

Задание N 8

ФУНКЦИИ

нескольких

переменных

1. Дайте понятие функции двух (и более) независимых переменных, области определения такой функции. Что является графиком функции двух переменных?
2. Дайте определение предела функции $z = f(x, y)$ при $M(x; y) \rightarrow M(x_0; y_0)$
3. Дайте определение непрерывности функции двух независимых переменных в точке и в области. Приведите примеры разрывных функций.
4. Сформулируйте определение частных производных функции двух независимых переменных по каждой из них. В чем состоит геометрический смысл частных производных функции.
5. Сформулируйте определение частного приращения и частного дифференциала функции по каждой переменной.
6. Сформулируйте определение полного приращения и полного дифференциала функции $z = f(x, y)$ и запишите формулу вычисления полного дифференциала.
7. Как находятся частные производные высшего порядка? Сформулируйте условия равенства смешанных производных.
8. Получите формулу полного дифференциала второго порядка функции двух переменных.
9. Дайте понятие сложной функции нескольких переменных. Запишите формулы дифференцирования сложной функции . Запишите формулы дифференцирования неявно заданной функции .
10. Что такое касательная плоскость и нормаль к поверхности? Запишите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной уравнением в $S : F(x; y; z) = 0$ и $S : z = f(x; y)$.
11. Сформулируйте определение экстремума функции двух переменных. Каковы необходимые условия существования экстремума функции двух переменных?
12. Сформулируйте теорему о достаточных условиях экстремума для функции двух переменных.
13. Изложите схему нахождения наибольшего и наименьшего значений функции в замкнутой области.

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = 2y - x + \sqrt{4x^2 - y^2} \quad 2) z = \arcsin(1 - y) + \sqrt{x - y^2}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \arcsin \frac{y}{x} \cdot \arccos \frac{\sqrt{x}}{y} \quad 2) z = y^3 \cdot \sqrt{x} - \frac{4 - y}{\sqrt[3]{y^7}}$$

$$3) z = \frac{\sin x^3 y^2}{x - \ln y} + \operatorname{tg} \ln(x^2 - 1/y) \quad 4) z = \sqrt{2x - 3y} \cdot e^{x - y}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \operatorname{ctg} \frac{u}{v}, \quad \text{где } u = \cos \sqrt{y^2 - x}, \quad v = \frac{3}{\ln(x - y^2)}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \ln \cos(x^3 - y), \quad \text{где } x = 5^{3t-2}, \quad y = \frac{4}{t}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = 3^x - y + \frac{3x - y^{\ln x}}{3}, \quad \text{где } y = 1 - e^{2\sqrt{x}}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) e^{x^2+1} - ye^{xy^3-7y} + 2x \ln y = 9$$

$$2) 2^{4x+y} - y \cos xy - x = 0$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной

выражением $(\operatorname{ctg} x)^z = 2 - \operatorname{arctg}^5 \frac{x^2 z}{z - 5y}$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции $z = 3^{x\sqrt{y}}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^3 + 12yz - 3xy^2 + y^3 + z^2 - 44 = 0$ в точке $M_0(-1; 2; 1)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + y^2 - 2x - 4\sqrt{xy} - 2y$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \ln x - \ln \sin y \quad 2) z = 5\sqrt{4x^2 + 9y^2 - 16}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \ln \arcsin(x^5 - y^3) \quad 2) z = x^3 \operatorname{arctg} \frac{3}{y-3} - \frac{\operatorname{tg} x - 9}{\ln(2 - y^2)},$$

$$3) z = \sin \sqrt[7]{xy} - \frac{y^3}{2x - 5y}, \quad 4) z = \frac{\cos(6y + x)}{\sqrt{x^2 - y^5}} + (x - e^{5y})^2$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \sqrt{u - 6} \cdot 9^{\sin v}, \quad \text{где } u = \operatorname{arctg} \frac{3x}{2y}, \quad v = \cos^2 y$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = x\sqrt[3]{1 - \operatorname{arctg}(y^2)}, \quad \text{где } x = \ln(3 - t), \quad y = \arccos(1 + t)$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = \sqrt{x^2 + y}, \quad \text{где } y = 5\cos^3 2x$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) e^{x^2+1} - ye^{xy^3-7y} + 2x \ln y = 9$$

$$2) \sin^2(x + 3y) - \ln \sqrt{x^2 - y^2} = 0$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной

выражением
$$\ln z = \sqrt{\frac{y}{z}} - \sqrt{x^3 y - z^2}$$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции $z = xe^{-y^2}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x + y + z = 4 + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - 2$ в точке $M_0(2; 3; 5)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) \quad z = \sin \sqrt{y - x^3} \qquad 2) \quad z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4}}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) \quad z = y^3 \cdot e^{x/y} \qquad 2) \quad z = \sin \left(y^2 - \frac{1}{x^2} \right) + 5 \operatorname{arctg} \frac{x-1}{y+3}$$

$$3) \quad z = \ln(e^x + \sqrt{e^{x+2y^3}}) \qquad 4) \quad z = \arcsin \frac{\sqrt{x}}{y-1} \cdot y^{2x^3}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \frac{u^2 v}{u^3 - 4v^2}, \quad \text{где } u = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{ctg} x}}, \quad v = \sqrt[3]{y+1} \cdot e^{-x^2 y^3}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \operatorname{arctg} \frac{\sin y}{x^3}, \quad \text{где } x = 5^{2-7t}, \quad y = (7-t)^5$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = \sqrt{x^2 + y}, \quad \text{где } y = 5^{\cos^3 2x}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \quad y^2 \cdot \sin 2x = \operatorname{arctg}(x - 2y) \\ 2) \quad x \cdot \sin 5y - y \cdot \cos x = \ln(x^2 + y^3)$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной

выражением
$$\arcsin(2xy) - \ln(x^y - \sin z) = \frac{\sqrt{z}}{2y}$$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции $z = \frac{x^2}{\sqrt{y}}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 23x^2 + 72xy + 2y^2 + 25$ в точке $M_0(3; -1; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = xy(12 - x - y)$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \frac{\sqrt{3x - 2y}}{25 - x^2 - y^2} \quad 2) z = \ln(5 + 10x - y^2)$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \arcsin \frac{x}{x^2 + y^2} \quad 2) z = \left(\frac{y}{\sqrt{y-1}} \right)^{-5x} - \operatorname{ctg}^2 \frac{y}{x+1}$$

$$3) z = \ln(x^3 - \operatorname{tg} y) \cdot \cos 5x + \frac{y^3}{2x} \quad 4) z = e^{-\sqrt{xy}} \cdot x^{-3y}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \sin \sqrt[3]{v^3 u}, \quad \text{где } u = x^2 + 5y^3, \quad v = \operatorname{arctg}(x - 2y)$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \operatorname{arctg}(4x^3 - \ln y), \quad \text{где } x = \operatorname{ctg} \sqrt{t^2 + 3}, \quad y = \frac{t^5 + 6t^3 - t + 1}{t^2 + 2}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = x \cdot (1 - 2\operatorname{tg} \sqrt{y}), \quad \text{где } y = \arcsin \frac{1}{x+2}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \sin(x + 3y) + e^{2x-y} = xy^3$$

$$2) x \cdot y^3 - y \cdot e^x = \ln(x^3 - y^3)$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением $\ln^2(z + 5xyz - x^2 + y) = \sqrt{z - x^3}$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции $z = \sqrt{(3x + y^5)^3}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 3x^2 - 4xy + 16x + 12 - 36y$ в точке $M_0(2; 0; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) \quad z = \frac{x^2 - y}{\sqrt{x - 3y}} \quad 2) \quad z = \ln(16 - x^2 - y^2) + \ln(x^2 + y^2 - 9)$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) \quad z = \operatorname{arctg} \frac{x^2 + 2y}{3 - y} \quad 2) \quad z = y \cdot (1 - 2 \operatorname{ctg} \sqrt{x})$$

$$3) \quad z = \ln \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \sqrt[3]{y} \right) + e^{-\sin(x - 5y)} \quad 4) \quad z = 4^{-y/x} + \frac{\sqrt{x - y^2}}{\arcsin x}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \frac{\sin(3^u)}{(v + 3u)^2}, \quad \text{где } u = \frac{x}{\sqrt{y - 2}}, \quad v = \ln(y + 2x)$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = x^{2y} - (3y)^{-x}, \quad \text{где } x = \frac{1}{2 - t^3}, \quad y = \ln(t^2 + 1)$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = \frac{y}{\operatorname{arctg}(x^2 - y^2)}, \quad \text{где } y = x \cdot \ln^2 x$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \quad x \cdot \cos 2y - y \cdot 4^{-x} = (x - y)^2$$

$$2) \quad 3^y + \sqrt{xy} + \ln^2 y = \sin x - \frac{y}{x}$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением $\arccos(yz + x^2) = y^5 - 3 \sin \frac{z}{\sqrt{xy}}$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции

$$z = \operatorname{tg}(x - 2y)$$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 3x^2 + 12xy + 3y^2 + 6x - 6y + 3$ в точке $M_0(2; 0; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x\sqrt{y} - x^2 + 6x - y + 3$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \sqrt{4 - 9x^2 - 16y^2} \quad 2) z = \sqrt{x - y^2} - \sqrt{y^2 + 2x - 6}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = (\cos(y^2 + 4))^3 - x \quad 2) z = (y + 3)^3 \cdot \ln^2 x - y^2 \ln \sqrt{x + 5}$$

$$3) z = \frac{\arcsin(x^2 y^3)}{\sqrt{x - y^2}} + \frac{\operatorname{arctg}(x/y)}{\operatorname{tg}(xy)} \quad 4) z = \ln \cos 3x \cdot e^{y^3 - x^2} - \sin \frac{y}{\sqrt{x}}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \sqrt{u} \cdot \ln^2 \left(\frac{v}{2u} \right), \quad \text{где } u = x \cdot 4^y, \quad v = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{y}}{x}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \sqrt{\arccos(x + 3y)}, \quad \text{где } x = 3^{t^2+t}, \quad y = \frac{\operatorname{tg} t}{3}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = \frac{\cos y}{\sin x}, \quad \text{где } y = \arcsin \frac{1}{\sqrt{x}}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) x y - e^{x+y} + 3y^2 = 0$$

$$2) \sin \frac{y}{x} + \cos \frac{x}{y} = 2$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением $z \ln(x^2 + z) = \frac{3x}{\sqrt{z}} + \ln(y^3 - 4x)$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции

$$z = (x^5 - \sqrt{y})^3$$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 3x^2 - 2xy + 3y^2 + 4x + 4y - 4$ в точке $M_0(2; -2; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 - 2x^2y^2 + y^4$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) \quad z = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-y}} + \frac{1}{\sqrt{x+2y}} \quad 2) \quad z = 2 \ln^2(x^2 - 5y + 10)$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) \quad z = \operatorname{tg}^2(3x + 2 \ln y) \quad 2) \quad z = \frac{2x}{\cos(y^2 - 1)} - \operatorname{ctg} \frac{y}{x-1} \cdot x^{\ln y}$$

$$3) \quad z = \arcsin \frac{y^2}{x^3} \quad 4) \quad z = \ln(\sqrt{x-y} + \sqrt{1+y}) - \operatorname{arctg} \frac{xy^2}{x-8y}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \sin \frac{u}{v} \cos \frac{u}{v}, \quad \text{где} \quad u = \operatorname{tg} \frac{x}{y}, \quad v = y^{-4x}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = 5\sqrt{x^2 - 6y + 7}, \quad \text{где} \quad x = \ln^2 t, \quad y = t^3 - t^2 - 6$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = (\operatorname{tg} x)^{\sin 5y}, \quad \text{где} \quad y = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \quad \sqrt{\ln x + \ln y} - \frac{x^2}{y^3} + 3 \ln 5 = 0$$

$$2) \quad y \cdot \sqrt{x} + \frac{1}{y} = (x + 7y)^3$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением $(x + y - 3 \cos z) = \operatorname{arctg} \left(z^2 - \frac{x}{x-3y} \right)$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции $z = \frac{x}{x+4y}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $3xyz - z^3 = a^3$ в точке $M_0(0; a; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \sqrt{x^2 - y^3} \quad 2) z = \ln(x^2 - y - 4x + 8)$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{y}}\right) \quad 2) z = \sqrt{\frac{\arccos x}{\sin 2y}}$$

$$3) z = \sqrt[6]{x^2 + 3y} - 1 \operatorname{tg} \frac{2x}{3y} \quad 4) z = \left(y^3 - \frac{1}{\ln x}\right)^5 + \operatorname{tg} 2\sqrt{x}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \ln \operatorname{ctg} \frac{u}{v}, \quad \text{где } u = \operatorname{arctg}(x^2 y^5), \quad v = \sqrt[4]{x - 7y}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = e^{y \sin x}, \quad \text{где } x = \sqrt{t^3 + 3t + 1}, \quad y = \frac{t^2 - 1}{t^3}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = x \cdot \sqrt[3]{y} + y \cdot \ln(x^2 - \sqrt{y}), \quad \text{где } y = \sin^2 \frac{2}{x - 3}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \sqrt{1 + 5 \ln y} - \operatorname{th}(x - 3y) = \frac{x}{2 - y}$$

$$2) y^3 + x^3 - 3xy + 2 = 0$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением $\ln z + \sqrt{x^2 + y^3 + z^5} = e^{yz}$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции $z = e^{x^2 - y^3}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $(z^2 - x^2) \cdot xyz - y^5 = 5$ в точке $M_0(1; 1; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = 2xy - 2x^2 - 4y^2$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \arcsin(x + 3y + 1) \quad 2) z = \sqrt{2x - \sqrt{y}}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \ln \operatorname{ctg} \frac{y^3}{\sqrt[5]{x^3}} \quad 2) z = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - y^4}} - y^{\sin 3x}$$

$$3) z = \left(\operatorname{arctg}(y^x) - \frac{x}{y^3} \right) \arcsin \frac{1}{2 - x} \quad 4) z = \frac{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}{x - \cos^5 y} - \frac{1}{(y + 1)^2}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = (v^2 - \ln u)^3, \quad \text{где } u = \sqrt{3x - y^2}, \quad v = e^{x-y}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \operatorname{arctg} \frac{x}{5y}, \quad \text{где } x = e^{2t-3}, \quad y = \frac{1}{\sin 6t}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = \frac{1}{x^5 - 9y^2}, \quad \text{где } y = 5^{-(1 + 3x^3)}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \operatorname{arctg} y + \sqrt{1 - 2y} + e^{2y} = 4x^3$$

$$2) x^2 \sin 3y = y^3 + 2y + 5$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением

$$\frac{\ln(z - x^2 y)}{x^2 + y^3} = \operatorname{ctg} \frac{x}{(z - 5)^2}$$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции $z = x^2 \cos y^3$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 2x^2 + 4xy + 5y^2 - 6x - 8y - 1$ в точке $M_0(0; -1; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = xy(6 - x - y)$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \frac{1}{\ln(x^2 + y^2 - 9)} \quad 2). z = \arccos \frac{y-1}{x}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \frac{y}{\sqrt{5y^2 - x^4}} \quad 2) z = (\sqrt{y} - x^2)^5 + 6x^2$$

$$3) z = \operatorname{arctg}^2 \left(x^3 + \frac{y-2}{\sqrt{x}} \right) - \ln(2y + \cos 3x) \quad 4) z = \frac{\ln \operatorname{tg}(y/x)}{1 - \sin x + \cos y^2}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \frac{v}{u^3}, \quad \text{где} \quad u = x^2 \cdot \ln y, \quad v = \operatorname{ctg}(x - y^5)$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \left(\frac{x+y}{y} \right)^2, \quad \text{где} \quad x = \ln(t^3 - t - 4), \quad y = \frac{1}{\cos t^2}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = \arccos \frac{x-y}{2x}, \quad \text{где} \quad y = e^{-x} \cdot \sin^2 \sqrt{x}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) 2 - y^3 = \cos(x/y) + \operatorname{sh}(1/x)$$

$$2) x^2 + \ln y - x^2 e^y = \sqrt{y}$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной

выражением $\operatorname{tg} z - \operatorname{arctg} \frac{xy}{z^5} = \frac{3}{z - y^3}$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции

$$z = \ln(y^2 - e^x)$$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x - 56y + 80$ в точке $M_o(1; 1; z_o)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 \cdot y^3(6 - x - y)$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \sqrt{y - \sqrt{x}} \quad 2) z = \ln x + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \sqrt{y} \sin \frac{y-1}{x+2} \quad 2) z = \cos \left(y^2 - \frac{1}{x} \right) + 2 \operatorname{tg} \sqrt{2-y}$$

$$3) z = 3y^2 - x^3 - \operatorname{arctg} \frac{1}{x^3 + y^2} \quad 4) z = (3x)^{2y} \cdot e^{-x y^2}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \sqrt[5]{\frac{u}{v} - \frac{v}{u^2}}, \quad \text{где } u = \sin y, \quad v = y \cdot \cos 7x$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \arcsin(x^2 + y^2), \quad \text{где } x = \ln(t^2 - 1), \quad y = \frac{2}{1-t}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{d z}{d x}$, если

$$z = e^{\frac{x+y}{2}} \cdot \frac{x-2y}{\sqrt{x}}, \quad \text{где } y = \arcsin \frac{1}{x}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \ln(2y + x^3) - \frac{x}{\sqrt{y}} = 2 - 5xy$$

$$2) \arcsin \frac{2}{y} - \operatorname{tg}^3 \frac{x}{2} = e^{-x^2 - y^2}$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением $z \cdot e^{xy} + x^2 = \sin z - 3y\sqrt{x-z}$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции $z = \sin \frac{y}{x}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $3x^4 - 4y^3x + 4z^2xy - 4z^3x + 1 = 0$ в точке $M_0(1; 1; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \arcsin \frac{y}{x} \quad 2) z = \sqrt{4y^2 - 9x}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = 3^x \cos x - e^{x^3} \cos^2 y \quad 2) z = \sqrt{1 - y \cdot \operatorname{tg}^3(xy)}$$

$$3) z = \left(\operatorname{arctg} \frac{2}{y} \right)^{\ln 3x} - \frac{4x + 5y}{3x^5 - y^2} \quad 4) z = \arcsin \frac{y^2 - x}{3y} - \ln \operatorname{tg} (7x y^3)$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \operatorname{tg} (3u^2 - v + 5), \quad \text{где } u = x \cdot \sin^3 y, \quad v = \frac{y}{x^2}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \sin(10x - 3y)^2, \quad \text{где } x = 4t^3 - 6t^2 + 1, \quad y = -\frac{1}{t^2}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = \frac{x^y}{\cos(xy)}, \quad \text{где } y = \operatorname{tg}^2 x$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \operatorname{sh}(2x - 5y) - \frac{1}{\ln y} = 3^{xy^2}$$

$$2) \frac{3}{y} - \frac{2}{x} = x^2 - y^3$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением

$$y^2 + 4x^2 - \sqrt{yz} + \sqrt{y^2 - z^3} = x^y$$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции

$$z = \operatorname{arctg} \frac{x}{2y}$$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 6x^2 - 4xy + 3y^2 + 14x + 7y + 8$ в точке $M_0(-2; -1; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \ln(5 - 10x^2 - y^2) \quad 2) z = \frac{1}{\sqrt{y \cdot \sin x}}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \left(\frac{x^2 - y}{3^y + x} \right)^3 \quad 2) z = \sin \frac{x}{x^2 - 5y} \cdot \sqrt{x - 2y^3}$$

$$3) z = e^{\cos 2x} - \operatorname{tg} y \cdot \ln(y^2 - 1) \quad 4) z = \frac{(x - y)}{\operatorname{arctg} 3^{y-x}} - \frac{\sqrt[3]{\cos(3y - x^2)}}{\sin \ln y}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \frac{u - 3v}{\operatorname{arctg}(u)}, \quad \text{где } u = \operatorname{ctg} \frac{1}{x}, \quad v = \frac{y}{x^3}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \sqrt{4 + \operatorname{ctg}(x \ln y)}, \quad \text{где } x = 7^{2t}, \quad y = \sqrt[4]{t}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = \sin(\sqrt{xy} - y^3), \quad \text{где } y = \ln(x^2 + 4)$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) xy - y \cdot 2^{-x^2} = \sqrt{(x - y)^5}$$

$$2) \left(\frac{x}{y} \right)^2 - x \sqrt{y} = \arcsin 3x$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением

$$e^{z/x} + \cos x - 4xy^4z^3 = 0$$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции

$$z = \sqrt{\ln(x^2 - y^2)}$$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 55$ в точке $M_0(-1; 1; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = 3yx + \frac{x}{2 - y^2 + x^2} \quad 2) z = \arcsin(2x - y)$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = y^2 \sqrt[3]{3x - 5} + \frac{x}{y^3 - 1} \quad 2) z = \frac{\ln(y + e^x)}{\arccos^2(x - 2y)}$$

$$3) z = \ln \operatorname{arctg}(2xy^3) \cdot \left(y^5 - 3x^4 - \frac{y}{x} \right) \quad 4) z = \frac{y}{\sqrt{3y - \arcsin x^2}}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \sqrt{uv} e^v, \quad \text{где } u = x^2 - 3y, \quad v = \frac{y}{\operatorname{ctg} x}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = y^3 \arcsin(x^2 + 1), \quad \text{где } x = \sqrt{t - 2}, \quad y = \ln(t^2 - 3t + 2)$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{d z}{d x}$, если

$$z = e^{2x} \cdot \frac{\sqrt{x}}{y^2}, \quad \text{где } y = \operatorname{arctg} e^{3x}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \ln x - e^{-2y} = \frac{x}{\sqrt{y}}$$

$$2) \operatorname{ch}^2(xy) - 2x^2y = 3 - y^2$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением $1 - z^2 + 3x^3 \cos(2z + x) = \ln(x + 2y) - y^4$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции

$$z = \sqrt{x^2 + y^3}$$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ в $M_0(0; 4; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \sqrt{y \sin x} \quad 2) z = \sqrt{x^2 + y^2 - 9} - \sqrt{16 - x^2 - y^2}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \arcsin \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \quad 2) z = \ln \sin \frac{x}{1 - y} - \frac{x\sqrt{y}}{\sqrt{x - y^2}}$$

$$3) z = e^{-xy^2} \left(x^3 y - \frac{1}{\ln x} \right) \quad 4) z = 2^{\cos^3 y} - \cos x^3 + \operatorname{arctg} \sqrt{\ln(x - 3y)}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = v \cdot u^{\sin v}, \quad \text{где } u = \sqrt{x - \ln y}, \quad v = \operatorname{ctg}(y^2/x)$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \arccos^4 \frac{x}{\sqrt{y}}, \quad \text{где } x = t + \frac{t}{3}, \quad y = 6^t + 1$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = e^y \cdot \frac{x + 2y}{x^2}, \quad \text{где } y = \sqrt{\ln x + 1}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) (x^2 + y^2)^3 = e^{y/x} - \frac{\ln 3x}{y}$$

$$2) \sqrt{1 - y^2} \cdot \cos x = \frac{1}{(x + 7y)^3}$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением $z^y - y^3 + \operatorname{tg}(x - 7y) = \frac{y}{z} + \operatorname{tg} x$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции $z = \frac{\sqrt{y}}{x^2}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \frac{x^3 - 3axy + y^3}{a^2}$ в точке $M_0(a; a; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \frac{4xy}{x^2 - 4y^2} \quad 2) z = \arcsin \frac{1}{x} + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \left(\frac{y-1}{x+2}\right)^5 - e^{-\sqrt{y}} \quad 2) z = \frac{y^2}{\sqrt[5]{x^2 - y^2}} - y^{-3x} \arcsin \sqrt{\frac{x}{y}}$$

$$3) z = \frac{\sin x}{(3x^2 + 7y)^4} \quad 4) z = \left(\frac{3}{5}\right)^{\sqrt{y}} + \ln \sqrt{x - 2y}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = u^3 + v^4 + \frac{v^3}{u^2}, \text{ где } u = (\sin 3x)^{4y}, \quad v = \frac{\sqrt{3x}}{\ln y}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \ln(5y - \operatorname{arctg}(x^2)), \quad \text{где } x = \sqrt{t^2 + 6}, \quad y = t \cdot e^{3-t}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = \sin^4 \left(x^2 y - \frac{y^2}{x} \right), \quad \text{где } y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) 4y - 2x + \operatorname{ch}(x - 3y) = 0$$

$$2) (x + y)^2 = \left(x - \frac{1}{y}\right)^3$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной

выражением
$$5(x^2 - 5y^4 + 9z^7) = 2(xyz - 3x^y + 2yz) + \frac{2}{z - y}$$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции

$$z = \arccos \frac{1}{x - y}$$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности

$$z = 11x^2 - 20xy - 4y^2 - 20x - 8y - 148 \quad \text{в точке } M_o(-2; 3; z_o)$$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = e^{x^2 - y}(5 - 2x + y)$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \sqrt{x-y} + \sqrt{x+y} \quad 2) z = \frac{\ln(9-x^2-y^2)}{\sqrt{x^2+y^2-4}}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \arcsin(xy) + \frac{x^2}{3y} \quad 2) z = \operatorname{tg} \sqrt{\frac{y^3}{x-y}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2+y^5}}$$

$$3) z = (\sin 5y)^{(\ln x - x^2)} + \frac{\ln y}{y^2 - \sin x^2} \quad 4) z = \frac{1}{(3x-5y)^3} \cos \frac{1}{x-y}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = e^{\operatorname{arctg}(u-3v)}, \quad \text{где} \quad u = \frac{y}{\sqrt{x-3}}, \quad v = \frac{\cos \ln(xy)}{1-xy}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \sin(x - y^2), \quad \text{где} \quad x = \frac{t-1}{6}, \quad y = \sqrt[5]{2-t^3}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = \ln \cos(x^2 \sqrt{y}), \quad \text{где} \quad y = \frac{1-x}{x^3}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \frac{\ln(y-2)}{y-2} + \sin 2y - \operatorname{tg} 2x = \frac{1}{x^2}$$

$$2) \frac{y}{x} = \operatorname{arctg} e^y - 3^{\frac{y}{x}}$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением

$$\arcsin^2 z + 5x^3 y - \frac{\sqrt{z}}{x-6y} = 0$$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции

$$z = \sin^2(x - 3y)$$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 3x^2 + 3y^2 + 5xy + 4x + 7y + 5$ в точке $M_0(-2; 1; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \sqrt{\cos \pi(3x^2 + 2y^2)} \quad 2) z = \frac{1}{\ln(y - x)}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \operatorname{ctg}^2(y - \sqrt{x - 3}) \quad 2) z = \frac{x - 3y^2}{\ln(x^3 + y)} - \cos(xy^3)$$

$$3) z = \operatorname{arctg} 2\sqrt{x} - y^2 \cdot 2^{\operatorname{arctg} y} \quad 4) z = (2 - x + 5y)^4 \cdot \sin \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = u^v + v^u, \text{ где } v = y \cdot 4^{-x^2}, \quad u = \frac{y}{\ln x}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \frac{\cos(x - y)}{x}, \quad \text{где } x = (t^2 - 6t + 4), \quad y = 2t^3$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{d z}{d x}$, если

$$z = (2x - \ln(x^2 - y^2))\sqrt{y}, \quad \text{где } y = x \cdot e^{-2x^4}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) y \ln x - x \ln y = e^{2x - y}$$

$$2) \cos(xy) = \frac{y^3}{x}$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением

$$y + 2^y - z^2 = \arcsin \frac{1}{1 - z^2 - y}$$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции $z = \frac{x^2}{x + 3y}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2} - xy$ в точке $M_0(3; 4; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = 3x^2y - y^4 - x^3$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) \ z = \ln(4 - x^2 - y^2) \quad 2) \ z = \frac{1}{\sqrt{x - y}}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) \ z = \arccos^2 \frac{x - y}{3y} \quad 2) \ z = \sqrt{\ln(x^y - y^x)}$$

$$3) \ z = y^2 \sin \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \operatorname{tg}^3 y \quad 4) \ z = \frac{5x^2 - y}{\operatorname{arccotg} x} - \ln(3y^2 - y + 1) \cdot (2x)^{\ln y}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \ln \sqrt{2u - v^3}, \text{ где } u = 2^{\sqrt{x}}, \ v = y^2 x^3$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \sqrt{1 + \sin(y + \ln x)}, \text{ где } x = 6^{4t}, \ y = \sqrt[4]{5t}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = \sqrt[3]{x^y - y^2}, \text{ где } y = \operatorname{tg}^5 \frac{2x - x^2 - 1}{\sqrt{3}}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \ y = 2^x - y + (x - y)^2 = \frac{1}{\sqrt{xy}}$$

$$2) \ \sqrt{3x^2 - y^2} + \frac{2}{x + y} = 5 \cos 6x$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением $zy - z^3 + \sin \frac{1}{yz} = e^{z^3 - x}$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции

$$z = \ln(3x^2 - y^3)$$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 3x^2 + 10xy + 3y^2 - 12x - 12y + 7$ в точке $M_0(-1; 2; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 - y^3 - 3x + 6y$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \ln(x^2 - 6x + y - 8) \quad 2) z = \arcsin \frac{3y - 1}{5x}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \frac{x}{(x^3 - y^2)^4} \quad 2) z = \frac{\operatorname{arctg}(x/y^2)}{\ln(1 + 3x - 5y)} - \sqrt{x^y + y^x}$$

$$3) z = e^{\operatorname{tg} x} \cdot \sqrt{y - x^5} \quad 4) z = \sqrt[3]{\cos^5 y + \sin^3 x} - \arcsin(y \ln x)$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = u^v, \quad \text{где} \quad u = \sqrt{x^3 + y^2}, \quad v = \frac{1}{\sin y^2}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \frac{x}{x^2 + y^3}, \quad \text{где} \quad x = 1 - \operatorname{ctg}^3 t, \quad y = \frac{1}{\sqrt{t^5}}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{d z}{d x}$, если

$$z = \frac{\sqrt{y}}{x^3}, \quad \text{где} \quad y = \ln \operatorname{tg} 5x \cdot \arcsin \frac{1}{\sqrt{x}}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) y^2 x = \cos \frac{y}{x} - \operatorname{tg}^3 x$$

$$2) x e^{2y} = 5 - \cos^3 \left(x - \frac{1}{y} \right)$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением $z^x - x y^2 z = x^3 \ln \frac{1}{zy}$

8. Найти первый dz и второй $d^2 z$ дифференциалы функции $z = \sqrt{xy^3}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = xy - x^2 - 2y^2 + x + 10y - 8$ в точке $M_0(-1; 3; z_0)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 - 2x^2 y^2 + y^4$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) \ z = \frac{x^2 - y^3}{\sqrt{x + 2y}} \quad 2) \ z = \ln(9 - x^2 - y^2) + \ln(x^2 + y^2 - 4)$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) \ z = \operatorname{arctg} \frac{x + y}{1 - xy} \quad 2) \ z = \ln \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \sqrt[3]{y} \right) + 2^{-\cos(x^2 - y^3)}$$

$$3) \ z = x \cdot (1 - 2\operatorname{tg} \sqrt{y}) \quad 4) \ z = y^3 \cdot e^{-x/y} + \frac{\sqrt{x - y^2}}{\arcsin y}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \frac{\sin(xy^2)}{3(2y + x)}, \quad \text{где } u = \frac{u}{\sqrt{v}}, \quad v = \ln(u - 2v)$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = x^y - y^x, \quad x = \frac{1}{2t^4}, \quad y = \sqrt{\ln(t^2 + 2)}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = x \cdot \sin \frac{1}{y} + y \cdot \cos \frac{1}{x}, \quad \text{где } y = \sqrt{\ln(1 - x)}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \ \sin(x^2 - 3y) + \ln(2 - xy) = \frac{x + 2}{y + 7}$$

$$2) \ e^y + e^{-2y} = x^2 y^3 - 1$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением $(yz + x^2) = y^5 - 3 \sin \frac{z}{\sqrt{xy}}$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции $z = \sqrt{e^{xy}}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 3x^2 + 12xy + 3y^2 + 6x - 6y + 3$ в точке $M_o(2; 0; z_o)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x\sqrt{y} - x^2 + 6x - y + 3$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \arcsin(2x - y) \quad 2) z = \sqrt{2y - \sqrt{x}}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \ln \operatorname{tg} \frac{x^2}{\sqrt[3]{y^2}} \quad 2) z = \left(\operatorname{arctg}(x^y) - \frac{x}{y^3} \right)^4 \cdot \arcsin \frac{1}{y}$$

$$3) z = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - y^4}} - x^{\sin^2 y} \quad 4) z = \frac{\ln \sqrt{1 - x^2 - 6y^2}}{x - \cos 2y} - \frac{1}{y^2 + 1}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$\operatorname{dis} z = (u^2 - \ln v)^5, \quad \text{где } u = \sqrt{x - 3y}, \quad v = e^{xy}$$

4. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{d z}{d x}$, если

$$z = \arcsin \sqrt{x - y^2}, \quad \text{где } y = \frac{2}{\cos x^2}$$

5. Найти производную z'_t , если

$$z = \operatorname{arctg} \frac{x + 1}{y - 5x}, \quad x = e^{t^3} - 3, \quad y = \frac{1}{\sin t}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \sin 2y - 5^{2x} + \frac{1}{y^2 + 5} = \ln 3x$$

$$2) \frac{x}{y - 1} + x^2 y = \operatorname{ctg} \frac{\sqrt{y}}{x}$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением

$$\frac{\ln(z - x^2 y)}{\sqrt{x + y^3}} = \operatorname{ctg} \frac{x}{(z - 5)^2}$$

8. Найти первый dz и второй $d^2 z$ дифференциалы функции $z = \frac{x}{x^2 + y^2}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 2x^2 + 4xy + 5y^2 - 6x - 8y - 1$ в точке $M_o(0; -1; z_o)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = xy(6 - x - y)$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \frac{\sqrt{3x - 2y}}{25 - x^2 - y^2} \quad 2) z = \ln(5 + 10x - y^2)$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \arcsin \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad 2) z = \ln(x^5 - \operatorname{tg} y) \cos \frac{x}{y^3}$$

$$3) z = \left(\frac{y}{\sqrt{y-1}} \right)^{-5x^3} - \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{y-1} \quad 4) z = e^{-\sqrt{xy}} x^{-3y}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \cos \sqrt[3]{v^2 - 3u}, \quad \text{где } u = x^2 + 5y^3, \quad v = \operatorname{arctg}(\sqrt{xy})$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \operatorname{arctg}(4x^3 - \ln y), \quad x = \operatorname{ctg} \sqrt{t+3}, \quad y = \frac{t^3 + 6t - 1}{t}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{d z}{d x}$, если

$$z = \frac{x^3}{\operatorname{arctg} y}, \quad \text{где } y = \ln(x^2 - 4)$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \operatorname{arctg} y + \frac{1}{y} = \ln x - \frac{x}{y}$$

$$2) x \arcsin y = 4^{-x} + \frac{3x}{y^7}$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением $\ln^2(z + 5xyz - x^2 + y) = \sqrt{z - x^3}$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции $z = \frac{y}{x^2 + y^2}$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 3x^2 - 4xy + 16x + 12 - 36y$ в точке $M_o(2; 0; z_o)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \frac{4xy}{x^2 - y^2} \quad 2) z = \arcsin \frac{1}{y} + \sqrt{9 - x^2 - y^2}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \left(\frac{y}{x}\right)^3 - e^{-\sqrt{x}} \quad 2) z = \arcsin(\ln y + x^5) + \ln(\operatorname{arctg} xy)$$

$$3) z = \frac{x^3}{\sqrt[5]{x^2 - y^2}} - y^{-x} \sin \frac{y^2}{x^3} \quad 4) z = \frac{1}{(3x^2 + 7y)^4}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = u^3 v^4 + \frac{v^3}{u^2}, \text{ где } u = (\cos 3y)^{x^3}, \quad v = \frac{1}{\sqrt{3x - \ln y}}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \ln(5x - \operatorname{tg}(y^3)), \quad x = \sqrt{t + 6}, \quad y = t \cdot e^{-t^3}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если

$$z = \ln \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}, \quad \text{где } y = \sin \frac{3}{x^2}$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) \operatorname{arctg} 2y - 5(2x + 3y) = \frac{y}{x}$$

$$2) \sqrt{x} \cdot (y + 4)^2 = y^3 + 7y - 2$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением

$$5(x^2 - 5y^4 + 9z^7) = 2(xyz - 3x^y + 2yz) + \frac{2}{z - y}$$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции

$$z = \sin(x + 2y)$$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 11x^2 - 20xy - 4y^2 - 20x - 8y - 148$ в точке $M_o(-2; 3; z_o)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = e^{x^2 - y}(5 - 2x + y)$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \sqrt{1 - x^2 - y^2} \quad 2) z = \sqrt{x - y^2} - \sqrt{y^2 + x - 2}$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = (\cos(x^2 + 4))^{\frac{1-y}{3y}} \quad 2) z = x \cdot \ln^2 y - x^2 \ln \sqrt{y}$$

$$3) z = \frac{\sin(2x^2 - 5y^3)}{\sqrt{x - y^2}} + \frac{\operatorname{arctg} xy}{\operatorname{tg}(x/y)} \quad 4) z = \sqrt{\ln \sin 3x} \cdot e^{-\frac{x^2}{y^3}} - \arcsin \frac{y}{\sqrt{x}}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = \sqrt{y} \sin^2 \left(\frac{x}{2y} \right), \quad \text{где } u = x \cdot e^y, \quad v = \arcsin^2 \frac{y}{\sqrt{x}}$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \sqrt{\arccos(x + 3y)}, \quad x = 3^{1 - t^2}, \quad y = \frac{\operatorname{tg} 3t}{t}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{d z}{d x}$, если

$$z = y^2 \cdot \sqrt{y^2 - x^2}, \quad \text{где } y = (2x - 1)^3$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) x - y = a \cdot \cos^2 3y$$

$$2) \sqrt{\frac{y}{x}} - 2x = \ln(x + 5\sqrt[3]{y})$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением

$$z \ln(x^2 + z) = \frac{3x}{\sqrt{z}} + \ln(y^3 - 4x)$$

8. Найти первый dz и второй d^2z дифференциалы функции $z = x \operatorname{tg} y$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 3x^2 - 2xy + 3y^2 + 4x + 4y - 4$ в точке $M_o(2; -2; z_o)$

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 - y^3 + 2x - 3y$

1. Найти и изобразить области определения функций:

$$1) z = \cos(x - y) \quad 2) x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

2. Найти частные производные z'_x и z'_y функций

$$1) z = \frac{3x^2 - 5y}{x - y^4} \quad 2) z = \ln \cos \frac{2y}{x^2 - \sqrt{y}}$$

$$3) z = \sqrt{x^2 y^5} - \operatorname{ctg} e^{\sin^2 y} \quad 4) z = (x^4 + 5)^{\frac{1}{y}} - \frac{y}{\arcsin \sqrt{2x - y^2}}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y сложной функции

$$z = u^2 v^3, \quad \text{где} \quad u = \ln(x - 6y^2), \quad v = \cos 3x$$

4. Найти производную z'_t , если

$$z = \frac{x^2}{\sqrt[3]{y}}, \quad x = \arcsin t, \quad y = \sqrt{1 - t^2}$$

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{d z}{d x}$, если

$$z = x \cdot \sqrt[3]{y} + y \cdot \ln(x^2 - \sqrt{y}), \quad \text{где} \quad y = \sin^2 \frac{2}{x - 3}.$$

6. Найти производную y' неявной функции $y(x)$, заданной выражением

$$1) y^2 x = \cos \frac{y}{x} - \operatorname{tg}^3 x$$

$$2) x e^{2y} = 5 - \cos^3 \left(x - \frac{1}{y} \right)$$

7. Найти частные производные z'_x и z'_y неявной функции $z(x, y)$, заданной выражением $x \ln(z^2 + y) = \frac{3y}{\sqrt{x}} + \ln(z^3 - 4y)$

8. Найти первый dz и второй $d^2 z$ дифференциалы функции

$$z = y \sin(x - y)$$

9. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + 2y^2 - 4z^2 = 5$ в точке $M_o(1; 2; z_o)$.

10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 - 6xy + 3y^2$.