Задание N 2

Векторная

АЛГЕБРА

1. Что называется вектором, модулем вектора?

2. Дайте понятия коллинеарных, компланарных, свободных, равных векторов. Сформулируйте условие равенства векторов.

3. Как выполняются линейные операции над векторами? Каковы свойства этих операций?

4. Какие векторы называются линейно зависимыми и независимыми?

5. Дайте понятие базиса на прямой, плоскости и в пространстве. Что такое координаты вектора.

6. Какой базис называется декартовым ? Как осуществляются линейные операции над векторами в координатной форме?

7. Модуль вектора. Координаты вектора, заданного координатами начальной и конечной точек. Расстояние между двумя точками.

8. Дать понятие орта вектора. Направляющие косинусы вектора.

9. Что называется скалярным произведением двух векторов? Каковы его свойства? Как выражается скалярное произведение через координаты перемножаемых векторов? Для решения каких задач и как может быть использовано скалярное произведение?

10. Что называется векторным произведением двух векторов? Каковы его свойства? Как выражается векторное произведение через координаты перемножаемых векторов? Для решения каких задач и как может быть использовано векторное произведение?

11. Что называется смешанным произведением трех векторов? Каковы его свойства? Как выражается смешанное произведение через координаты перемножаемых векторов? Для решения каких задач и как может быть использовано смешанное произведение?

12. Запишите в векторной и координатной формах условия коллинеарности, перпендикулярности и компланарности векторов.

1. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $|AB| = 6$, $|AD| = 2$, $\alpha = \angle BAD = 60^\circ$, $\vec{m}$ – единичный вектор в направлении основания AB, $\vec{n}$ – единичный вектор в направлении стороны AD. Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(2;-3;1)$, $B(-2;2;-4)$ и $|AC| : |AD| : |AB| = 0,5 : 2 : 1$

3. В треугольнике с вершинами $A(-1;2;4)$, $B(2;0;-3)$, $C(4;-1;2)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(3;0;-3)$, $B(-8;2;0)$, $C(0;3;-4)$. Определить:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной из вершины D на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q}$, $\vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q}$, где $|\vec{p}| = 1$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = \pi/3$. Определить:
a) косинус тупого угла между диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{1;2;3\}$ и $\vec{b} = \{0;1;-2\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) \geq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках

$$A(4;4;5),\ B(-5;-3;2),\ C(-2;-6;-3),\ D(-2;2;-1)$$

найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{1;4;1\}$, $\vec{q} = \{-3;-2;0\}$, $\vec{r} = \{1;-1;2\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-5;-8;-3\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямыми AB и CD, если

$$A(1;4;-5),\ B(-2;3;2),\ C(-3;2;-4),\ D(0;2;-1)$$

1. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $\mid AB \mid = 7$, $\mid AD \mid = 2\sqrt{2}$, $\alpha = \angle BAD = 45^\circ$, $\vec{m}$ – единичный вектор в направлении основания , $\vec{n}$ – единичный вектор в направлении стороны D. Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(1;-2;1)$, $B(2;-2;3)$ и $|AC| : |AD| : |AB| = 3 : 2 : 1$

3. В треугольнике с вершинами $A(3;4;5)$, $B(4;6;8)$, $C(0;1;-2)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(2;3;0)$, $B(3;0;-5)$, $C(0;6;-3)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = \sqrt{2}$, $\mid \vec{q} \mid = 4$, $(\vec{p} \,\hat{}\, \vec{q}) = \pi/4$. Определить:
a) косинус угла между диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{2;0;2\}$ и $\vec{b} = \{3;0;0\}$, если $(\vec{e} \,\hat{}\, \vec{i}) \geq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках

$$A(1;2;0),\ B(3;0;-3),\ C(5;2;6),\ D(-2;4;-1)$$

найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{0;1;-2\}$, $\vec{q} = \{3;-1;1\}$, $\vec{r} = \{4;1;0\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-5;9;-1\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямой AB и осью OX, если $A(1;4;-5)$, $B(-2;3;2)$

1. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $\mid AB \mid = 5$, $\mid AD \mid = 3$, $\alpha = \angle BAD = 30^\circ$, $\vec{m}$ – единичный вектор в направлении основания AB, $\vec{n}$ – единичный вектор в направлении стороны AD. Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(4;3;-1)$, $B(-1;2;-4)$ и $|AC| : |AD| : |AB| = 0,4 : 0,8 : 1$

3. В треугольнике с вершинами $A(1;4;-5)$, $B(-2;1;7)$, $C(1;0;-2)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма D:
$A(-4;0;1)$, $B(0;0;1)$, $C(4;-2;6)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 1/5$, $\mid \vec{q} \mid = 1$, $(\vec{p} \,\hat{}\, \vec{q}) = \pi/2$. Определить:
a) косинус угла между диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{-2;-4;2\}$ и $\vec{b} = \{1;0;1\}$, если $(\vec{e} \wedge \vec{i}) \leq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$A(1;2;0)$, $B(3;0;-3)$, $C(5;2;6)$, $D(8;4;-9)$ найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{2;1;0\}$, $\vec{q} = \{1;0;-1\}$, $\vec{r} = \{-3;2;5\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{23;-14;-30\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямыми AB и CD, если

$$A(4;4;5),\ B(-5;-3;2),\ C(-2;-6;-3),\ D(-2;2;-1)$$

1. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $\mid AB \mid = 5$, $\mid DC \mid = 3$, $\alpha = \angle BAD = 60^\circ$, $\vec{m}$ – единичный вектор в направлении основания AB, $\vec{n}$ – единичный вектор в направлении стороны D. Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(2;-3;-1)$, $B(3;-2;4)$ и $|AC|:|AD|:|AB| = 0,3:2:1$

3. В треугольнике с вершинами $A(-1;2;5)$, $B(3;-1;5)$, $C(2;-2;0)$.

Найти: a) вектор медианы AM,

b) вектор высоты BD,

c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:

$A(3;4;5)$, $B(4;6;8)$, $C(0;1;-2)$. Найти:

a) координаты четвертой вершины D,

b) длину высоты, опущенной на сторону AB,

c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q}$, $\vec{b} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 2$, $\mid \vec{q} \mid = \sqrt{2}$, $(\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = 3\pi/4$. Определить:

a) косинус угла между диагоналями;

b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{4;-4;16\}$ и $\vec{b} = \{3;0;1\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) \geq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках

$A(1;1;2)$, $(-1;1;3)$, $(2;-2;4)$, $D(-1;0;-2)$

найти объем и длину высоты, опущенной на грань .

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{2;1;0\}$, $\vec{q} = \{1;0;1\}$, $\vec{r} = \{4;2;1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{3;1;3\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямой AB и осью OY, если $A(3;4;5)$, $B(4;6;8)$

1. Дана равнобедренная трапеция D, в которой $\mid AB \mid = 3\sqrt{2}$, $\mid DC \mid = \sqrt{2}$, $\alpha = \angle BAD = 45^\circ$, $\vec{m}-$ единичный вектор в направлении основания AB, $\vec{n}-$ единичный вектор в направлении стороны AD. Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(-2;-1;1)$, $B(2;-3;-4)$ и $|AC|:|AD|:|AB| = 0,5:1,5:1$

3. В треугольнике с вершинами $A(0;-3;4)$, $B(-3;2;3)$, $C(-2;0;-1)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(1;-2;1)$, $B(3;4;5)$, $C(0;1;0)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 2\sqrt{3}$, $\mid \vec{q} \mid = 2$, $(\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = \pi/6$. Определить:
a) косинус острого угла между диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{1;1;-2\}$ и $\vec{b} = \{-9;4;3\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) \leq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$A(2;3;1)$, $B(6;3;7)$, $C(4;1;-2)$, $D(7;5;-3)$ найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{0;3;1\}$, $\vec{q} = \{1;-1;2\}$, $\vec{r} = \{1;-1;1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-1;7;10\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямыми AB и CD, если
$A(1;2;0)$, $B(3;0;-3)$, $C(5;2;6)$, $D(-2;4;-1)$

1. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $\mid AB \mid = 2\sqrt{3}$, $\mid DC \mid = \sqrt{3}$, $\alpha = \angle BAD = 30^\circ$, $\vec{m}$– единичный вектор в направлении основания AB, $\vec{n}$– единичный вектор в направлении стороны AD. Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(2;-3;1)$, $B(-2;2;-4)$ и $|AC|:|AD|:|AB| = 0,8:3:1$

3. В треугольнике с вершинами $A(2;3;-4)$, $B(3;-2;-3)$, $C(1;3;-1)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(-7;4;-3)$, $B(2;3;-4)$, $C(7;6;2)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = 2\vec{p} - \vec{q}$, $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{p} + \vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 2\sqrt{2}$, $\mid \vec{q} \mid = 3\sqrt{2}$, $(\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = \pi/2$. Определить:
a) косинус острого угла между диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{3;2;1\}$ и $\vec{b} = \{0;1;0\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) \geq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$A(1;1;-1)$, $B(2;3;1)$, $C(3;2;1)$, $D(5;9;-8)$ найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{1;-1;2\}$, $\vec{q} = \{3;2;0\}$, $\vec{r} = \{-1;1;1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{11;-1;4\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямой AB и осью OZ, если $A(0;-3;4)$, $B(-3;2;3)$.

1. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $\mid AD \mid = 4$, $\mid DC \mid = 3$, $\alpha = \angle BAD = 60^\circ$, $\vec{m}$ – единичный вектор в направлении основания AB, $\vec{n}$ – единичный вектор в направлении стороны AD. Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(-3;3;-1)$, $B(2;-4;2)$ и $|AC| : |AD| : |AB| = 3 : 2 : 1$

3. В треугольнике с вершинами $A(0;2;4)$, $B(-3;1;3)$, $C(4;2;-1)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(1;2;0)$, $B(7;1;8)$, $C(5;3;-1)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = 4\vec{p} + 5\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 7$, $\mid \vec{q} \mid = 2\sqrt{2}$, $(\vec{p} \,\hat{}\, \vec{q}) = \pi/4$. Определить:
a) косинус угла между диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{1;1;-8\}$ и $\vec{b} = \{8;-6;2\}$, если $(\vec{e} \,\hat{}\, \vec{i}) \leq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках

$$A(-3;4;-7),\ B(1;5;-4),\ C(-5;-2;0),\ D(2;5;4)$$

найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{1;1;4\}$, $\vec{q} = \{-3;0;2\}$, $\vec{r} = \{1;2;-1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-13;2;18\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямыми AB и CD, если

$$A(2;-4;-3),\ B(5;-6;0),\ C(-1;3;-3),\ D(-10;-8;7)$$

1. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $|AD| = 3$, $|DC| = 2$, $\alpha = \angle BAD = 45^\circ$, $\vec{m}$ – единичный вектор в направлении основания AB, $\vec{n}$ – единичный вектор в направлении стороны AD. Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(-5;3;-1)$, $B(2;3;4)$ и $|AC| : |AD| : |AB| = 1 : 2 : 5$

3. В треугольнике с вершинами $A(3;-2;1)$, $B(-5;0;3)$, $C(-2;1;-1)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(2;3;-7)$, $B(1;8;-6)$, $C(2;6;-7)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} + 4\vec{q}$, $\vec{b} = \frac{1}{4}(\vec{p} - \vec{q})$, где $|\vec{p}| = 4$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p}\,\widehat{}\,\vec{q}) = \pi/3$. Определить:
a) косинус тупого угла между диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{-11;0;0\}$ и $\vec{b} = \{13;18;0\}$, если $(\vec{e}\,\widehat{}\,\vec{i}) \le \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках

$$A(7;2;4),\ B(7;-1;2),\ C(3;3;1),\ D(-4;2;1)$$

найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{0;1;5\}$, $\vec{q} = \{3;-1;2\}$, $\vec{r} = \{-1;0;1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{8;-7;-13\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямой AB и осью OX, если $A(0;2;4)$, $B(4;2;-1)$.

1. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $\mid AB \mid= 4$, $\mid AD \mid=\mid DC \mid$, $\alpha = \angle BAD = 60^\circ$, $\vec{m}$ – единичный вектор в направлении основания AB, $\vec{n}$ – единичный вектор в направлении стороны AD. Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(2;3;-3)$, $B(5;-2;1)$ и $|AC|:|AD|:|AB| = 1:3:4$

3. В треугольнике с вершинами $A(-4;2;-1)$, $B(3;1;0)$, $C(2;-3;1)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(1;-3;-1)$, $B(3;-5;1)$, $C(3;-6;5)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = 4\vec{p} + 13\vec{q}$, $\vec{b} = 13\vec{p} - 4\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid= 1/2$, $\mid \vec{q} \mid= 1/2$, $(\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = \pi/3$. Определить:
a) косинус угла между диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{-2;-4;-1\}$ и $\vec{b} = \{-2;1;-3\}$, если $(\vec{e}\,\wedge\,\vec{i}) \geq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$$A(1;3;6),\ B(2;2;1),\ C(-1;0;1),\ D(-4;6;-3)$$
найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{0;2;1\}$, $\vec{q} = \{0;1;-1\}$, $\vec{r} = \{5;-3;2\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{15;-20;1\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямыми AB и CD, если
$$A(1;-1;2),\ B(2;1;2),\ C(1;1;4),\ D(6;-3;8)$$

1. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $|AD| = 3\sqrt{3}$, $|DC| = \sqrt{3}$, $\alpha = \angle BAD = 30^\circ$, $\vec{m}-$ единичный вектор в направлении основания AB, $\vec{n}-$ единичный вектор в направлении стороны AD. Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(5;3;-3)$, $B(2;-2;5)$ и $|AC|:|AD|:|AB| = 5:4:2$

3. В треугольнике с вершинами $A(-1;4;0)$, $B(1;4;-2)$, $C(3;3;-1)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(-3;3;1)$, $B(-1;3;-1)$, $C(-2;7;-2)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \frac{1}{3}\vec{p} - \frac{1}{2}\vec{q}$, $\vec{b} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$, где $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = 3\pi/2$. Определить:
a) косинус угла между диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{0;-1;-2\}$ и $\vec{b} = \{2;0;6\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) \geq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$$A(-4;2;6),\ B(2;-3;0),\ C(-10;5;8),\ D(-5;2;-4)$$
найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{1;0;1\}$, $\vec{q} = \{1;-2;0\}$, $\vec{r} = \{0;3;1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{2;7;5\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямой AB и осью OY, если $A(-4;2;-1)$, $B(3;1;0)$.

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Точка M делит сторону DC в отношении $| DM | : | MC | = 2$. Точка N делит сторону BC в отношении $| BN | : | NC | = 2/3$. Выразить векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(-2;3;1)$, $B(5;-2;-4)$ и
$|AC| : |AD| : |AB| = 0,5 : 2 : 1$

3. В треугольнике с вершинами $A(-5;0;2)$, $B(3;-2;2)$, $C(1;-3;-1)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(0;1;-1)$, $B(2;-3;-1)$, $C(2;5;3)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Треугольник ABC построен на векторах $\overrightarrow{AB} = 5\vec{p} + 7\vec{q}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{p} + 3\vec{q}$, где $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 1$, $(\vec{p}\,{}^\wedge\vec{q}) = 60^o$. Найти:
a) длину высоты, опущенной на сторону AB,
b) косинус угла между стороной AB и медианой AM.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{2;4;1\}$ и $\vec{b} = \{-4;2;1\}$, если $(\vec{e}\,{}^\wedge\,\vec{i}) \geq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$$A(14;4;5),\ B(-5;-3;2),\ C(-2;-6;-3),\ D(-1;-8;7)$$
найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{1;1;4\}$, $\vec{q} = \{0;-3;2\}$, $\vec{r} = \{2;1;-1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{6;5;-14\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямыми AB и CD, если
$$A(0;-2;-5),\ B(5;0;-1),\ C(2;6;0),\ D(1;1;1)$$

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Точка делит сторону DC в отношении $\mid DM \mid : \mid MC \mid = 3/4$. Точка N делит сторону BC в отношении $\mid BN \mid : \mid NC \mid = 1$. Выразить векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(-4;3;-1)$, $B(2;-4;1)$ и
$|AC| : |AD| : |AB| = 1 : 3 : 8$

3. В треугольнике с вершинами $A(2;2;-5)$, $B(1;-3;2)$, $C(-2;3;-4)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(-2;2;-1)$, $B(0;3;1)$, $C(2;5;3)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Треугольник ABC построен на векторах $\overrightarrow{AB} = 5\vec{p} + 7\vec{q}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{p} + 3\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 3$, $\mid \vec{q} \mid = 1$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = 60^o$. Найти:
a) длину высоты, опущенной на сторону AB,
b) косинус угла между стороной AB и медианой AM.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{-3;1;-4\}$ и $\vec{b} = \{-1;4;2\}$, если $(\vec{e} \wedge \vec{i}) \leq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$$A(2;1;4),\ B(3;5;-2),\ C(-7;-3;2),\ D(-12;1;8)$$
найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{-1;2;1\}$, $\vec{q} = \{2;0;3\}$, $\vec{r} = \{1;1;-1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-5;-8;-3\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямой AB и осью OZ, если $A(-5;0;2)$, $B(3;-2;2)$.

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Точка делит сторону DC в отношении $\mid DM \mid : \mid MC \mid = 4/3$. Точка N делит сторону BC в отношении $\mid BN \mid : \mid NC \mid = 3/2$. Выразить векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a}$, и $\vec{b}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(2;-3;1)$, $B(-2;2;-4)$ и $|AC| : |AD| : |AB| = 0,3 : 0,6 : 1$

3. В треугольнике с вершинами $A(-2;5;-1)$, $B(0;-2;2)$, $C(-2;3;-4)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(5;-1;1)$, $B(2;-3;-1)$, $C(-2;2;1)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Треугольник ABC построен на векторах $\overrightarrow{AB} = 4\vec{p} - 3\vec{q}$, $\overrightarrow{AC} = 4\vec{p} + \vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 1$, $\mid \vec{q} \mid = 2$, $(\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = 120^o$. Найти:
a) длину высоты, опущенной на сторону AB,
b) косинус угла между стороной AB и медианой AM.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{1;3;2\}$ и $\vec{b} = \{-4;-4;1\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) < \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$$A(1;5;-7),\ B(-3;6;3),\ C(-2;7;3),\ D(1;-1;2)$$
найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{1;0;2\}$, $\vec{q} = \{0;1;1\}$, $\vec{r} = \{2;-1;4\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{3;-3;4\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямыми AB и CD, если
$$A(-14;-2;-5),\ B(5;3;-1),\ C(2;6;2),\ D(1;8;-1)$$

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Точка делит сторону DC в отношении $\mid DM \mid : \mid MC \mid = 1$. Точка N делит сторону BC в отношении $\mid BN \mid : \mid NC \mid = 3/2$. Выразить векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(-5;3;-1)$, $B(-2;2;-4)$ и $|AC| : |AD| : |AB| = 0,2 : 3 : 1$

3. В треугольнике с вершинами $A(-2;5;-1)$, $B(3;2;-2)$, $C(4;2;-2)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(3;-2;0)$, $B(2;-3;-1)$, $C(-5;0;-1)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Треугольник ABC построен на векторах $\overrightarrow{AB} = 3\vec{p} + \vec{q}$, $\overrightarrow{AC} = 2\vec{p} - \vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 2$, $\mid \vec{q} \mid = 2$, $(\vec{p} \,\hat{}\, \vec{q}) = 60^o$. Найти:
a) длину высоты, опущенной на сторону AB,
b) косинус угла между стороной AB и медианой AM.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{1;3;-2\}$ и $\vec{b} = \{4;7;2\}$, если $(\vec{e} \,\hat{}\, \vec{i}) \leq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$$A(1;1;-1),\ B(2;3;1),\ C(6;3;7),\ D(2;3;8)$$
найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{3;1;0\}$, $\vec{q} = \{-1;2;1\}$, $\vec{r} = \{-1;0;2\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{3;3;-1\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямой AB и осью OX, если $A(-2;5;-1)$, $B(0;-2;2)$.

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Точка делит сторону DC в отношении $\mid DM \mid : \mid MC \mid = 1/3$. Точка N делит сторону BC в отношении $\mid BN \mid : \mid NC \mid = 1/3$. Выразить векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(2;-3;1)$, $B(-2;2;-4)$ и $|AC| : |AD| : |AB| = 2 : 0,5 : 1,5$

3. В треугольнике с вершинами $A(-3;2;-1)$, $B(3;2;-2)$, $C(1;7;-3)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(4;2;-3)$, $B(2;-3;-1)$, $C(0;-2;3)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Треугольник ABC построен на векторах $\overrightarrow{AB} = 6\vec{p} - 5\vec{q}$, $\overrightarrow{AC} = 3\vec{p} + \vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 3$, $\mid \vec{q} \mid = 2$, $(\vec{p}\ \hat{}\ \vec{q}) = 120^o$. Найти:
a) длину высоты, опущенной на сторону AB,
b) косинус угла между стороной AB и медианой AM.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{2;1;-4\}$ и $\vec{b} = \{8;9;14\}$, если $(\vec{e}\ \hat{}\ \vec{i}) \geq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$$A(-1;2;-3),\ B(4;-1;0),\ C(2;1;-2),\ D(-7;0;-1)$$
найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{5;1;0\}$, $\vec{q} = \{2;-1;3\}$, $\vec{r} = \{1;0;-1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{13;2;7\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямыми AB и CD, если
$$A(1;1;-1),\ B(2;3;1),\ C(6;3;7),\ D(2;3;8)$$

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Точка делит сторону DC в отношении $\mid DM \mid : \mid MC \mid = 3$. Точка N делит сторону BC в отношении $\mid BN \mid : \mid NC \mid = 1/2$. Выразить векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(4;3;-2)$, $B(2;-4;4)$ и
$|AC| : |AD| : |AB| = 0,8 : 1,2 : 3$

3. В треугольнике с вершинами $A(-3;2;-1)$, $B(2;-2;4)$, $C(3;0;-3)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(-4;0;2)$, $B(1;-2;3)$, $C(0;-2;3)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Треугольник ABC построен на векторах $\overrightarrow{AB} = 3\vec{p} - 8\vec{q}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{p} + 4\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 4$, $\mid \vec{q} \mid = 3$, $(\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = 60^o$. Найти:
a) длину высоты, опущенной на сторону AB,
b) косинус угла между стороной AB и медианой AM.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{-7;-2;1\}$ и $\vec{b} = \{-5;-1;3\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) \geq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$$A(1;3;6),\ B(2;2;1),\ C(-1;0;1),\ D(5;-4;5)$$
найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{0;1;1\}$, $\vec{q} = \{-2;0;1\}$, $\vec{r} = \{3;1;0\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-19;-1;7\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямой AB и осью OY, если $A(-3;2;-1)$, $B(3;2;-2)$.

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$. Точка делит сторону DC в отношении $\mid DM \mid : \mid MC \mid = 4$. Точка N делит сторону BC в отношении $\mid BN \mid : \mid NC \mid = 1/6$. Выразить векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(-6;1;-1)$, $B(-2;3;2)$ и $|AC|:|AD|:|AB| = 2:5:3$

3. В треугольнике с вершинами $A(4;1;-1)$, $B(2;-2;4)$, $C(2;-4;3)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(4;0;2)$, $B(3;2;-3)$, $C(1;2;-3)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Треугольник ABC построен на векторах $\overrightarrow{AB}=7\vec{p}-4\vec{q}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{p}+4\vec{q}$, где $\mid\vec{p}\mid = 2$, $\mid\vec{q}\mid = 1$, $(\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = 60^o$. Найти:
a) длину высоты, опущенной на сторону AB,
b) косинус угла между стороной AB и медианой AM

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a}=\{5;2;4\}$ и $\vec{b}=\{5;8;6\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) > \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках

$$A(1;0;2),\ B(1;2;-1),\ C(-2;-1;6),\ D(0;-5;-4)$$

найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{2;1;-1\}$, $\vec{q}=\{0;3/2;2\}$, $\vec{r}=\{1;-1;1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{1;-4;4\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямыми AB и CD, если

$$A(1;3;6),\ B(2;2;1),\ C(-1;0;1),\ D(5;-4;5)$$

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Точка делит сторону DC в отношении $\mid DM \mid : \mid MC \mid = 1/5$. Точка N делит сторону BC в отношении $\mid BN \mid : \mid NC \mid = 5/4$. Выразить векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(-3;2;-4)$, $B(3;-2;2)$ и $|AC| : |AD| : |AB| = 0,5 : 3 : 2$

3. В треугольнике с вершинами $A(-3;2;1)$, $B(-3;0;-2)$, $C(2;-4;3)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(-2;3;0)$, $B(3;2;-3)$, $C(-3;-2;1)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Треугольник ABC построен на векторах $\overrightarrow{AB} = 5\vec{p}+9\vec{q}$, $\overrightarrow{AC} = 3\vec{p}-\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 1$, $\mid \vec{q} \mid = 3$, $(\vec{p}\,{}^\wedge\vec{q}) = 120^o$. Найти:
a) длину высоты, опущенной на сторону AB,
b) косинус угла между стороной AB и медианой AM.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{3;4;1\}$ и $\vec{b} = \{7;6;9\}$, если $(\vec{e}\,{}^\wedge\,\vec{i}) \leq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках

$$A(3;4;-7),\ B(1;5;-4),\ C(-5;-2;0),\ D(-12;7;-1)$$

найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{-2;0;1\}$, $\vec{q} = \{1;3;-1\}$, $\vec{r} = \{0;4;1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-5;-5;5\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямой AB и осью OZ, если $A(4;1;-1)$, $B(2;-4;3)$.

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Точка делит сторону DC в отношении $\mid DM \mid : \mid MC \mid = 1/10$. Точка N делит сторону BC в отношении $\mid BN \mid : \mid NC \mid = 1/5$. Выразить векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(4;3;-1)$, $B(-1;2;-4)$ и
$|AC| : |AD| : |AB| = 0,4 : 0,8 : 1$

3. В треугольнике с вершинами $A(-3;2;1)$, $B(2;6;0)$, $C(-1;4;-2)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(-3;0;-2)$, $B(3;2;-3)$, $C(0;-2;-1)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Треугольник ABC построен на векторах $\overrightarrow{AB} = 2\vec{p} + 7\vec{q}$, $\overrightarrow{AC} = 4\vec{p} - \vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 3$, $\mid \vec{q} \mid = 4$, $(\vec{p} \,\hat{}\, \vec{q}) = 60^o$. Найти:
a) длину высоты, опущенной на сторону AB,
b) косинус угла между стороной AB и медианой AM.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{-5;1;-3\}$ и $\vec{b} = \{15;9;13\}$, если $(\vec{e} \,\hat{}\, \vec{i}) \leq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$$A(1;-1;1),\ B(-2;0;3),\ C(2;1;-1),\ D(2;-2;-4)$$
найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{0;1;2\}$, $\vec{q} = \{1;0;1\}$, $\vec{r} = \{-1;2;4\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-2;4;7\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямыми AB и CD, если
$$A(3;4;-7),\ B(1;5;-4),\ C(-5;-2;0),\ D(-12;7;-1)$$

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$. Точка делит сторону DC в отношении $\mid DM\mid:\mid MC\mid=1$. Точка N делит сторону BC в отношении $\mid BN\mid:\mid NC\mid=1/2$. Выразить векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(-3;3;4)$, $B(2;-4;4)$ и
$|AC|:|AD|:|AB|=5:3:2$

3. В треугольнике с вершинами $A(5;0;3)$, $B(1;-3;-1)$, $C(-1;4;2)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(4;0;-1)$, $B(5;-2;2)$, $C(0;-2;-1)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Треугольник ABC построен на векторах $\overrightarrow{AB}=4\vec{p}+9\vec{q}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{p}-3\vec{q}$, где $\mid\vec{p}\mid=2$, $\mid\vec{q}\mid=3$, $(\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=60^o$. Найти:
a) длину высоты, опущенной на сторону AB,
b) косинус угла между стороной AB и медианой AM.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a}=\{-2;-3;2\}$ и $\vec{b}=\{7;7,8\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i})\le\pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$$A(1;2;0),\ B(1;-1;2),\ C(0;1;-1),\ D(-3;0;1)$$
найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{1;3;0\}$, $\vec{q}=\{2;-1;1\}$, $\vec{r}=\{0;-1;2\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{6;12;-1\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямой AB и осью OX, если $A(2;6;0)$, $B(-1;4;-2)$.

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Точка делит диагональ AC в отношении $\mid AM \mid : \mid MC \mid = 1/3$. Выразить векторы $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{MB}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(2; -3; 1)$, $B(-2; 2; -4)$ и
$|AC| : |AD| : |AB| = 0,3 : 0,6 : 1$

3. В треугольнике с вершинами $A(3; 1; -3)$, $B(-1; 3; 4)$, $C(-1; 4; 2)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(-3; 1; 0)$, $B(2; -1; 4)$, $C(0; -2; -1)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$ и $\vec{b} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 4$, $\mid \vec{q} \mid = 1$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = 60^o$. Определить:
a) косинус угла между его диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{b}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{-2; -4; -1\}$ и $\vec{b} = \{4; -2; -1\}$, если $(\vec{e} \wedge \vec{i}) \leq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках

$$A(-14; -2; -5),\ B(5; 3; -1),\ C(2; 6; 2),\ D(1; 8; -1)$$

найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{-2; 7; 1\}$, $\vec{q} = \{0; 2; 0\}$, $\vec{r} = \{2; 1; -1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{6; -6; 6\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямыми AB и CD, если

$$A(1; 2; 0),\ B(1; -1; 2),\ C(0; 1; -1),\ D(-3; 0; 1)$$

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Точка делит диагональ AC в отношении $\mid AM \mid : \mid MC \mid = 4/5$. Выразить векторы $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{MB}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(2;3;-3)$, $B(5;-2;1)$ и $|AC| : |AD| : |AB| = 1 : 3 : 4$

3. В треугольнике с вершинами $A(-3;1;3)$, $B(1;-3;4)$, $C(0;2;-2)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(0;-1;-5)$, $B(2;-1;4)$, $C(2;-5;1)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$ и $\vec{b} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 4$, $\mid \vec{q} \mid = 1$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = 60^o$. Определить:
a) косинус угла между его диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{b}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{-14;-11;0\}$ и $\vec{b} = \{0;-11;8\}$, если $(\vec{e} \wedge \vec{i}) \geq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках

$$A(0;-2;-5),\ B(5;0;-1),\ C(2;6;0),\ D(1;1;1)$$

найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{2;-7;1\}$, $\vec{q} = \{1;2;1\}$, $\vec{r} = \{2;1;1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-6;3;6\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямой AB и осью OY, если $A(3;1;-3)$, $B(-1;3;4)$.

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Точка делит диагональ AC в отношении $\mid AM \mid : \mid MC \mid = 7$. Выразить векторы $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{MB}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(-3;3;-1)$, $B(2;-4;2)$ и $|AC| : |AD| : |AB| = 3 : 2 : 1$

3. В треугольнике с вершинами $A(4;-1;3)$, $B(1;-3;4)$, $C(3;-2;0)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(-1;4;3)$, $B(2;-1;4)$, $C(-3;-1;5)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = 5\vec{p} - 2\vec{q}$ и $\vec{b} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 2$, $\mid \vec{q} \mid = 3, (\vec{p}\,{}^\wedge\vec{q}) = 120^o$. Определить:
a) косинус угла между его диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{b}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{4;1;3\}$ и $\vec{b} = \{2;4;-1\}$, если $(\vec{e}\,{}^\wedge\,\vec{i}) \leq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках

$$A(4;1;2),\ B(-2;5;3),\ C(2;-3;-7),\ D(-12;1;8)$$

найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{-1;-1;3\}$, $\vec{q} = \{0;-1;2\}$, $\vec{r} = \{1;-2;-4\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{2;1;-14\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямыми AB и CD, если

$$A(-4;2;6),\ B(2;-3;0),\ C(-10;5;8),\ D(-5;2;-4)$$

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Точка делит диагональ AC в отношении $\mid AM \mid : \mid MC \mid = 2/7$. Выразить векторы $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{MB}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(-2;3;1)$, $B(5;-2;-4)$ и
$|AC| : |AD| : |AB| = 0,5 : 2 : 1$

3. В треугольнике с вершинами $A(0;3;-2)$, $B(-1;3;4)$, $C(0;2;3)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(1;3;-3)$, $B(-2;3;-4)$, $C(-3;-1;5)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = 2\vec{p} + \vec{q}$ и $\vec{b} = 2\vec{p} - 5\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 5$, $\mid \vec{q} \mid = 2$, $(\vec{p}\ {}^\wedge \vec{q}) = 60^o$. Определить:
a) косинус угла между его диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{b}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{7;4;6\}$ и $\vec{b} = \{2;1;1\}$, если $(\vec{e}\ {}^\wedge \vec{i}) \leq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$$A(1;-1;2),\ B(2;1;2),\ C(1;1;4),\ D(6;-3;8)$$
найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{0;2;1\}$, $\vec{q} = \{0;1;-1\}$, $\vec{r} = \{5;-3;2\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{15;-20;-1\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямой AB и осью OZ, если $A(4;-1;3)$, $B(1;-3;4)$.

1. Дан параллелограмм $ABCD$, в котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Точка делит диагональ AC в отношении $\mid AM \mid : \mid MC \mid = 5/2$. Выразить векторы $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{MB}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(5;3;-3)$, $B(2;-2;5)$ и
$|AC| : |AD| : |AB| = 5 : 4 : 2$

3. В треугольнике с вершинами $A(3;-3;2)$, $B(1;-1;4)$, $C(2;0;-3)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(-2;1;-3)$, $B(1;-3;0)$, $C(-3;-1;5)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = 4\vec{p} + 2\vec{q}$ и $\vec{b} = 3\vec{p} - 2\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = 2$, $\mid \vec{q} \mid = 5$, $(\vec{p} \,\hat{}\, \vec{q}) = 120^o$. Определить:
a) косинус угла между его диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{b}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{-7;10;-5\}$ и $\vec{b} = \{0;-2;-1\}$, если $(\vec{e} \,\hat{}\, \vec{i}) \leq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках
$$A(2;-4;-3),\ B(5;-6;0),\ C(-1;3;-3),\ D(-10;-8;7)$$
найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{1;0;1\}$, $\vec{q} = \{1;-2;0\}$, $\vec{r} = \{0;3;1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{2;7;5\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямыми AB и CD, если
$$A(7;2;4),\ B(7;-1;2),\ C(3;3;1),\ D(-4;2;1)$$

1. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $\mid AB \mid = 7$, $\mid AD \mid = 2\sqrt{2}$, $\alpha = \angle BAD = 45^\circ$, $\vec{m}$ – единичный вектор в направлении основания , $\vec{n}$ – единичный вектор в направлении стороны D. Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Определить координаты точек C и D, лежащих на прямой, проходящей через точки A и B, если $A(-5; 2; -4)$, $B(3; 2; -2)$ и $|AC| : |AD| : |AB| = 0,5 : 3 : 2$

3. В треугольнике с вершинами $A(-1; 3; -2)$, $B(4; 1; -2)$, $C(2; 0; 3)$.
Найти: a) вектор медианы AM,
b) вектор высоты BD,
c) любой по модулю вектор биссектрисы угла C.

4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$:
$A(4; 3; 2)$, $B(1; 2; 3)$, $C(-3; -2; -1)$. Найти:
a) координаты четвертой вершины D,
b) длину высоты, опущенной на сторону AB,
c) косинус острого угла между диагоналями AC и BD.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = 2\vec{p} - 2\vec{q}$, где $\mid \vec{p} \mid = \sqrt{2}$, $\mid \vec{q} \mid = 4$, $(\vec{p}\,^\wedge \vec{q}) = \pi/4$. Определить:
a) косинус угла между диагоналями;
b) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.

6. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который одновременно перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{2; 0; 2\}$ и $\vec{b} = \{3; 0; 0\}$, если $(\vec{e}\,^\wedge \vec{i}) \geq \pi/2$.

7. В пирамиде $ABCD$ с вершинами в точках

$$A(1; 2; 0),\ B(3; 0; -3),\ C(5; 2; 6),\ D(-2; 4; -1)$$

найти объем и длину высоты, опущенной на грань ABC.

8. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{0; 1; -2\}$, $\vec{q} = \{3; -1; 1\}$, $\vec{r} = \{4; 1; 0\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-5; 9; -1\}$ в этом базисе.

9. Средствами векторной алгебры найти кратчайшее расстояние между прямой AB и осью OX, если $A(3; -3; 2)$, $B(2; 0; -3)$.