

Задание N 7

Приложения

**ПРОИЗВОДНОЙ**

1. Сформулируйте определения возрастающей и убывающей на интервале функции.
2. Сформулируйте необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции в интервале. Поясните их графически.
3. Что такое экстремум функции? Какие существуют виды экстремумов?
4. Сформулируйте необходимые условия существования экстремума функции в точке. Приведите графические примеры.
5. Сформулируйте 1-ое достаточное условие существования экстремума.
6. Сформулируйте 2-ое достаточное условие существования экстремума.
7. Изложите схему исследования функции на экстремум.
8. Изложите схему нахождения наибольшего и наименьшего значения функции в интервале.
9. Дайте определения выпуклости и вогнутости кривой в интервале, точек перегиба. Проиллюстрируйте геометрически.
10. Сформулируйте достаточные условия выпуклости и вогнутости кривой в интервале.
11. Сформулируйте необходимые и достаточные условия существования точек перегиба. Изложите схему отыскания точек перегиба.
12. Что называется асимптотой кривой? Какие виды асимптот различают?
13. Изложите схему отыскания вертикальных асимптот.
14. Запишите уравнение наклонной асимптоты и формулы нахождения параметров этого уравнения. В каких случаях можно говорить об отсутствии у кривой наклонной асимптоты?
15. Дайте определения и запишите уравнения касательной и нормали к кривой.
16. В чем состоит правило Лопиталя? Для раскрытия каких неопределенностей оно применяется?

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{x^3}{2(x+1)^2} \quad 2) y = x^{2/3} - (x^2 - 1)^{1/3}$$

$$3) y = e^{2x} - x^2$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \sqrt[3]{1-x^3} \quad 2) y = \frac{x^2 - 6x + 3}{x - 3}$$

$$3) y = x - 2 \ln x$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{4x}{x^2 + 4} \quad 2) y = \sqrt[3]{(2-x)(x^2 - 4x + 1)}$$

$$3) y = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \frac{1}{4}(x^2 - 2x - 3) \quad x_0 = 4$$

$$2) \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = \sin t \end{cases} \quad t_0 = -\pi/3$$

5. В круг радиуса  $R$  вписан равнобедренный треугольник. При каком соотношении сторон треугольник будет иметь наибольшую площадь.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16 \quad \text{в интервале} \quad [1; 4]$$

7. Используя правило Лопиталя, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{8 \cos^3 x - 1}{x/2 - \pi/6} \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x e^{x/2}}{x + e^x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{1}{5}(x^3 - 9x) \qquad 2) y = 3(x - 1)^3 \cdot \sqrt[3]{x^2}$$

$$3) y = x \cdot e^{-x^2/2}$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = x + \frac{1}{x} - 1 \qquad 2) y = x + \ln(x^2 - 4)$$

$$3) y = \frac{x^3 - 1}{x^3}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{x^4}{x^3 - 27} \qquad 2) y = \sqrt[3]{x(3 - x^2)}$$

$$3) y = \frac{\ln(1 - x)}{x - 1}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = 3 \left( \sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x} \right) \qquad x_0 = 1$$

$$2) \begin{cases} x = t(t + 1) \\ y = t - 1 \end{cases} \qquad t_0 = -1$$

5. Из всех круговых секторов, имеющих данный периметр  $P$ , найти сектор с наибольшей площадью.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \sqrt[3]{2(x - 2)^2(8 - x)} - 1 \quad \text{в интервале} \quad [0; 6]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^m - 2^m}{x^n - 2^n} \qquad 2) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{1}{1 + \ln x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\operatorname{ctg} x - 1}{\sqrt[3]{\cos 2x}}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{4x}{4 + x^2} \quad 2) y = (x + 1)^3 \cdot \sqrt[3]{x^2}$$

$$3) y = \ln(9 - x^2)$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \sqrt{9x^2 + 1} \quad 2) y = \frac{x^3}{2(x + 1)^2}$$

$$3) y = x + e^{-x}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = x \cdot e^{-x} \quad 2) y = x^2 \cdot \sqrt{x + 1}$$

$$3) y = x - \ln x$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \frac{2x}{x^2 + 1} \quad x_0 = -2$$

$$2) \begin{cases} x = 1 + t^3 \\ y = t(1 + t^2) \end{cases} \quad t_0 = 2$$

5. Из всех цилиндров данного объема  $V$  найти тот, у которого полная поверхность наименьшая.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 2\sqrt{x} - x \quad \text{в интервале} \quad [0; 4]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} x^n \cdot \sin \frac{a}{x} \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + 2x)^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x + \ln x}{1 - \sqrt{2x - x^2}}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{4x^2}{x^3 - 1} \quad 2) y = \sqrt{2x^3 + 9x^2}$$

$$3) y = x^2 \cdot \ln x$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = x + \frac{1}{x} \quad 2) y = e^{\frac{1}{x+2}}$$

$$3) y = \frac{1}{(x-2)(x^2-1)}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{2x-1}{(x-1)^2} \quad 2) y = x^3 \cdot e^{2x+1}$$

$$3) y = 1 + \sqrt[3]{(1-x)^2}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = 3\sqrt[4]{x} - \sqrt{x} \quad x_0 = 1$$

$$2) \begin{cases} x = t - t^4 \\ y = t^2 - t^3 \end{cases} \quad t_0 = 1$$

5. Найти высоту конуса наименьшего объема, описанного около шара радиуса R.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 3 - x - \frac{4}{(x+2)^2} \quad \text{в интервале } [-1; 2]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x} \quad 2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{2}{1-x}}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{1}{3}x^3 - x^4 \qquad 2) y = x \cdot \sqrt[3]{x-1}$$

$$3) y = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \sqrt[3]{x^3 - 3x} \qquad 2) y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

$$3) y = \frac{3}{x(x-4)}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{(x-1)^2}{x-2} \qquad 2) y = x \cdot e^{-x^2/2}$$

$$3) y = \ln \frac{x+1}{x+2}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = e^{2x - x^2}, \qquad x_0 = 0$$

$$2) \begin{cases} x = \cos(t/2) \\ y = t - \sin t \end{cases} \qquad t_0 = \pi/2$$

5. Найти длины сторон прямоугольника наибольшего периметра, вписанного в полуокружность радиуса R.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \frac{-2x(2x+3)}{x^2+4x+5} \quad \text{в интервале} \quad [-2; 1]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x - \ln(1+x^2)}{3x} \qquad 2) \lim_{x \rightarrow 0} (e^{2x} + x)^{\frac{1}{x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} (x^n \cdot e^{-x})$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = x^3 + \frac{x^4}{4} \quad 2) y = \sqrt{8x^2 - x^4}$$

$$3) y = x \cdot e^{2x} - 1$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \ln \frac{x-1}{x+1} \quad 2) y = \frac{1-x^3}{x^3}$$

$$3) y = e^{8x} - x^2 - 14$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{(x+2)^2}{(x-1)^2} \quad 2) y = x^2 - 2 \ln x$$

$$3) y = x^{2/3} \cdot e^{-x}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \frac{4x - x^2}{4} \quad x_0 = 2$$

$$2) \begin{cases} x = 3t(t^2 + 1) \\ y = 3t^2(1 - t^2) \end{cases} \quad t_0 = 2$$

5. Сосуд, состоящий из цилиндра, заканчивающегося снизу полусферой, должен вмещать 18 л воды. Найти размеры сосуда, при которых на его изготовление пойдет наименьшее количество материала.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln x \quad \text{в интервале } [1/\sqrt{3}; \sqrt{3}]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \ln(1+2x)}{x^2} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 2a} \left(3 - \frac{x}{a}\right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4a}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\cos \frac{\pi x}{2} \ln(1-x)}$$



1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = x + \frac{1}{x^2} \qquad 2) y = (x^2 - 4x + 3) \cdot e^x - 1$$

$$3) y = \ln[(x^2 - 1)^2]$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \qquad 2) y = x + \frac{\ln x}{x}$$

$$3) y = \frac{e^x}{x}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{(x - 1)^2}{x^2} \qquad 2) y = x^2 \cdot e^{1/x}$$

$$3) y = 3 \sqrt[3]{x^2} - 2x$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} \qquad x_0 = 4$$

$$2) \begin{cases} x = \arcsin(1 - t) \\ y = \arccos t \end{cases} \qquad t_0 = 0$$

5. Окно имеет форму прямоугольника, заканчивающегося полукругом. периметр фигуры равен 15 м. При каком радиусе полукруга окно будет пропускать наибольшее количество света.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 2 \sin x + \sin 2x \quad \text{в интервале} \quad [0; 3\pi/2]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{ctg} x - 1}{x^2} \qquad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + e^x)^{\frac{1}{x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 6x + 6 \sin x}{x^5}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = x^2 \cdot \sqrt{x+1} \qquad 2) y = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$$

$$3) y = x + 2 \operatorname{arctg} x$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = x^2 \cdot e^x \qquad 2) y = \ln(4 - x^2)$$

$$3) y = x + \frac{2x}{x^2 - 1}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{(x+1)^2}{x-2} \qquad 2) y = (x^2 - 4x + 3) \cdot e^x - 1$$

$$3) y = x + \ln(x^2 - 1)$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x^2} \qquad x_0 = 3$$

$$2) \begin{cases} x = 2t \cos t \\ y = 2t \sin t \end{cases} \qquad t_0 = \pi/2$$

5. Боковые стороны и меньшее основание трапеции равны 10 см. Определить ее большее основание так, чтобы площадь трапеции была наибольшей.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = x - 2 \ln x \quad \text{в интервале} \quad [1; e]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \operatorname{tg} 4x - 12 \operatorname{tg} x}{3 \sin 4x - 12 \sin x} \qquad 2) \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\ln x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sec x - \operatorname{tg} x)$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{x^2 - x - 2}{2x - 6} \quad 2) y = \sqrt[3]{x(3 - x^2)}$$

$$3) y = x^2 - 2 \ln x$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \frac{x^3 + 16}{x} \quad 2) y = \frac{\ln(1 - x)}{x - 1}$$

$$3) y = x + e^{-x}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{x^3}{2(x + 1)^2} \quad 2) y = (x - 1) \cdot e^{3x}$$

$$3) y = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{(x^2 - 1)}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \frac{x - 1}{x^4 + 1} \quad x_0 = 1$$

$$2) \begin{cases} x = 4 \cos^3 t \\ y = 4 \sin^3 t \end{cases} \quad t_0 = \pi/6$$

5. Из материала толщиной  $d$  изготовлен цилиндрический резервуар вместимостью  $V_0$ . При каких значениях радиуса основания и высоты цилиндра будет наименьший расход материала.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 2 \ln^3 x - 9 \ln^2 x + 12 \ln x \quad \text{в интервале } [e^{3/4}; e^3]$$

7. Используя правило Лопиталя, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x + 1) - 2e^x - 1}{x^3} \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{e^{\frac{3}{x} - 1}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} (x)^{\frac{m}{x^2 - 1}}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{2 - 4x^2}{1 - 4x^2} \quad 2) y = 3\sqrt[3]{x^2} - 2x$$

$$3) y = x^3 \cdot e^x$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \frac{1}{x} \cdot e^{x^2} \quad 2) y = \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 2}$$

$$3) y = \frac{\sqrt{1 + x^2}}{1 + x}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \sqrt[3]{(x^2 - 8)^2} \quad 2) y = x + \frac{4}{x + 2}$$

$$3) y = x - \ln(x + 1)$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32 \quad x_0 = 4$$

$$2) \begin{cases} x = 2 \ln(\operatorname{ctg} t) + 1 \\ y = \operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t \end{cases} \quad t_0 = \pi/4$$

5. Построить равнобедренную трапецию, которая при данной площади  $S$  имела бы наименьший периметр. Угол при основании трапеции равен  $\alpha$ .

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \sin 2x - x \quad \text{в интервале} \quad [0; \pi]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) \quad 2) \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{\sqrt[3]{x}}{x+2}, \quad 2) y = x \cdot e^{-x^2/2}$$

$$3) y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x + 1}$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \frac{x^3}{x^2 - 4}, \quad 2) y = \ln \frac{x+4}{x-2},$$

$$3) y = x + \operatorname{arctg} x$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{4x}{(x^2 + 1)^2}, \quad 2) y = 2x + 4 \operatorname{arctg} x,$$

$$3) y = \sqrt[3]{x^3 - 3x}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \frac{3x - 2x^3}{3} \quad x_0 = 1$$

$$2) \begin{cases} x = t^3 + 1 \\ y = t^2 + t + 1 \end{cases} \quad t_0 = 1$$

5. Через точку (1;4) провести прямую так, чтобы сумма длин положительных отрезков, отсекаемых ею на координатных осях, была наименьшей.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = (x-1)^2 \sqrt{x^2 - 2x + 3} \quad \text{в интервале } [0; 3]$$

7. Используя правило Лопиталю, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2(\operatorname{tg} x - \sin x) - x^3}{x^5} \right) \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{x(e^{2x} - 1)} - \frac{x-1}{2x^2} \right]$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos mx)^{\frac{n}{x^2}}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = 5 \frac{x+1}{x^2}, \quad 2) y = 3 \frac{\sqrt[3]{x}}{x+1}$$

$$3) y = x^2 \ln x$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1} \quad 2) y = \frac{x^4 + 27}{2x^3}$$

$$3) y = 1 - e^{-1/x}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{10x}{(1+x)^3}, \quad 2) y = 5x \cdot e^{-x}$$

$$3) y = x \cdot \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \frac{x^{16} + 9}{1 - 5x^2} \quad x_0 = 1$$

$$2) \begin{cases} x = t \sin t + \cos t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases} \quad t_0 = \pi/4$$

5. Из всех прямоугольников данного периметра  $P$  найти тот, у которого диагональ наименьшая.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \frac{2^x + 2^{-x}}{\ln 2} \quad \text{в интервале } [-1; 2]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 4 \sin^2 \frac{\pi x}{2}}{1 - x^2} \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{x^2}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} x \ln(x + e^x)$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}, \quad 2) y = 3\sqrt[3]{x} - x$$

$$3) y = x \cdot \ln x + x$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \sqrt{x^2 + 1} + 2x, \quad 2) y = \frac{10x}{(x+1)^3}$$

$$3) y = \frac{3x}{x-1} + 3x$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \sqrt{8+x} - \sqrt{8-x}, \quad 2) y = e^{3x} - x^2$$

$$3) y = \frac{4x^2}{x^3 - 1}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \frac{x^2 - 3x + 3}{3} \quad x_0 = 3$$

$$2) \begin{cases} x = t(1 - \sin t) \\ y = t \cos t \end{cases} \quad t_0 = 0$$

5. Требуется изготовить коническую воронку с образующей равной 20 м. Какова должна быть высота воронки, чтобы ее объем был наибольшим.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \sqrt[3]{\frac{x^2}{2x-1}} \quad \text{в интервале} \quad [3/2; 3]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{x}{x-1} \right) \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x$$

$$3) \lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} a} \right)^{\operatorname{ctg} (x-a)}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{x-5}{x^2} \quad 2) y = 2x - \sqrt[3]{x^2}$$

$$3) y = \ln \frac{x-1}{x+1}$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \frac{2x^3}{x^2-9} \quad 2) y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

$$3) y = \frac{x}{\ln x} + 3x$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{x}{2} + \operatorname{arctg} x \quad 2) y = x \cdot e^{-x^2}$$

$$3) y = x + 2\sqrt{-x}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = 1 - \sqrt[3]{x} \quad x_0 = 8$$

$$2) \begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases} \quad t_0 = \pi/3$$

5. Найти наибольший объём конуса, имеющего данную образующую  $l = \sqrt{3}$ .

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} 2x \quad \text{в интервале} \quad [\pi/6; \pi/3]$$

7. Используя правило Лопиталя, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x}{3x^2 + x^5} \quad 2) \lim_{x \rightarrow +0} \left( \ln \frac{1}{x} \right)^x$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1/2} \sin(2x-1) \cdot \operatorname{tg} \pi x$$



1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{x^4}{x^3 - 27} \quad 2) y = x \cdot \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

$$3) y = (x+4) \cdot e^{2x}$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = x - \ln(x+1) \quad 2) y = \frac{x^3}{x^2 - 3}$$

$$3) y = \frac{1}{e^{2x} - 1}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{3\sqrt[3]{x}}{x+1} \quad 2) y = x^2 \cdot \ln x$$

$$3) y = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \frac{2(x+2)}{3(x^2+1)} \quad x_0 = 1$$

$$2) \begin{cases} x = t(t+1) \\ y = 2t^2(1-t) \end{cases} \quad t_0 = 2$$

5. В полукруг вписана трапеция, основание которой есть диаметр полукруга. Определить угол трапеции при основании так, чтобы площадь трапеции была наибольшей.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 2 \cdot 2^{3x} - 9 \cdot 2^{2x} + 12 \cdot 2^x \quad \text{в интервале } [-1; 1]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right) \quad 2) \lim_{x \rightarrow 1-0} (1-x)^{\ln x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x+\ln x}{1-\sqrt{2x-x^2}}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{4x^2}{x^3 - 1} \quad 2) y = \sqrt[3]{x^3 - 3x}$$

$$3) y = x^2 \cdot e^x$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \frac{3x^2 - 7x - 16}{x^2 - x - 6} \quad 2) y = \ln \frac{x+1}{x+2}$$

$$3) y = x^2 \cdot e^{1/x}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3} \quad 2) y = \ln(x^2 - 2x + 2)$$

$$3) y = \frac{e^x}{x}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \sqrt[3]{x^2} - 20 \quad x_0 = -8$$

$$2) \begin{cases} x = t^2 - t^4/4 \\ y = t^2 + t^3/3 \end{cases} \quad t_0 = 0$$

5. Во сколько раз объем шара больше объема наибольшего цилиндра, вписанного в этот шар.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(x-2)} \quad \text{в интервале } [-2; 5]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{\ln(1+x)} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\pi}{2} \arccos x \right)^{\frac{1}{x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \operatorname{ctg} \frac{x}{3} - \operatorname{cosec} \frac{x}{3} \right)$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \ln(x^2 + 4x) \qquad 2) y = \frac{2x^3}{x^2 - 4}$$

$$3) y = 3\sqrt[3]{(x+1)^2} - 2x$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \sqrt{4x^2 - 5x} \qquad 2) y = \frac{x^3 + 3x}{x - 4}$$

$$3) y = \frac{2x + 3}{x^2 + 3x}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{x^3}{2(x+1)^2} \qquad 2) y = e^{\frac{1}{3-x}}$$

$$3) y = 4x - \frac{x^3}{3}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \ln \sin 2x \qquad x_0 = \frac{\pi}{6}$$

$$2) \begin{cases} x = t^5 + 2t \\ y = t^3 + 8t - 1 \end{cases} \quad t_0 = \pi/3$$

5. Одна сторона прямоугольного участка земли примыкает к берегу канала, а три другие огораживаются забором. Каковы должны быть размеры этого участка, чтобы его площадь равнялась 800 кв.м., а длина забора была наименьшей ?

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 8x + \frac{4}{x^2} - 15 \quad \text{в интервале} \quad [1/2; 2]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arcsin x}{x^3} \qquad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x \right)^x$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2x \operatorname{tg} x} \right)$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) \quad y = \frac{2}{3}x^2 \cdot \sqrt[3]{6x-7} \qquad 2) \quad y = x^2 \cdot e^{1/x}$$

$$3) \quad y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) \quad y = \frac{x^4}{x^3 - 27} \qquad 2) \quad y = 3 \frac{\sqrt[3]{x}}{x+1}$$

$$3) \quad y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) \quad y = 3 \sqrt[3]{x^2} + 2x \qquad 2) \quad y = (1 - x^2)^3$$

$$3) \quad y = x^2 \cdot \ln x$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) \quad y = \frac{3x^2 + 1}{3 + x^2} \qquad x_0 = 1$$

$$2) \quad \begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases} \qquad t_0 = \pi/4$$

5. Решеткой длиной 120 м нужно огородить прилегающую к дому прямоугольную площадку наибольшей площади. Определить размеры прямоугольной площадки.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 2\sqrt{x-1} - x + 2 \quad \text{в интервале} \quad [1; 5]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 3x}{\ln \sin x} \qquad 2) \quad \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\operatorname{tg} x - \operatorname{sec} x)$$

$$3) \quad \lim_{x \rightarrow a} \left( 2 - \frac{x}{a} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a}}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = x^3 \cdot (x + 2)^2 \quad 2) y = x \cdot e^{-x}$$

$$3) y = \sqrt[3]{(x^2 - 8)^2}$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \frac{(x + 2)^2}{(x - 1)^2} \quad 2) y = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$$

$$3) y = x \cdot \ln \left( e + \frac{2}{x} \right)$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{1}{(x - 2)(x^2 - 1)} \quad 2) y = x \cdot \sqrt{1 - x^2}$$

$$3) y = \ln \frac{x}{x - 1}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \frac{1}{3x + 2} \quad x_0 = 2$$

$$2) \begin{cases} x = 1 - t^2 \\ y = t - t^3 \end{cases} \quad t_0 = 2$$

5. Из трех досок одинаковой ширины сколачивается желоб. При каком угле наклона боковых стенок площадь поперечного сечения желоба будет наибольшей ?

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \frac{10x}{1 + x^2} \quad \text{в интервале } [0; 3]$$

7. Используя правило Лопиталя, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{\sin(x - \pi/3)}{1 - \cos x} \quad 2) \lim_{x \rightarrow +0} (\ln \operatorname{ctg} x)^{\operatorname{tg} x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2}{\sin^2 x} - \frac{1}{\ln(e^x - x)} \right)$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{x^3 + 16}{x} \quad 2) y = x^{2/3} \cdot e^{-x}$$

$$3) y = \ln(2x^2 + 5)$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \frac{x^3}{2(x+1)^2} \quad 2) y = \frac{e^{-x}}{2(x+1)}$$

$$3) y = \ln(x - 1/x)$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = x^3 \cdot \ln x \quad 2) y = x \cdot e^{-x^2/2}$$

$$3) y = \sqrt{9x^2 + 25}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \frac{x^2 + 6}{x^4 + 1} \quad x_0 = 0$$

$$2) \begin{cases} x = t^2 \\ y = t^3 - 1 \end{cases} \quad t_0 = -2$$

5. Из всех цилиндров, вписанных в шар радиуса  $R$ , найти тот, у которого объем наибольший.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \frac{2(-x^2 + 7x - 7)}{x^2 - 2x + 2} \quad \text{в интервале } [1; 4]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) \quad 2) \lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^{\cos \frac{\pi x}{2}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\cos x \cdot \ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = x \cdot \sqrt{2 - x^2} \qquad 2) y = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$$

$$3) y = (x + 1) \cdot e^x$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 1} \qquad 2) y = \frac{\sin x}{x}$$

$$3) y = x - \operatorname{arctg} \sqrt{x}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{x^3 - 1}{4x^2} \qquad 2) y = e^{2x} - x^2$$

$$3) y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \frac{x}{x^2 + 1} \qquad x_0 = -2$$

$$2) \begin{cases} x = \ln(1 + t^2) \\ y = t - \operatorname{arctg} t \end{cases} \qquad t_0 = 1$$

5. В данный шар радиуса  $R$  вписать конус с наибольшим объемом.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \sqrt[3]{2x^2(x - 6)} \quad \text{в интервале} \quad [-2; 4]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \ln x \cdot \ln(x - 1) \qquad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x}{2x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x^3}{\operatorname{tg}^6(x/2)}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{2x}{x^2 + 1} \quad 2) y = \sqrt[3]{x + 1/x}$$

$$3) y = \sqrt{x} \cdot \ln x$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = e^{2x - x^2} \quad 2) y = \frac{5^x}{x}$$

$$3) y = \frac{4x}{(1 + x^2)^2}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = (x + 4) \cdot e^{2x} \quad 2) y = x^2 \cdot \ln x$$

$$3) y = \frac{2 - 4x^2}{1 - 4x^2}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = 2x^2 + 3x - 1 \quad x_0 = -2$$

$$2) \begin{cases} x = t(t \cos t - 2 \sin t) \\ y = t(t \sin t + 2 \cos t) \end{cases} \quad t_0 = \pi/4$$

5. Полотняный шатер объема  $V$  имеет форму прямого кругового конуса. Каково должно быть отношение высоты конуса к радиусу основания чтобы на шатер ушло наименьшее количество полотна?

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = x^2 - 2x + \frac{16}{x - 1} - 13 \quad \text{в интервале } [2; 5]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 5x} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{5}{2 + \sqrt{9 + x}} \right)^{\frac{1}{\sin x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{tg} x} - e^x}{\operatorname{tg} 2x - 2x}$$



1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} \quad 2) y = 5x \cdot e^{-x}$$

$$3) y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \sqrt[3]{x^3 - 3x} \quad 2) y = x + \frac{4}{x+2}$$

$$3) y = e^{3x - x^2}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = x + \ln(x^2 - 1) \quad 2) y = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

$$3) y = \frac{4x^3 + 5}{x}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = 2x + \frac{1}{x} \quad x_0 = 1$$

$$2) \begin{cases} x = t^2(1 + \ln t) \\ y = t(3 + 2 \ln t) \end{cases} \quad t_0 = 1$$

5. Найти наибольший объем цилиндра, у которого полная поверхность равна  $S$ .

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = e^{2x-1} + 2e^{1-2x} + 7x - 3 \quad \text{в интервале } [0, 14; 1]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{e^x - 1 - x - x^2/2} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right)$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{3}{4 + \ln x}}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) y = \frac{1}{5}(4x^3 - x^4) \quad 2) y = \sqrt[3]{x^3 - 6x^2}$$

$$3) y = \sin 2x + 2 \cos x$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) y = \frac{x^2}{x^2 - 1} \quad 2) y = \ln \left| \frac{x - 2}{x + 2} \right|$$

$$3) y = (x^2 - 4x + 3) \cdot e^{x - 1}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) y = \frac{4x^3}{x^3 - 1} \quad 2) y = (x - 1) \cdot e^{3x + 1}$$

$$3) y = \ln(x^2 + 1)$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = 8 \sqrt[4]{x} - 70 \quad x_0 = 16.$$

$$2) \begin{cases} x = 5 \cos^3 t \\ y = 5 \sin^3 t \end{cases} \quad t_0 = \pi/3$$

5. Сумма двух положительных чисел равна  $a$ . Найти эти числа при наименьшем значении их произведения.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 2 \sin 2x + \cos 4x \quad \text{в интервале } [0; \pi/3]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x} \quad 2) \lim_{x \rightarrow +0} [\ln(x + e)]^{\frac{1}{x}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos x}}{x^2}$$

1. Исследовать на экстремум функции

$$1) \ y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \qquad 2) \ y = \frac{e^{-x}}{2(x+1)}$$

$$3) \ y = \frac{x^4}{x^3+1}$$

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых

$$1) \ y = x + 2 \operatorname{arctg} x \qquad 2) \ y = x + \ln(x^2 - 1)$$

$$3) \ y = \frac{1-x^3}{x^2}$$

3. Провести полное исследование и построить графики функций

$$1) \ y = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} \qquad 2) \ y = 3\sqrt[3]{x} - x$$

$$3) \ y = x + \frac{\ln x}{x}$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) \ y = x - x^3 \qquad x_0 = -1$$

$$2) \ \begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \arccos(1-t) \end{cases} \qquad t_0 = 1$$

5. В треугольник, основание которого  $a$ , высота  $h$ , вписан прямоугольник наибольшей площади (основание прямоугольника лежит на основании треугольника). Найти стороны этого прямоугольника.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 2\sqrt[3]{x^2} \quad \text{в интервале} \quad [-8; -1]$$

7. Используя правило Лопиталя, найти пределы

$$1) \ \lim_{x \rightarrow 0} (1+x^2)^{\frac{1}{x}} \qquad 2) \ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x}{\ln(1 + \frac{1}{x^2})}$$

$$3) \ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^{2x} - 7^{-2x}}{\sin 3x - 2x}$$

1 Исследовать на экстремум функции:

$$1) y = \frac{x^3 - 1}{x^3}, \quad 2) y = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2},$$

$$3) y = x - \ln(x + 1).$$

2 Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

$$1) y = \frac{x - 1}{x^2 - 2x}, \quad 2) y = (2x - 1)e^{5x},$$

$$3) y = x - \sqrt[3]{x^2}.$$

3 Провести полное исследование и построить графики функций:

$$1) y = \sin 2x + 2 \cos x, \quad 2) y = \ln \left| \frac{x - 2}{x + 2} \right|,$$

$$3) y = \frac{x^2 - x - 2}{2x - 6}.$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x = x_0$ , или соответствующей значению параметра  $t = t_0$

$$1) y = \frac{x^3 + 2}{x^3 - 2}, \quad x_0 = -2$$

$$2) \begin{cases} x = \sqrt{3} \cos t \\ y = \sin t \end{cases} \quad t_0 = \pi/3$$

5 Каков должен быть угол при вершине равнобедренного треугольника заданной площади  $S$ , чтобы радиус вписанного в этот треугольник круга был наибольшим.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16 \quad \text{в интервале} \quad [1; 4]$$

7. Используя правило Лопиталья, найти пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{x}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2}} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{tg} x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^x}{\operatorname{arctg} x + x^3}$$