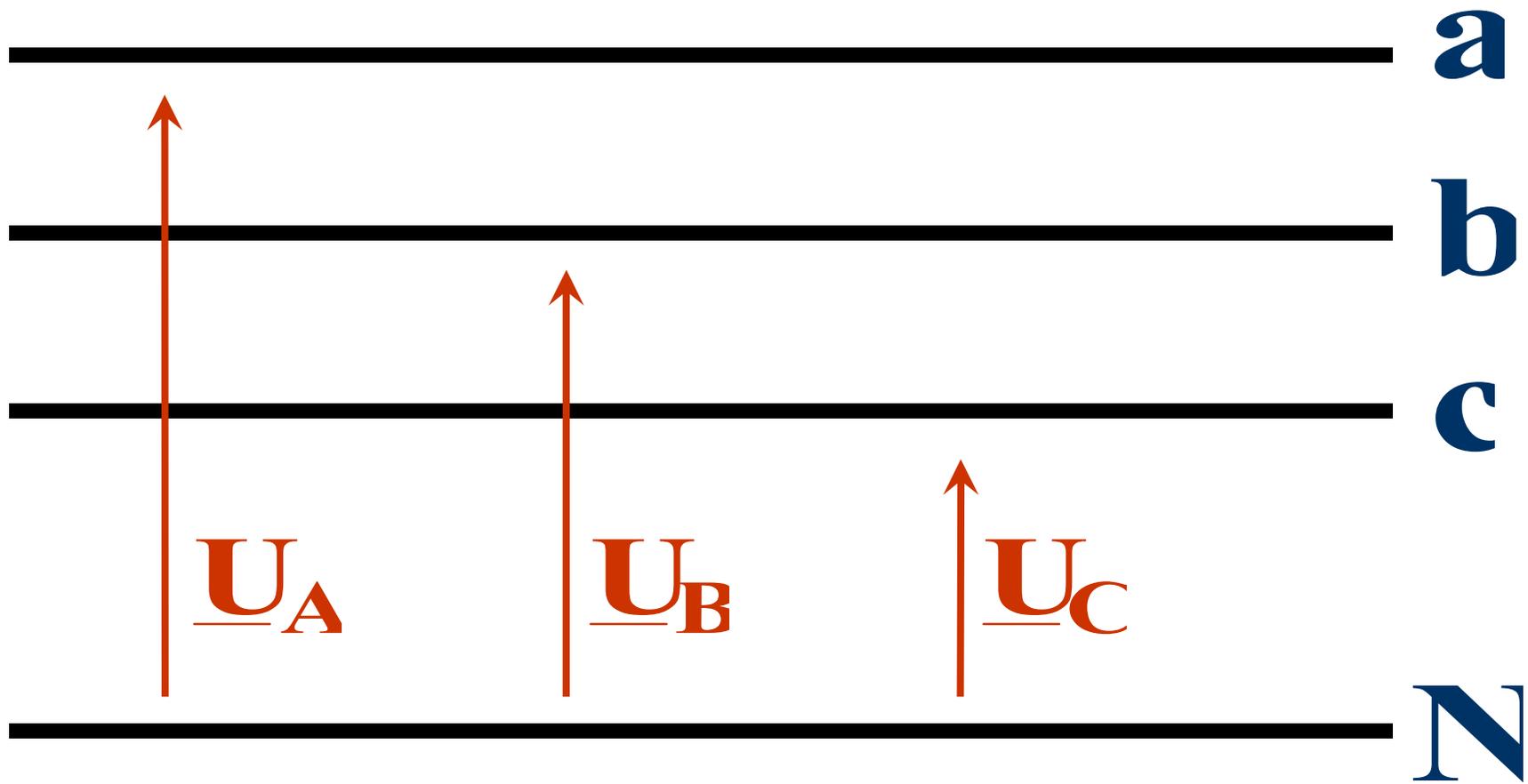
Соединение приемников электроэнергии звездой







Фазные напряжения- это
напряжения между фазами и
нулевым проводом или нейтралью

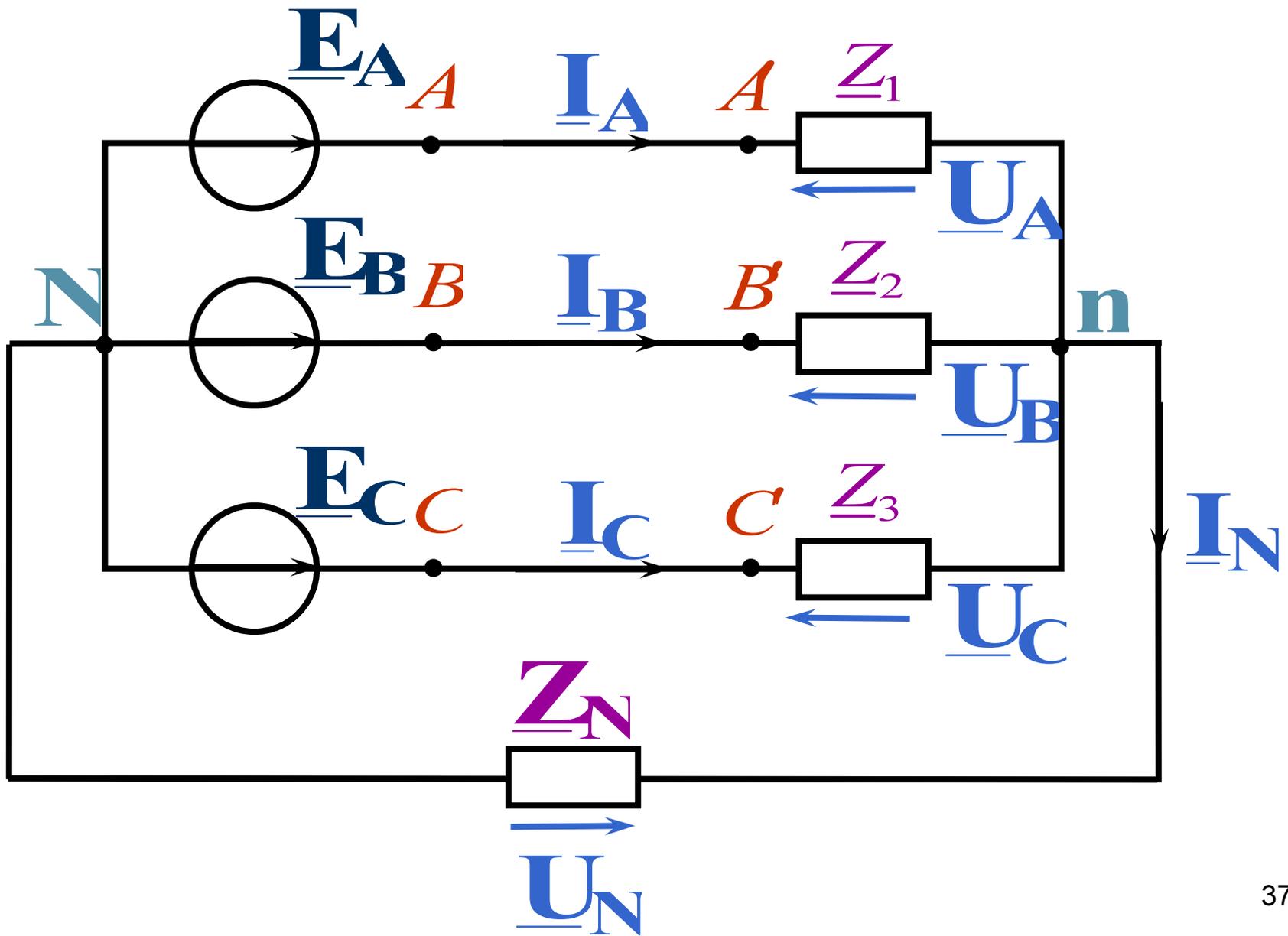


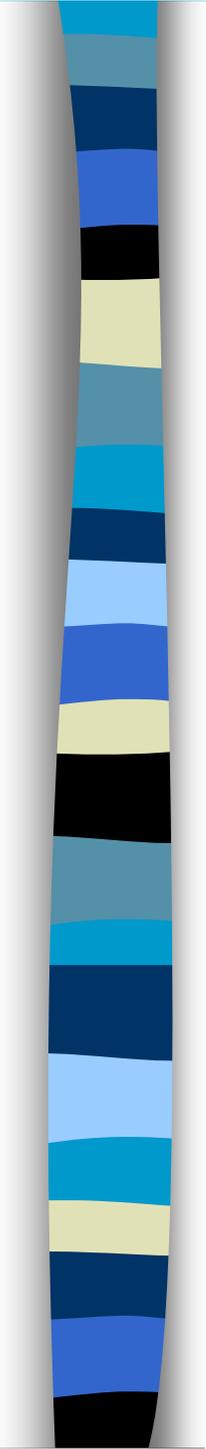
где

$$\begin{cases} \underline{U}_A = U_\Phi \cdot e^{j\beta_A} \\ \underline{U}_B = U_\Phi \cdot e^{j\beta_B} \\ \underline{U}_C = U_\Phi \cdot e^{j\beta_C} \end{cases}$$

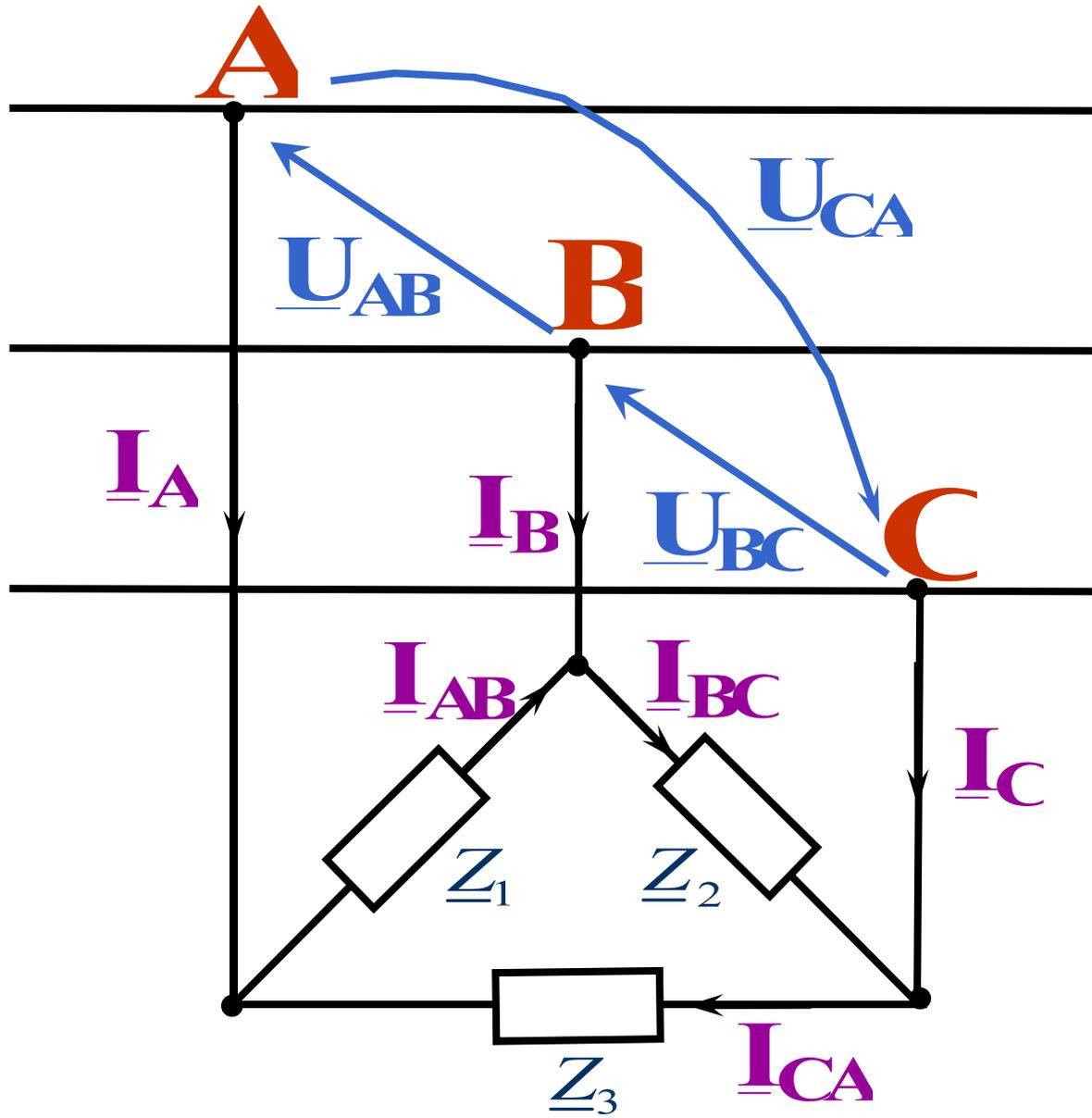
где

$$\begin{cases} \underline{I}_A = I_\Phi \cdot e^{j\alpha_A} \\ \underline{I}_B = I_\Phi \cdot e^{j\alpha_B} \\ \underline{I}_C = I_\Phi \cdot e^{j\alpha_C} \end{cases}$$





2. Соединение нагрузки треугольником



где

$\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ - линейные токи;

$\underline{I}_{AB}, \underline{I}_{BC}, \underline{I}_{CA}$ - фазные токи;

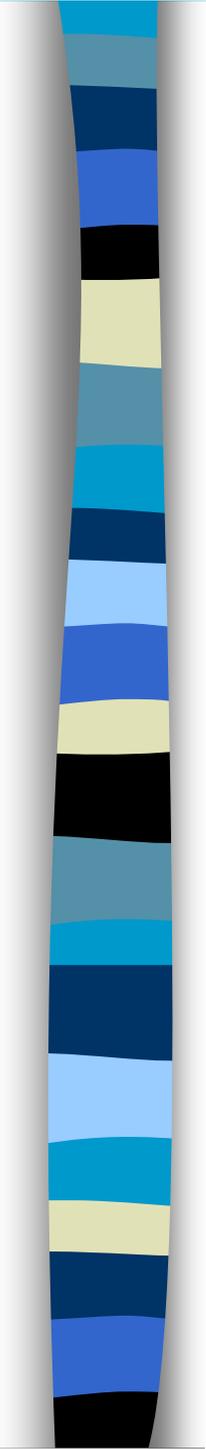
**$\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$ - линейные
напряжения, равные
фазным
напряжениям**

По 1 закону Кирхгофа

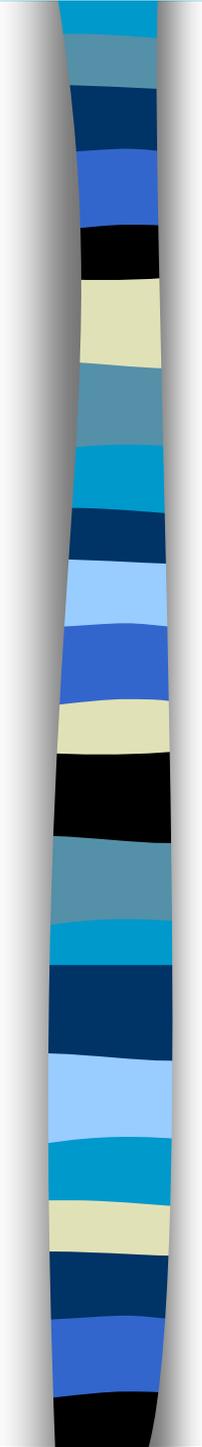
$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}$$

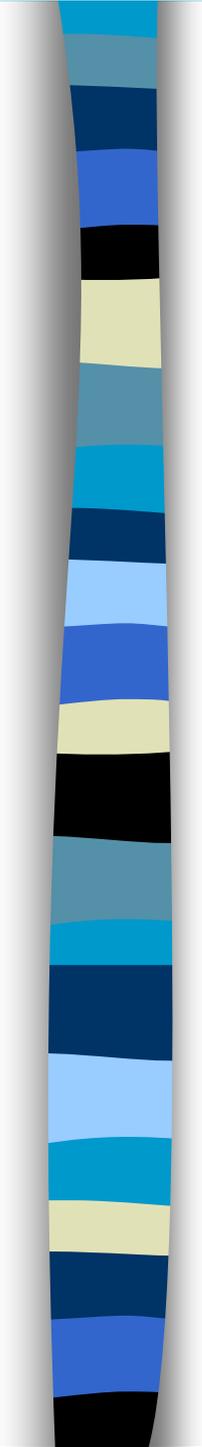
$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}$$



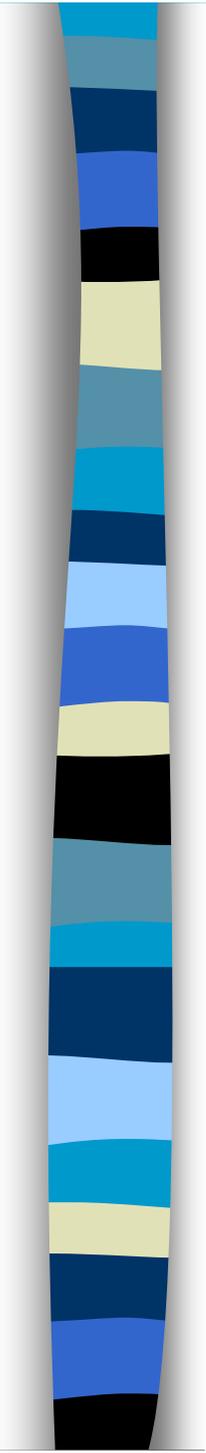
Симметричный режим трехфазной цепи



Симметричный режим характеризуется симметричной системой фазных ЭДС и напряжений, а также одинаковой нагрузкой фаз



Симметричный режим является нормальным режимом трехфазных цепей и рассчитывается известными методами в комплексной форме



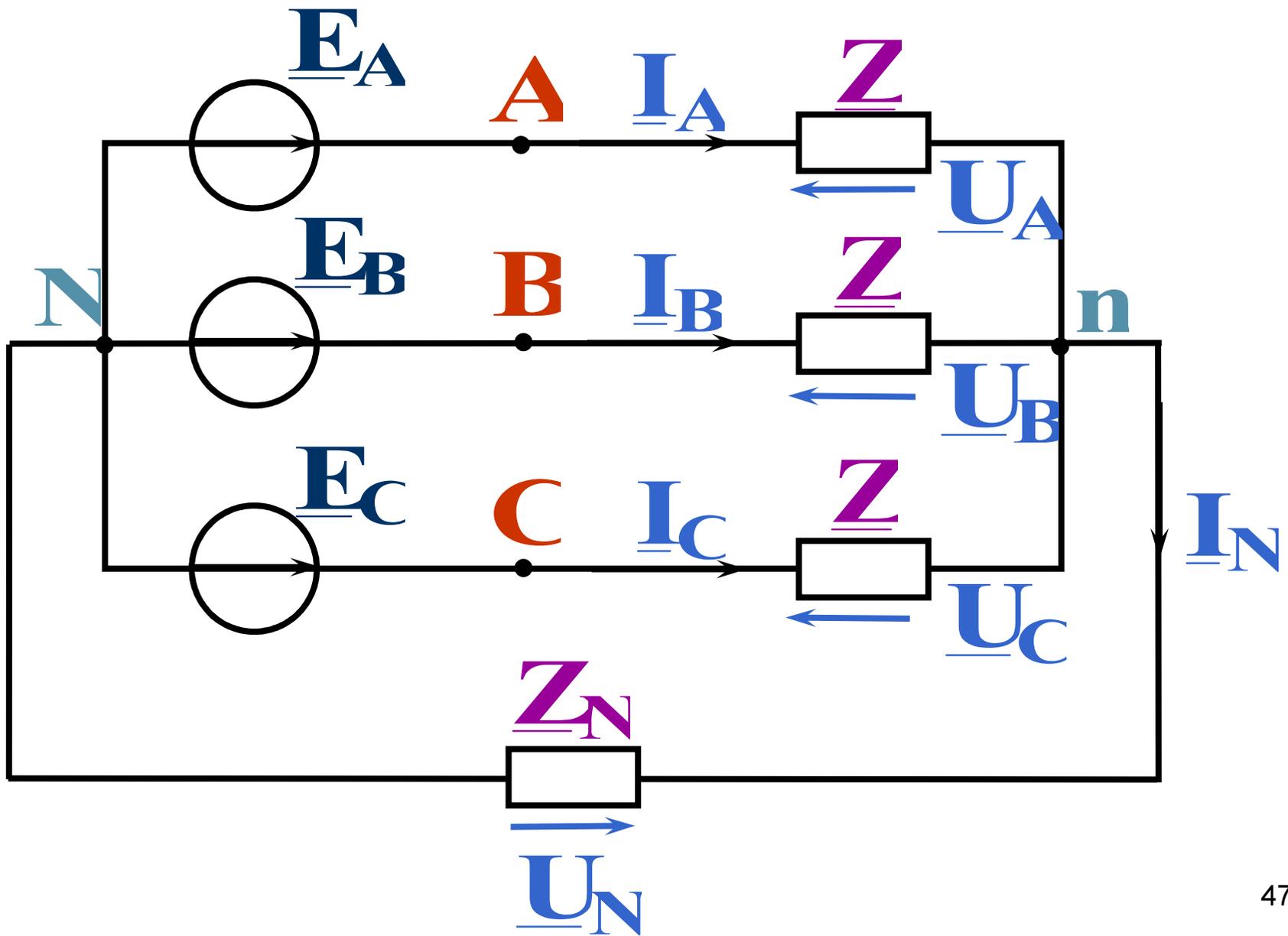
1. Соединение звезда- звезда с нулевым проводом

при

$$\underline{E}_A = E e^{j\alpha}$$

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$$

$$\underline{Z}_N = Z_N \cdot e^{j\varphi_N}$$



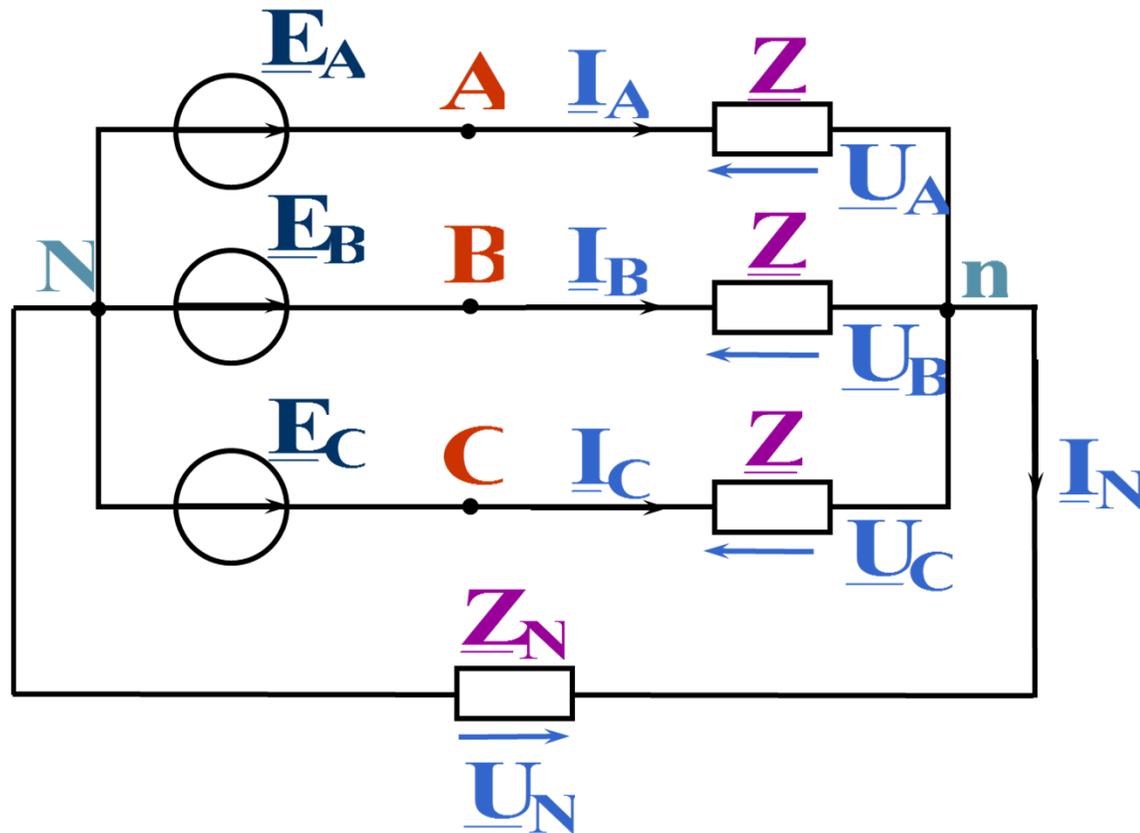
где

**$\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ - линейные токи,
равные фазным токам;**

$\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ - фазные напряжения;

**\underline{I}_N и \underline{U}_N - ток и напряжение
нулевого провода**

По 2-му закону Кирхгофа и закону Ома:



$$\underline{I}_A = (\underline{E}_A - \underline{U}_N) / \underline{Z} = \underline{U}_A / \underline{Z}$$

$$\underline{I}_B = (\underline{E}_B - \underline{U}_N) / \underline{Z} = \underline{U}_B / \underline{Z}$$

$$\underline{I}_C = (\underline{E}_C - \underline{U}_N) / \underline{Z} = \underline{U}_C / \underline{Z}$$

Тогда по 1-му закону
Кирхгофа:

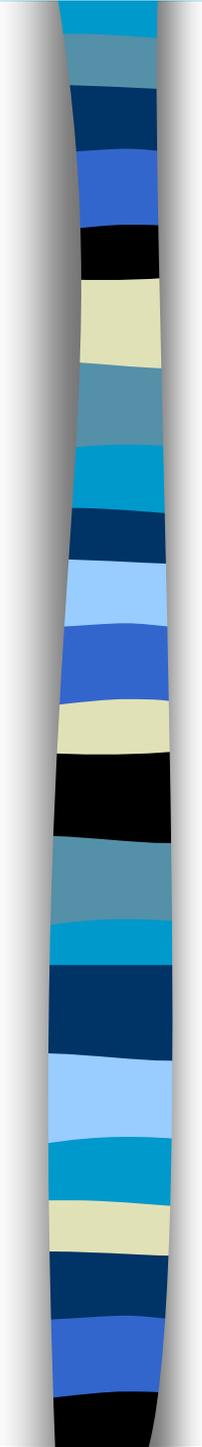
$$\underline{I}_N = \frac{\underline{U}_N}{\underline{Z}_N} = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C =$$
$$= \frac{\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C}{\underline{Z}} = \frac{3\underline{U}_N}{\underline{Z}}$$

Ho

$$\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0$$

T.e.

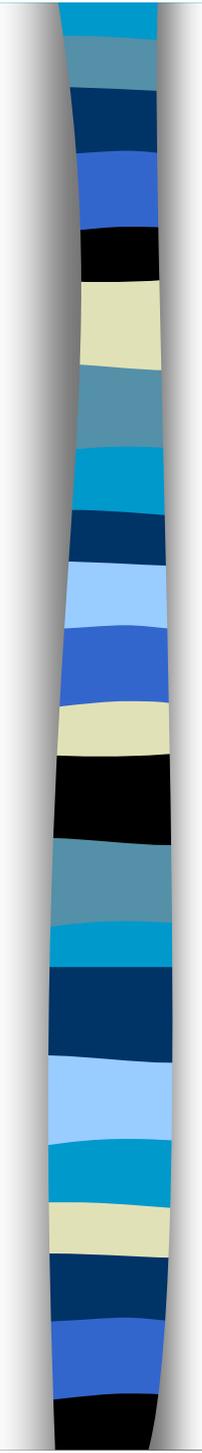
$$\underline{U}_N \left(\frac{1}{\underline{Z}_N} + \frac{3}{\underline{Z}} \right) = 0$$



Таким образом

$$\underline{U}_N = 0$$

$$\underline{I}_N = \underline{U}_N / \underline{Z}_N = 0$$

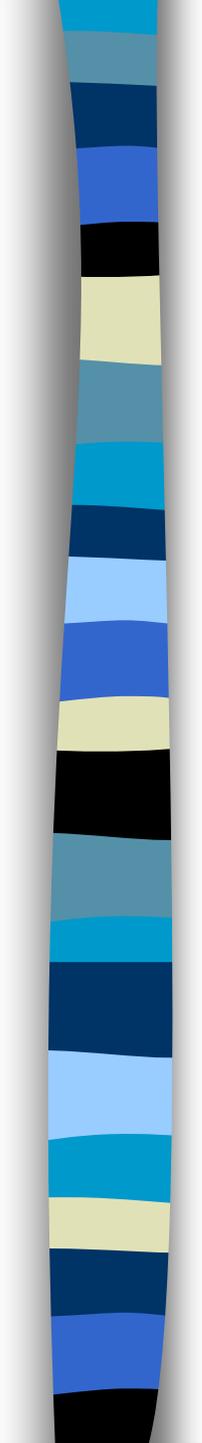


Таким образом

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}} = I_{лe} e^{j(\alpha - \varphi)}$$

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A$$

$$\underline{I}_C = a \underline{I}_A$$



Таким образом

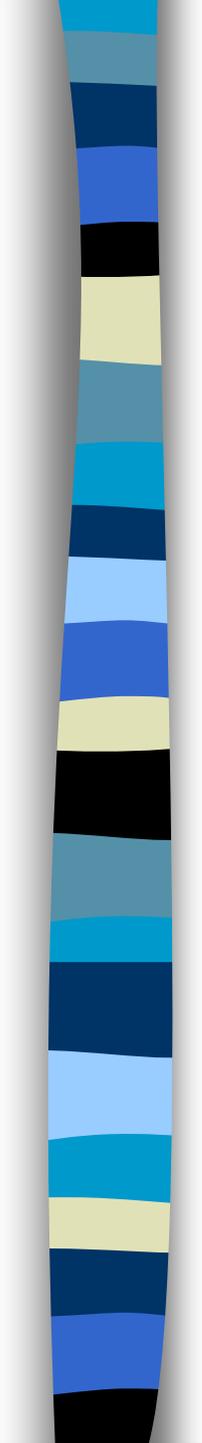
$$\underline{U}_A = \underline{E}_A$$

$$\underline{U}_B = a^2 \underline{E}_A$$

$$\underline{U}_C = a \underline{E}_A$$

Комплекс полной вырабатываемой мощности

$$\begin{aligned}\underline{S}_B &= \underline{E}_A \underline{I}_A + \underline{E}_B \underline{I}_B + \underline{E}_C \underline{I}_C = \\ &= 3 \cdot \underline{E} \cdot \underline{I}_L e^{j\varphi} = \\ &= P_B + jQ_B, \text{ (ВА)}\end{aligned}$$

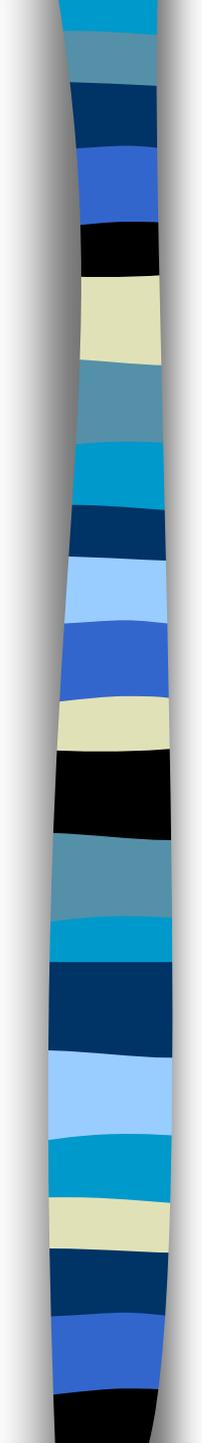


а) АКТИВНАЯ МОЩНОСТЬ

$$P_B = P_{II} = 3 \cdot E \cdot I_L \cos \varphi =$$

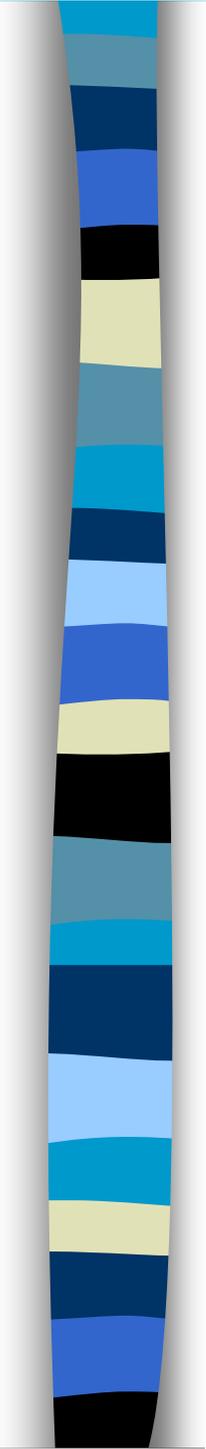
$$= \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cos \varphi =$$

$$= 3 \cdot I_L^2 \cdot [\operatorname{Re}(\underline{Z})], (\text{Вт})$$



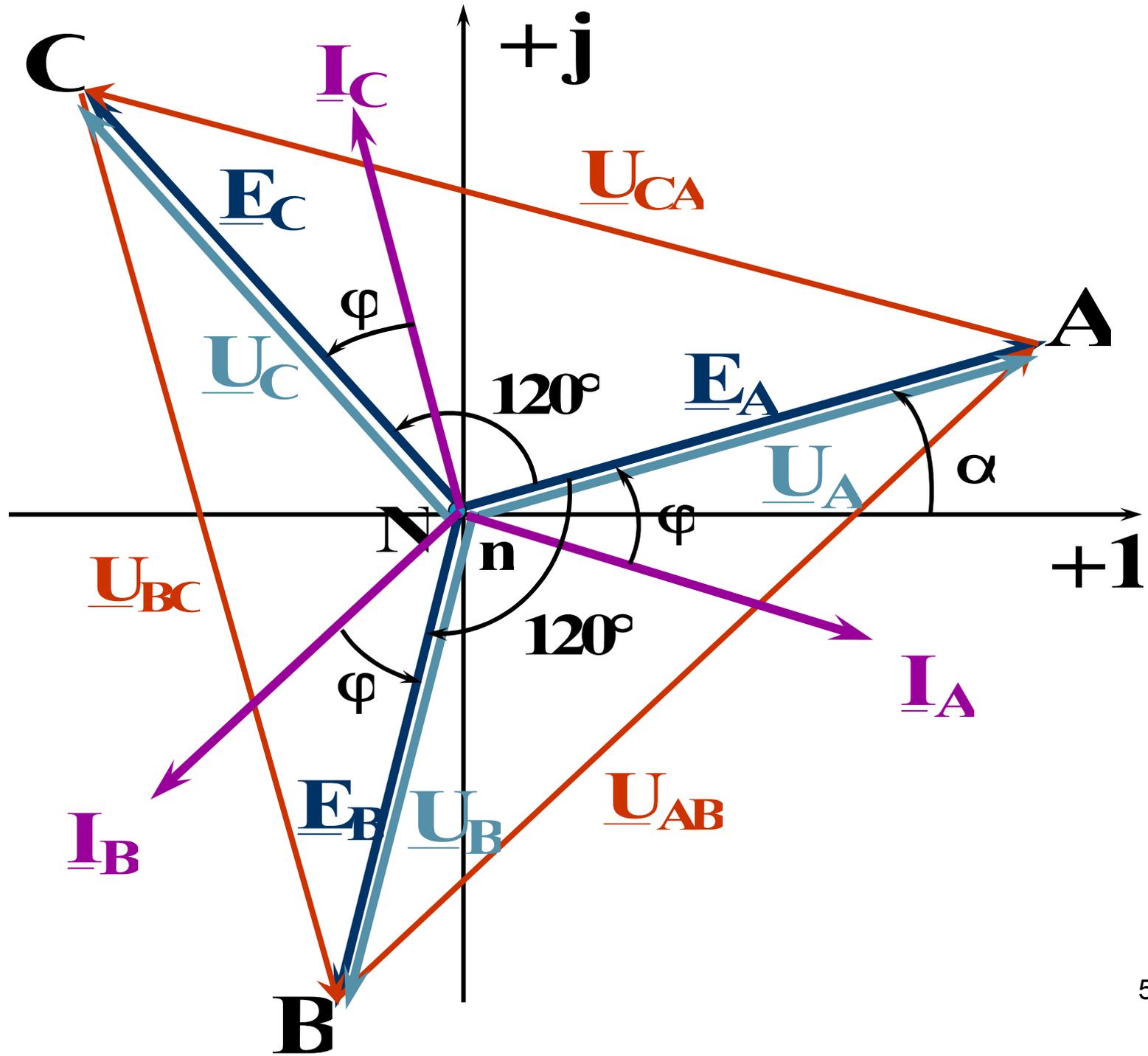
б) реактивная мощность

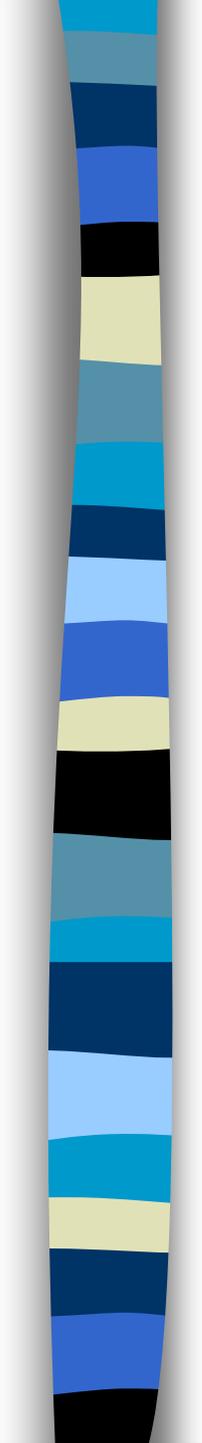
$$\begin{aligned} Q_{\text{В}} = Q_{\text{П}} &= 3 \cdot E \cdot I_{\text{Л}} \sin \varphi = \\ &= \sqrt{3} \cdot U_{\text{Л}} \cdot I_{\text{Л}} \sin \varphi = \\ &= 3 \cdot I_{\text{Л}}^2 \cdot [\text{Im}(\underline{Z})], \text{ (вар)} \end{aligned}$$



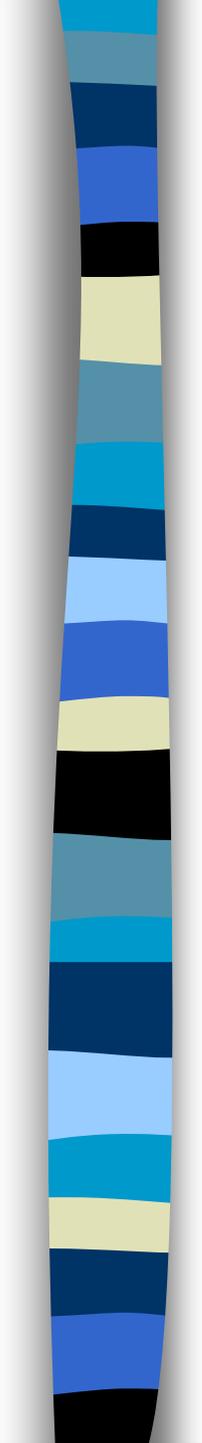
Векторная диаграмма

$$\varphi > 0$$



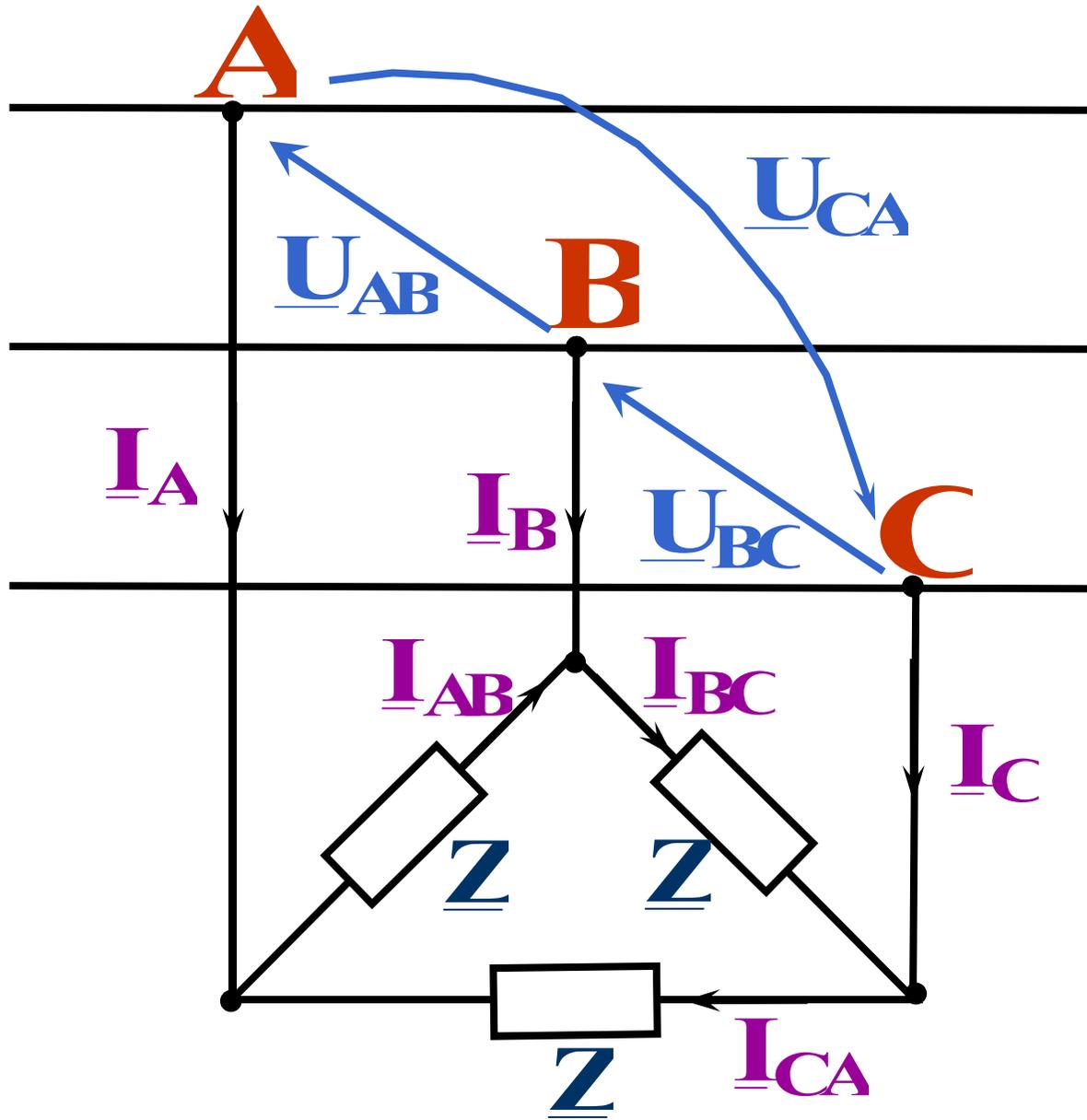


В симметричном режиме ток нулевого провода \underline{I}_N и напряжение смещения нейтралей \underline{U}_N равны нулю, поэтому цепь без нулевого провода рассчитывается аналогично, причем такой расчет можно вести на одну фазу (А)



2. Соединение нагрузки треугольником при

$$\underline{U}_{AB} = U_{\text{Л}} e^{j\lambda}, \quad \underline{Z} = Z e^{j\varphi}$$

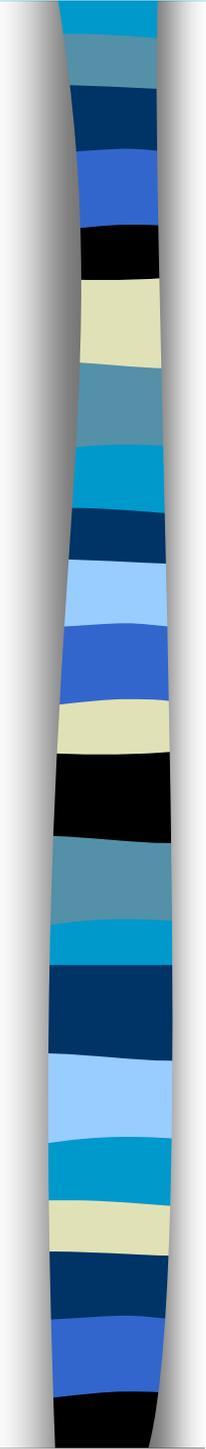


где

$\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ - линейные токи;

$\underline{I}_{AB}, \underline{I}_{BC}, \underline{I}_{CA}$ - фазные токи;

$\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$ - линейные
напряжения, равные
фазным
напряжениям

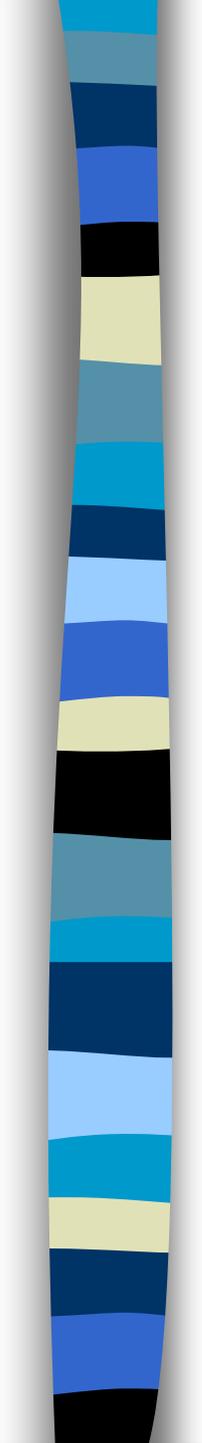


По закону Ома:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}} = I_{\phi} e^{j(\lambda - \varphi)}$$

$$\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}} = a^2 \underline{I}_{AB}$$

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}} = a \cdot \underline{I}_{AB}$$



По 1 закону Кирхгофа

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = I_{\text{Л}} e^{j(\lambda - \varphi - 30^\circ)}$$

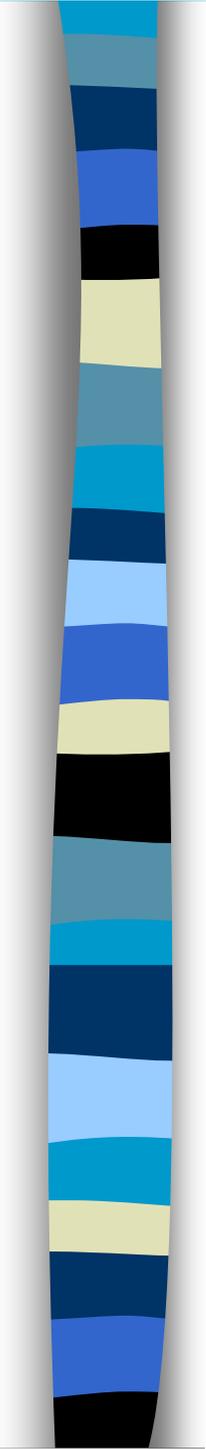
$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = a^2 \underline{I}_A$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = a \cdot \underline{I}_A$$

где

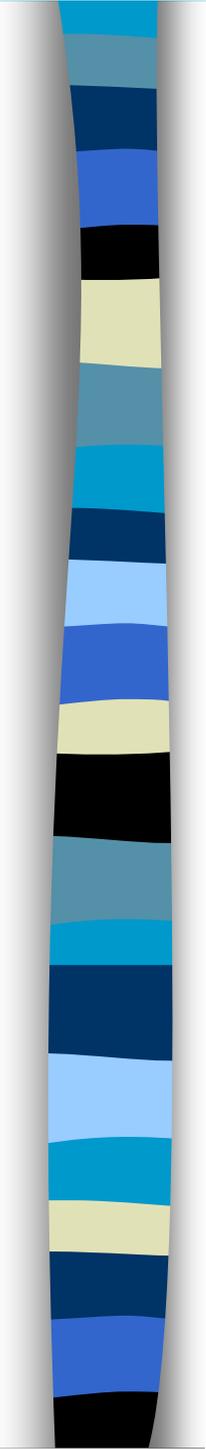
$$I_{\Phi} = \frac{U_{\text{Л}}}{Z}$$

$$I_{\text{Л}} = \sqrt{3} I_{\Phi}$$



**а) активная потребляемая
МОЩНОСТЬ**

$$\begin{aligned} P_{\Pi} &= 3 \cdot U_{\text{Л}} \cdot I_{\Phi} \cos \varphi = \\ &= \sqrt{3} \cdot U_{\text{Л}} \cdot I_{\text{Л}} \cos \varphi = \\ &= 3 \cdot I_{\Phi}^2 \cdot [\text{Re}(\underline{Z})], \text{ (Вт)} \end{aligned}$$

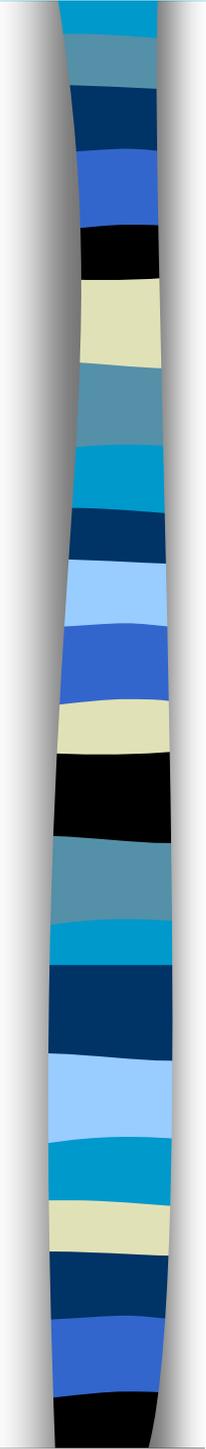


**б) реактивная потребляемая
МОЩНОСТЬ**

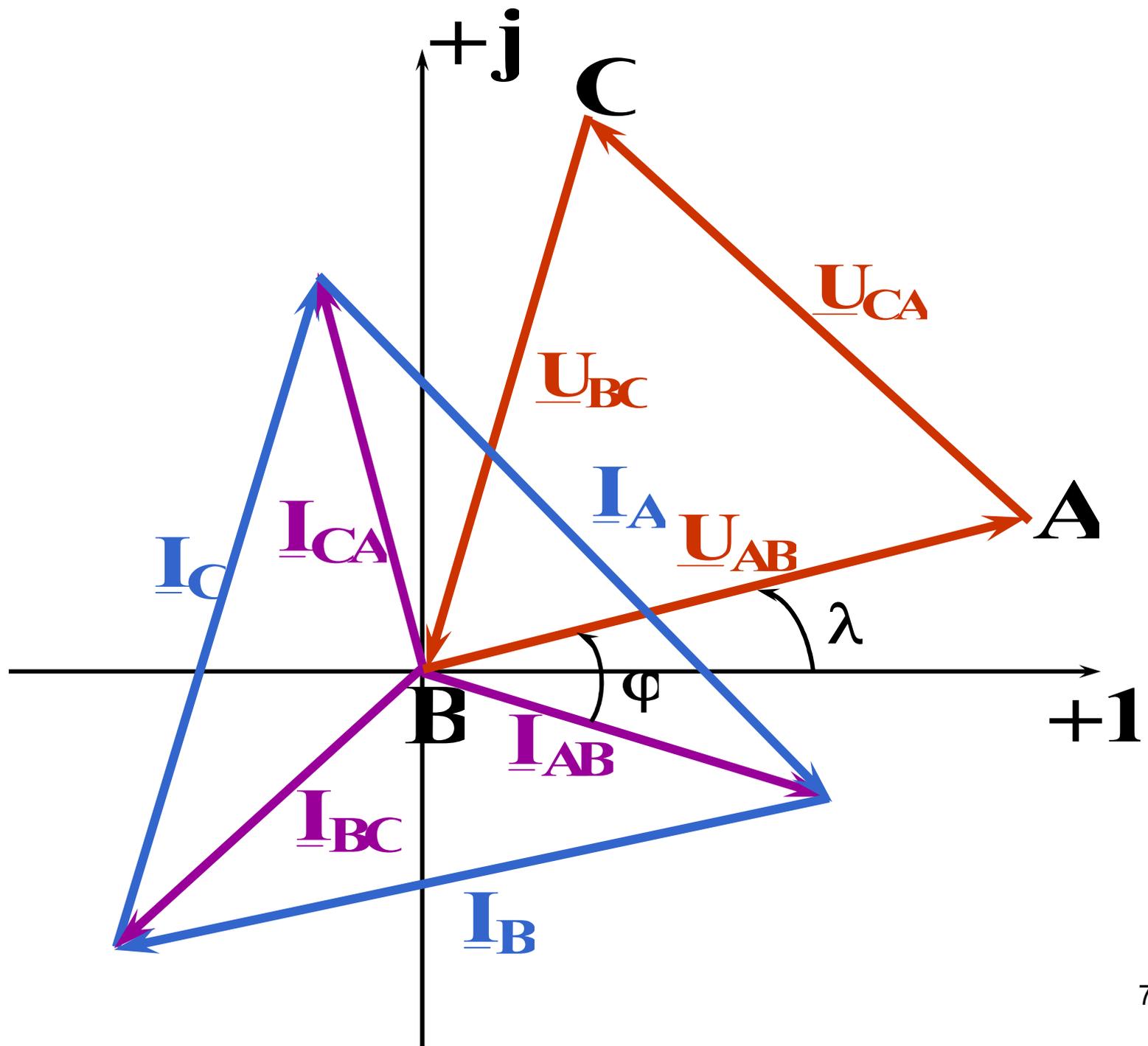
$$Q_{\Pi} = 3 \cdot U_{\text{Л}} \cdot I_{\Phi} \sin \varphi =$$

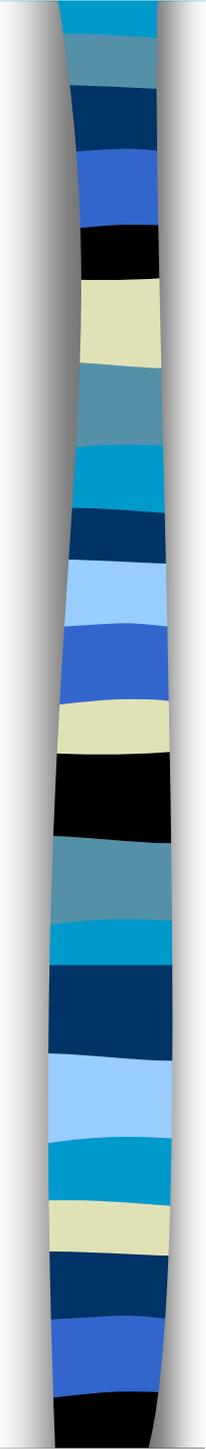
$$= \sqrt{3} \cdot U_{\text{Л}} \cdot I_{\text{Л}} \sin \varphi =$$

$$= 3 \cdot I_{\Phi}^2 \cdot [\text{Im}(\underline{Z})], \text{ (вар)}$$



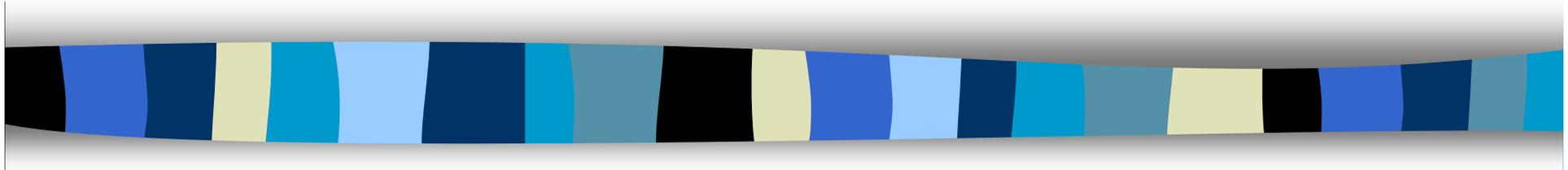
Векторная диаграмма
при $\lambda > 0$ и $\varphi > 0$

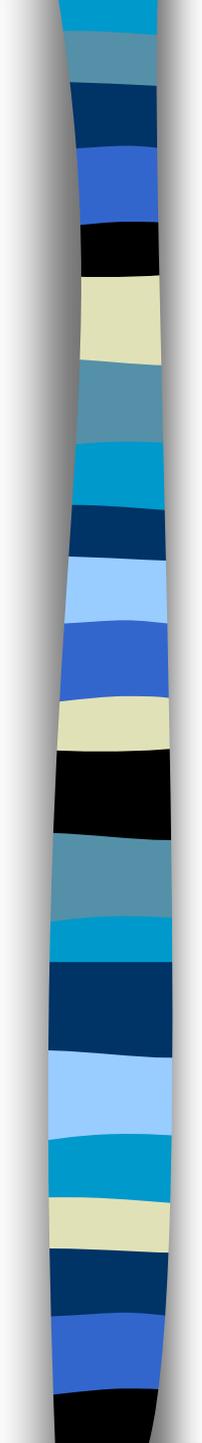




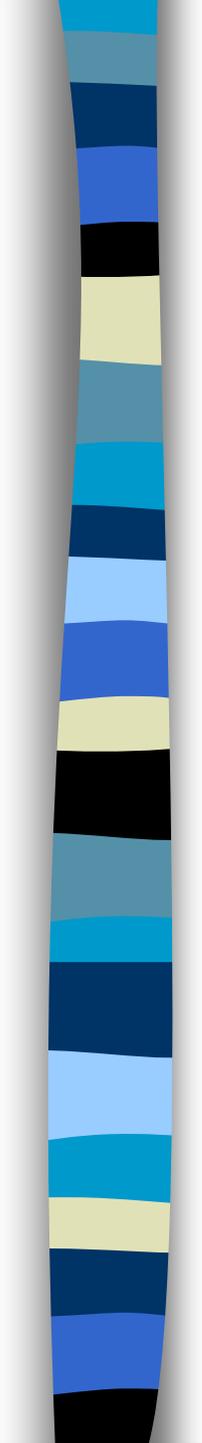
В симметричном режиме при соединении нагрузки треугольником расчет можно было бы вести на одну фазу (А)

Несимметричный режим трехфазных цепей

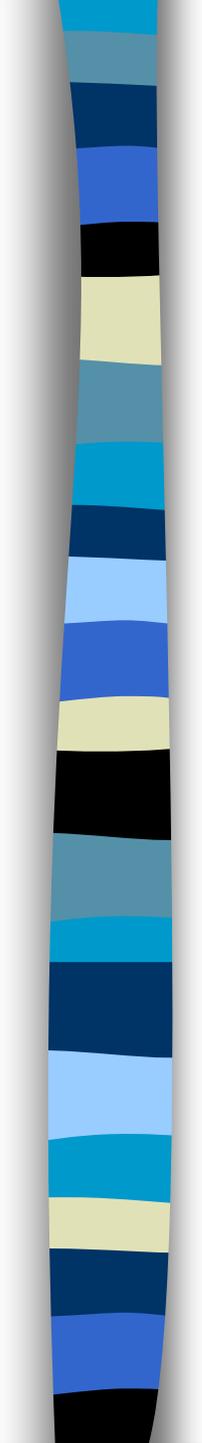




**Несимметричный режим
обусловлен различной нагрузкой
фаз или несимметричной
системой
напряжений трехфазного
источника,
причем в этом режиме
напряжения и токи фаз
не образуют симметричные
системы**

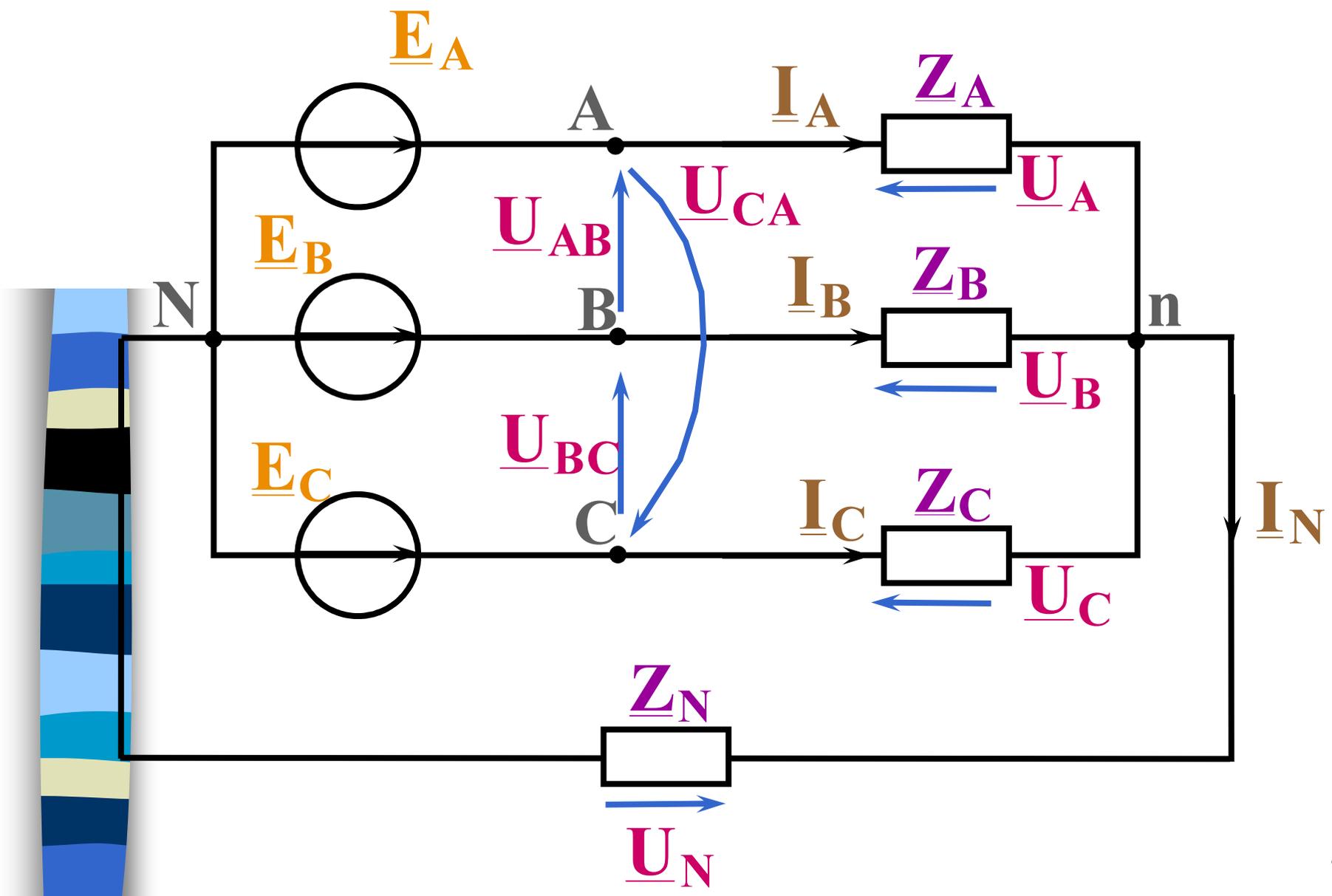


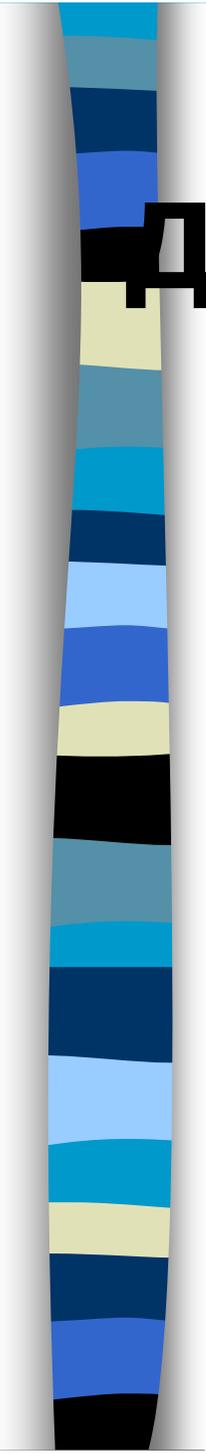
**Несимметричный режим
при статической нагрузке фаз
рассчитывается известными
методами в комплексной
форме,
причем в этом режиме ток и
напряжение в нулевом
проводе
могут быть не равны нулю**



1. Соединение
несимметричной нагрузки
звездой
при заданных фазных
ЭДС

$$(\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C)$$



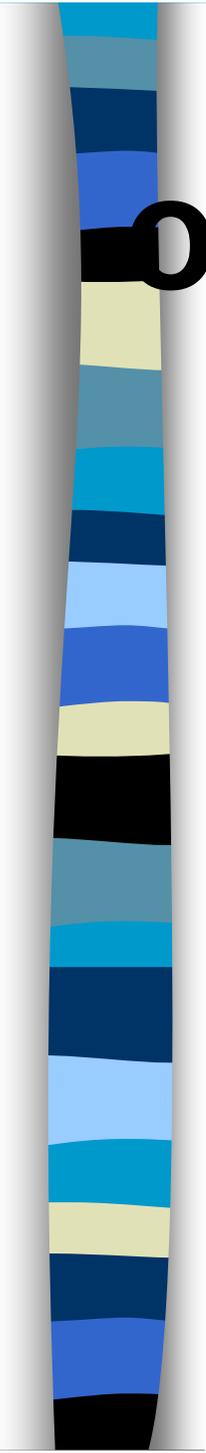


Дано:

$$\underline{\mathbf{E}}_A = \mathbf{E}e^{j\alpha}, \quad \underline{\mathbf{E}}_B = a^2 \underline{\mathbf{E}}_A$$

$$\underline{\mathbf{E}}_C = a \underline{\mathbf{E}}_A$$

$$\underline{\mathbf{Z}}_A, \quad \underline{\mathbf{Z}}_B, \quad \underline{\mathbf{Z}}_C, \quad \underline{\mathbf{Z}}_N$$



Определить:

а) $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$

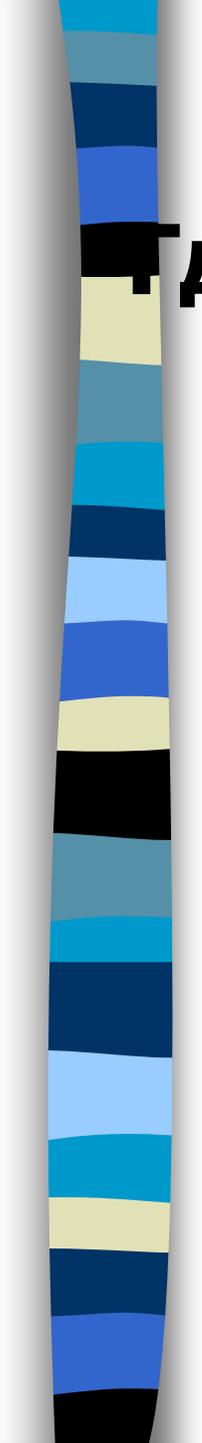
б) $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$

в) \underline{I}_N и \underline{U}_N

По методу узловых потенциалов

$$\underline{\varphi}_N = 0$$

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_n (\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N) = \\ = \underline{E}_A \underline{Y}_A + \underline{E}_B \underline{Y}_B + \underline{E}_C \underline{Y}_C \end{aligned}$$



где проводимости:

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A}$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B}$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C}$$

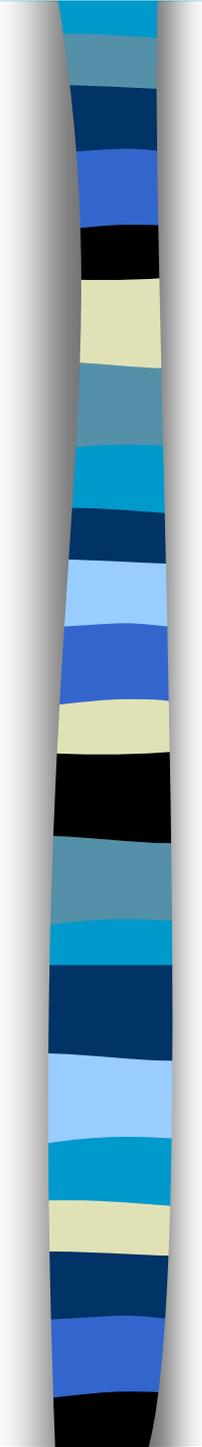
$$\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N}$$

Напряжение смещения нейтралей

$$\underline{U}_N = \underline{\varphi}_n - \underline{\varphi}_N =$$

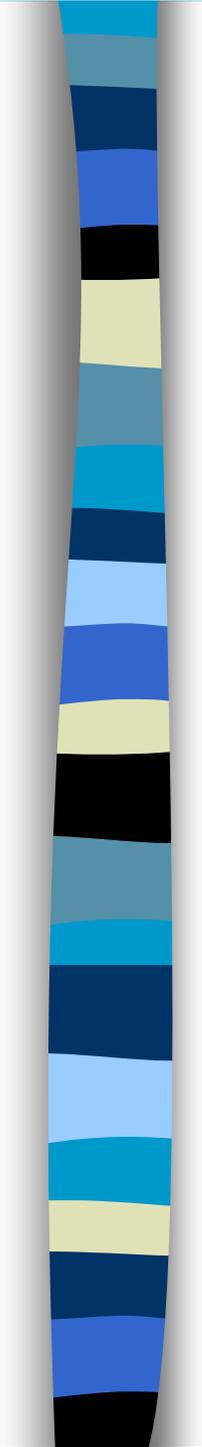
$$= \frac{\underline{E}_A \underline{Y}_A + \underline{E}_B \underline{Y}_B + \underline{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N} =$$

$$= \underline{U}_N e^{j\varphi_N}$$



**По первому закону
Кирхгофа:**

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C$$



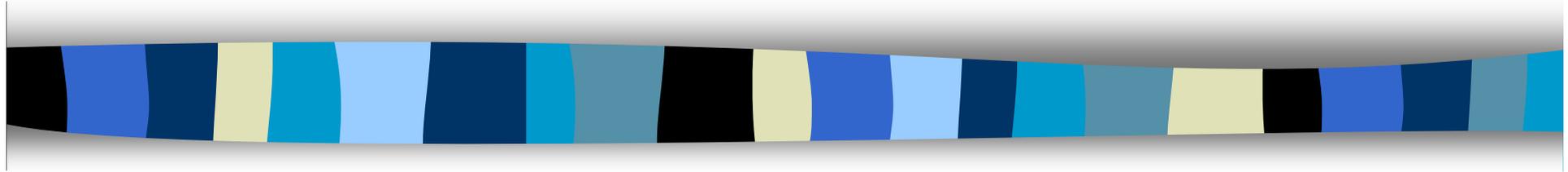
По закону Ома:

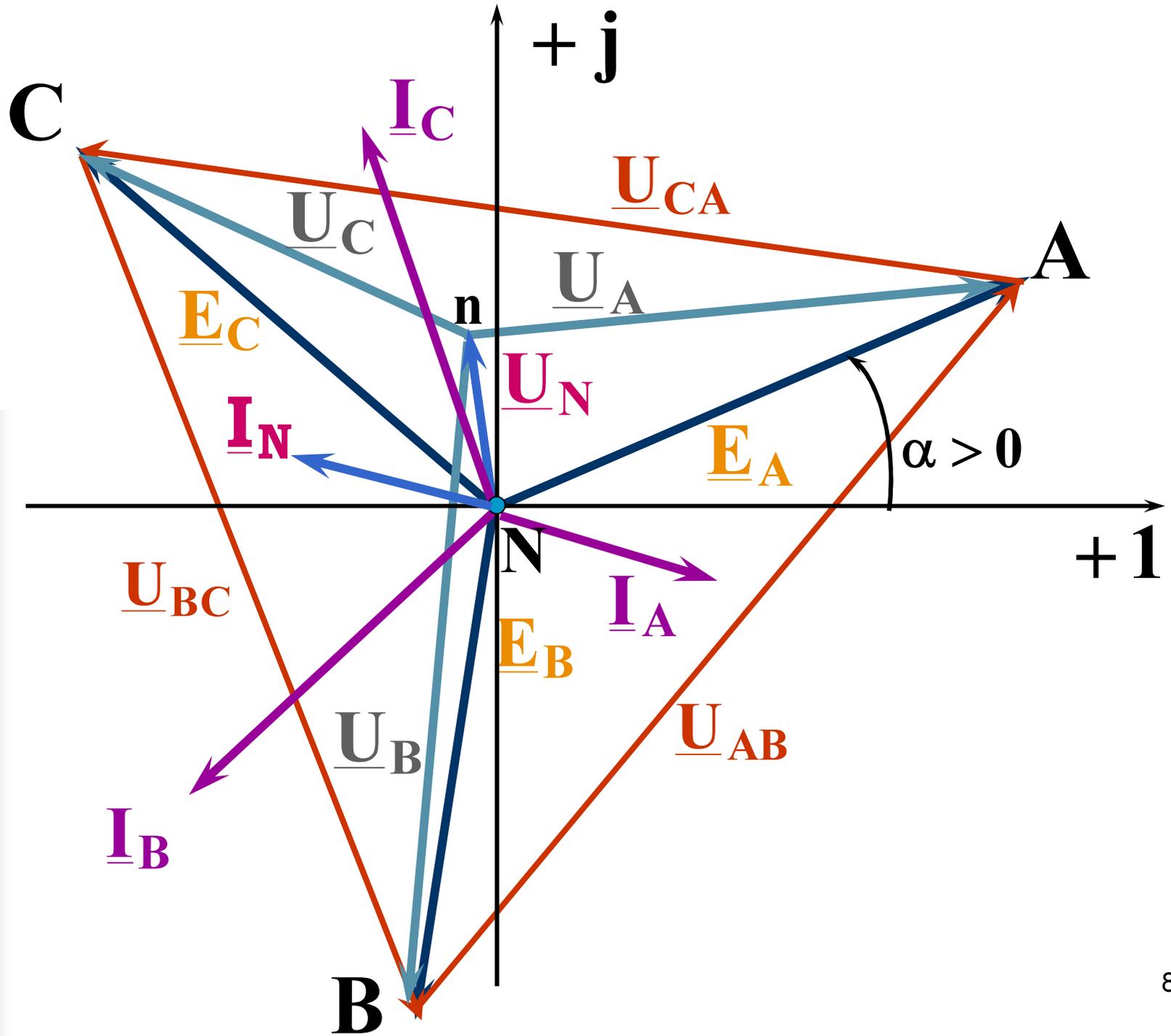
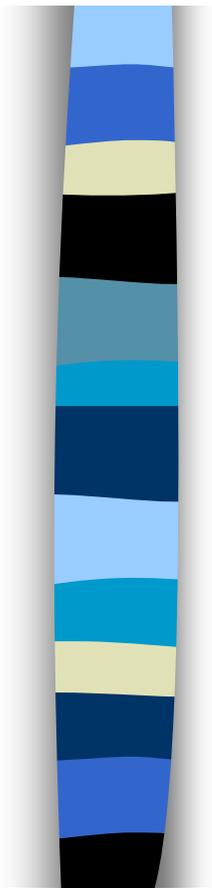
$$\underline{I}_A = \frac{\underline{\varphi}_N^0 - \underline{\varphi}_n + \underline{E}_A}{\underline{Z}_A}$$

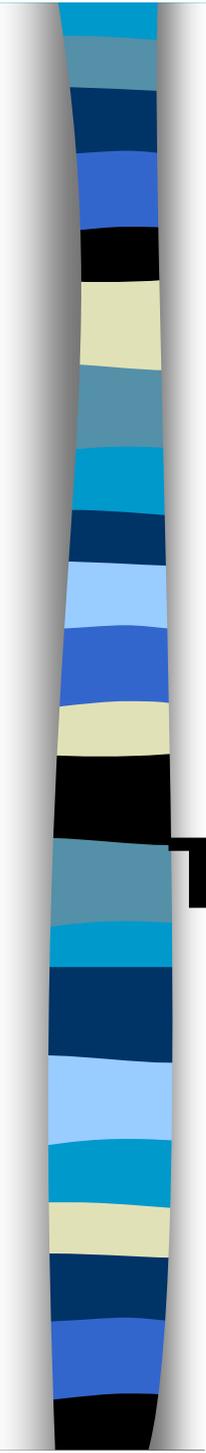
$$\underline{I}_B = \frac{\underline{\varphi}_N^0 - \underline{\varphi}_n + \underline{E}_B}{\underline{Z}_B}$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{\varphi}_N^0 - \underline{\varphi}_n + \underline{E}_C}{\underline{Z}_C}$$

Векторная диаграмма





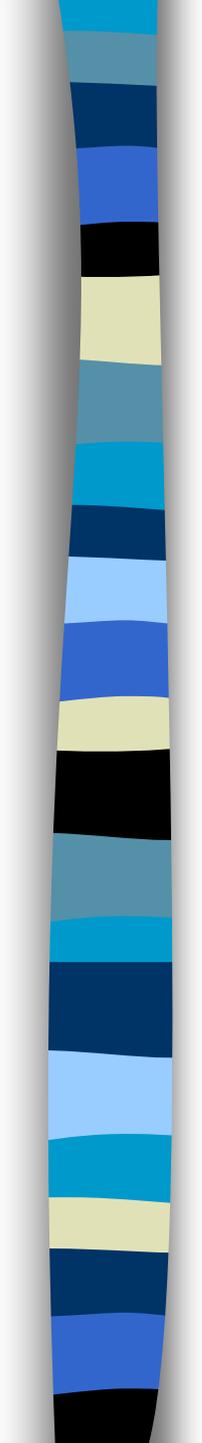


если $\underline{Z}_N = 0$, то

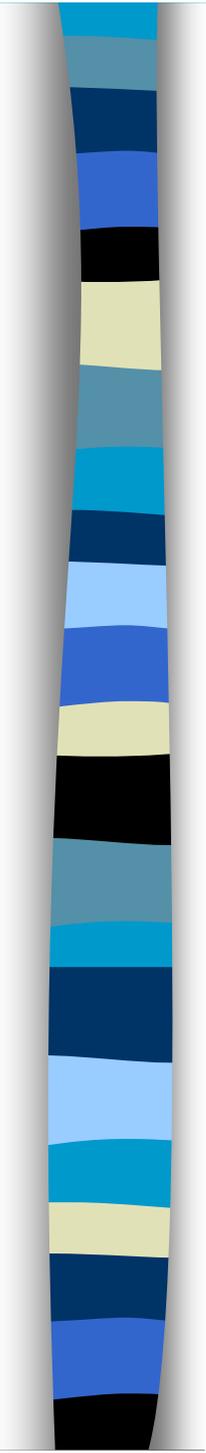
$$\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N} = \infty$$

Тогда $\underline{U}_N = 0$ и

$$\underline{U}_A = \underline{E}_A; \quad \underline{U}_B = \underline{E}_B; \quad \underline{U}_C = \underline{E}_C$$

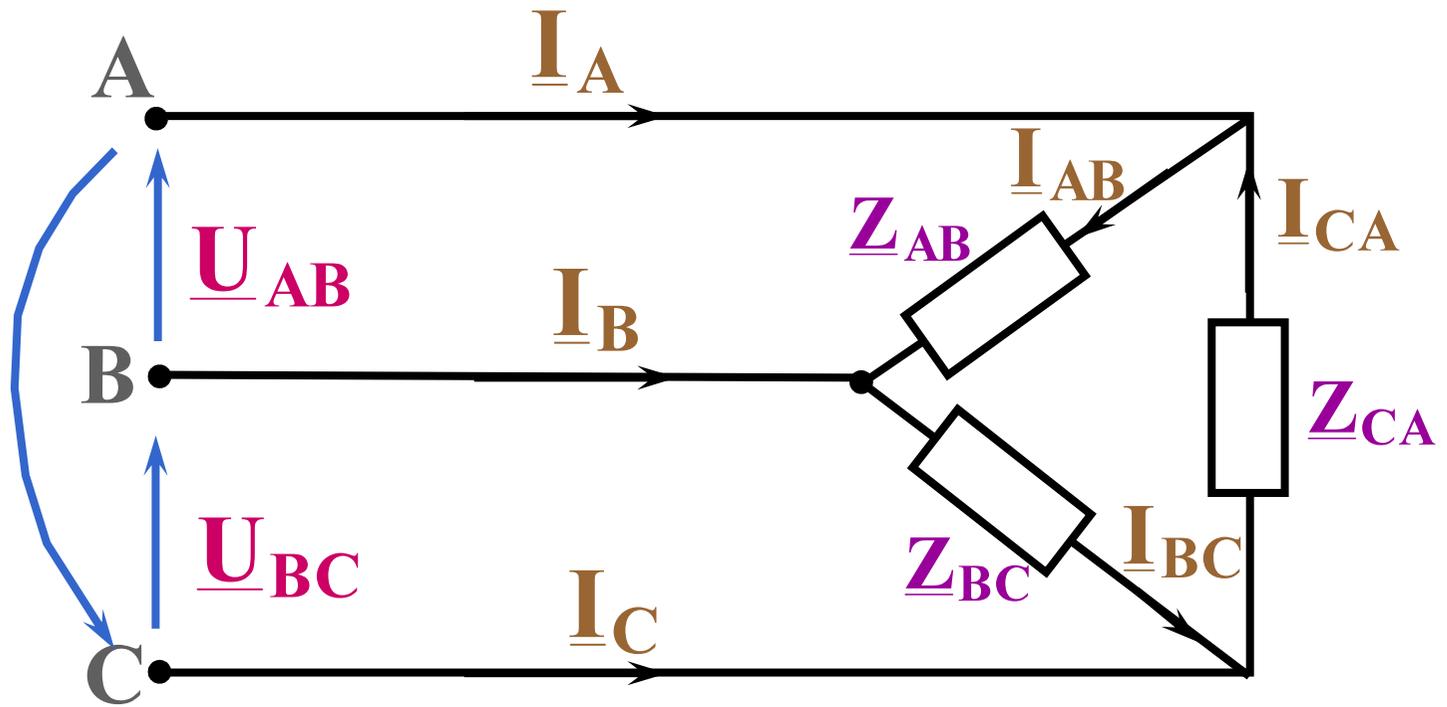
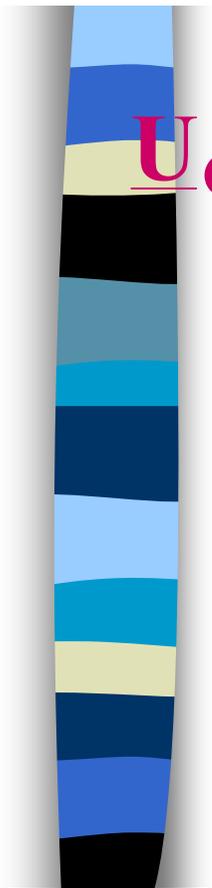


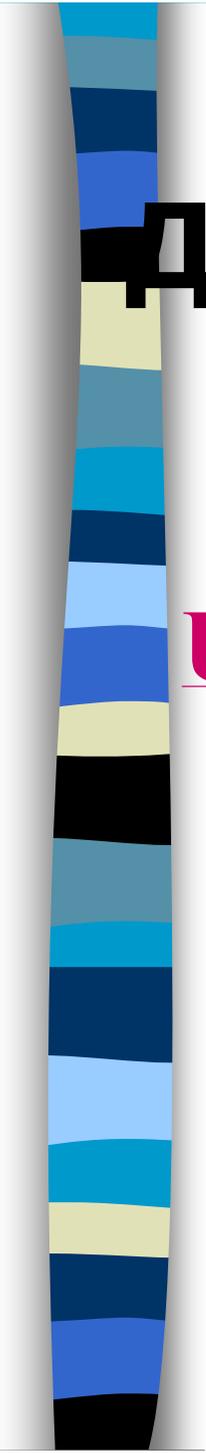
**Таким образом,
нулевой провод выравнивает
величины фазных напряжений
нагрузки, что используется
в бытовых электрических
сетях**



3. Соединение несимметричной нагрузки треугольником

$$(\underline{Z}_{AB} \neq \underline{Z}_{BC} \neq \underline{Z}_{CA})$$





Дано:

$$\underline{U}_{AB} = U_{\text{Л}} e^{j\lambda}, \quad \underline{U}_{BC} = a^2 \underline{U}_{AB},$$

$$\underline{U}_{CA} = a \underline{U}_{AB},$$

$$\underline{Z}_{AB}, \quad \underline{Z}_{BC}, \quad \underline{Z}_{CA}$$



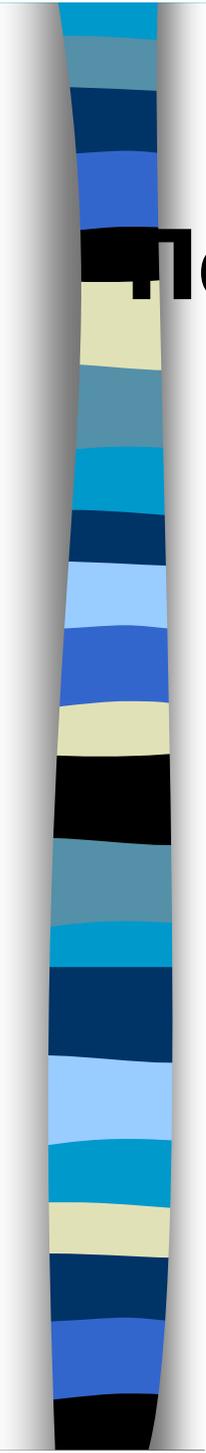
Определить:

а) фазные токи

$\underline{I}_{AB}, \underline{I}_{BC}, \underline{I}_{CA}$

б) линейные токи

$\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$

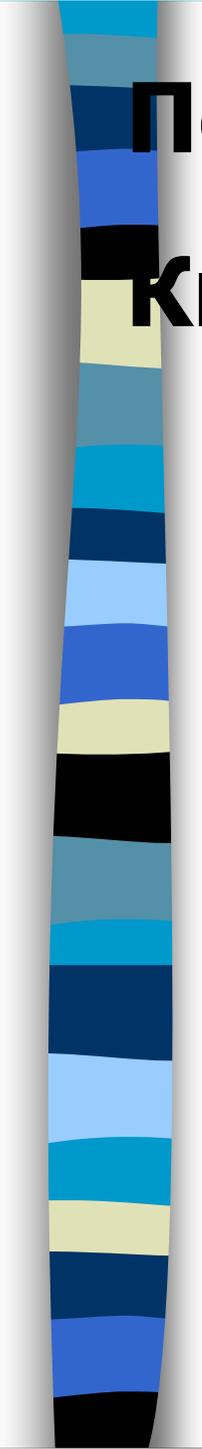


По закону Ома:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}}$$

$$\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}}$$

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}}$$



По первому закону

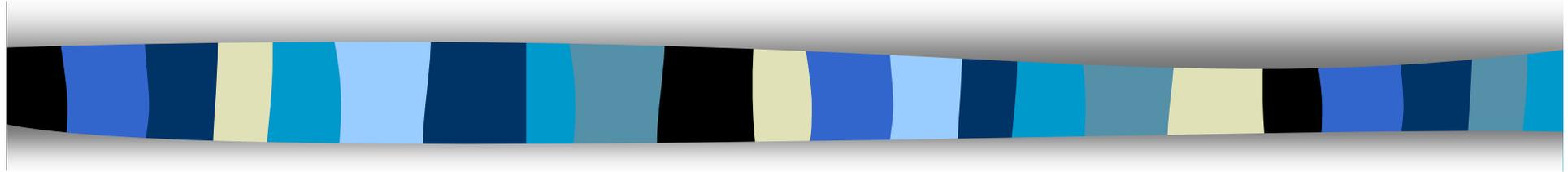
Кирхгофа:

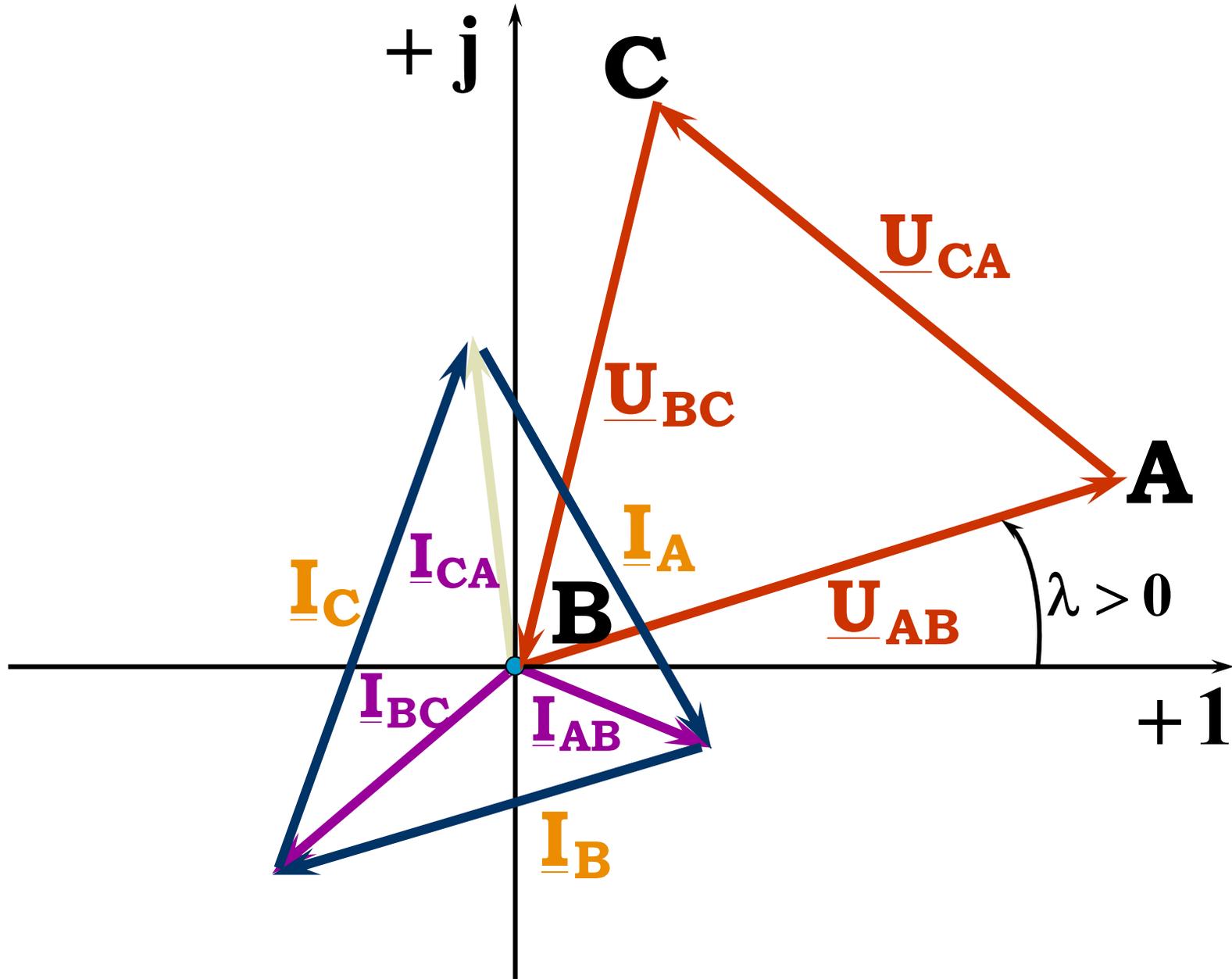
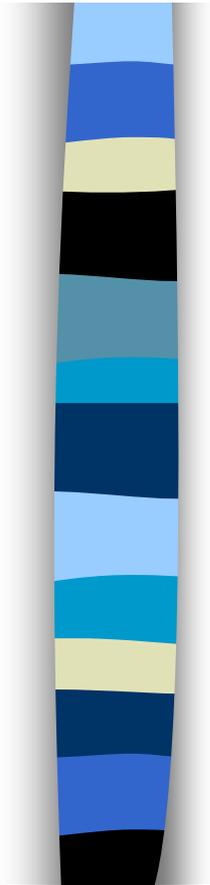
$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}$$

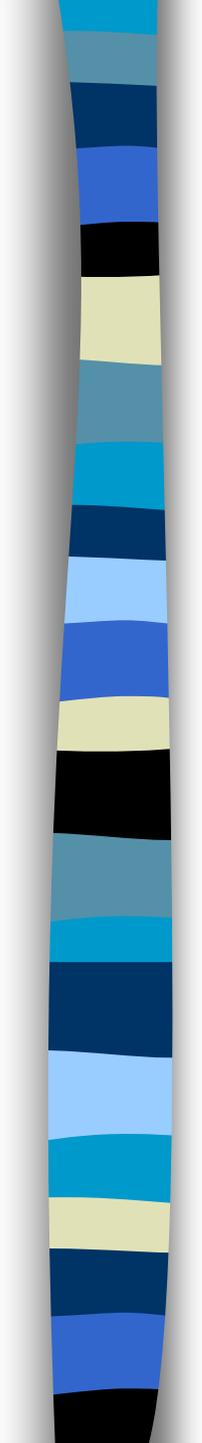
Векторная диаграмма





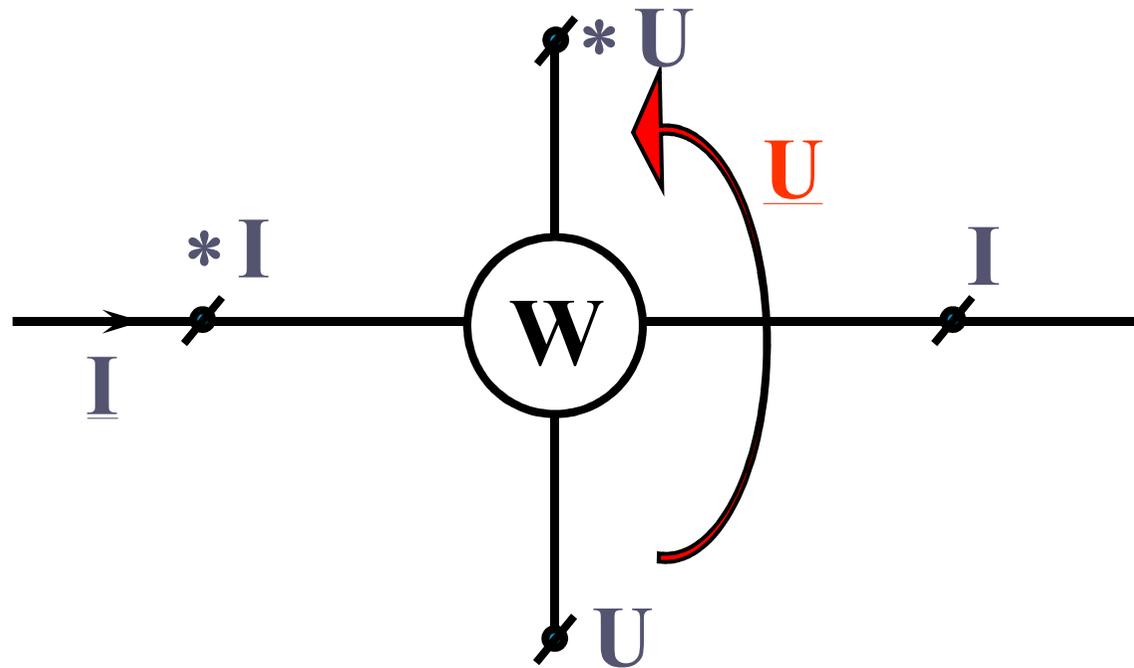


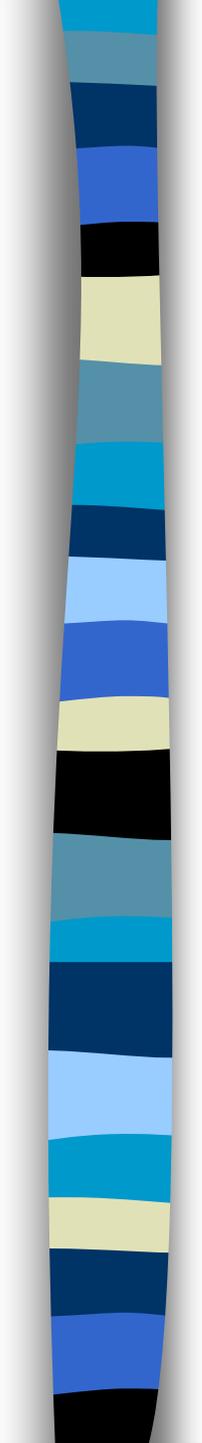
Измерение мощности в трехфазных цепях



**Измерение мощности
осуществляется ваттметрами,
которые имеют две обмотки:
токовую обмотку с малым
сопротивлением и обмотку
напряжения с большим
сопротивлением**

■ При этом ваттметр имеет четыре клеммы





Показание ваттметра:

$$P_W = U \cdot I \cdot \cos \varphi, \text{ Вт}$$

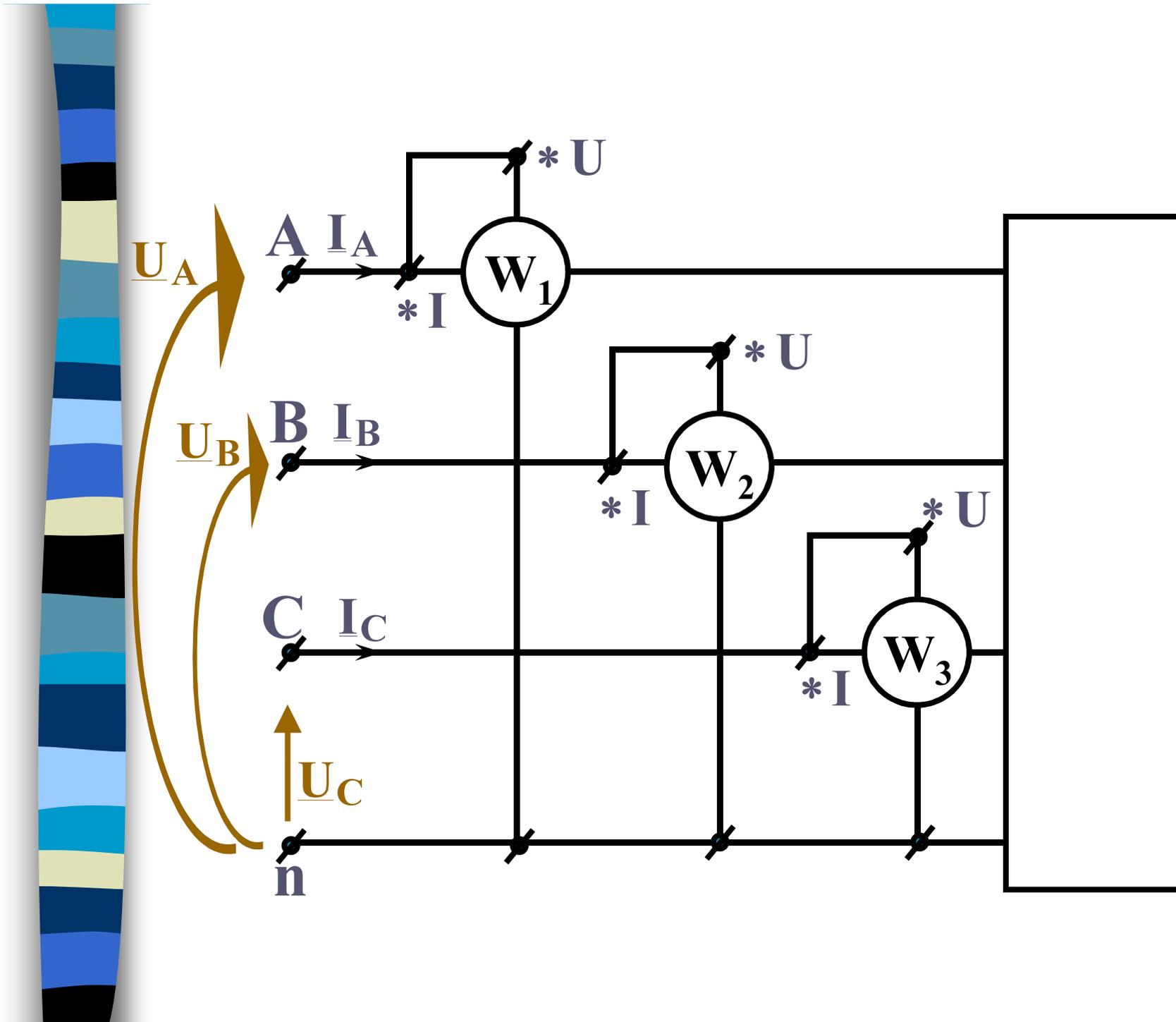
где $\underline{I} = I \cdot e^{j\beta}, \text{ А}$

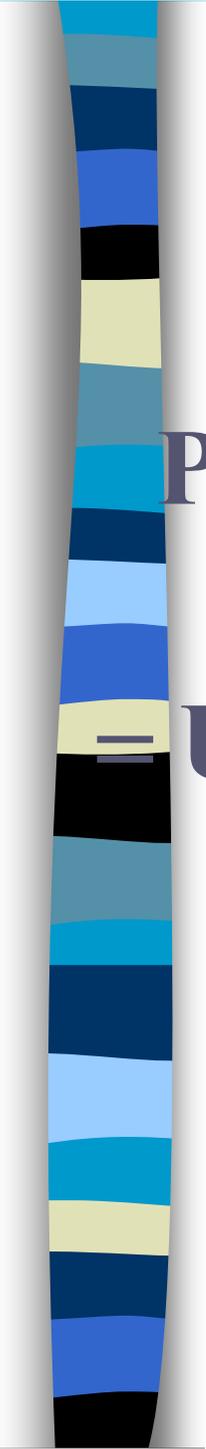
$$\underline{U} = U \cdot e^{j\alpha}, \text{ В}$$

$$\varphi = \alpha - \beta, \text{ град}$$



1. Измерение суммарной активной мощности трехфазной цепи с нулевым проводом





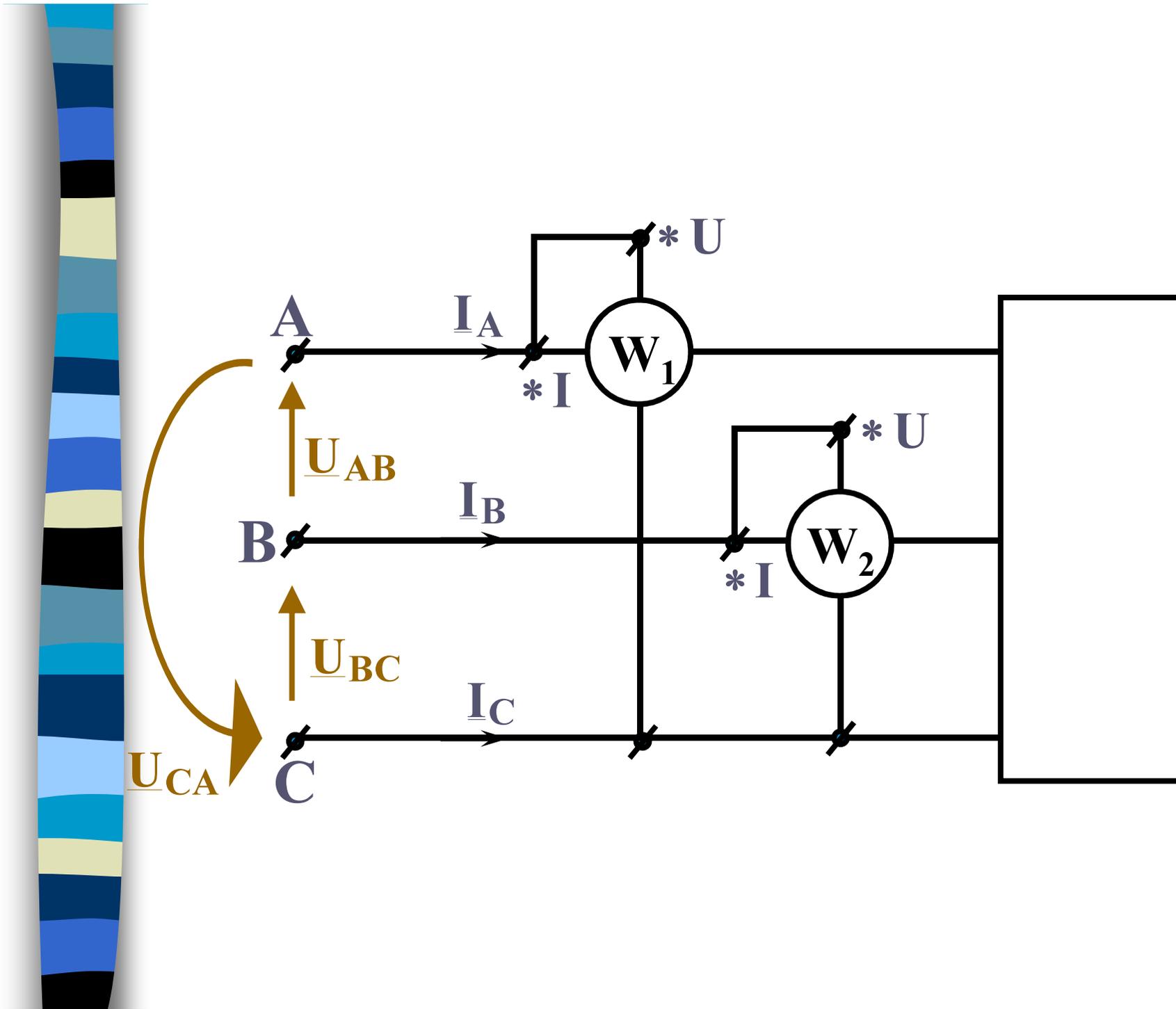
$$\begin{aligned}
 P &= P_A + P_B + P_C = P_{W_1} + P_{W_2} + P_{W_3} = \\
 &= U_A I_A \cos(\underline{U}_A \hat{\underline{I}}_A) + U_B I_B \cos(\underline{U}_B \hat{\underline{I}}_B) + \\
 &\quad + U_C I_C \cos(\underline{U}_C \hat{\underline{I}}_C), \text{ BT}
 \end{aligned}$$



2. Измерение суммарной активной мощности трехфазной цепи без нулевого провода

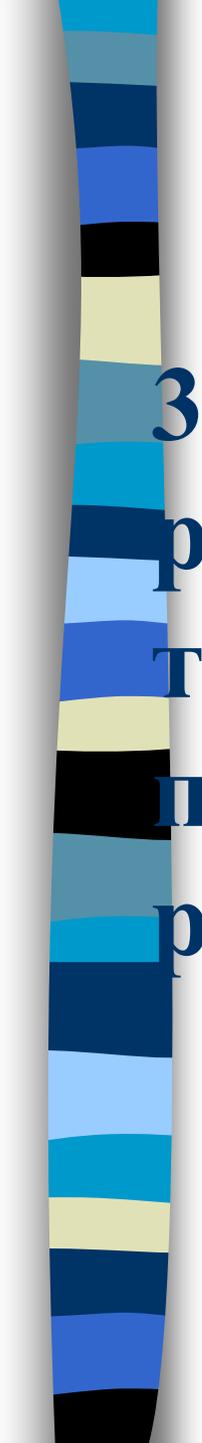


**Измерение мощности
осуществляется двумя
ваттметрами, причем одна из
трех возможных схем
следующая**

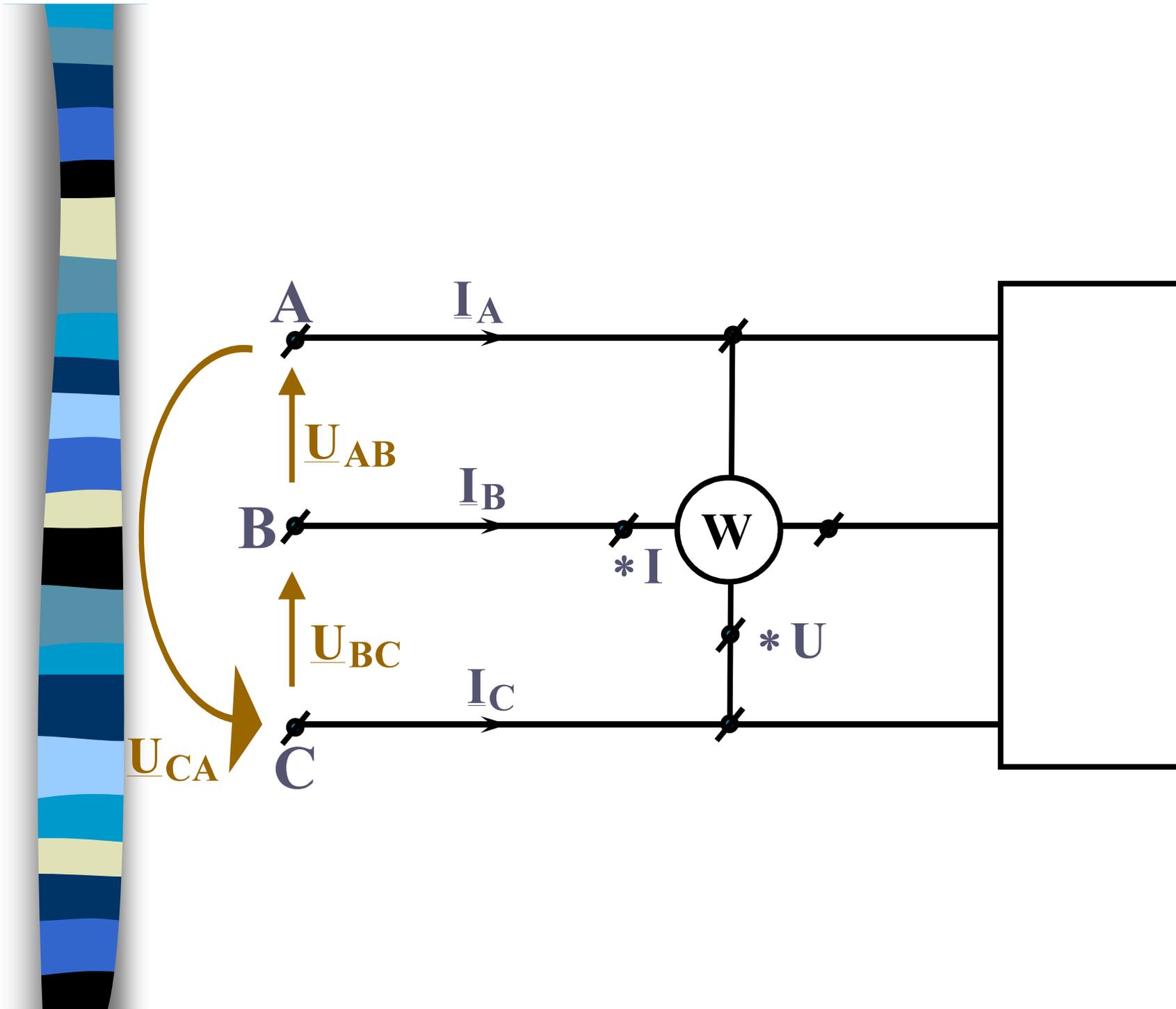


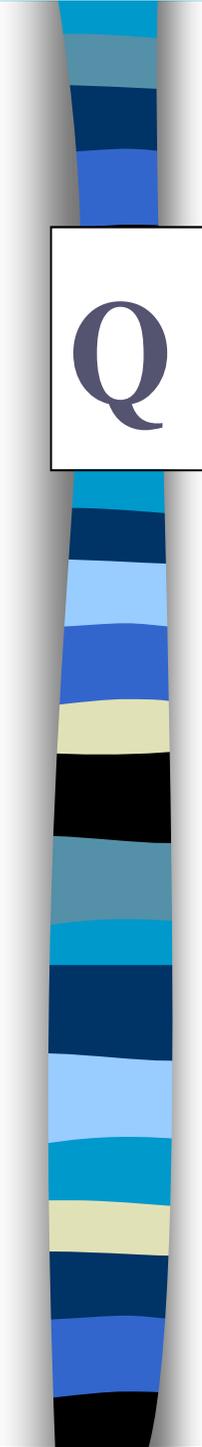


$$\begin{aligned}
 P = P_{W_1} + P_{W_2} = & U_{CA} I_A \cos((- \underline{U}_{CA}) \hat{I}_A) + \\
 & + U_{BC} I_B \cos(\underline{U}_{BC} \hat{I}_B), \text{ BT}
 \end{aligned}$$



3. Измерение суммарной реактивной мощности трехфазной цепи без нулевого провода в симметричном режиме

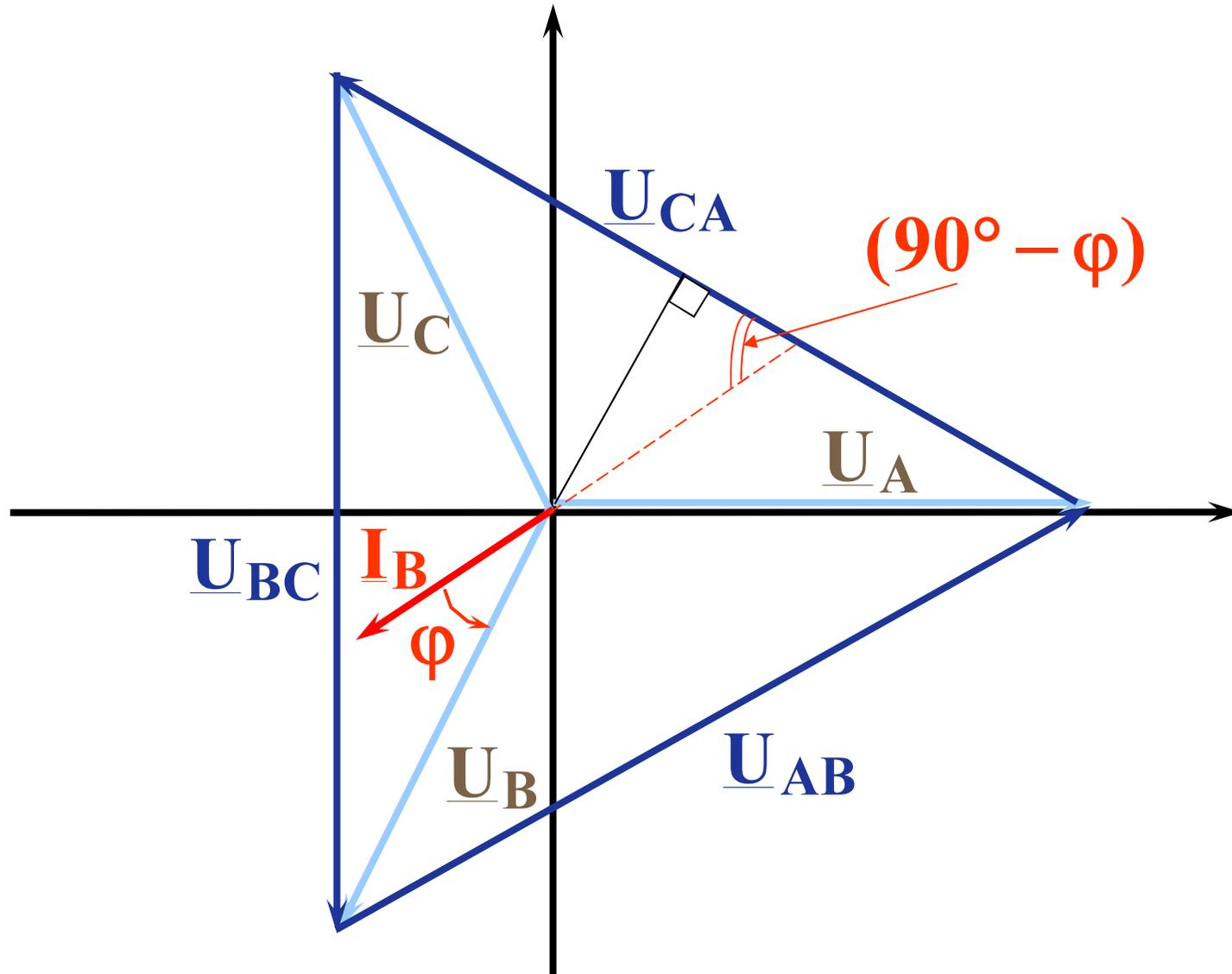


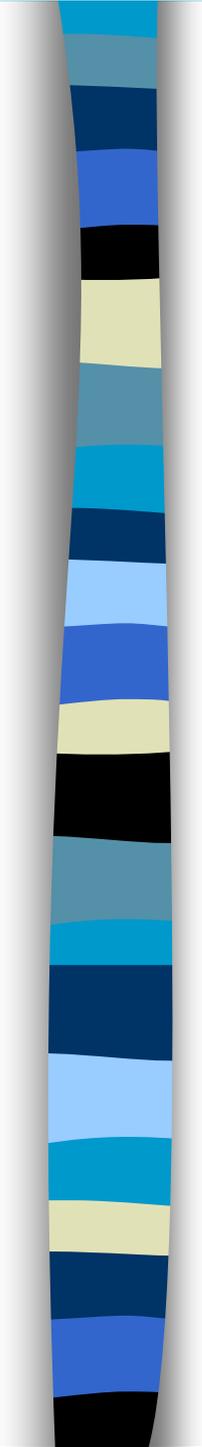

$$Q = \sqrt{3}U_{\text{Л}}I_{\text{Л}} \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot P_{\text{W}}, \text{ Вар}$$

$$P_{\text{W}} = U_{\text{CA}}I_{\text{B}} \cos \left[\overset{\wedge}{\underline{U}_{\text{CA}} \underline{I}_{\text{B}}} \right] =$$

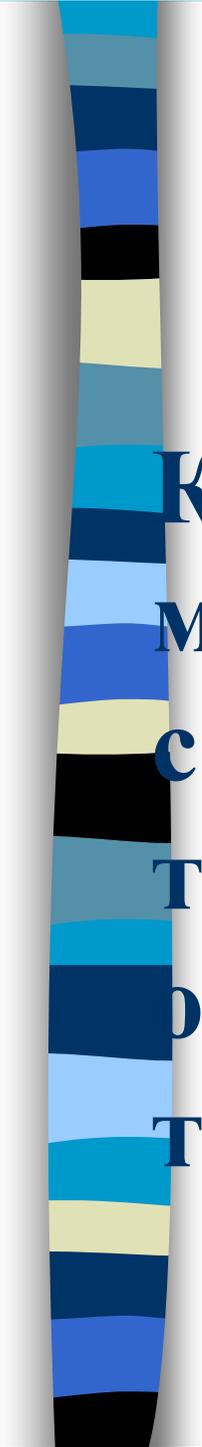
$$= U_{\text{Л}}I_{\text{Л}} \cos(90^\circ - \varphi) =$$

$$= U_{\text{Л}}I_{\text{Л}} \sin \varphi$$

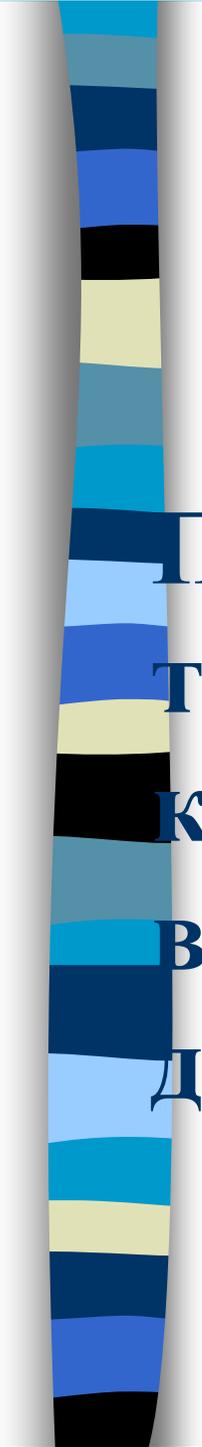




Круговое вращающееся магнитное поле



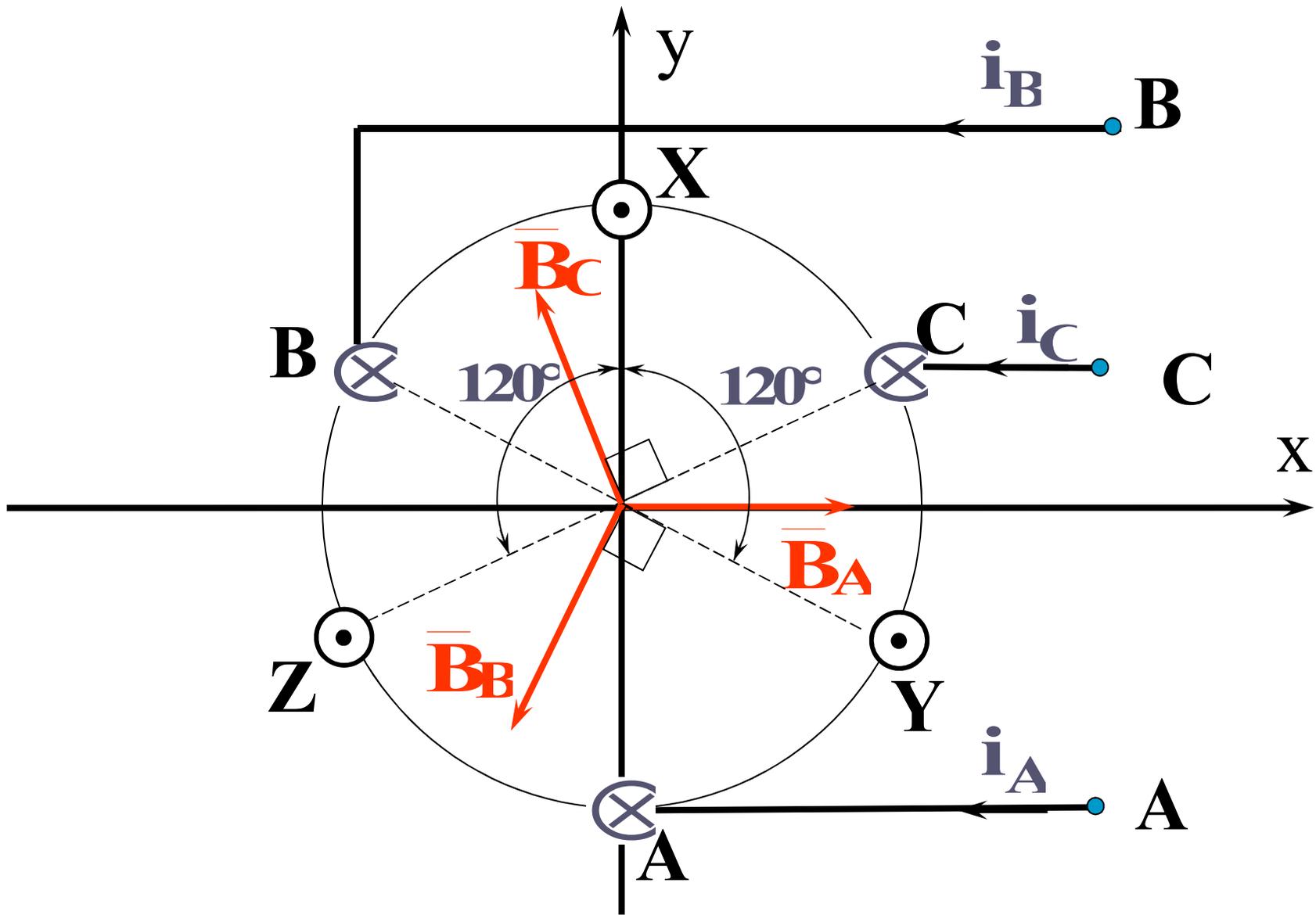
**Круговое вращающееся
магнитное поле может быть
создано при помощи
трехфазного тока, что является
одним из его важнейших
технических достоинств**

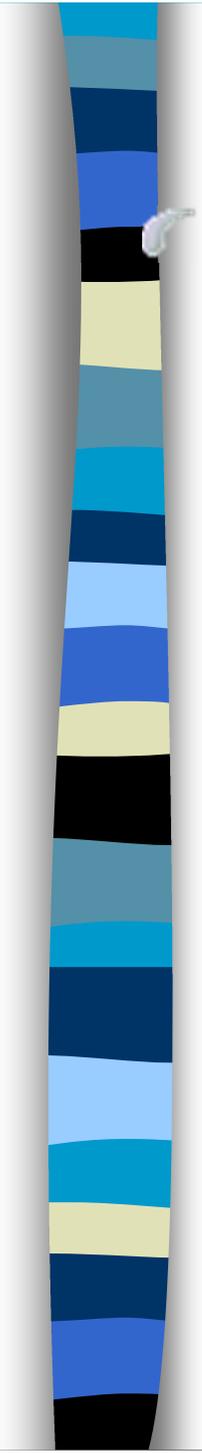


**Присоединим к трехфазной цепи
три одинаковые неподвижные
катушки, оси которых сдвинуты
в пространстве по отношению к
друг другу на 120 градусов**



При симметричной системе фазных токов i_A, i_B, i_C эти катушки будут создавать индукции магнитного поля B_A, B_B, B_C



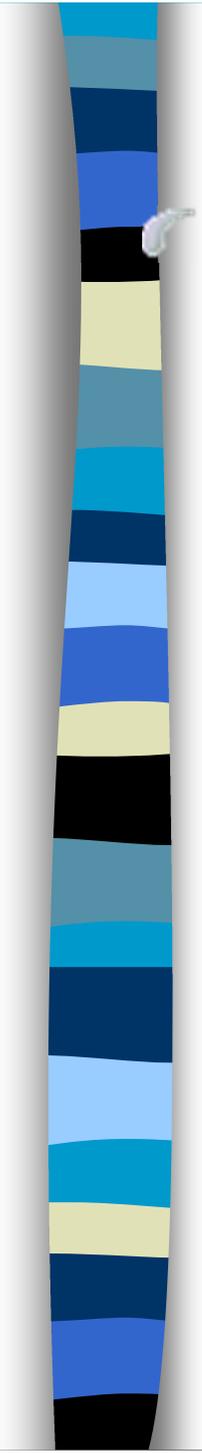


Фазные токи:

$$i_A = I_m \sin \omega t$$

$$i_B = I_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_C = I_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$

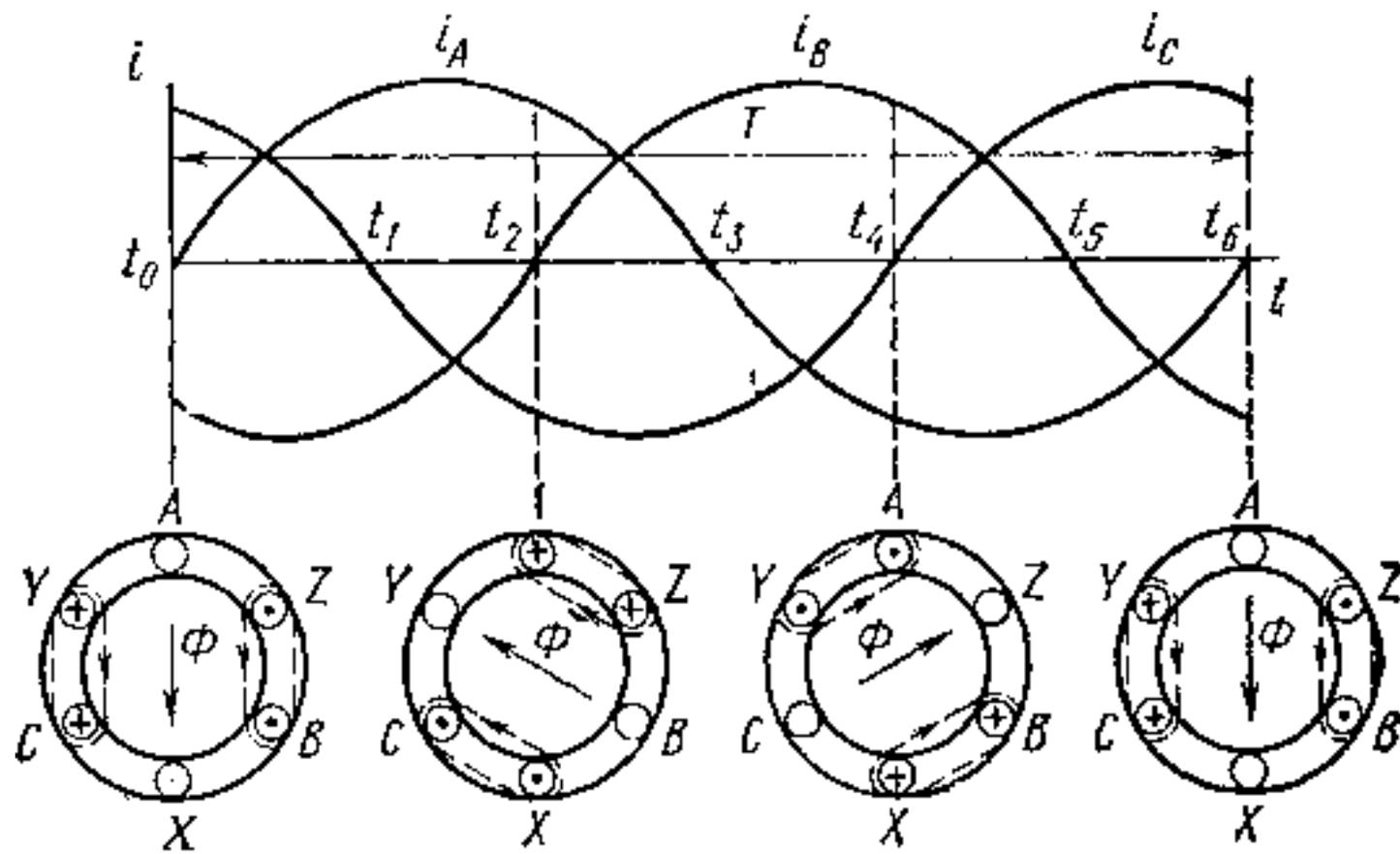


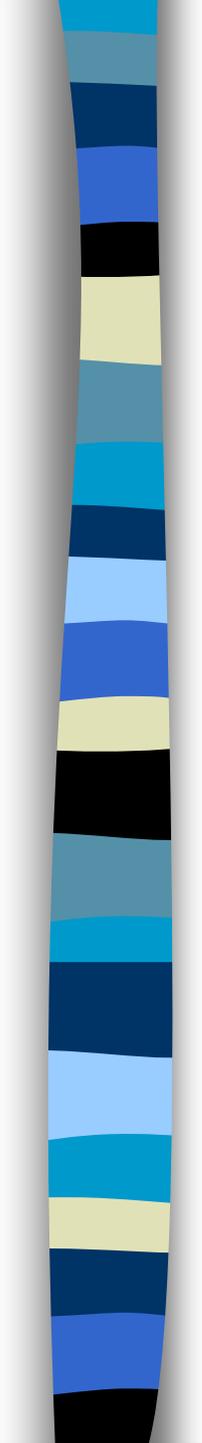
Фазные индукции магнитного поля:

$$B_A = B_m \sin \omega t$$

$$B_B = B_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$B_C = B_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$





**Если в это вращающееся
магнитное поле поместить
металлический цилиндр
(ротор), то за счет
взаимодействия наводимых
в нем вихревых токов с
магнитным полем цилиндр
начнет вращаться –
асинхронный двигатель**