

## ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

### Вопросы для подготовки к экзамену

1. Понятие первообразной. Свойство первообразной (доказать).
2. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
3. Методы вычисления неопределенного интеграла: метод подстановки (замены переменной), интегрирование по частям.
4. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов при разложении дроби на сумму простейших дробей.
5. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.
6. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла. Необходимый признак интегрируемости.
7. Свойства определенного интеграла. (Теорема о среднем, свойства определенного интеграла, выражаемые неравенствами). Геометрический смысл.
8. Классы интегрируемых функций (три теоремы).
9. Теорема о первообразной непрерывной функции (об определенном интеграле с переменным верхним пределом). Следствие (о непрерывной первообразной).
10. Теорема Ньютона-Лейбница.
11. Теорема об интегрировании по частям.
12. Теорема об интегрировании методом подстановки.
13. Приложения определенного интеграла: вычисление площади плоской фигуры (вывод формулы в полярной системе координат), длины дуги (вывод формулы в декартовой системе координат), объема тела вращения относительно оси  $Ox$ .
14. Понятие несобственного интеграла I рода.
15. Признаки сходимости. Первый признак сравнения. Второй (предельный) признак сравнения.
16. Понятие несобственного интеграла II рода.
17. Признаки сравнения.
18. Теорема об абсолютной сходимости несобственного интеграла.
19. Понятие кратного интеграла, его геометрический и физический смысл.
20. Необходимое условие существования кратных интегралов.
21. Классы интегрируемых функций, свойства кратных интегралов.
22. Вывод формул повторного интегрирования для вычисления кратных интегралов.
23. Якобиан перехода при смене координат. Полярные координаты.
24. Понятие дифференциального уравнения первого порядка, решение ДУ, интегральная кривая, частное решение, начальные условия, задача Коши.
25. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Определение общего решения ДУ. Особое решение
26. Основные виды ДУ: с разделяющимися переменными, однородные, линейные первого порядка, Бернулли, в полных дифференциалах. (доказать необходимое условие полного дифференциала)

27. Определение общего решения ДУ порядка выше первого, частное решение.
28. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши ДУ порядка выше первого.
29. Понятие линейного ДУ  $n$ -го порядка.
30. Однородные линейные ДУ  $n$ -го порядка. Две теоремы о свойствах решений ОЛДУ.
31. Определитель Вронского. Теорема о равенстве нулю вронскиана линейно-зависимых функций.
32. Теорема о неравенстве нулю вронскиана линейно-независимых решений ЛОДУ.
33. Теорема о структуре общего решения ЛОДУ. Понятие ФСР.
34. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Вид частных решений, характеристическое уравнение.
35. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Теорема о структуре общего решения. Теорема о суперпозиции решений.
36. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов для уравнений со специальной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных – метод Лагранжа (вывод рабочей формулы).
37. Основные понятия и определения: определение числового ряда,  $n$ -ой частичной суммы, сходящегося и расходящегося ряда.
38. Необходимый признак сходимости.
39. Три свойства сходящихся рядов.
40. Ряды с неотрицательными членами. Критерий сходимости рядов с неотрицательными членами.
41. Первый признак сравнения.
42. Предельный признак сравнения.
43. Признаки Даламбера, радикальный и интегральный Коши.
44. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Теорема об абсолютно сходящемся ряде.
45. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.
46. Функциональные ряды. Основные понятия: область и точка сходимости, равномерная сходимость. Теорема Вейерштрасса.
47. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
48. Степенные ряды. Теорема Абеля.
49. Свойства степенных рядов.
50. Ряды Тейлора и Маклорена. Теорема о степенном ряде дифф-ой в  $x_0$  функции.
51. Признак сходимости ряда Тейлора к порождающей ее функции.
52. Достаточный признак сходимости ряда Тейлора.
53. Ряды Фурье. Ортогональная система функций. (уметь доказывать ортогональность системы функций на отрезке)
54. Тригонометрический ряд Фурье. Нахождение коэффициентов для тригонометрического ряда Фурье (вывести коэффициенты).
55. Теорема Дирихле.

56. Неполные ряды Фурье (показать, как изменятся коэффициенты ряда Фурье для четной и нечетной функции).
57. Ряд Фурье на произвольном интервале  $(-l; l)$ .