

Индивидуальное задание № 1

Вариант 1

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

1.1. $\int \frac{x^5 dx}{\sqrt{1+x^6}};$

1.2. $\int \sin(2x+3)dx;$

1.3. $\int \frac{dx}{\arcsin x \cdot \sqrt{1-x^2}};$

1.4. $\int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}};$

1.5. $\int \frac{2^{\operatorname{arctg} 2x} dx}{1+4x^2};$

1.6. $\int \operatorname{ctg}^2 2x dx;$

1.7. $\int \frac{dx}{\cos^2(2x-1)};$

1.8. $\int \frac{3x-4}{x^2-4} dx.$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

2.1. $\int (6x-2) \cos 3x dx;$

2.2. $\int \ln(2x+1) dx;$

2.3. $\int \operatorname{arctg} 7x dx;$

2.4. $\int x^2 \cdot 5^{-x/2} dx.$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

3.1. $\int \frac{(3x+1)dx}{x^2+2x+5};$

3.2. $\int \frac{(x-8)dx}{x(x-2)^2};$

3.3. $\int \frac{(3x-10)dx}{(x+2)(x^2+4)};$

3.4. $\int \frac{2x^2-11x+3}{x^2-5x+4} dx.$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

4.1. $\int \sin^2 3x \cdot \cos^3 3x dx;$

4.2. $\int \sin 3x \cdot \cos 10x dx;$

4.3. $\int \operatorname{tg}^5 \frac{x}{2} dx;$

4.4. $\int \frac{dx}{2-3\sin x};$

4.5. $\int \sin^2 5x \cdot \cos^2 5x dx.$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

5.1. $\int \frac{\sqrt[6]{x} dx}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x}};$

5.2. $\int \frac{(x+1)dx}{x \cdot \sqrt{x-2}};$

5.3. $\int x^2 \sqrt{1-x^2} dx;$

5.4. $\int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}}}{\sqrt[5]{x}} dx.$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

6.1. $\int \frac{(x+2)dx}{\sqrt{6+4x-x^2}};$

6.2. $\int \frac{dx}{\sin^2 4x \cdot \cos^2 4x};$

6.3. $\int \frac{x^3 - 3x^2 - 2x - 7 + \sqrt[4]{x}}{5x^2} dx;$

6.4. $\int 2^{\sqrt{x}} dx;$

6.5. $\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 2}}{e^x - 3} dx.$

Вариант 2

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

1.1. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{7x-5}};$

1.2. $\int \sin(3x-5)dx;$

1.3. $\int \frac{dx}{x(1-\ln x)};$

1.4. $\int \frac{3x^3}{x^8+4} dx;$

1.5. $\int e^{\operatorname{tg} 2x} \frac{dx}{\cos^2 2x};$

1.6. $\int \operatorname{ctg}^2 3x dx;$

1.7. $\int \frac{dx}{\sin^2(1-2x)};$

1.8. $\int \frac{5x+3}{4-x^2} dx.$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

2.1. $\int (1-x) \cos 2x dx;$

2.2. $\int \ln(2x-1) dx;$

2.3. $\int \operatorname{arc} \operatorname{ctg} 7x dx;$

2.4. $\int x^2 4^{\frac{x}{2}} dx.$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

3.1. $\int \frac{(5x+2)dx}{x^2-2x+2};$

3.2. $\int \frac{(5x-11)dx}{(x-1)^2(x-2)};$

3.3. $\int \frac{(11x-4)dx}{(x^2+4)(x-4)};$

3.4. $\int \frac{2x^2-x-13}{x^2-x-2} dx.$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

4.1. $\int \sin^3 3x \cdot \cos^2 3x dx;$

4.2. $\int \cos x \cdot \cos 3x dx;$

4.3. $\int \operatorname{tg}^5 \frac{x}{3} dx;$

4.4. $\int \frac{dx}{5+3\cos x}.$

4.5. $\int \sin^2 2x \cdot \cos^2 2x dx.$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

5.1. $\int \frac{\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[6]{x^7} - \sqrt[6]{x^5}} dx;$

5.2. $\int \frac{(x-1)dx}{x\sqrt{x+2}};$

5.3. $\int x^2 \sqrt{4-x^2} dx;$

5.4. $\int x^{-2/3} \left(1 + x^{1/2}\right)^{1/2} dx.$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

6.1. $\int \frac{(2x-1)dx}{\sqrt{1-4x-x^2}};$

6.2. $\int \frac{dx}{\sin^2 5x \cdot \cos^2 5x};$

6.3. $\int \frac{2x^3 - x^2 + 7 - 3x + \sqrt[3]{x}}{3x^3} dx;$

6.4. $\int 2^{-\sqrt{x}} dx;$

6.5. $\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x + 2}}{e^x - 3} dx.$

Вариант 3

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

1.1. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}};$

1.2. $\int \cos(2-5x) dx;$

1.3. $\int \frac{dx}{\cos^2 x (2 \operatorname{tg} x + 1)};$

1.4. $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{1 + \ln^2 x}};$

1.5. $\int e^{x^5} \cdot x^4 dx;$

1.6. $\int \operatorname{tg}^2 3x dx;$

1.7. $\int \frac{dx}{\sin^2(3x+5)};$

1.8. $\int \frac{2x+1}{x^2-9} dx.$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

2.1. $\int (2x+5) \sin 3x dx;$

2.2. $\int \ln(1-2x) dx;$

2.3. $\int \arcsin 2x dx;$

2.4. $\int x^2 3^{\frac{x}{2}} dx.$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

3.1. $\int \frac{(3x-2)dx}{x^2-6x+10};$

3.2. $\int \frac{(3x+2)dx}{x(x+1)^2};$

3.3. $\int \frac{(3x-7)dx}{(x^2+4)(x+1)};$

3.4. $\int \frac{(3x^2-13x-4)dx}{x^2-4x-5}.$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

4.1. $\int \sin^3 2x \cdot \cos^2 2x dx;$

4.2. $\int \sin x \cdot \sin 5x dx;$

$$4.3. \int \operatorname{ctg}^5 \frac{x}{3} dx;$$

$$4.4. \int \frac{dx}{2-3\cos x}.$$

$$4.5. \int \sin^2 4x \cdot \cos^2 4x dx;$$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

$$5.1. \int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})};$$

$$5.2. \int \frac{(x-2)dx}{x\sqrt{x+3}};$$

$$5.3. \int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}} dx;$$

$$5.4. \int \frac{\sqrt[3]{x^2-4} dx}{x^2}.$$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

$$6.1. \int \frac{(2x-8)dx}{\sqrt{1-2x-x^2}};$$

$$6.2. \int \frac{dx}{\sin^2 11x \cdot \cos^2 11x};$$

$$6.3. \int \frac{7x^4 - x^6 - 3x - 6 + \sqrt[4]{x^3}}{2x^5} dx;$$

$$6.4. \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx;$$

$$6.5. \int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 2}}{e^x + 3} dx.$$

Вариант 4

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

$$1.1. \int (3-2x)^{64} dx;$$

$$1.2. \int \cos(1-3x) dx;$$

$$1.3. \int \frac{e^{2x} dx}{1+3e^{2x}};$$

$$1.4. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^8-1}};$$

$$1.5. \int e^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{dx}{x^2};$$

$$1.6. \int \operatorname{tg}^2 2x dx;$$

$$1.7. \int \frac{dx}{\cos^2(5x+3)};$$

$$1.8. \int \frac{7x+2}{9-x^2} dx.$$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

$$2.1. \int (4x+1) \sin 2x dx;$$

$$2.2. \int \ln(2-3x) dx;$$

$$2.3. \int \arccos 2x dx;$$

$$2.4. \int x^2 2^{\frac{x}{2}} dx.$$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

$$3.1. \int \frac{(5x+1)dx}{x^2+4x+5};$$

$$3.2. \int \frac{(7x+11)dx}{(x+1)^2(x-2)};$$

$$3.3. \int \frac{(3x+15)dx}{(x+1)(x^2+5)};$$

$$3.4. \int \frac{3x^2-2x-31}{x^2-x-6} dx.$$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

$$4.1. \int \sin^2 5x \cdot \cos^3 5x dx;$$

$$4.2. \int \sin 4x \cdot \sin 6x dx;$$

$$4.3. \int \operatorname{ctg}^5 \frac{x}{2} dx;$$

$$4.4. \int \frac{dx}{4 \sin x + 5}.$$

$$4.5. \int \sin^2 3x \cdot \cos^2 3x dx.$$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

$$5.1. \int \frac{\sqrt[3]{x} dx}{x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})};$$

$$5.2. \int \frac{(x-3)dx}{x \cdot \sqrt{x+2}};$$

$$5.3. \int x^2 \sqrt{16-x^2} dx;$$

$$5.4. \int \frac{\sqrt{x^2-4} dx}{\sqrt[3]{x}}.$$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

$$6.1. \int \frac{(x-2)dx}{\sqrt{5-4x-x^2}};$$

$$6.2. \int \frac{dx}{\sin^2 7x \cdot \cos^2 7x};$$

$$6.3. \int \frac{x^8 - 5x^7 + 6 - 3x^6 + \sqrt[4]{x^{10}}}{2x^7} dx;$$

$$6.4. \int \operatorname{arccotg} \sqrt{x} dx;$$

$$6.5. \int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 1} dx.$$

Вариант 5

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

$$1.1. \int x \cdot \sqrt[3]{x^2+1} dx;$$

$$1.2. \int \sin(2-4x) dx;$$

$$1.3. \int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot (3+2 \operatorname{tg} x)};$$

$$1.4. \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{1-x^{10}}};$$

$$1.5. \int 2^{\sqrt{x}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}};$$

$$1.6. \int \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} dx;$$

$$1.7. \int \frac{dx}{\cos^2(2-5x)};$$

$$1.8. \int \frac{3x-1}{16-x^2} dx.$$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

2.1. $\int (3x+1)\cos 2x dx$;

2.2. $\int \ln(2x-3)dx$;

2.3. $\int \arccos 3x dx$;

2.4. $\int x^2 4^{-2x} dx$.

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

3.1. $\int \frac{(4x+1)dx}{x^2-2x+17}$;

3.2. $\int \frac{(6x-10)dx}{(x+1)(x-3)^2}$;

3.3. $\int \frac{(3x+1)dx}{(x^2+2)(x-1)}$;

3.4. $\int \frac{2x^2+12x+19}{x^2+7x+10} dx$.

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

4.1. $\int \sin^3 7x \cdot \cos^2 7x dx$;

4.2. $\int \cos 2x \cdot \cos 3x dx$;

4.3. $\int \operatorname{ctg}^5 4x dx$;

4.4. $\int \frac{dx}{3+5\cos x}$.

4.5. $\int \sin^2 6x \cdot \cos^2 6x dx$.

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

5.1. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$;

5.2. $\int \frac{(x+2)dx}{x \cdot \sqrt{x-3}}$;

5.3. $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$;

5.4. $\int x^{-1/4} \sqrt{1-x^{2/3}} dx$.

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

6.1. $\int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{5+2x-x^2}}$;

6.2. $\int \frac{dx}{\sin^2 3x \cdot \cos^2 3x}$;

6.3. $\int \frac{x^3 - 5x^5 - 3x - 4 + \sqrt[3]{x^5}}{2x^4} dx$;

6.4. $\int 3^{\sqrt{x}} dx$;

6.5. $\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 2} dx$.

Вариант 6

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

1.1. $\int \frac{\sqrt[4]{1+\ln x}}{x} dx$;

1.2. $\int \cos(2x-7)dx$;

1.3. $\int \frac{dx}{\sin^2 3x \cdot (2 + \operatorname{ctg} 3x)}$;

1.4. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}$;

$$1.5. \int 2^{\cos 3x} \sin 3x dx;$$

$$1.6. \int \operatorname{tg}^2 \frac{x}{3} dx;$$

$$1.7. \int \frac{dx}{\sin^2(4x-3)};$$

$$1.8. \int \frac{2x-5}{x^2+16} dx.$$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

$$2.1. \int (4-2x) \sin 3x dx;$$

$$2.2. \int \ln(2+3x) dx$$

$$2.3. \int \arcsin 3x dx;$$

$$2.4. \int x^2 3^{-2x} dx.$$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

$$3.1. \int \frac{(3x+2)dx}{x^2+8x+17};$$

$$3.2. \int \frac{(x+8)dx}{(x+2)^2(x-1)};$$

$$3.3. \int \frac{(4x-10)dx}{(x^2+2)(x+2)};$$

$$3.4. \int \frac{3x^2+5x-10}{x^2+2x-8} dx.$$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

$$4.1. \int \sin^3 9x \cdot \cos^2 9x dx;$$

$$4.2. \int \sin 5x \cdot \sin 9x dx;$$

$$4.3. \int \operatorname{ctg}^5 5x dx;$$

$$4.4. \int \frac{dx}{2+3\cos x}.$$

$$4.5. \int \sin^2 10x \cdot \cos^2 10x dx.$$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

$$5.1. \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3}+x} dx;$$

$$5.2. \int \frac{(x+3)dx}{x \cdot \sqrt{x-2}};$$

$$5.3. \int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx;$$

$$5.4. \int x^5 \cdot \sqrt[3]{1+x^4} dx.$$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

$$6.1. \int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{1-6x-x^2}};$$

$$6.2. \int \frac{dx}{\sin^2 2x \cdot \cos^2 2x};$$

$$6.3. \int \frac{x^6 - 7x^5 + 4 - 4x^9 + 2\sqrt[4]{x^3}}{3x^6} dx;$$

$$6.4. \int 3^{-\sqrt{x}} dx;$$

$$6.5. \int \frac{e^x \sqrt{e^x+1}}{e^x+2} dx.$$

Вариант 7

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

1.1. $\int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{9 + e^{2x}}};$

1.2. $\int \cos(1 + 4x) dx;$

1.3. $\int \frac{dx}{\arcsin 2x \cdot \sqrt{1 - 4x^2}};$

1.4. $\int \frac{x dx}{\sqrt{3 - x^4}};$

1.5. $\int 5^{-\sqrt{x}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}};$

1.6. $\int \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{5} dx;$

1.7. $\int \frac{dx}{\cos^2(3 + 2x)};$

1.8. $\int \frac{4x + 3}{16 + x^2} dx.$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

2.1. $\int (2 - x) \sin 5x dx;$

2.2. $\int \ln(4 - 5x) dx;$

2.3. $\int \operatorname{arctg} 2x dx;$

2.4. $\int x^2 e^{-2x} dx.$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

3.1. $\int \frac{(3x + 1) dx}{x^2 + 2x + 3};$

3.2. $\int \frac{(5x + 1) dx}{(x - 1)^2 (x + 2)};$

3.3. $\int \frac{(5x - 7) dx}{(x^2 + 2)(x + 3)};$

3.4. $\int \frac{2x^2 - 5x + 7}{x^2 - 4x + 3} dx.$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

4.1. $\int \sin^2 2x \cdot \cos^3 2x dx;$

4.2. $\int \cos x \cdot \sin 7x dx;$

4.3. $\int \operatorname{tg}^5 5x dx;$

4.4. $\int \frac{dx}{5 - 3 \cos x}.$

4.5. $\int \sin^2 17x \cdot \cos^2 17x dx.$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

5.1. $\int \frac{\sqrt[4]{x^3}}{(\sqrt{x} - x)\sqrt{x}} dx;$

5.2. $\int \frac{(x + 1) dx}{x \cdot \sqrt{x + 2}};$

5.3. $\int x^2 \sqrt{9 - x^2} dx;$

5.4. $\int x^{-3} \cdot (1 + x^3)^{-\frac{2}{3}} dx.$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

6.1. $\int \frac{2x - 8}{\sqrt{3 - 2x - x^2}} dx;$

6.2. $\int \frac{dx}{\sin^2 6x \cdot \cos^2 6x};$

6.3. $\int \frac{x^2 - 2x^4 - 7x^3 - 3 + \sqrt[4]{x^3}}{5x^3} dx;$

6.4. $\int \sin \sqrt{x} dx;$

$$6.5. \int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x + 2}}{e^x - 1} dx.$$

Вариант 8

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

$$1.1. \int \frac{\operatorname{tg} 2x dx}{\cos^2 2x};$$

$$1.2. \int \sin(2 + 3x) dx;$$

$$1.3. \int \frac{e^{5x} dx}{e^{5x} - 8};$$

$$1.4. \int \frac{e^x dx}{\sqrt{1 - e^{2x}}};$$

$$1.5. \int 2^{\ln x} \cdot \frac{dx}{x};$$

$$1.6. \int \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2} dx;$$

$$1.7. \int \frac{dx}{\sin^2(4 - 7x)};$$

$$1.8. \int \frac{5x - 1}{9 + x^2} dx.$$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

$$2.1. \int (3x - 4) \cos 5x dx;$$

$$2.2. \int \ln(5 + 3x) dx;$$

$$2.3. \int \operatorname{arc} \operatorname{ctg} 2x dx;$$

$$2.4. \int x^2 2^{-2x} dx.$$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

$$3.1. \int \frac{(5x - 2) dx}{x^2 - 4x + 5};$$

$$3.2. \int \frac{(3x - 8) dx}{(x - 2)^2 (x - 3)};$$

$$3.3. \int \frac{(4x + 8) dx}{(x^2 + 3)(x - 1)};$$

$$3.4. \int \frac{3x^2 + 2x - 31}{x^2 + x - 6} dx.$$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

$$4.1. \int \sin^3 10x \cdot \cos^2 10x dx;$$

$$4.2. \int \sin 3x \cdot \cos 2x dx;$$

$$4.3. \int \operatorname{tg}^5 4x dx;$$

$$4.4. \int \frac{dx}{3 + 5 \sin x}.$$

$$4.5. \int \sin^2 13x \cdot \cos^2 13x dx.$$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

$$5.1. \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2 + x}} dx;$$

$$5.2. \int \frac{(x + 2) dx}{x \cdot \sqrt{x + 3}};$$

$$5.3. \int \frac{x^2}{\sqrt{9 - x^2}} dx;$$

$$5.4. \int \frac{x dx}{\sqrt[3]{1 + x^5}}.$$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

$$6.1. \int \frac{8x-11}{\sqrt{5+4x-x^2}} dx;$$

$$6.2. \int \frac{dx}{\sin^2 8x \cdot \cos^2 8x};$$

$$6.3. \int \frac{x^3 - 3x^4 - 5x^6 + 3 + 2\sqrt[4]{x^3}}{9x^5} dx;$$

$$6.4. \int \cos \sqrt{x} dx;$$

$$6.5. \int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x + 3}}{e^x - 2} dx.$$

Вариант 9

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

$$1.1. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt[5]{x^3 + 4}};$$

$$1.2. \int \cos(3-4x) dx;$$

$$1.3. \int \frac{dx}{\operatorname{arctg} x \cdot (1+x^2)};$$

$$1.4. \int \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)};$$

$$1.5. \int 3^{\operatorname{ctg} x} \cdot \frac{dx}{\sin^2 x};$$

$$1.6. \int \operatorname{tg}^2 5x dx;$$

$$1.7. \int \frac{dx}{\sin^2(7+3x)};$$

$$1.8. \int \frac{3x+4}{x^2-25} dx.$$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

$$2.1. \int (2x-3) \cos 3x dx;$$

$$2.2. \int \ln(3-5x) dx;$$

$$2.3. \int \operatorname{arc} \operatorname{ctg} 3x dx;$$

$$2.4. \int x^2 4^{-3x} dx.$$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

$$3.1. \int \frac{(4x+3) dx}{x^2-10x+29};$$

$$3.2. \int \frac{(x-13) dx}{(x-1)^2 (x+3)};$$

$$3.3. \int \frac{(9x+4) dx}{(x^2+3)(x+2)};$$

$$3.4. \int \frac{3x^2+4x-34}{x^2+3x-10} dx.$$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

$$4.1. \int \sin^3 11x \cdot \cos^2 11x dx;$$

$$4.2. \int \cos x \cdot \cos 5x dx;$$

$$4.3. \int \operatorname{ctg}^5 \frac{x}{6} dx;$$

$$4.4. \int \frac{dx}{3 \sin x + 2}.$$

$$4.5. \int \sin^2 7x \cdot \cos^2 7x dx.$$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

$$5.1. \int \frac{dx}{\sqrt{x} (4 + \sqrt[3]{x})};$$

$$5.2. \int \frac{(x-1)dx}{x \cdot \sqrt{x-3}};$$

$$5.3. \int x^2 \sqrt{25-x^2} dx;$$

$$5.4. \int x^4 \cdot (1+2x^2)^{-2/3} dx.$$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

$$6.1. \int \frac{(x+3)dx}{\sqrt{6-2x-x^2}};$$

$$6.2. \int \frac{dx}{\sin^2 12x \cdot \cos^2 12x};$$

$$6.3. \int \frac{x^3 - 4x - 7x^2 - 2 + \sqrt[3]{x^5}}{3x^2} dx;$$

$$6.4. \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx;$$

$$6.5. \int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 3}}{e^x + 2} dx.$$

Вариант 10

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

$$1.1. \int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \sqrt[3]{\operatorname{ctg} x + 1}};$$

$$1.2. \int \sin(4x+5)dx;$$

$$1.3. \int \frac{2^{9x} dx}{9-2^{9x}};$$

$$1.4. \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^6}} dx;$$

$$1.5. \int \frac{4^{\operatorname{arctg} 3x} dx}{1+9x^2};$$

$$1.6. \int \operatorname{ctg}^2 4x dx;$$

$$1.7. \int \frac{dx}{\cos^2(5-2x)};$$

$$1.8. \int \frac{4x-1}{x^2+25} dx.$$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

$$2.1. \int (3+5x) \sin 2x dx;$$

$$2.2. \int \ln(2x+5)dx;$$

$$2.3. \int \operatorname{arctg} 3x dx;$$

$$2.4. \int x^2 5^{-3x} dx.$$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

$$3.1. \int \frac{(3x+4)dx}{x^2-10x+29};$$

$$3.2. \int \frac{(x+4)dx}{(x+2)^2(x+3)};$$

$$3.3. \int \frac{(5x+18)dx}{(x^2+3)(x-4)};$$

$$3.4. \int \frac{2x^2+7x-25}{x^2+x-12} dx.$$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

$$4.1. \int \sin^3 4x \cdot \cos^2 4x dx;$$

$$4.2. \int \sin 3x \cdot \sin 5x dx;$$

$$4.3. \int \operatorname{tg}^5 \frac{x}{4} dx;$$

$$4.4. \int \frac{dx}{5 - 3 \sin x}.$$

$$4.5. \int \sin^2 15x \cdot \cos^2 15x \, dx.$$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

$$5.1. \int \frac{\sqrt[6]{x} dx}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x}};$$

$$5.2. \int \frac{(x-2) dx}{x \cdot \sqrt{x-3}};$$

$$5.3. \int \frac{x^2}{\sqrt{25-x^2}} dx;$$

$$5.4. \int \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{1+\sqrt{x^3}} dx.$$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

$$6.1. \int \frac{(x-2) dx}{\sqrt{4-4x-x^2}};$$

$$6.2. \int \frac{dx}{\sin^2 9x \cdot \cos^2 9x};$$

$$6.3. \int \frac{x^5 - 3x^4 + 2 - 5x^3 + \sqrt[3]{x^2}}{8x^4} dx;$$

$$6.4. \int \frac{\arccos x}{\sqrt{x+1}} dx;$$

$$6.5. \int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 3}}{e^x + 1} dx.$$

Вариант 11

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

$$1.1. \int \frac{\cos 2x dx}{\sqrt[3]{\sin^4 2x}};$$

$$1.2. \int \cos(5x-1) dx;$$

$$1.3. \int \frac{dx}{x \cdot (5 - \ln x)};$$

$$1.4. \int \frac{e^{3x} dx}{1 + e^{6x}};$$

$$1.5. \int \frac{5^{\ln 2x} dx}{x};$$

$$1.6. \int \operatorname{ctg}^2 6x dx;$$

$$1.7. \int \frac{dx}{\sin^2(2-3x)};$$

$$1.8. \int \frac{7+3x}{25-x^2} dx.$$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

$$2.1. \int (2-3x) \cos 5x dx;$$

$$2.2. \int \ln(3-2x) dx;$$

$$2.3. \int \arccos 5x \, dx;$$

$$2.4. \int x^2 3^{-3x} dx.$$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

$$3.1. \int \frac{(5x-1)dx}{x^2+6x+10};$$

$$3.2. \int \frac{(3x-7)dx}{(x-3)^2(x-2)};$$

$$3.3. \int \frac{(7x-26)dx}{(x^2+2)(x+4)};$$

$$3.4. \int \frac{2x^2+13x-5}{x^2+3x-4} dx.$$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

$$4.1. \int \sin^2 9x \cdot \cos^3 9x dx;$$

$$4.2. \int \sin 3x \cdot \cos 7x dx;$$

$$4.3. \int \operatorname{tg}^5 \frac{x}{7} dx;$$

$$4.4. \int \frac{dx}{5+4\cos x}.$$

$$4.5. \int \sin^2 17x \cdot \cos^2 17x dx.$$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

$$5.1. \int \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt[3]{x^2}} dx;$$

$$5.2. \int \frac{(x-1)dx}{x \cdot \sqrt{x-2}};$$

$$5.3. \int x^2 \sqrt{1-4x^2} dx;$$

$$5.4. \int x^{3/2} \cdot \sqrt{1+x^{3/5}} dx.$$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

$$6.1. \int \frac{(x+4)dx}{\sqrt{3+2x-x^2}};$$

$$6.2. \int \frac{dx}{\sin^2 10x \cdot \cos^2 10x};$$

$$6.3. \int \frac{x^5 - 5x^6 - 3x^7 - 5 + \sqrt[3]{x^5}}{2x^6} dx;$$

$$6.4. \int \sin \sqrt{x-1} dx;$$

$$6.5. \int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x+1}}{e^x-3} dx.$$

Вариант 12

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

$$1.1. \int \frac{\sqrt{\ln(2x+1)}}{2x+1} dx;$$

$$1.2. \int \cos(4-3x) dx;$$

$$1.3. \int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot (1+3\operatorname{tg} x)};$$

$$1.4. \int \frac{e^x dx}{\sqrt{9+e^{2x}}};$$

$$1.5. \int 3^{\sqrt{x-1}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x-1}};$$

$$1.6. \int \operatorname{tg}^2 4x dx;$$

$$1.7. \int \frac{dx}{\sin^2(1+4x)};$$

$$1.8. \int \frac{3x+5}{1-4x^2} dx.$$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

2.1. $\int (2 - 5x) \cos 4x dx$;

2.2. $\int \ln(2 + 5x) dx$;

2.3. $\int \arcsin 5x dx$;

2.4. $\int x^2 2^{-3x} dx$.

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

3.1. $\int \frac{(3x+5)dx}{x^2+4x+8}$;

3.2. $\int \frac{(3x+7)dx}{(x+3)^2(x+2)}$;

3.3. $\int \frac{(5x+13)dx}{(x^2+5)(x-1)}$;

3.4. $\int \frac{3x^2-7x-38}{x^2-2x-8} dx$.

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

4.1. $\int \sin^3 6x \cdot \cos^2 6x dx$;

4.2. $\int \sin 4x \cdot \cos 2x dx$;

4.3. $\int \operatorname{ctg}^5 \frac{x}{7} dx$;

4.4. $\int \frac{dx}{5-4\sin x}$.

4.5. $\int \sin^2 14x \cdot \cos^2 14x dx$.

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

5.1. $\int \frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[6]{x^7}+\sqrt[6]{x^5}} dx$;

5.2. $\int \frac{(x+2)dx}{x \cdot \sqrt{x-5}}$;

5.3. $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-4x^2}} dx$;

5.4. $\int x^3 \cdot \sqrt[4]{1+x^3} dx$.

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

6.1. $\int \frac{(3x-6)dx}{\sqrt{10-6x-x^2}}$;

6.2. $\int \frac{dx}{\sin^2 14x \cdot \cos^2 14x}$;

6.3. $\int \frac{x^8-4x^6+5-3x^7+\sqrt[4]{x^7}}{6x^7} dx$;

6.4. $\int \operatorname{arccotg} \sqrt{x+1} dx$;

6.5. $\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x-1}}{e^x-3} dx$.

Вариант 13

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

1.1. $\int \frac{x^2}{\sqrt[5]{(3+2x^3)^4}} dx$;

1.2. $\int \sin(5-2x) dx$;

1.3. $\int \frac{dx}{\arcsin 3x \cdot \sqrt{1-9x^2}}$;

1.4. $\int \frac{dx}{x(1+\lg^2 x)}$;

$$1.5. \int \frac{7^{\sqrt{x+1}} dx}{\sqrt{x+1}};$$

$$1.6. \int \operatorname{tg}^2 6x dx;$$

$$1.7. \int \frac{dx}{\cos^2(5x-1)};$$

$$1.8. \int \frac{5x+4}{1-9x^2} dx.$$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

$$2.1. \int (2x+1) \sin 5x dx;$$

$$2.2. \int \ln(4x+1) dx;$$

$$2.3. \int \arcsin 4x dx;$$

$$2.4. \int x^2 4^{\frac{x}{3}} dx.$$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

$$3.1. \int \frac{(4x-5) dx}{x^2-8x+20};$$

$$3.2. \int \frac{(3x-4) dx}{(x-1)(x-2)^2};$$

$$3.3. \int \frac{(5x+8) dx}{(x^2+5)(x-2)};$$

$$3.4. \int \frac{2x^2-7x-3}{x^2-6x+5} dx.$$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

$$4.1. \int \sin^2 7x \cdot \cos^3 7x dx;$$

$$4.2. \int \sin x \cdot \sin 3x dx;$$

$$4.3. \int \operatorname{ctg}^5 \frac{x}{4} dx;$$

$$4.4. \int \frac{dx}{4+5 \cos x}.$$

$$4.5. \int \sin^2 9x \cdot \cos^2 9x dx.$$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

$$5.1. \int \frac{dx}{\sqrt{x} (1+\sqrt[6]{x})};$$

$$5.2. \int \frac{(x-2) dx}{x \cdot \sqrt{x+1}};$$

$$5.3. \int \frac{x^2}{\sqrt{1-9x^2}} dx;$$

$$5.4. \int x^{1/3} \cdot \left(2+x^{2/5}\right)^{1/4} dx.$$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

$$6.1. \int \frac{(2x+1) dx}{\sqrt{1-8x-x^2}};$$

$$6.2. \int \frac{dx}{\sin^2 17x \cdot \cos^2 17x};$$

$$6.3. \int \frac{3x-5x^3-6x^2-1+\sqrt[5]{x^3}}{11x^2} dx;$$

$$6.4. \int \cos \sqrt{x-1} dx;$$

$$6.5. \int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x-1}}{e^x+3} dx.$$

Вариант 14

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

1.1. $\int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} dx;$

1.2. $\int \sin(7x-4) dx;$

1.3. $\int \frac{dx}{\operatorname{arctg} 5x \cdot (1+25x^2)};$

1.4. $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}};$

1.5. $\int 5^{1+\lg x} \cdot \frac{dx}{x};$

1.6. $\int \operatorname{ctg}^2 7x dx;$

1.7. $\int \frac{dx}{\cos^2(7x+2)};$

1.8. $\int \frac{4x+2}{x^2-81} dx.$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

2.1. $\int (3x+7) \sin 4x dx;$

2.2. $\int \ln(4x-1) dx;$

2.3. $\int \arccos 4x dx;$

2.4. $\int x^2 5^{\frac{x}{3}} dx.$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

3.1. $\int \frac{(4x-1) dx}{x^2-10x+26};$

3.2. $\int \frac{(6x+10) dx}{(x-1)(x+3)^2};$

3.3. $\int \frac{(3x+21) dx}{(x^2+5)(x+2)};$

3.4. $\int \frac{3x^2+x-38}{x^2-x-12} dx.$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

4.1. $\int \sin^2 4x \cdot \cos^3 4x dx;$

4.2. $\int \cos 2x \cdot \cos 5x dx;$

4.3. $\int \operatorname{tg}^5 \frac{x}{5} dx;$

4.4. $\int \frac{dx}{3 \sin x + 5}.$

4.5. $\int \sin^2 20x \cdot \cos^2 20x dx.$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

5.1. $\int \frac{dx}{(\sqrt[6]{x}+1)\sqrt[3]{x}};$

5.2. $\int \frac{(x-3) dx}{x \cdot \sqrt{x+1}};$

5.3. $\int x^2 \sqrt{1-9x^2} dx;$

5.4. $\int x^4 \cdot \sqrt[3]{(1+x^3)^2} dx.$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

6.1. $\int \frac{(x-6) dx}{\sqrt{1+8x-x^2}};$

6.2. $\int \frac{dx}{\sin^2 18x \cdot \cos^2 18x};$

$$6.3. \int \frac{x^6 - 3x^5 + 3 - 6x^4 + \sqrt[3]{x^5}}{2x^5} dx;$$

$$6.4. \int \sin \sqrt{x+1} dx;$$

$$6.5. \int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x + 1}}{e^x - 1} dx.$$

Вариант 15

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

$$1.1. \int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} 3x} dx}{1+9x^2};$$

$$1.2. \int \cos(6-5x) dx;$$

$$1.3. \int \frac{dx}{(x+1)(2-\ln(x+1))};$$

$$1.4. \int \frac{2^{3x} dx}{\sqrt{9+4^{3x}}};$$

$$1.5. \int \frac{4^{\arcsin x} dx}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$1.6. \int \operatorname{ctg}^2 5x dx;$$

$$1.7. \int \frac{dx}{\sin^2(3-4x)};$$

$$1.8. \int \frac{7-2x}{81-x^2} dx.$$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

$$2.1. \int (3-2x) \cos 6x dx;$$

$$2.2. \int \ln(4-3x) dx;$$

$$2.3. \int \operatorname{arctg} 5x dx;$$

$$2.4. \int x^2 3^{\frac{x}{3}} dx.$$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

$$3.1. \int \frac{(5x+3) dx}{x^2-8x+17};$$

$$3.2. \int \frac{(2x-14) dx}{(x+1)(x-3)^2};$$

$$3.3. \int \frac{(5x+14) dx}{(x^2+4)(x-2)};$$

$$3.4. \int \frac{3x^2+15x+8}{x^2+4x+3} dx.$$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

$$4.1. \int \sin^3 15x \cdot \cos^2 15x dx;$$

$$4.2. \int \sin 10x \cdot \sin 15x dx;$$

$$4.3. \int \operatorname{tg}^5 \frac{x}{8} dx;$$

$$4.4. \int \frac{dx}{4+5 \sin x}.$$

$$4.5. \int \sin^2 16x \cdot \cos^2 16x dx.$$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

$$5.1. \int \frac{dx}{\sqrt{x} (\sqrt[3]{x} - 5)};$$

$$5.2. \int \frac{(x+1)dx}{x \cdot \sqrt{x-3}};$$

$$5.3. \int x^2 \sqrt{1-25x^2} dx;$$

$$5.4. \int x^{-2/3} \sqrt{1+x^{1/3}} dx.$$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

$$6.1. \int \frac{(x+5)dx}{\sqrt{2+6x-x^2}};$$

$$6.2. \int \frac{dx}{\sin^2 13x \cdot \cos^2 13x};$$

$$6.3. \int \frac{x^4 - 3x^3 - 4x^2 - 3 + \sqrt[5]{x^2}}{8x^3} dx;$$

$$6.4. \int \operatorname{arctg} \sqrt{x+1} dx;$$

$$6.5. \int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 2}}{e^x + 5} dx.$$

Вариант 16

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

$$1.1. \int \frac{dx}{(\arccos x)^2 \sqrt{1-x^2}};$$

$$1.2. \int \sin(5+2x) dx;$$

$$1.3. \int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 2x \cdot (1+3 \operatorname{th} 2x)};$$

$$1.4. \int \frac{dx}{x \sqrt{\lg^2 x - 4}};$$

$$1.5. \int 8^{\sqrt[3]{x}} \cdot \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}};$$

$$1.6. \int \operatorname{tg}^2 \frac{x}{5} dx;$$

$$1.7. \int \frac{dx}{\cos^2(3-5x)};$$

$$1.8. \int \frac{12x+5}{81+x^2} dx.$$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

$$2.1. \int (4x-5) \sin 6x dx;$$

$$2.2. \int \ln(5-4x) dx;$$

$$2.3. \int \operatorname{arc} \operatorname{ctg} 5x dx;$$

$$2.4. \int x^2 2^{-\frac{x}{3}} dx.$$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

$$3.1. \int \frac{(3x-4)dx}{x^2+6x+13};$$

$$3.2. \int \frac{(7x+11)dx}{(x+3)^2(x-2)};$$

$$3.3. \int \frac{(3x-15)dx}{(x^2+3)(x+3)};$$

$$3.4. \int \frac{2x^2+x-37}{x^2-x+20} dx.$$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

4.1. $\int \sin^3 8x \cdot \cos^2 8x dx$;

4.2. $\int \sin 5x \cdot \cos 8x dx$;

4.3. $\int \operatorname{ctg}^5 3x dx$;

4.4. $\int \frac{dx}{4 - 5 \cos x}$.

4.5. $\int \sin^2 11x \cdot \cos^2 11x dx$.

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

5.1. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}(3 + \sqrt{x})}$;

5.2. $\int \frac{(x+1)dx}{x \cdot \sqrt{x+3}}$;

5.3. $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-25x^2}} dx$

5.4. $\int \frac{dx}{x^2(1+x^3)^{4/3}}$.

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

6.1. $\int \frac{(x+4)dx}{\sqrt{2-8x-x^2}}$;

6.2. $\int \frac{dx}{\sin^2 21x \cdot \cos^2 21x}$;

6.3. $\int \frac{x^7 - 5x^6 + 2 - 9x^8 + \sqrt[5]{x^{11}}}{4x^7} dx$;

6.4. $\int 5^{\sqrt{x+1}} dx$;

6.5. $\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 5}}{e^x + 2} dx$.

Вариант 17

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

1.1. $\int (\cos x + 2)^{21} \cdot \sin x dx$;

1.2. $\int \cos(2 - 7x) dx$;

1.3. $\int \frac{5^{3x} dx}{1 - 5^{3x}}$;

1.4. $\int \frac{x^2 dx}{1 + x^6}$;

1.5. $\int \frac{e^{\arccos 2x} dx}{\sqrt{1-4x^2}}$;

1.6. $\int \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{3} dx$;

1.7. $\int \frac{dx}{\sin^2(7x-5)}$;

1.8. $\int \frac{2x+7}{25x^2-1} dx$.

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

2.1. $\int (3+2x) \sin 4x dx$;

2.2. $\int \ln(1-4x) dx$;

2.3. $\int \arcsin 7x dx$;

2.4. $\int x^2 4^{-5x} dx$.

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

3.1. $\int \frac{(4x-3)dx}{x^2-4x+8}$;

3.2. $\int \frac{(7x-4)dx}{(x-2)^2(x+3)}$;

$$3.3. \int \frac{(8x+4)dx}{(x^2+5)(x-3)};$$

$$3.4. \int \frac{3x^2 - x - 46}{x^2 - 2x - 15} dx.$$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

$$4.1. \int \sin^2 10x \cdot \cos^3 10x dx;$$

$$4.2. \int \cos 3x \cdot \cos 7x dx;$$

$$4.3. \int \operatorname{tg}^5 3x dx;$$

$$4.4. \int \frac{dx}{3 - 5 \sin x}.$$

$$4.5. \int \sin^2 18x \cdot \cos^2 18x dx.$$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

$$5.1. \int \frac{\sqrt[4]{x^3}}{(\sqrt{x} + x)\sqrt{x}} dx;$$

$$5.2. \int \frac{(x-1)dx}{x \cdot \sqrt{x+3}};$$

$$5.3. \int x^2 \sqrt{1-16x^2} dx;$$

$$5.4. \int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x}}}{\sqrt{x}} dx.$$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

$$6.1. \int \frac{(x+3)dx}{\sqrt{5-6x-x^2}};$$

$$6.2. \int \frac{dx}{\sin^2 19x \cdot \cos^2 19x};$$

$$6.3. \int \frac{x^7 - 5x^5 - 4x^3 - 2 + \sqrt[3]{x^8}}{2x^6} dx;$$

$$6.4. \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x}} dx;$$

$$6.5. \int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x + 2}}{e^x - 5} dx.$$

Вариант 18

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

$$1.1. \int \frac{e^{3x} dx}{\sqrt[4]{11+e^{3x}}};$$

$$1.2. \int \sin(5+6x) dx;$$

$$1.3. \int \frac{dx}{\operatorname{arctg} 2x \cdot (1+4x^2)};$$

$$1.4. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1+x^8}};$$

$$1.5. \int 9^{\frac{2}{x}} \cdot \frac{dx}{x^2};$$

$$1.6. \int \operatorname{tg}^2 7x dx;$$

$$1.7. \int \frac{dx}{\cos^2(2+3x)};$$

$$1.8. \int \frac{3x-8}{1+25x^2} dx.$$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

2.1. $\int (5x - 2) \cos 4x dx$;

2.2. $\int \ln(3x - 2) dx$;

2.3. $\int \arccos 7x dx$;

2.4. $\int x^2 5^{-5x} dx$.

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

3.1. $\int \frac{(3x - 5) dx}{x^2 + 10x + 26}$;

3.2. $\int \frac{(3x + 4) dx}{(x + 1)(x + 2)^2}$;

3.3. $\int \frac{(5x - 11) dx}{(x^2 + 4)(x - 3)}$;

3.4. $\int \frac{2x^2 - 12x + 19}{x^2 - 7x + 10} dx$.

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

4.1. $\int \sin^3 5x \cdot \cos^2 5x dx$;

4.2. $\int \sin 2x \cdot \sin 4x dx$;

4.3. $\int \operatorname{ctg}^5 \frac{x}{6} dx$;

4.4. $\int \frac{dx}{3 - 5 \cos x}$.

4.5. $\int \sin^2 19x \cdot \cos^2 19x dx$.

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

5.1. $\int \frac{\sqrt{x}}{x - \sqrt[4]{x^3}} dx$;

5.2. $\int \frac{(x + 2) dx}{x \cdot \sqrt{x - 1}}$;

5.3. $\int \frac{x^2}{\sqrt{1 - 16x^2}} dx$;

5.4. $\int x^{-1/3} \cdot \left(1 + 3x^{1/2}\right)^{1/5} dx$.

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

6.1. $\int \frac{(x - 3) dx}{\sqrt{3 + 8x - x^2}}$;

6.2. $\int \frac{dx}{\sin^2 15x \cdot \cos^2 15x}$;

6.3. $\int \frac{x^2 - 3x^3 - 9x^4 + 1 + \sqrt[5]{x^4}}{6x^4} dx$;

6.4. $\int \cos \sqrt{x + 1} dx$;

6.5. $\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x + 5}}{e^x - 2} dx$.

Вариант 19

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

1.1. $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{5 - \ln x}}$;

1.2. $\int \sin(8 - 3x) dx$;

1.3. $\int \frac{dx}{\sin^2 5x \cdot (7 + \operatorname{ctg} 5x)}$;

1.4. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 + x^6}}$;

$$1.5. \int \frac{e^{\operatorname{arctg} 5x} dx}{1+25x^2};$$

$$1.6. \int \operatorname{tg}^2 \frac{x}{4} dx;$$

$$1.7. \int \frac{dx}{\cos^2(1-7x)};$$

$$1.8. \int \frac{x+1}{4x^2-9} dx.$$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

$$2.1. \int (1-5x) \sin 6x dx;$$

$$2.2. \int \ln(2x-5) dx;$$

$$2.3. \int \operatorname{arctg} 4x dx;$$

$$2.4. \int x^2 3^{-5x} dx.$$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

$$3.1. \int \frac{(5x-3) dx}{x^2+8x+20};$$

$$3.2. \int \frac{(3x+2) dx}{(x+1)^2(x+2)};$$

$$3.3. \int \frac{(16x-1) dx}{(x^2+2)(x-5)};$$

$$3.4. \int \frac{3x^2+20x+34}{x^2+7x+12} dx.$$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

$$4.1. \int \sin^2 8x \cdot \cos^3 8x dx;$$

$$4.2. \int \sin 2x \cdot \cos 4x dx;$$

$$4.3. \int \operatorname{ctg}^5 2x dx;$$

$$4.4. \int \frac{dx}{5-4\cos x}.$$

$$4.5. \int \sin^2 12x \cdot \cos^2 12x dx.$$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

$$5.1. \int \frac{dx}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}};$$

$$5.2. \int \frac{(x-3) dx}{x \cdot \sqrt{x-2}};$$

$$5.3. \int x^2 \sqrt{36-x^2} dx;$$

$$5.4. \int x^{1/2} \cdot \left(1-x^{1/3}\right)^{1/4} dx.$$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

$$6.1. \int \frac{(x-5) dx}{\sqrt{3+6x-x^2}};$$

$$6.2. \int \frac{dx}{\sin^2 20x \cdot \cos^2 20x};$$

$$6.3. \int \frac{x-4x^2-9x^3+\sqrt[5]{x^7}-1}{5x^3} dx;$$

$$6.4. \int e^{\sqrt{2x+1}} dx;$$

$$6.5. \int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x-5}}{e^x-3} dx.$$

Вариант 20

1. Найдите интегралы, применив теорему о независимости вида формулы интегрирования от характера переменной интегрирования:

$$1.1. \int \frac{(\operatorname{ctg} x + 4)^{12}}{\sin^2 x} dx;$$

$$1.2. \int \cos(4 + 3x) dx;$$

$$1.3. \int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 3x \cdot (13 + 5 \operatorname{th} 3x)};$$

$$1.4. \int \frac{3^{2x} dx}{1 + 9^{2x}};$$

$$1.5. \int \frac{7^{\lg x} dx}{x};$$

$$1.6. \int \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{4} dx;$$

$$1.7. \int \frac{dx}{\sin^2(5 + 4x)};$$

$$1.8. \int \frac{1 - x}{4 - 9x^2} dx.$$

2. Найдите интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

$$2.1. \int (3x - 1) \cos 6x dx;$$

$$2.2. \int \ln(3 + 4x) dx;$$

$$2.3. \int \operatorname{arc} \operatorname{ctg} 4x dx;$$

$$2.4. \int x^2 2^{-5x} dx.$$

3. Найдите интегралы от рациональных дробей:

$$3.1. \int \frac{(4x + 5) dx}{x^2 - 6x + 13};$$

$$3.2. \int \frac{(3x - 19) dx}{(x + 2)(x - 3)^2};$$

$$3.3. \int \frac{(3x + 8) dx}{(x^2 + 3)(x - 2)};$$

$$3.4. \int \frac{2x^2 + 7x + 10}{x^2 + 3x + 2} dx.$$

4. Найдите интегралы от тригонометрических функций:

$$4.1. \int \sin^2 6x \cdot \cos^3 6x dx;$$

$$4.2. \int \sin x \cdot \cos 7x dx;$$

$$4.3. \int \operatorname{tg}^5 7x dx;$$

$$4.4. \int \frac{dx}{4 - 5 \sin x}.$$

$$4.5. \int \sin^2 8x \cdot \cos^2 8x dx.$$

5. Найдите интегралы от иррациональных функций:

$$5.1. \int \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{\sqrt[6]{x^7} - \sqrt[6]{x^5}} dx;$$

$$5.2. \int \frac{(x + 3) dx}{x \cdot \sqrt{x - 1}};$$

$$5.3. \int \frac{x^2}{\sqrt{36 - x^2}} dx;$$

$$5.4. \int x^{1/3} \cdot \left(1 + 2x^{1/2}\right)^{2/3} dx.$$

6. Найдите интегралы, используя различные приёмы интегрирования:

$$6.1. \int \frac{(x + 5) dx}{\sqrt{4 - 8x - x^2}};$$

$$6.2. \int \frac{dx}{\sin^2 16x \cdot \cos^2 16x};$$

$$6.3. \int \frac{x^2 - 3x - 8 + \sqrt[3]{x^5} + x^6}{7x^2} dx;$$

$$6.4. \int \frac{\arccos x}{\sqrt{1 - x}} dx;$$

$$6.5. \int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x + 5}}{e^x + 2} dx.$$

. Индивидуальное задание № 2

Вариант 1

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx;$$

$$1.2. \int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx;$$

$$1.3. \int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} dx;$$

$$1.4. \int_{\pi/4}^{\operatorname{arctg} 3} \frac{dx}{(3 \operatorname{tg} x + 5) \sin 2x};$$

$$1.5. \int_{-5}^6 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{если } x \leq -3, \\ 2, & \text{если } -3 < x \leq 1, \\ e^{-x}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$2.1. y = (x-2)^3, \quad y = 4x - 8;$$

$$2.2. \rho = 4 \cos 3\varphi, \quad \rho \geq 2;$$

$$2.3. \begin{cases} x = 4\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = 2\sqrt{2} \sin^3 t, \end{cases} \quad x \geq 2.$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями:

$$3.1. y = \ln x, \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15};$$

$$3.2. \rho = 3e^{3\varphi/4}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2};$$

$$3.3. \begin{cases} x = 5(t - \sin t), \\ y = 5(1 - \cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = -x^2 + 5x - 6$, $y = 0$

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_{-3}^1 \frac{dx}{x^2(1+x)(x+2)};$$

$$5.2. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^6 + 1}.$$

Вариант 2

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_{-2}^0 (x^2 - 4) \cos 3x dx;$$

$$1.2. \int_0^1 \frac{(x^2 + 1) dx}{(x^3 + 3x + 1)^2};$$

$$1.3. \int_0^1 x^2 \sqrt{1 - x^2} dx;$$

$$1.4. \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{2 + \cos x};$$

$$1.5. \int_{-5}^6 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & \text{если } x \leq -3, \\ 2, & \text{если } -3 < x \leq 1, \\ e^x, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$2.1. y = x\sqrt{9 - x^2}, y = 0, (0 \leq x \leq 3);$$

$$2.2. \rho = \cos 2\varphi, \quad \square\square\square\square \leq 1/2;$$

$$2.3. \begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t, \\ y = 2\sqrt{2} \sin t, \end{cases} \quad y = 2 \quad (y \geq 2).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями:

$$3.1. y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}, \quad 1 \leq x \leq 2;$$

$$3.2. \quad \rho = 2e^{4\varphi/3}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2};$$

$$3.3. \begin{cases} x = 3(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 3(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $2x - x^2 - y = 0$, $2x^2 - 4x + y = 0$.

$$4.1. \text{ вокруг } Ox; \quad 4.2. \text{ вокруг } Oy.$$

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x)(x+2)};$$

$$5.2. \int_{-3}^0 \frac{dx}{\ln |1-x|}.$$

Вариант 3

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_{-1}^0 (x^2 + 4x + 3) \cos x dx;$$

$$1.2. \int_0^1 \frac{4 \operatorname{arctg} x - x}{1 + x^2} dx;$$

$$1.3. \int_0^5 \frac{dx}{(25 + x^2) \sqrt{25 + x^2}};$$

$$1.4. \int_{\pi/2}^{2 \operatorname{arctg} 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1 + \cos x)};$$

$$1.5. \int_{-5}^3 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} 2, & \text{если } x \leq -3, \\ 1 - 2x, & \text{если } -3 < x \leq 1, \\ -\sqrt{x}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций:

$$2.1. y = 4 - x^2, \quad y = x^2 - 2x;$$

$$2.2. \rho = \sqrt{3} \cos \varphi, \quad \rho = \sin \varphi, \quad (0 \leq \varphi \leq \pi/2);$$

$$2.3. \begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases} \quad y = 4 \quad (0 < x < 8\pi, \quad y \geq 4)$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

$$3.1. y = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x, \quad 0 \leq x \leq 7/9;$$

$$3.2. \rho = \sqrt{2} e^{\varphi}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2;$$

$$3.3. \begin{cases} x = 4(\cos t + t \sin t), \\ y = 4(\sin t - t \cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = 3 \sin x, y = \sin x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

4.1. вокруг Ox ; 4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^3 + 1};$$

$$5.2. \int_{-3}^0 \frac{\ln(1-x)}{\sin x} dx.$$

Вариант 4

1. Вычислите определенные интегралы:

1.1. $\int_{-2}^0 (x+2)^2 \cos 3x dx;$

1.2. $\int_0^2 \frac{x^3 dx}{x^2 + 4};$

1.3. $\int_0^3 \frac{dx}{(9+x^2)^{3/2}};$

1.4. $\int_{\pi/4}^{\operatorname{arctg} 3} \frac{4 \operatorname{tg} x - 5}{1 - \sin 2x + 4 \cos^2 x} dx;$

1.5. $\int_{-4}^3 f(x) dx, f(x) = \begin{cases} x/3 & \text{если } x \leq -1, \\ 4, & \text{если } -1 < x \leq 0, \\ x^2/2, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций.

2.1. $y = \sin x \cos^2 x, y = 0, (0 \leq x \leq \pi/2);$

2.1. $\rho = 4 \sin 3\varphi, \rho \geq 2;$

2.1. $\begin{cases} x = 16 \cos^3 t, \\ y = 2 \sin^3 t, \end{cases} x = 2 \quad (x \geq 2).$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

3.1. $y = \ln \frac{5}{2x}, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$

3.2. $\rho = 5e^{5\varphi/12}, -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$

3.3. $\begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases} 0 \leq t \leq \pi.$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = 5 \cos x, y = \cos x, x = 0, x \geq 0$.

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

5.1. $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x dx}{(1+x)(3+x)};$

5.2. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x(x+1)(x+2)}$

Вариант 5

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_{-4}^0 (x^2 + 7x + 12) \cos x dx$$

$$1.2. \int_{\pi}^{2\pi} \frac{x + \cos x}{x^2 + 2 \sin x} dx$$

$$1.3. \int_0^{\operatorname{arctg}(1/3)} \frac{(8 + \operatorname{tg} x)}{18 \sin^2 x + 2 \cos^2 x} dx$$

$$1.4. \int_0^{\sqrt{5}/2} \frac{dx}{\sqrt{(5 - x^2)^3}}$$

$$1.5. \int_{-4}^5 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} 3, & \text{если } x \leq -1, \\ 2 - 4x, & \text{если } -1 < x \leq 2, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$2.1. y = \sqrt{4 - x^2}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 1;$$

$$2.2. \rho = 2 \cos \varphi, \quad \rho = 2\sqrt{3} \sin \varphi, \quad (0 \leq \varphi \leq \pi/2);$$

$$2.3. \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 6 \sin t, \end{cases} \quad y = 3 \quad (y \geq 3).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями:

$$3.1. y = -\ln \cos x, \quad 0 \leq x \leq \pi/6;$$

$$3.2. \rho = 6e^{12\varphi/5}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2;$$

$$3.3. \begin{cases} x = 10 \cos^3 t, \\ y = 10 \sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/2.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = \sin^2 x$, $x = \pi/2$, $y = 0$.

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^5 + 2};$$

$$5.2. \int_0^1 \frac{dx}{(x-1)^{2/3} (2-x)^{1/2}}.$$

Вариант 6

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_0^{\pi} (2x^2 + 4x + 7) \cos 2x dx; \quad 1.2. \int_0^{\pi/4} \frac{2 \cos x + 3 \sin x}{(2 \sin x - 3 \cos x)^3} dx;$$

$$1.3. \int_0^{\arccos \sqrt{2/3}} \frac{\operatorname{tg} x + 2}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x - 3} dx; \quad 1.4. \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^4} dx;$$

$$1.5. \int_{-1}^{10} f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} -2x + 1, & \text{если } x \leq 0, \\ 0, & \text{если } 0 < x \leq 9, \\ 4\sqrt{x}, & \text{если } x > 9. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$2.1. y = x^2 \sqrt{4 - x^2}, \quad y = 0, \quad (0 \leq x \leq 2); \quad 2.2. \rho = \sin 3\varphi;$$

$$2.3. \begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases} \quad y = 3 \quad (0 < x < 4\pi, \quad y \geq 3).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

$$3.1. y = e^x + 6, \quad \ln \sqrt{8} \leq x \leq \ln \sqrt{15}; \quad 3.2. \rho = 3e^{3\varphi/4}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3;$$

$$3.3. \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченной графиками функций:

$$4.1. \text{вокруг } Ox: x = \sqrt[3]{y - 2}, \quad x = 1, \quad y = 1;$$

$$4.2. \text{вокруг } Oy: y = x^2 + 2x, \quad y = 0.$$

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{(x - 4)(x + 4)x}; \quad 5.2. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^8 + 2}}.$$

Вариант 7

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_0^{\pi} (9x^2 + 9x + 11) \cos 3x dx;$$

$$1.2. \int_0^{1/2} \frac{8x - \operatorname{arctg} 2x}{1 + 4x^2} dx;$$

$$1.3. \int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}};$$

$$1.4. \int_{2 \operatorname{arctg}(1/3)}^{2 \operatorname{arctg}(1/2)} \frac{dx}{\sin x (1 - \sin x)};$$

$$1.5. \int_{-3}^7 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x \leq 0, \\ x^2 + 1, & \text{если } 0 < x \leq 4, \\ 1/\sqrt{x}, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$2.1. y = \cos x \sin^2 x, \quad y = 0, \quad (0 \leq x \leq \pi/2);$$

$$2.2. \rho = 6 \sin 3\varphi, \quad \rho = 3 \quad (\rho \geq 3);$$

$$2.3. \begin{cases} x = 16 \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t, \end{cases} \quad x = 6\sqrt{3} \quad (x \geq 6\sqrt{3}).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

$$3.1. y = 2 + \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}, \quad 1/4 \leq x \leq 1;$$

$$3.2. \rho = 4e^{4\varphi/3}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3; \quad 3.3. \begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t), \end{cases} \quad \pi \leq t \leq 2\pi.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций.

$$4.1. \text{вокруг } Ox: y = xe^x, \quad y = 0, \quad x = 1;$$

$$4.2. \text{вокруг } Oy: y^2 + x^2 = 1, \quad y = 0, \quad x = 0.$$

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[5]{x^{10} + 2}};$$

$$5.2. \int_{-1}^1 \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x-2} \sqrt{x+2}}.$$

Вариант 8

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_0^{\pi} (8x^2 + 16x + 17) \cos 4x dx;$$

$$1.2. \int_1^4 \frac{1/(2\sqrt{x}) + 1}{(\sqrt{x} + x)^2} dx;$$

$$1.3. \int_{2\arctg(1/2)}^{\pi/2} \frac{dx}{(1 + \sin x - \cos x)^2};$$

$$1.4. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(4 - x^2)^3}};$$

$$1.5. \int_{-2}^8 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} 3x - 4, & \text{если } x \leq 1, \\ 5, & \text{если } 4 < x \leq 1, \\ \sqrt{x^3}, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$2.1. y = \sqrt{e^x - 1}, \quad y = 0, \quad x = \ln 2;$$

$$2.2. \rho = \cos 3\varphi;$$

$$2.3. \begin{cases} x = 6 \cos t, \\ y = 2 \sin t, \end{cases} \quad y = \sqrt{3} \quad (y \geq \sqrt{3}).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

$$3.1. y = \ln(x^2 - 1), \quad 2 \leq x \leq 3;$$

$$3.2. \rho = \sqrt{2} e^{\varphi}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3;$$

$$3.3. \begin{cases} x = \frac{1}{2} \cos t - \frac{1}{4} \cos 2t, \\ y = \frac{1}{2} \sin t - \frac{1}{4} \sin 2t, \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq 2\pi/3.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x - x^2$, $y = -x + 2$, $x = 0$.

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^4 + 2}};$$

$$5.2. \int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{x-1} \sqrt{x+1}}.$$

Вариант 9

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_0^{2\pi} (3x^2 + 5) \cos 2x dx;$$

$$1.2. \int_0^1 \frac{x dx}{x^4 + 1};$$

$$1.3. \int_{-\arctg(1/3)}^0 \frac{3 \operatorname{tg} x + 1}{2 \sin 2x - 5 \cos 2x + 1} dx;$$

$$1.4. \int_0^1 \frac{x^4 dx}{(2 - x^2)^{3/2}};$$

$$1.5. \int_{-5}^4 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{если } x \leq -3, \\ 0, & \text{если } -3 < x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$2.1. y = \frac{1}{x\sqrt{1 + \ln x}}, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = e^3;$$

$$2.2. \rho = \cos \varphi, \quad \rho = \sqrt{2} \sin(\varphi - \pi/4), \quad (-\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/2);$$

$$2.3. \begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t), \end{cases} \quad y = 3 \quad (0 < x < 6\pi, \quad y \geq 3).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями:

$$3.1. y = \sqrt{1 - x^2} + \arccos x, \quad 0 \leq x \leq 8/9;$$

$$3.2. \rho = 5e^{5\varphi/12}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3;$$

$$3.3. \begin{cases} x = 3(\cos t + t \sin t), \\ y = 3(\sin t - t \cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x - x^2$, $y = -x + 2$.

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{32 - x^5}};$$

$$5.2. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt[4]{1 - x} \sqrt{x + 1}}.$$

Вариант 10

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_0^{2\pi} (2x^2 - 15) \cos 3x dx;$$

$$1.2. \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x + 1/x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx;$$

$$1.3. \int_{\pi/4}^{\operatorname{arctg} 3} \frac{1 + \operatorname{ctg} x}{(\sin x + 2 \cos x)^2} dx;$$

$$1.4. \int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16 - x^2}};$$

$$1.5. \int_{-4}^2 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} 3x, & \text{если } x \leq -2, \\ x^3, & \text{если } -2 < x \leq 0, \\ 4, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$2.1. y = \arccos x, \quad y = 0, \quad x = 0;$$

$$2.2. \rho = \sin \varphi, \quad \rho = \sqrt{2} \cos(\varphi - \pi/4), \quad (0 \leq \varphi \leq 3\pi/4);$$

$$2.3. \begin{cases} x = 8\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t, \end{cases} \quad x = 4 \quad (x \geq 4).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

$$3.1. y = \ln(1 - x^2), \quad 0 \leq x \leq 1/4;$$

$$3.2. \rho = 12e^{12\varphi/5}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3;$$

$$3.3. \begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = e^{1-x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt{x^4 + 2}};$$

$$5.2. \int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt[5]{x-1} \sqrt{(x+1)^3}}.$$

Вариант 11

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_0^{2\pi} (3 - 7x^2) \cos 2x dx;$$

$$1.2. \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x - 1/x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx;$$

$$1.3. \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1 + \sin x - \cos x};$$

$$1.4. \int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx;$$

$$1.5. \int_{-10}^0 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} 5, & \text{если } x \leq -5, \\ x^2, & \text{если } -5 < x \leq -1, \\ 3 - x/4, & \text{если } x > -1. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$2.1. y = (x+1)^2, \quad y^2 = x+1; \quad 2.2. \rho = 6 \cos 3\varphi, \quad \rho = 3 \quad (\rho \geq 3);$$

$$2.3. \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos t, \\ y = 3\sqrt{2} \sin t, \end{cases} \quad y = 3 \quad (y \geq 3).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

$$3.1. y = 2 + \operatorname{ch} x, \quad 0 \leq x \leq 1;$$

$$3.2. \begin{cases} x = 6 \cos^3 t, \\ y = 6 \sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3$$

$$3.3. \rho = 1 - \sin \varphi, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq -\pi/6.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2$, $y^2 - x = 0$.

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^5 + 32}};$$

$$5.2. \int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt[5]{(x-1)^4} \sqrt{x+1}}.$$

Вариант 12

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_0^{2\pi} (1-8x^2) \cos 4x dx$$

$$1.2. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{\operatorname{arctg} x + x}{1+x^2} dx$$

$$1.3. \int_0^4 \frac{dx}{(16+x^2)^{3/2}}$$

$$1.4. \int_0^{\pi/2} \frac{(1+\cos x) dx}{1+\sin x + \cos x}$$

$$1.5. \int_{-4}^2 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} -x/4, & \text{если } x \leq -2, \\ 0, & \text{если } -2 < x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций

$$2.1. y = 2x - x^2 + 3, \quad y = x^2 - 4x + 3;$$

$$2.2. \rho = 1/2 + \sin \varphi;$$

$$2.3. \begin{cases} x = 6(t - \sin t), \\ y = 6(1 - \cos t), \end{cases} \quad y = 9 \quad (0 < x < 12\pi, \quad y \geq 9).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

$$3.1. y = 1 - \ln \cos x, \quad 0 \leq x \leq \pi/6;$$

$$3.2. \rho = 2(1 - \cos \varphi), \quad -\pi \leq \varphi \leq -\pi/2;$$

$$3.3. \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq \pi.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $x^2 + (y-2)^2 = 1$.

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3 + 8}};$$

$$5.2. \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{(x-1)^4} \sqrt{x+1}}.$$

Вариант 13

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 1) \sin 3x dx$$

$$1.2. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x - (\operatorname{arctg} x)^4}{1 + x^2} dx$$

$$1.3. \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{1 + \sin x + \cos x}$$

$$1.4. \int_0^4 x^2 \sqrt{16 - x^2} dx$$

$$1.5. \int_{-5}^5 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} 2, & \text{если } x \leq -3, \\ 2x - 3, & \text{если } -3 < x \leq 3, \\ -x^2, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций

$$2.1. y = x\sqrt{36 - x^2}, \quad y = 0, \quad (0 \leq x \leq 6);$$

$$2.2. \rho = \cos \varphi, \quad \rho = \sin \varphi, \quad (0 \leq \varphi \leq \pi/2);$$

$$2.3. \begin{cases} x = 32 \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t, \end{cases} \quad x = 4 \quad (x \geq 4).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

$$3.1. y = e^x + 13, \quad \ln \sqrt{15} \leq x \leq \ln \sqrt{24};$$

$$3.2. \rho = 3(1 + \sin \varphi), \quad -\pi/6 \leq \varphi \leq 0;$$

$$3.3. \begin{cases} x = 2,5(t - \sin t), \\ y = 2,5(1 - \cos t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq \pi.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = 1 - x^2$, $x = 0$, $x = \sqrt{y - 2}$, $x = 1$.

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^4 - 1}};$$

$$5.2. \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{x-1} \cdot \sqrt{x+1}}.$$

Вариант 14

1. Вычислите определенные интегралы:

1.1. $\int_0^3 (x^2 - 3x) \sin 2x dx;$

1.2. $\int_0^1 \frac{x^3}{x^2 + 1} dx;$

1.3. $\int_0^{2 \operatorname{arctg}(1/2)} \frac{1 + \sin x}{(1 - \sin x)^2} dx;$

1.4. $\int_0^{5/2} \frac{x^2 dx}{\sqrt{25 - x^2}};$

1.5. $\int_{-3}^3 f(x) dx, f(x) = \begin{cases} 1 - x/3 & \text{если } x \leq -2, \\ 4, & \text{если } -2 < x \leq 1, \\ x^2/3, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций

2.1. $x = \arccos y, x = 0, y = 0;$

2.2. $\rho = \sqrt{2} \cos(\varphi - \pi/4), \rho = \sqrt{2} \sin(\varphi - \pi/4), (\pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/4);$

2.3. $\begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 8 \sin t, \end{cases} y = 4 \quad (y \geq 4).$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

3.1. $y = -\arccos \sqrt{x} + \sqrt{x - x^2}, 0 \leq x \leq 1/4;$

3.2. $\rho = 4(1 - \sin \varphi), 0 \leq \varphi \leq \pi/6;$

3.3. $\begin{cases} x = 3,5(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 3,5(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} 0 \leq t \leq \pi/2.$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2, y = 1, x = 2$.

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

5.1. $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{(x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3)^2};$

5.2. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{x - x^5}}.$

Вариант 15

1. Вычислите определенные интегралы:

1.1. $\int_0^{\pi} (x^2 - 3x + 2) \sin x dx;$

1.2. $\int_0^{\sin 1} \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx;$

1.3. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1 + \sin x + \cos x};$

1.4. $\int_0^5 x^2 \sqrt{25 - x^2} dx;$

1.5. $\int_0^7 f(x) dx, f(x) = \begin{cases} 3 - x, & \text{если } x \leq 2, \\ 4x, & \text{если } 2 < x \leq 6, \\ 0, & \text{если } x > 6. \end{cases}$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций

2.1. $y = \operatorname{arctg} x, y = 0, x = \sqrt{3};$

2.2. $\rho = \cos \varphi, \rho = 2 \cos \varphi;$

2.3. $\begin{cases} x = 6(t - \sin t), \\ y = 6(1 - \cos t), \end{cases} y = 6 \quad (0 < x < 12\pi, y \geq 6).$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

3.1. $y = 2 - e^x, \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8};$

3.2. $\rho = 5(1 - \cos \varphi), -\pi/3 \leq \varphi \leq 0;$

3.3. $\begin{cases} x = 6(\cos t + t \sin t), \\ y = 6(\sin t - t \cos t), \end{cases} 0 \leq t \leq \pi.$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^3, y = \sqrt{x}$

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

5.1. $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt[4]{(x^2 + 1)^5}};$

5.2. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{(x-1)^6}}.$

Вариант 16

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 - 5x + 6) \sin 3x dx;$$

$$1.2. \int_1^3 \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+1)} dx;$$

$$1.3. \int_0^{2 \operatorname{arctg}(1/3)} \frac{\cos x dx}{(1 - \sin x)(1 + \cos x)};$$

$$1.4. \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx;$$

$$1.5. \int_2^{16} f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x \leq 3, \\ 0, & \text{если } 3 < x \leq 9, \\ 4/\sqrt{x}, & \text{если } x > 9. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$2.1. y = x^2 \sqrt{8 - x^2}, \quad y = 0, \quad (0 \leq x \leq 2\sqrt{2});$$

$$2.2. \rho = \sin \varphi, \quad \rho = 2 \sin \varphi;$$

$$2.3. \begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 4 \sin^3 t, \end{cases} \quad x = 3\sqrt{3} \quad (x \geq 3\sqrt{3}).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

$$3.1. y = \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq 15/16;$$

$$3.2. \rho = 6(1 + \sin \varphi), \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq 0;$$

$$3.3. \begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/2.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = \sin(\pi x/2)$, $y = x^2$.

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_1^{\infty} \frac{\sqrt{1+x} dx}{x \cdot \sqrt[3]{(x+3)}};$$

$$5.2. \int_0^1 \frac{dx}{x \ln(x+1)}.$$

Вариант 17

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) \sin 2x dx;$$

$$1.2. \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 1}};$$

$$1.3. \int_{-2\pi/3}^0 \frac{\cos x dx}{1 + \cos x - \sin x};$$

$$1.4. \int_0^{4\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(64 - x^2)^3}};$$

$$1.5. \int_{-1}^6 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } x \leq 0, \\ x+1, & \text{если } 0 < x \leq 4, \\ \frac{2}{x}, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$2.1. x = \sqrt{e^y - 1}, \quad x = 0, \quad y = \ln 2;$$

$$2.2. \rho = 1 + \sqrt{2} \cos \varphi;$$

$$2.3. \begin{cases} x = 6 \cos^3 t, \\ y = 4 \sin^3 t, \end{cases} \quad x = 2\sqrt{3} \quad (x \geq 2\sqrt{3}).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

$$3.1. y = 1 - \ln \sin x, \quad \pi/3 \leq x \leq \pi/2;$$

$$3.2. \rho = 7(1 - \sin \varphi), \quad -\pi/6 \leq \varphi \leq \pi/6;$$

$$3.3. \begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 8 \sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/6.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = \arccos(x/3)$, $y = \arccos x$, $y = 0$

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_1^{\infty} \operatorname{arctg} x dx;$$

$$5.2. \int_{-1}^1 \frac{dx}{1 - \cos^3 \sqrt{x}}.$$

Вариант 18

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x^2 + 17,5) \sin 2x dx;$$

$$1.2. \int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx;$$

$$1.3. \int_{-\pi/2}^0 \frac{\cos x dx}{(1 + \cos x - \sin x)^2};$$

$$1.4. \int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2 - 2}}{x^4} dx;$$

$$1.5. \int_2^9 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ x/2, & \text{если } 1 < x \leq 4, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций

$$2.1. y = x\sqrt{4 - x^2}, \quad y = 0, \quad (0 \leq x \leq 2); \quad 2.2. \rho = 1/2 + \cos \varphi;$$

$$2.3. \begin{cases} x = 10(t - \sin t), \\ y = 10(1 - \cos t), \end{cases} \quad y = 15 \quad (0 < x < 20\pi, \quad y \geq 15).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

$$3.1. y = 1 - \ln(x^2 - 1), \quad 3 \leq x \leq 4;$$

$$3.2. \rho = 8(1 - \cos \varphi), \quad -2\pi/3 \leq \varphi \leq 0;$$

$$3.3. \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = \arcsin(x/5)$, $y = \arcsin x$, $y = \pi/2$

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx;$$

$$5.2. \int_0^1 \frac{dx}{\ln(1 + \sqrt[3]{x})}.$$

Вариант 19

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - 5x^2) \sin x dx;$$

$$1.2. \int_{\sqrt{2}}^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}};$$

$$1.3. \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{(1 + \cos x + \sin x)^2};$$

$$1.4. \int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x^4 dx}{(16 - x^2)\sqrt{16 - x^2}};$$

$$1.5. \int_{-6}^2 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} 2 - x/2, & \text{если } x \leq -4, \\ 3, & \text{если } -4 < x \leq 0, \\ x^3, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций

$$2.1. y = \frac{x}{1 + \sqrt{x}}, \quad y = 0, \quad x = 1;$$

$$2.2. \rho = 1 + \sqrt{2} \sin \varphi;$$

$$2.3. \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t, \end{cases} \quad x = 1 \quad (x \geq 1).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями

$$3.1. y = \sqrt{x - x^2} - \arccos \sqrt{x} + 5, \quad 1/9 \leq x \leq 1;$$

$$3.2. \rho = 2\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 3/4;$$

$$3.3. \begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq 2\pi/3.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2$, $x = 2$, $y = 0$

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_2^{\infty} \frac{x}{\ln x} dx;$$

$$5.2. \int_{-1}^1 \frac{dx}{e^{\sqrt[3]{x}} - 1}.$$

Вариант 20

1. Вычислите определенные интегралы:

$$1.1. \int_{\frac{\pi}{4}}^3 (3x - x^2) \sin 2x dx;$$

$$1.2. \int_1^e \frac{x^2 + \ln x^2}{x} dx;$$

$$1.3. \int_0^{2 \operatorname{arctg}(1/2)} \frac{(1 - \sin x) dx}{\cos x (1 + \cos x)};$$

$$1.4. \int_{-3}^3 x^2 \sqrt{9 - x^2} dx;$$

$$1.5. \int_{-5}^0 f(x) dx, \quad f(x) = \begin{cases} 3, & \text{если } x \leq -4, \\ x - 1, & \text{если } -4 < x \leq -2, \\ x^2, & \text{если } x > -2. \end{cases}$$

2. Вычислите площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$2.1. y = \frac{1}{1 + \cos x}, \quad y = 0, \quad x = \pi/2, \quad x = -\pi/2;$$

$$2.2. \rho = (5/2) \sin \varphi, \quad \rho = (3/2) \sin \varphi;$$

$$2.3. \begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t, \\ y = 4\sqrt{2} \sin t, \end{cases} \quad y = 4 \quad (y \geq 4).$$

3. Вычислите длины дуг кривых, заданных уравнениями:

$$3.1. y = -\arccos x + \sqrt{1 - x^2} + 1, \quad 0 \leq x \leq 9/16;$$

$$3.2. \rho = 2\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 4/3;$$

$$3.3. \begin{cases} x = 2(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 2(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3.$$

4. Вычислите объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 + 1$, $y = x$, $x = 0$, $y = 0$

4.1. вокруг Ox ;

4.2. вокруг Oy .

5. Исследуйте на сходимость несобственные интегралы:

$$5.1. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x};$$

$$5.2. \int_{-1}^1 \frac{dx}{(1 + \sqrt[3]{x})^5 - 1}.$$

Индивидуальное задание №3

Вариант №1

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

1.1. $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$;

1.2. $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0$.

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

2.1. $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{4y}{x} + 2$;

2.2. $xy' = \frac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2}$.

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

3.1. $y' - \frac{y}{x} = x^2$;

3.2. $y^2dx + \left(x + e^{\frac{2}{y}}\right)dy = 0$.

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$3x^2e^ydx + (x^3e^y - 1)dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

6.1. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}$, $y(1) = 1$;

6.2. $2(1+e^x)yy' = e^x$, $y(0) = 0$;

6.3. $(y^2 - 3x^2)dy + 2xy = 0$, $y(1) = -2$.

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

7.1. $(y^2 + xy^2)y' + x^2 - x^2y = 0$;

7.2. $xy' = y \sin \frac{y}{x}$;

7.3. $\left(\frac{\sin 2x}{y} + y\right)dx + \left(y - \frac{\sin^2 x}{y^2}\right)dy = 0$;

7.4. $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{2x}{\cos x}$.

Вариант №2

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

1.1. $6xdx - 6ydy = 2x^2ydy - 3xy^2dx$;

1.2. $y'y\sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$.

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

$$2.1. 2y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{6y}{x} + 3;$$

$$2.2. xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

$$3.1. y' - y \operatorname{ctgx} = 2x \sin x;$$

$$3.2. (y^4 e^y + 2x)y' = y.$$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$xy' + y = 2y^2 \ln x.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$\left(3x^2 + \frac{2}{y} \cos \frac{2}{y} \right) dx - \frac{2x}{y^2} \cos \frac{2x}{y} dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

$$6.1. y' - y \cos x = \sin 2x, y(0) = -1;$$

$$6.2. y - xy' = 1 + x^2 y', y(1) = 1;$$

$$6.3. y' = \frac{y^2 - 2xy - x^2}{y^2 + 2xy - x^2}, y(1) = -1.$$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

$$7.1. ye^{2x} dx - (1 + e^{2x}) dy = 0;$$

$$7.2. x \ln \left(\frac{x}{y} \right) dy - y dx = 0;$$

$$7.3. 2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y) dy = 0;$$

$$7.4. (y^2 - 6x)y' + 2y = 0.$$

Вариант №3

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

$$1.1. \sqrt{4 + y^2} dx - y dy = x^2 y dy;$$

$$1.2. \sqrt{4 - x^2} y' + xy^2 + x = 0.$$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

$$2.1. 3y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{8y}{x} + 4;$$

$$2.2. xy' = \frac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2}.$$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

$$3.1. y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x;$$

$$3.2. y^2 dx + (xy - 1) dy = 0.$$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$2(xy' + y) = xy^2.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$(3x^2 + 4y^2)dx + (8xy + e^y)dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

$$6.1. y' - 3x^2 y = \frac{x^2(x^3 + 1)}{3}, y(0) = 0;$$

$$6.2. \sin y \cos x dy = \cos y \sin x dx, y(0) = \frac{\pi}{4}; \quad 6.3. y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}, y(1) = 1.$$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

$$7.1. 2x^2 y y' + y^2 = 2;$$

$$7.2. y^3 dx + 2(x^3 - xy^2) dy = 0;$$

$$7.3. (\cos(x + y^2) + \sin x) dx + 2y \cos(x + y^2) dy = 0; \quad 7.4. (12y^3 - x)y' = 4y.$$

Вариант №4

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

$$1.1. \sqrt{3 + y^2} dx - y dy = x^2 y dy;$$

$$1.2. \sqrt{5 + y^2} + y y' \sqrt{1 - x^2} = 0.$$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

$$2.1. y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{6y}{x} + 6;$$

$$2.2. y' = \frac{2y + x}{2x - y}.$$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

$$3.1. y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x;$$

$$3.2. 2(4y^2 + 4y - x)y' = 1.$$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$y' + 4x^3 y = 4(x^3 + 1)e^{-4x} y^2.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$\left(2x - 1 - \frac{y}{x^2}\right)dx - \left(2x - \frac{1}{x}\right)dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

6.1. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}, y(1) = 1;$

6.2. $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}, y(0) = 1;$

6.3. $y' = e^{-y/x} + \frac{y}{x}, y(1) = 0.$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

7.1. $y' \sin x - y\sqrt{\ln y} = 0;$ 7.2. $(3x^2y - 4xy^2)dx + (x^3 - 4x^2y + 12y^3)dy = 0;$

7.3. $(\ln x + y^3)dx + 3xy^2dy = 0;$ 7.4. $\frac{dy}{dx} - \frac{x+1}{x} = \frac{3y}{x}.$

Вариант №5

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

1.1. $x\sqrt{3+y^2}dx + y\sqrt{2+x^2}dy = 0;$

1.2. $2x + 2xy^2 + y'\sqrt{2-x^2} = 0.$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

2.1. $2y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{8y}{x} + 8;$

2.2. $y' = \frac{y+x}{x-y}.$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

3.1. $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x;$

3.2. $(\cos 2y \cdot \cos^2 y - x)y' = \sin y \cos y.$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$xy' - y = -y^2(\ln x + 2)y^2.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$(y^2 + y \sec^2 x)dx + (2xy + \operatorname{tg} x)dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

$$6.1. y' - 4xy = -4x^3, y(0) = -\frac{1}{2};$$

$$6.2. y' \sin x = y \ln y, y(\pi/2) = e;$$

$$6.3. (x + 2y)dx - xdy = 0, y(0) = 0.$$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

$$7.1. x \frac{dy}{dx} + y = 3;$$

$$7.2. (y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0;$$

$$7.3. \left(\frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4} \right) dx - \frac{2y}{x^3} dy = 0;$$

$$7.4. (1 + x^2)y' = xy + x^2y^2.$$

Вариант №6

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

$$1.1. (e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0;$$

$$1.2. \sqrt{3 + y^2} + yy'\sqrt{1 - x^2} = 0.$$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

$$2.1. y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{8y}{x} + 12;$$

$$2.2. y' = \frac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}.$$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

$$3.1. y' - \frac{y}{x+1} = e^x(x+1);$$

$$3.2. (x \cos^2 y - y^2)y' = y \cos^2 y.$$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$2(y' + xy) = (1 + x)e^{-x}y^2.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$(3x^2y + 2y + 3)dx + (x^3 + 2x + 3y^2)dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

$$6.1. y' - y \cos x = -\sin 2x, y(0) = 3;$$

$$6.2. y' \operatorname{ctg} x + y = 2, y(0) = -1;$$

$$6.3. xy' = y \left(1 + \ln \frac{y}{x} \right), y(1) = e^{-0,5}.$$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

$$7.1. e^{3y} \sin^2 x dx + \cos^2 x dy = 0;$$

$$7.2. \left(3x^2 e^{\frac{y}{x}} + 2y^2 \right) dx = 2xy dy;$$

$$7.3. \left(\sin y + y \sin x + \frac{1}{x} \right) dx + \left(x \cos y - \cos x + \frac{1}{y} \right) dy = 0;$$

$$7.4. (x^2 + y) dx + x dy = 0.$$

Вариант №7

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

$$1.1. 6x dx - 6y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx;$$

$$1.2. (1 - e^{3x}) y y' = e^{3x}.$$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

$$2.1. 4y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{10y}{x} + 5;$$

$$2.2. xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y.$$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

$$3.1. y' - \frac{y}{x} = x \sin x;$$

$$3.2. e^{y^2} (dx - 2xy dy) = y dy.$$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$3(xy' + y) = y^2 \ln x.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{y} - \frac{x}{y^2} \right) dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

$$6.1. y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3, y(0) = -\frac{1}{2};$$

$$6.2. (xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0, y(0) = 1;$$

$$6.3. y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}, y(1) = 1.$$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

$$7.1. e^{-y} \left(1 + \frac{dy}{dx} \right) = 1;$$

$$7.2. 4x - 3y + y'(2y - 3x) = 0;$$

$$7.3. (x^4 \ln x + 2xy^3)dx + 3x^2y^2dy = 0;$$

$$7.4. e^x y' + 2xye^{x^2} = x \sin x.$$

Вариант №8

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

$$1.1. x\sqrt{5 + y^2}dx + y\sqrt{4 + x^2}dy = 0;$$

$$1.2. y(2 - \ln y) + xy' = 0.$$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

$$2.1. 3y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{10y}{x} + 10;$$

$$2.2. xy' = \frac{3y^3 + 8yx^2}{2y^2 + 4x^2}.$$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

$$3.1. y' + \frac{y}{x} = \sin x;$$

$$3.2. (104y^3 - x)y' = 4y.$$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$2y' + y \cos x = y^{-1} \cos x (1 + \sin x).$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$(\sin 2x - 2 \cos(x + y))dx - 2 \cos(x + y)dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

$$6.1. y' + 2xy = xe^{-x^2} \sin x, y(0) = 1; \quad 6.2. x\sqrt{1 - y^2}dx + y\sqrt{1 - x^2}dy = 0, y(0) = 1;$$

$$6.3. (x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0, y(2) = 1.$$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

$$7.1. y' = (2y + 1) \operatorname{ctg} x;$$

$$7.2. x^2 - y^2 + 2xyy' = 0;$$

$$7.3. (y^3 + \cos x)dx + (3xy^2 + e^y)dy = 0; \quad 7.4. y' = e^{2x} - e^x y.$$

Вариант №9

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

$$1.1. 2xdx - 2ydy = x^2 y dy - 2xy^2 dx; \quad 1.2. x(1 + y^2) + yy'\sqrt{3 + x^2} = 0.$$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

$$2.1. y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{3y}{x} + 2; \quad 2.2. y' = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{2x^2 - 2xy}.$$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

$$3.1. y' + \frac{y}{2x} = x^2; \quad 3.2. dx + (xy - y^3)dy = 0.$$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$y' + 4x^3 y = 4y^2 e^{4x} (1 - x^3).$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$\left(xy^2 + \frac{x}{y^2} \right) dx + \left(x^2 y - \frac{x^2}{y^3} \right) dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

$$6.1. y' - \frac{2y}{x+1} = e^x (x+1)^2, y(0) = 1;$$

$$6.2. y \ln y dx + x dy = 0, y(1) = 1; \quad 6.3. (x^2 + y^2) dx = 2xy dy, y(4) = 0.$$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

$$7.1. (xy^2 + x)dx + (y^3 - x^2 y^3)dy = 0; \quad 7.2. 2xy'(x^2 + y^2) = y(y^2 + 2x^2);$$

$$7.3. xe^{y^2} dx + (x^2 ye^{y^2} + \operatorname{tg}^2 y) dy = 0;$$

$$7.4. (x + y^2) dx + 2xy dy = 0.$$

Вариант №10

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

$$1.1. 4x dx - y dy = x^2 y dy - 3xy^2 dx;$$

$$1.2. x\sqrt{4 - y^2} + yy'(1 + x^2) = 0.$$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

$$2.1. y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{3y}{x} + 5;$$

$$2.2. xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

$$3.1. y' + \frac{2xy}{x^2 + 1} = \frac{2x^2}{x^2 + 1};$$

$$3.2. (3y \cos 2y - 2y^2 \sin 2y - 2x)y' = 0.$$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$2xy' - y = -(5x^2 + 3)y^3.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$\left(\frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4} \right) dx - \frac{2y}{x^3} dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

$$6.1. y' + xy = -x^3, y(0) = 3;$$

$$6.2. (1 + e^x)yy' = e^y, y(0) = 0;$$

$$6.3. y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}, y(-1) = 1.$$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

$$7.1. (1 - y)e^y y' + \frac{y^2}{x \ln x} = 0;$$

$$7.2. x dy = \left((\cos^4 \frac{y}{x} + \cos^2 \frac{y}{x}) x + y \right) dx;$$

$$7.3. (3xy^2 + 2x^3) dx + 3(2x^2 y + y^2) dy = 0;$$

$$7.4. y' = \frac{1}{x \cos y + \sin 2y}.$$

Вариант №11

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

1.1. $x dx - y dy = x^2 y dy - xy^2 dx$;

1.2. $x\sqrt{1+e^y} + y'e^y\sqrt{2+x^2} = 0$.

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

2.1. $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{5y}{x} - 2$;

2.2. $xy' = \frac{3y^3 + 10yx^2}{2y^2 + 5x^2}$.

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

3.1. $y' - \frac{(2x-5)y}{x^2} = 5$;

3.2. $8(4y^2 + xy - y)y' = 1$.

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$3xy' + 5y = (4x - 5)y^4.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$\frac{y}{x^2} \cos \frac{y}{x} dx - \left(\frac{1}{x} \cos \frac{y}{x} + 2y \right) dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

6.1. $y' + \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}, y(0) = \frac{2}{3}$;

6.2. $4x - 3y + y'(2y - 3x) = 0, y(1) = 1$;

6.3. $e^y(1+x^2)dy - 2x(1+e^y)dx = 0, y(0) = 0$.

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

7.1. $yy'(1+x^2) = 1+y^2$;

7.2. $xy' = y \left(1 + \ln \frac{y}{x} \right)$;

7.3. $(y^2 \sin 2x + 1)dx - 2y \cos^2 x dy = 0$;

7.4. $y' = \frac{y}{x+y^2}$.

Вариант №12

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

1.1. $3xdx + ydy = x^2 ydy - 4xy^2 dx$;

1.2. $x\sqrt{4-y^2} + y'\sqrt{2+x^2} = 0$.

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

2.1. $3y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{10y}{x} + 10$;

2.2. $y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy}$.

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

3.1. $y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} e^x$;

3.2. $(2\ln y - \ln^2 y)dy = ydx - xdy$.

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$2y' + 3y \cos x = e^{2x} (2 + 3 \cos x) y^{-1}.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + y \right) dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + x \right) dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

6.1. $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1$;

6.2. $2xy'(x^2 + y^2) = y(2x^2 + y^2), y(1) = 1$;

6.3. $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0, y(0) = 1$.

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

7.1. $x^2 + xy' = 3x + y'$;

7.2. $xydy - y^2 dx = (x + y)^2 dx$;

7.3. $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + y \right) dx + \left(x + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) dy = 0$;

7.4. $3xy' + 5y = 4x - 5$.

Вариант №13

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

1.1. $3xdx + 4ydy = 2x^2 ydy + 3xy^2 dx$;

1.2. $x(4 + y^2) + yy'\sqrt{9 - x^2} = 0$.

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

2.1. $4y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{4y}{x} - 4;$

2.2. $xy' = 3\sqrt{2x^2 + y^2} + y.$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

3.1. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{2\ln x}{x};$

3.2. $2(x + y^4)y' = y.$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$3y' + 2xy = 2xy^{-2}e^{-2x^2}.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$\frac{1+xy}{x^2y}dx + \frac{1-xy}{xy^2}dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

6.1. $y' + \frac{(1-2x)y}{x^2} = 1, y(1) = 1;$

6.2. $yy' = 2y - x, y(1) = 2;$

6.3. $y'tgx - y = 1, y(\pi/2) = 1.$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

7.1. $y' = x \cdot 5^{2(x^2-y)};$

7.2. $2x^2dy + (x^2 + y^2)dx = 0;$

7.3. $\left(1 + e^{\frac{x}{y}}\right)dx + e^{\frac{x}{y}}\left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0;$

7.4. $dx + (xy - y^3)dy = 0.$

Вариант №14

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

1.1. $3(x^2y + y)dy + \sqrt{4 - y^2} = 0;$

1.2. $x - 2xy^2 + y'\sqrt{4 - x^2} = 0.$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

2.1. $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{8y}{x} + 12;$

2.2. $xy' = \frac{3y^3 + 12yx^2}{2y^2 + 6x^2}.$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

3.1. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3};$

3.2. $y^3(y-1)dx + 3xy^2(y-1)dy = (y+2)dy.$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$3(xy' + y) = xy^2.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$\frac{dx}{y} - \frac{x+y^2}{y^2} dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

6.1. $y' - \frac{2xy}{x^2+1} = x^2 + 1, y(1) = 3;$

6.2. $xy' \cos\left(\frac{y}{x}\right) = y \cos\left(\frac{y}{x}\right) - x, y(1) = 0;$

6.3. $yy' = \frac{1-2x}{y}, y(1) = 1.$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

7.1. $(1+y^2)dx - (2y + \sqrt{1+y^2})(1+x)^{3/2}dy = 0;$

7.2. $xy' - y = x \left(\operatorname{tg} \frac{y}{x} + 1 \right);$

7.3. $(3x \sin y + 1)dx = (1,5x^2 \cos y + 3)dy;$

7.4. $2(x+y^4)y' = y.$

Вариант №15

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

1.1. $2xdx + ydy = x^2ydy - xy^2dx;$

1.2. $e^{-x}\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+e^{-2x}} = 0.$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

2.1. $2y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{8y}{x} + 8;$

2.2. $xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y.$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

$$3.1. y' + \frac{2y}{x} = x^3;$$

$$3.2. 2y^2 dx + \left(x + e^{\frac{1}{y}} \right) dy = 0.$$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$\frac{y}{x^2} dx - \frac{xy + 1}{x} dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

$$6.1. y' + \frac{y}{x} = 3x, y(1) = 1;$$

$$6.2. xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}, y(1) = 0;$$

$$6.3. xy' + y = y^2, y(1) = 2.$$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

$$7.1. y' = 2^{x-y};$$

$$7.2. (x^4 + 6x^2 y^2 + y^4) dx + 4xy(x^2 + y^2) dy = 0;$$

$$7.3. yx^{y-1} dx + x^y \ln x dy = 0;$$

$$7.4. dx + (x + y^2) dy = 0.$$

Вариант №16

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

$$1.1. 3(x^2 y + y) dy + \sqrt{4 - y^2} dx = 0;$$

$$1.2. y(2 + 3 \ln y) - 4xy' = 0.$$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

$$2.1. y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{6y}{x} - 6;$$

$$2.2. xy' = \frac{3y^3 + 14yx^2}{2y^2 + 7x^2}.$$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

$$3.1. y' + \frac{y}{x} = 3x;$$

$$3.2. (xy + \sqrt{y}) dy + y^2 dx = 0.$$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$xy' + y = y^2 \ln x.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$\left(xe^x + \frac{y}{x^2}\right)dx - \frac{dy}{x} = 0.$$

6. Решите задачу Коши

$$6.1. y' + \frac{2y}{x} = x^3, y(1) = -\frac{5}{6};$$

$$6.2. y' = 10^{x+y}, y(0) = 0;$$

$$6.3. (x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0, y(1) = 0.$$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

$$7.1. y \ln^3 y + y' \sqrt{x+1} = 0;$$

$$7.2. 3y \sin \frac{3x}{y} dx + \left(y - 3x \sin \frac{3x}{y}\right) dy = 0;$$

$$7.3. \frac{y}{x^2} dx - \frac{xy+1}{x} dy = 0;$$

$$7.4. e^{-y} dx + (1 - xe^{-y}) dy = 0.$$

Вариант №17

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

$$1.1. xdx + 5ydy = 3x^2ydy + xy^2dx;$$

$$1.2. y\sqrt{1+\ln^2 y} + y'\sqrt{4-x^2} = 0.$$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

$$2.1. y' = \frac{2y^2}{x^2} + \frac{3y}{x} - 2;$$

$$2.2. y' = \frac{x^2 + xy - 5y^2}{x^2 - 6xy}.$$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

$$3.1. y' - \frac{2xy}{x^2 + 1} = x^2 + 1;$$

$$3.2. \sin 2y dx = (\sin^2 2y - 2\sin^2 y + 2x) dy.$$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$y' + 2xy = 2x^3 y^3.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$\left(10xy - \frac{1}{\sin y}\right)dx + \left(5x^2 + \frac{x \cos y}{\sin^2 y} - y^2 \sin y^3\right)dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

6.1. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}, y(1) = 4;$ 6.2. $(y^2 + xy^2)y' + x^2 - x^2y = 0, y(0) = 0;$

6.3. $ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0, y(0) = 1.$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

7.1. $x(1 + y^2)dx + y^2\sqrt{1 + x^2}dy = 0;$

7.2. $(y - x)ydx + x^2dy = 0;$

7.3. $\left(xe^x + \frac{y}{x^2}\right)dx - \frac{dy}{x} = 0;$

7.4. $(xy + \sqrt{y})dy + y^2dx = 0.$

Вариант №18

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

1.1. $20xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 5xy^2dx;$

1.2. $x\sqrt{9 - y^2} + y'\sqrt{5 + x^2} = 0.$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

2.1. $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} - 2;$

2.2. $xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y.$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

3.1. $y' - \frac{(2x - 1)y}{x^2} = 1;$

3.2. $(y^2 + 2y - x)y' = 1.$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$2(xy' + y) = y^2 \ln x.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$\left(\frac{y}{x^2 + y^2} + e^x \right) dx - \frac{xdy}{x^2 + y^2} = 0.$$

6. Решите задачу Коши

6.1. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{2 \ln x}{x}, y(1) = 1;$

6.2. $(1 + y^2)dx + xydy = 0, y(1) = 1;$

6.3. $y = x(y' - \sqrt[3]{e^y}), y(1) = 0.$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

7.1. $y^2 - 1 + (2xy + 3y)y' = 0;$

7.2. $(x + 6\sqrt{x^2 + y^2})dy = ydx;$

7.3. $(x \cos 2y + 1)dx - x^2 \sin 2y dy = 0;$

7.4. $xy' + y - e^x = 0.$

Вариант №19

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

1.1. $2xdx + ydy = x^2 ydy - xy^2 dx;$

1.2. $\sqrt{9 - y^2} + xy'\sqrt{1 + \ln x} = 0.$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

2.1. $2y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{4y}{x} - 2;$

2.2. $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y.$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

3.1. $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3};$

3.2. $2y\sqrt{y}dx - (6x\sqrt{y} + 7)dy = 0.$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$y' - y \operatorname{tg} x = -\frac{2}{3} y^4 \sin x.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$e^y dx + (\cos y + xe^y)dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

6.1. $y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x}, y(1) = e;$ 6.2. $3e^x \operatorname{tg} y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dy = 0, y(1) = \frac{\pi}{4};$

6.3. $(y^2 - 3x^2)dy + 2xy = 0, y(1) = -2.$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

7.1. $x^2 y^2 y' + x^2 = 1;$

7.2. $y' = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2} + x};$

7.3. $\left(\frac{y}{x^2 + y^2} + e^x \right) dx - \frac{x dy}{x^2 + y^2} = 0;$ 7.4. $(x - x^3)y' + (2x^2 - 1)y - 2x^3 = 0.$

Вариант №20

1. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

1.1. $y^2(e^{3x} + 4)dy - e^{3x} dx = 0;$

1.2. $\sqrt{3 - 2y^2} - 4yy'\sqrt{1 + x^2} = 0.$

2. Найдите общий интеграл однородного дифференциального уравнения первого порядка

2.1. $2y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{6y}{x} + 3;$

2.2. $y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}.$

3. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка

3.1. $y' + 2xy = -2x^3;$

3.2. $dx = (\sin y + 3 \cos y + 3x)dy.$

4. Найдите общее решение уравнения Бернулли

$$2(y' + xy) = (x - 1)e^x y^2.$$

5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах

$$(y^3 + \cos x)dx + (3xy^2 + e^y)dy = 0.$$

6. Решите задачу Коши

6.1. $y' - \frac{(2x-5)y}{x^2} = 5, y(2) = 4;$ 6.2. $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0, y(0) = 0;$

6.3. $y - xy' = y \ln \frac{x}{y}, y(1) = 0.$

7. Определите тип дифференциального уравнения первого порядка и укажите метод его решения

7.1. $\frac{dx}{x^2(y-1)} + \frac{dy}{y(x+2)} = 0;$

7.2. $(\sqrt{xy} - x)dy + ydx = 0;$

7.3. $e^y dx + (\cos y + xe^y)dy = 0;$

7.4. $(x^3 + y)dx - xdy = 0.$

Индивидуальное задание №4

Вариант №1

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4;$

1.2. $y'''x \ln x = y''.$

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения:

2.1. $y'' + 3y' + 2y = 1 - x^2;$

2.2. $y'' + y = (16 - 12x)e^{-x};$

2.3. $y'' + 2y' = \sin x + \cos x;$

3. Найдите решение задачи Коши

3.1. $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos \pi x}, y(0) = 3, y'(0) = 0;$

3.2. $4y^3 y'' = y^4 - 1, y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$

4. Решите системы дифференциальных уравнений

4.1. $\begin{cases} y_1' = y_1 - 2y_2 \\ y_2' = y_1 + 4y_2 \end{cases}$

4.2. $\begin{cases} y_1' = y_2 + x^2 \\ y_2' = y_1 - x^2 \end{cases} \quad y_1(0) = 1, y_2(0) = 0.$

Вариант №2

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4;$

1.2. $y'''x + y'' = 1;$

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения:

2.1. $y'' - y' = 6x^2 + 3x;$

2.2. $4y'' + y = (16 - 12x)e^x$;

2.3. $y'' - 4y' + 4y = \sin 2x + 3\cos 2x$;

3. Найдите решение задачи Коши:

3.1. $y'' + 3y = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{3x}}, y(0) = \ln 4, y'(0) = 3(1 - \ln 2)$;

3.2. $y'' = 128y^3, y(0) = 1, y'(0) = 8$.

4. Решите системы дифференциальных уравнений

4.1. $\begin{cases} y_1' = y_1 - 3y_2 \\ y_2' = y_1 + 5y_2 \end{cases}$

4.2. $\begin{cases} y_1' = -4y_2 + \sin x & y_1(0) = 0, \\ y_2' = y_1 + \cos x & y_2(0) = 1 \end{cases}$

Вариант №3

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4$;

1.2. $y''' \operatorname{ctg} 2x + 2y'' = 0$.

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения:

2.1. $y'' + 3y' + 2y = 1 - x^2$;

2.2. $4y'' + y = (3x + 7)e^{2x}$;

2.3. $y'' + 2y' + y = 2\sin x + 3\cos x$.

3. Найдите решение задачи Коши:

3.1. $y'' + 4y = 8\operatorname{ctg} 2x, y(\pi/4) = 5, y'(\pi/4) = 4$;

3.2. $y''y^3 + 64 = 0, y(0) = 4, y'(0) = 2$.

4. Решите системы дифференциальных уравнений

4.1. $\begin{cases} y_1' = 3y_1 + y_2 \\ y_2' = y_1 + 3y_2 \end{cases}$

4.2. $\begin{cases} y_1' = y_2 - 1 & y_1(0) = 1, \\ y_2' = y_1 - 2 & y_2(0) = 0 \end{cases}$

Вариант №4

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4$;

1.2. $y''' \operatorname{tg} x = 2y''$.

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения:

2.1. $y'' + y' = x^2 + x$;

2.2. $y'' + 2y' + 2 = (2x + 5)e^{2x}$;

2.3. $y'' - 2y' + y = 3\sin x - \cos x$;

3. Найдите решение задачи Коши:

3.1. $y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{1 + e^{-2x}}, y(0) = 1 + 2\ln 2, y'(0) = 6\ln 2$.

3.2. $y'' + 2\sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$.

4. Решите системы дифференциальных уравнений

4.1. $\begin{cases} y_1' = y_1 + 6y_2 \\ y_2' = -2y_1 + 9y_2 \end{cases}$ 4.2. $\begin{cases} y_1' = -2y_1 + y_2 - e^{2x} & y_1(0) = 1, \\ y_2' = -3y_1 + 2y_2 + 6e^{2x} & y_2(0) = 0 \end{cases}$

Вариант №5

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4$;

1.2. $y''' \operatorname{tg} x = 5y''$.

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения :

2.1. $y'' - y = 5(x + 2)^2$;

2.2. $y'' + 6y' + 13y = (18x - 21)e^{-x}$;

2.3. $y'' - 4y' + 4y = \sin 2x - 3\cos 2x$;

3. Найдите решение задачи Коши:

3.1. $y'' - 9y' + 18y = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{-3x}}, y(0) = 0, y'(0) = 0$.

3.2. $y'' = 8\sin^3 y \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 2$.

4. Решите системы дифференциальных уравнений

4.1. $\begin{cases} y_1' = 9y_1 + 6y_2 \\ y_2' = 2y_1 + 8y_2 \end{cases}$

$$4.2. \begin{cases} y_1' = y_1 + y_2 - \cos x \\ y_2' = -2y_1 - y_2 + \cos x + \sin x \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = 1, \\ y_2(0) = -2 \end{matrix}$$

Вариант №6

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4;$

1.2. $y''' \operatorname{tg} x = y'' + 1.$

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения :

2.1. $y'' + 2y' + y = x^2 + x + 1;$

2.2. $y'' + 4y' + 8y = (2x - 5)e^x;$

2.3. $y'' - y' = 3 \sin x + 4 \cos x.$

3. Найдите решение задачи Коши

3.1. $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\sin \pi x}, y(0,5) = 1, y'(0,5) = \frac{\pi^2}{2}.$

3.2. $y'' = 32 \sin^3 y \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(0) = 4.$

4. Решите системы дифференциальных уравнений

$$4.1. \begin{cases} y_1' = -2y_1 + y_2 \\ y_2' = -3y_1 + 2y_2 \end{cases} \quad 4.2. \begin{cases} y_1' = -2y_1 - 4y_2 + 1 + 4x \\ y_2' = -y_1 + y_2 + 1,5x^2 \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = 5, \\ y_2(0) = 1 \end{matrix}$$

Вариант №7

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4;$

1.2. $y'''(1 + \sin x) = \cos x \cdot y''.$

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения:

2.1. $3y'' + y' = 6x - 1;$

2.2. $y'' - 2y' + 5y = (x - 1)e^x;$

2.3. $y'' + 6y' + 9y = 2 \sin 3x - \cos 3x;$

3. Найдите решение задачи Коши

$$3.1. y'' + \frac{y}{\pi^2} = \frac{1}{\pi^2 \cos(x/\pi)}, y(0) = 2, y'(0) = 0.$$

$$3.2. y'' = 98y^3, y(1) = 1, y'(1) = 7.$$

4. Решите системы дифференциальных уравнений

$$4.1. \begin{cases} y_1' = 7y_1 - 5y_2 \\ y_2' = -4y_1 + 8y_2 \end{cases} \quad 4.2. \begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = -y_1 + \frac{1}{\cos x} \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = 2, \\ y_2(0) = -4 \end{matrix}$$

Вариант №8

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

$$1.1. y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4;$$

$$1.2. y''' \operatorname{ctg} 3x + 3y'' = 0.$$

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения :

$$2.1. y'' + 4y' + 4y = x - x^2;$$

$$2.2. y'' - 6y' + 13y = (18x + 21)e^{2x};$$

$$2.3. y'' + 3y' + 2y = 2\sin 3x + 3\cos 3x;$$

3. Найдите решение задачи Коши

$$3.1. y'' - 3y' = \frac{9e^{-3x}}{3 + e^{-3x}}, y(0) = 4\ln 4, y'(0) = 3(3\ln 4 - 1);$$

$$3.2. y^3 y'' + 49 = 0, y(3) = -7, y'(3) = -1.$$

4. Решите системы дифференциальных уравнений

$$4.1. \begin{cases} y_1' = 5y_1 + y_2 \\ y_2' = -3y_1 + 9y_2 \end{cases} \quad 4.2. \begin{cases} y_1' = y_1 - 2y_2 + e^x \\ y_2' = y_1 + 4y_2 + e^{2x} \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = -1,5 \\ y_2(0) = 0,5 \end{matrix}$$

Вариант №9

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

$$1.1. y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4;$$

$$1.2. y'''x + y'' = x + 1.$$

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения :

2.1. $y'' + 3y' + 2y = 3x^2 + 2x$;

2.2. $y'' - 2y' + 5y = (8x + 4)e^x$;

2.3. $y'' - 2y' + y = 5\sin x + 2\cos x$;

3. Найдите решение задачи Коши

3.1. $y'' + y = 4\operatorname{ctg} x, y(\pi/2) = 4, y'(\pi/2) = 4$;

3.2. $y'' + 8\sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 2$.

4. Решите системы дифференциальных уравнений

4.1. $\begin{cases} y_1' = 5y_1 + 4y_2 \\ y_2' = -2y_1 + 11y_2 \end{cases}$ 4.2. $\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 \\ y_2' = y_1 - 5\sin x \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = 3, \\ y_2(0) = 1 \end{matrix}$

Вариант №10

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4$;

1.2. $y'''x^3 + x^2y'' = 1$.

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения:

2.1. $y'' - 4y = 12x^2 - 6x$;

2.2. $y'' + 9y = -4xe^x$;

2.3. $y'' - 4y' + 4y = \sin 2x - 3\cos 2x$;

3. Найдите решение задачи Коши

3.1. $y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{2 + e^{-2x}}, y(0) = 1 + 3\ln 3, y'(0) = 10\ln 3$;

3.2. $4y^3y'' = 16y^4 - 1, y(0) = \frac{\sqrt{2}}{2}, y'(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

4. Решите системы дифференциальных уравнений

4.1. $\begin{cases} y_1' = y_1 - 2y_2 \\ y_2' = 3y_1 + 6y_2 \end{cases}$ 4.2. $\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 + 16xe^x \\ y_2' = 2y_1 - y_2 \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = -11, \\ y_2(0) = -5 \end{matrix}$

Вариант №11

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4;$

1.2. $y'''x^5 + x^4y'' = 1.$

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения :

2.1. $y'' - 2y' = 4 - x;$

2.2. $y'' + 2y' + 5y = (20x + 14)e^{2x};$

2.3. $y'' + 6y' + 9y = 3\sin 3x - 2\cos 3x;$

3. Найдите решение задачи Коши

3.1. $y'' + 6y' + 8y = \frac{4e^{-2x}}{2 + e^{2x}}, y(0) = 0, y'(0) = 0;$

3.2. $y'' = 72y^3, y(2) = 1, y'(2) = 6.$

4. Решите системы дифференциальных уравнений

4.1. $\begin{cases} y_1' = 4y_1 + 2y_2 \\ y_2' = -y_1 + y_2 \end{cases}$

4.2. $\begin{cases} y_1' = y_2 + 1 \\ y_2' = -y_1 + x \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = 2, \\ y_2(0) = -1 \end{matrix}$

Вариант №12

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4;$

1.2. $y'''x - y'' = -\frac{1}{x}.$

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения :

2.1. $y'' + 5y' + 4y = 1 - x^2;$

2.2. $y'' - 2y' + 5y = 4(1 - x)e^{-x};$

2.3. $y'' + 8y' + 16y = \sin 4x - 3\cos 4x.$

3. Найдите решение задачи Коши:

3.1. $y'' + 9y = \frac{9}{\sin 3x}, y(\pi/6) = 4, y'(\pi/6) = 3\pi/2.$

3.2. $y^3y'' + 36 = 0, y(0) = 3, y'(0) = 2.$

4. Решите системы дифференциальных уравнений

$$4.1. \begin{cases} y_1' = 7y_1 + 2y_2 \\ y_2' = 3y_1 + 2y_2 \end{cases} \quad 4.2. \begin{cases} y_1' = -2y_2 + 3 \\ y_2' = 2y_1 - 2x \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = 2, \\ y_2(0) = -1 \end{matrix}$$

Вариант №13

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

$$1.1. y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4;$$

$$1.2. y'''x + y'' = -x.$$

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения:

$$2.1. y'' + 6y' + 8y = x^2 - x;$$

$$2.2. y'' + 6y' + 13y = -4xe^x;$$

$$2.3. 4y'' + 4y' + y = 2\sin 2x - \cos 2x;$$

3. Найдите решение задачи Коши

$$3.1. y'' + 9y = \frac{9}{\cos 3x}, y(0) = 1, y'(0) = 0;$$

$$3.2. y'' = 18\sin^4 y \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 3.$$

4. Решите системы дифференциальных уравнений

$$4.1. \begin{cases} y_1' = -y_1 + 8y_2 \\ y_2' = y_1 + y_2 \end{cases} \quad 4.2. \begin{cases} y_1' = -y_2 + \sin x \\ y_2' = y_1 + \cos x \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = 0, \\ y_2(0) = 2 \end{matrix}$$

Вариант №14

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

$$1.1. y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4;$$

$$1.2. y'''x + y'' = \sqrt{x}.$$

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения :

$$2.1. y'' + 10y' + 9y = 2 - x^2;$$

$$2.2. y'' - 4y' + 8y = (6x + 5)e^{-x};$$

$$2.3. 9y'' - 6y' + y = \sin 3x + \cos 3x.$$

3. Найдите решение задачи Коши

3.1. $y'' - y' = \frac{e^{-x}}{2 + e^{-x}}, y(0) = \ln 27, y'(0) = \ln 9 - 1;$

3.2. $4y^3 y'' = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

4. Решите системы дифференциальных уравнений

4.1. $\begin{cases} y_1' = 2y_1 + y_2 \\ y_2' = 3y_1 + 4y_2 \end{cases}$

4.2. $\begin{cases} y_1' = y_1 + y_2 + e^x \\ y_2' = y_1 + y_2 - e^x \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = 3, \\ y_2(0) = 1 \end{matrix}$

Вариант №15

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4;$

1.2. $y''' \operatorname{tg} x = y'' + 1.$

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения:

2.1. $y'' + y' - 2y = x + 2x^2;$

2.2. $y'' + 4y' + 8y = (4x + 9)e^x;$

2.3. $9y'' - 6y' + y = 2 \sin 3x + \cos 3x;$

3. Найдите решение задачи Коши:

3.1. $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{+e^{-x}}, y(0) = 1 + 3 \ln 3, y'(0) = 5 \ln 3;$

3.2. $y'' + 32 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 4.$

4. Решите системы дифференциальных уравнений

4.1. $\begin{cases} y_1' = 2y_1 - y_2 \\ y_2' = 3y_1 - 2y_2 \end{cases}$

4.2. $\begin{cases} y_1' = 4y_1 - 5y_2 + 4x - 1 \\ y_2' = y_1 - 2y_2 + x \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = 0, \\ y_2(0) = 0 \end{matrix}$

Вариант №16

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4;$

1.2. $y'''x + y'' = \frac{1}{\sqrt{x}}.$

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения:

2.1. $y'' - 3y' + 2y = 2x + x^2$;

2.2. $25y'' + y = 4xe^{5x}$;

2.3. $y'' + 2y' = \sin x + \cos x$;

3. Найдите решение задачи Коши:

3.1. $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{3 + e^{-x}}, y(0) = 1 + 8 \ln 2, y'(0) = 14 \ln 2$;

3.2. $y'' = 50y^3, y(3) = 1, y'(3) = 5$.

4. Решите системы дифференциальных уравнений

4.1. $\begin{cases} y_1' = y_1 - y_2 \\ y_2' = 4y_1 + y_2 \end{cases}$ 4.2. $\begin{cases} y_1' = -y_1 + y_2 + e^x \\ y_2' = y_1 - y_2 + e^x \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = 1, \\ y_2(0) = 1 \end{matrix}$

Вариант №17

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4$;

1.2. $-y'''x + 2y'' = \frac{2}{x^2}$.

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения:

2.1. $y'' - 5y' + 4y = 1 - 2x + x^2$;

2.2. $y'' + 4y' + 8y = (x - 1)e^{-x}$;

2.3. $y'' + 10y' + 25y = \sin 5x - \cos 5x$.

3. Найдите решение задачи Коши:

3.1. $y'' - 6y' + 8y = \frac{4e^{2x}}{1 + e^{-2x}}, y(0) = 0, y'(0) = 0$;

3.2. $y^3 y'' + 25 = 0, y(2) = -5, y'(2) = -1$.

4. Решите системы дифференциальных уравнений

4.1. $\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 \\ y_2' = 3y_1 + 2y_2 \end{cases}$ 4.2. $\begin{cases} y_1' = -y_2 + x^2 \\ y_2' = y_1 + x \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = 3, \\ y_2(0) = 0 \end{matrix}$

Вариант №18

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4$;

1.2. $y'''x \ln x = y''$.

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения:

2.1. $y'' - 6y' + 8y = (x-1)^2$;

2.2. $y'' + 4y' + 8y = (7-6x)e^x$;

2.3. $25y'' + 10y' + y = 3\sin 5x + 2\cos 5x$.

3. Найдите решение задачи Коши:

3.1. $y'' + 16y = \frac{16}{\sin 4x}$, $y(\pi/8) = 3$, $y'(\pi/8) = 2\pi$;

3.2. $y'' + 18\sin y \cos^3 y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$.

4. Решите системы дифференциальных уравнений

4.1.
$$\begin{cases} y_1' = y_1 - 2y_2 \\ y_2' = y_1 + 3y_2 \end{cases}$$

4.2.
$$\begin{cases} y_1' = 3y_1 + y_2 + e^x & y_1(0) = 0, \\ y_2' = y_1 + 3y_2 - e^x & y_2(0) = 1 \end{cases}$$

Вариант №19

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4$;

1.2. $y'''(x+1) + y'' = x+1$.

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

2.1. $y'' + 2y' = 2 - 3x$;

2.2. $9y'' + y = (8x-14)e^{-x}$;

2.3. $4y'' - 4y' + y = \sin 2x + 3\cos 2x$;

3. Найдите решение задачи Коши:

3.1. $y'' + 16y = \frac{16}{\cos 4x}$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 0$;

3.2. $y^3 y'' + 16 = 0$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 2$.

4. Решите системы дифференциальных уравнений

$$4.1. \begin{cases} y_1' = 3y_1 - 2y_2 \\ y_2' = 8y_1 + 3y_2 \end{cases} \quad 4.2. \begin{cases} y_1' = 2y_1 + 4y_2 + \cos x \\ y_2' = -y_1 - 2y_2 + \sin x \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = 0, \\ y_2(0) = 2 \end{matrix}$$

Вариант №20

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1.1. $y'' = \frac{1}{x} - 2x + 4;$

1.2. $xy''' + y'' = x + 1.$

2. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения:

2.1. $y'' - 9y = x^2 + 2x + 3;$

2.2. $y'' + 2y' + 2y = (9x + 15)e^x;$

2.3. $16y'' - 8y' + y = 2\sin 4x - 3\cos 4x;$

3. Найдите решение задачи Коши:

3.1. $y'' - 2y' = \frac{4e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}, y(0) = \ln 4, y'(0) = \ln 4 - 2;$

3.2. $y^3 y'' + 1 = 0, y(1) = -1, y'(1) = -1.$

4. Решите системы дифференциальных уравнений

$$4.1. \begin{cases} y_1' = y_1 + 3y_2 \\ y_2' = 5y_1 + 3y_2 \end{cases} \quad 4.2. \begin{cases} y_1' = y_2 + 2e^x \\ y_2' = y_1 + x^2 \end{cases} \quad \begin{matrix} y_1(0) = -1, \\ y_2(0) = 1 \end{matrix}$$

Индивидуальное задание №5

Вариант №1

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена ряда $u_n = \frac{n}{4n+1}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 2n - 1};$

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n + 1}.$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

4.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^3 + 1)}{(n+1)!}$

4.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(3n+4) \cdot 3^n}.$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

5.1. $\sum_{n=1}^{\infty} 4^n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

5.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 + \frac{3}{n}\right)^{\frac{n}{2}}.$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$

6.2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}.$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

7.1. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)};$

7.2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n+4};$

7.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}.$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{2n^2 + 1};$

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{n} 4$

$$8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2n};$$

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n;$$

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n-1)^{n-1}}.$$

Вариант №2

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена ряда $u_n = \frac{n+2}{3n-1}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{18}{n^2 - n - 2}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^3 + 2n - 1}};$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{3^{2n} + 5}.$$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}(n^2 + 1)}{(n+1)!};$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(3n-2) \cdot 5^n}.$$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n+2)};$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{4n+1}\right)^{\frac{n}{2}}.$$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

$$6.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}};$$

$$6.2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}.$$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

$$7.1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\sqrt{n}};$$

$$7.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n^2 + 1};$$

$$7.3. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi n}{3}.$$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

$$8.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{n^2 + 1};$$

$$8.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+3}}{n};$$

$$8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^5};$$

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n-1}{2n+1} \right)^{\frac{(n+1)(n+2)}{n}};$$

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2 - 3}.$$

Вариант №3

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена ряда $u_n = \frac{2n-1}{n^2+1}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{n^2 + 4n + 3}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n(\sqrt{n}+1)};$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^{2n} + 4}.$$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{2n-1}}{(n-1)!};$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+1}}{2^{3n+1}}.$$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{4n-3};$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(9 + \frac{4}{n} \right)^{\frac{3n}{2}}.$$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

$$6.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(2n-3)^2}};$$

$$6.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \ln^3(n+3)}.$$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

$$7.1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \ln n};$$

$$7.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{3n+2} \right);$$

$$7.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^2}.$$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

$$8.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (n+1)}{3^n};$$

$$8.2. \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n});$$

$$8.3. \sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{n};$$

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{\frac{n-1}{n+1}};$$

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^{n^2}}.$$

Вариант №4

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена ряда $u_n = \frac{2 + (-1)^n}{n^2}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{n^2 - 4n + 3}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+2};$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{4n}}{4^n + 1}.$$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{4^{n-1}};$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt{n}}.$$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2};$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-2} \right)^{3n}.$$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

$$6.1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\ln n)^{-3}}{n};$$

$$6.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 - 9}.$$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

$$7.1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \sqrt{(\ln n)^3}};$$

$$7.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{3^n + 1};$$

$$7.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n+2}.$$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

$$8.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2(n+1)}};$$

$$8.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n+3} - \sqrt{2n-1}}{n};$$

$$8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n^3};$$

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{(2n+1)!};$$

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+3}{\pi^{n+1}}.$$

Вариант №5

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена ряда $u_n = \frac{n+1}{n2^n}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{36}{n^2 - 5n + 4}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^3 + n + 2};$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{3^n + 2}.$$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{(n+1)!};$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(n+1)^3}.$$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-2}{4n} \right)^{n^2};$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \sin^n \frac{\pi}{2^{n+1}}.$$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

$$6.1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n-1}}}{\sqrt{n-1}};$$

$$6.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^4(n+1)}.$$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

$$7.1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{2n-1}}{(2n-1)!};$$

$$7.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-3}{n};$$

$$7.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^4}.$$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

$$8.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n+3)};$$

$$8.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{3n+4} - \sqrt{3n-2}}{2n};$$

$$8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{2n};$$

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+1}{n} \right)^{-n^2};$$

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n+1)^2 - 1}.$$

Вариант №6

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена ряда $u_n = \frac{n-1}{3n+2}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{18}{n^2 - n - 2}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^2 + n + 5};$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{10^n + 4}.$$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{e^{2n-1}};$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{3^n (n+2)^2}.$$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{3n+2} \right)^{2n};$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^n \frac{\pi}{2^n}.$$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

$$6.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{n}};$$

$$6.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{\ln(n+1)}}.$$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

$$7.1. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \operatorname{arctg} \frac{1}{n^2 + 2};$$

$$7.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n+1}{n^2 + 2};$$

$$7.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^3}.$$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

$$8.1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{n+1} \right)^{n+2};$$

$$8.2. \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{4n+1} - \sqrt{4n-3});$$

$$8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi n}{3};$$

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{(n+2)!};$$

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n(n^2+1)}.$$

Вариант №7

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена

ряда $u_n = \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{n^2 - 8n + 15}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n+1)(2n-1)};$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{8^n + 1}.$$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n};$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{3^n}.$$

5!. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(1 + \frac{2}{n} \right)^{n^2};$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-1} \right)^{3n}.$$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)^4};$

6.2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^2 n}{n}.$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

7.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+3)};$

7.2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+1)!}{2^{n-1}};$

7.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(3 + \frac{1}{n}\right)^n.$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{6n+1};$

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n+3} - \sqrt{2n-2}}{n};$

8.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi}{n^2}}{n^2};$

8.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{n^2};$

8.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(n+2)}{5^{n-1}}.$

Вариант №8

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена

ряда $u_n = \frac{n}{(2n-1)^2}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n^2 - 10n + 24}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n^2+1}};$

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{10^n + 1}.$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

4.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!(\ln n)^3};$

4.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n \cdot n^2}{(3n+4)}.$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

5.1. $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{n^2}$;

5.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n+1}\right)^{\frac{n}{4}}$.

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2\sqrt{n+1}}}{\sqrt{n+1}}$;

6.2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^3 \sqrt{\ln^2 n}}$.

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

7.1. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \ln n}$;

7.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n 2^n}$;

7.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{n+1}}{n^2}$.

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 3^{n-2}}{(n+1)^n}$;

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+4} - \sqrt{n-2}}{n^2}$;

8.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2n-1}}$;

8.4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+1}{2n+3}\right)^{2n}$;

8.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (n+2)}{n}$.

Вариант №9

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена

ряда $u_n = \frac{4n}{3n+2}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{18}{n^2 - 7n + 10}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1}$;

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{3^n + 1}$.

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n-1}}{n(n+1)};$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n^2}}{(n!)^2}.$$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} 4^n \sin^n \frac{\pi}{2n};$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^{n^2}.$$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

$$6.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}};$$

$$6.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{\ln^3(n+1)}}.$$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

$$7.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln^2(n+1)};$$

$$7.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{4^n + 1};$$

$$7.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos \pi n}{n^2}.$$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

$$8.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n}}{n+10};$$

$$8.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{3n+1} - \sqrt{3n-2}}{4n};$$

$$8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{\pi}{n^2};$$

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{5}{n}\right)^{n^2};$$

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)^n}.$$

Вариант №10

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена

ряда $u_n = \frac{3^n}{n}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n^2 - 4n + 3}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n^2+n};$

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{8^n+3}.$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

4.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(2n+1)}{(2n-1)!};$

4.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n+1)!}.$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

5.1. $\sum_{n=1}^{\infty} 4^n \left(\frac{2n-1}{2n+1} \right)^{n^2};$

5.2. $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-2n+1}.$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-3\sqrt{n}}}{\sqrt{n}};$

6.2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^3 n}{n}.$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

7.1. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(1 + \frac{2}{n} \right)^n;$

7.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n(3n-1)};$

7.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos \frac{\pi}{n}}{n}.$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{(n+1)(n+2)};$

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{4n^2+5} - \sqrt{4n^2+3}}{n^2};$

8.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{\pi}{2n};$

8.4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \frac{1}{2n} \right)^{n^2};$

8.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(2n-1)!}.$

Вариант №11

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена ряда $u_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 14n + 48}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+2};$

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{9^n + 1}.$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

4.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n};$

4.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(3n^2 + 4) \cdot 3^n}.$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

5.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2};$

5.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(8 - \frac{5}{n+3} \right)^{\frac{2n}{3}}.$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}};$

6.2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^4 n}.$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

7.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3};$

7.2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n};$

7.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 \cdot \sqrt[3]{n+1}}.$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (1+n)}{2n^2 + 3};$

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{4n+3} - \sqrt{4n-5}}{n};$

8.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{n^2};$

8.4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(n+1)!}{10^n};$

8.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n-1)^{n-1}}.$

Вариант №12

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена ряда $u_n = \frac{n-1}{n^2+1}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n^2 - 12n + 35}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 2n - 1};$

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n + 1}.$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

4.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(2n-1)}{(n+1)!};$

4.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n-1}}{(n+1)^n}.$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

5.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n^2 + 1}{3n^2 - 2} \right)^n;$

5.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(3 - \frac{2}{n} \right)^{n^2}.$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{10^{\sqrt{n}} \sqrt{n}};$

6.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln \sqrt{n+1}}.$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

7.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[4]{n+1}};$

7.2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n^2 + 1};$

7.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{2n+1}{n+3} \right)^{\frac{n}{2}}.$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 3^n}{2n^2 - 1};$

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3} - \sqrt{n^2 + 1}}{n^2};$

$$8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{\sqrt{n}};$$

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{n^2};$$

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+1}{2n-1}}.$$

Вариант №13

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена ряда $u_n = \frac{\sin n}{n^2}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n^2 - 6n + 8}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+3}{n^2+2n+4};$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{7^n+2}.$$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^2+1)}{(2n-1)!};$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n-1}}{(n+1)^n}.$$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} 4^n \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{n^2};$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+1}{4n^2-2}\right)^{2n}.$$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

$$6.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{2\sqrt{n}} \cdot \sqrt{n}};$$

$$6.2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^3 \sqrt{\ln^2 n}}.$$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

$$7.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \ln(n+1)};$$

$$7.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(0,5)^n}{3n+4};$$

$$7.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{\sqrt{n}}.$$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \sqrt{n}}{n+1}$;

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2-1} \right)$;

8.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \sin^2 n\alpha}$;

8.4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 + \frac{1}{2n} \right)^{n^2}$;

8.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n-1)^{n+1}}$.

Вариант №14

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена ряда $u_n = \frac{1}{2 + \ln n}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{n^2 - 10n + 24}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(2n-1)}$;

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{2^n + 1}$.

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

4.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}(n^2+1)}{(2n-1)!}$;

4.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(2n-1) \cdot 3^{n-1}}$.

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

5.1. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{5n-3}{3n+1} \right)^n$;

5.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{4}{n} \right)^{\frac{n}{2}+1}$.

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt[4]{n^3}}$;

6.2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n \sqrt{n \ln(\ln n)}}$.

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

$$7.1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(n+1)}{n^2 + n + 1};$$

$$7.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{3^n(n+4)};$$

$$7.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n}.$$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

$$8.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{3n^4 + 1}};$$

$$8.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{4n+3} - \sqrt{4n-1}}{n^2};$$

$$8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n^3};$$

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n+1}\right)^{n-1};$$

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(2)^{2n-1}}.$$

Вариант №15

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена ряда $u_n = \cos \frac{1}{n+1}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{24}{n^2 + 4n + 3}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(2n-1)};$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n + 1}.$$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^n}{n!};$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n \cdot n^5}{11^n}.$$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} (0,3)^n \left(1 - \frac{4}{n}\right)^{n^2};$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{5}{n}\right)^{\frac{n-1}{2}}.$$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{3\sqrt{2n+1}}}{\sqrt{2n+1}}$;

6.2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$.

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

7.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(2n+3)}$;

7.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+2)\sqrt{n}}$;

7.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n\sqrt{n}}$.

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot (2n-1)}{2^n}$;

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{4n+5} - \sqrt{4n+1}}{2n}$;

8.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}$;

8.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-2} \right)^{2n-1}$;

8.5. $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)^2 \sin \frac{1}{(n+1)^2}$.

Вариант №16

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена

ряда $u_n = \frac{2n-1}{n(n+1)}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{36}{n^2 + n - 2}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+2n}$;

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+1}{3^n}$.

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

4.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{3^{n^2}}$;

4.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{(n+2)^3 \cdot 3^n}$.

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

5.1. $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left(\frac{n-1}{3n+2} \right)^{2n};$

5.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^n \frac{\pi}{2^n}.$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\sqrt{4n+3}}}{\sqrt{4n+3}};$

6.2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln n}}{n}.$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

7.1. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(\sqrt{n}+3)};$

7.2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4^n}{2n-1};$

7.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{\sqrt{n^2+3}}.$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{(n+1)!};$

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty} n(\sqrt{2n+6} - \sqrt{2n-1});$

8.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{n} \right)^{n+1};$

8.4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{\cos^2 \frac{\pi n}{3}}{2^n};$

8.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{5^n}.$

Вариант №17

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена ряда $u_n = n^2 \sin \frac{1}{n^2}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{36}{n^2 - 11n + 28}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 + 3n + 4};$

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n + 1}.$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

4.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{(n-1)!};$

4.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+1}}{(2n-1) \cdot 2^n}.$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

5.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{4n-3};$

5.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{3}{n} \right)^{n^2}.$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(2n-1)^2}};$

6.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \ln^2(n+3)}.$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

7.1. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \ln n};$

7.2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n^2 + 4};$

7.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{2n}.$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n!}{2^{n^2}};$

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1});$

8.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{3^n};$

8.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2-1}{3n^2+2} \right)^{4n};$

8.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}.$

Вариант №18

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена

ряда $u_n = \frac{2n-2}{3n+2}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{72}{n^2 - 7n + 10}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n(n+1)};$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{5^n + 2}.$$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n};$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{(n^2+1) \cdot 6^n}.$$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} \cos^n \frac{\pi n}{2n+1};$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-2}{5n+2} \right)^{\frac{n(n-1)}{n+2}}.$$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

$$6.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}};$$

$$6.2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}.$$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

$$7.1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{(n+3)^3};$$

$$7.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2n+3};$$

$$7.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{n^3+1}}{n^2}.$$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

$$8.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (n-1)!}{9^n};$$

$$8.2. \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n});$$

$$8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2n};$$

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(1 + \frac{1}{2n} \right)^n;$$

$$8.5. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n - \ln^2 n}.$$

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена ряда $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n-1}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{36}{n^2 - 12n + 35}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)(1+2n)};$

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{3^n + 1}.$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

4.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^2 + 1)}{(2n-1)!};$

4.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}}{n^n}.$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

5.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)^n};$

5.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 1}{4n^2 - 3} \right)^{\frac{n}{3}}.$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(2n+3)^3}};$

6.2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}.$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

7.1. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln^n(n+1)};$

7.2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3^{n^2}}{(n)!};$

7.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n+1)}{n^2}.$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{(n^2 + 9)^2};$

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{3n+2} - \sqrt{3n-1});$

8.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi}{n};$

8.4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 + \frac{2}{2n+3} \right)^n;$

8.5. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln^n n}.$

Вариант №20

1. Напишите пять первых членов ряда по известной формуле для общего члена ряда $u_n = \frac{5n-2}{5n+3}$ и проверьте, выполняется ли необходимый признак сходимости.

2. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{36}{n^2 + 7n + 10}.$$

3. Исследуйте ряды на сходимость, используя признаки сравнения

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^3 + n + 1};$

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n + 1}.$

4. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Даламбера

4.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n};$

4.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n-1) \cdot 2^n}.$

5. Исследуйте ряды на сходимость, используя признак Коши

5.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n;$

5.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n-1)}.$

6. Исследуйте ряды на сходимость, используя интегральный признак

6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}};$

6.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^3(n+1)}{(n+1)}.$

7. Исследуйте ряды на абсолютную и условную сходимость

7.1. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cos \frac{\pi}{n+1}}{n^2};$

7.2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5n^2 + 1}{7n^2 + 4n};$

7.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n^4 \sqrt{n}}.$

8. Исследуйте ряды на сходимость, используя различные признаки сходимости

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n!}{2^n + 1};$

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}}{n};$

$$8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{\pi}{n} \right);$$

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{2n}{3n^2 + 2} \right)^{n^2};$$

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n+3)^{n+1}}.$$

Индивидуальное задание №6

Вариант №1

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{6x+1}{2x^2+3x+2} \right)^n$ на сходимость в точке $x = \frac{1}{3}$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{nx}}{n};$$

$$2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(x+1)^n};$$

$$2.3. \sum_{n=1}^{\infty} (1-x^2)^n.$$

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (1-x)^n}{n \cdot 5^n};$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{\sqrt[3]{n^2}};$$

$$3.3. \sum_{n=1}^{\infty} n! x^n.$$

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$4.1. f(x) = 2^x, a = -1;$$

$$4.2. f(x) = \frac{1}{x^2}, a = 2.$$

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$5.1. f(x) = \frac{x^2}{x+3};$$

$$5.2. f(x) = \sin^2 2x;$$

$$5.3. f(x) = x \ln(2+x^2).$$

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

$$6.1. \int_0^{0,2} \sqrt[3]{1+x^2} dx;$$

$$6.2. \int_0^{0,3} x^5 \sin x dx;$$

$$6.3. \int_0^{1/9} \sqrt{x} \cdot e^{-x} dx.$$

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

$$7.1. f(x) = 2x - 5, [-\pi; \pi];$$

$$7.2. f(x) = \begin{cases} 5, & -2 \leq x < 0, \\ 3x, & 0 < x \leq 2 \end{cases} \quad [-2; 2].$$

8. Разложите функцию $f(x) = \sin 2x$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье

8.1. по синусам;

8.2. по косинусам.

Вариант №2

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \left(\frac{3-x}{2x+3} \right)^n$ на сходимость в точке

$$x = -\frac{1}{4}.$$

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

2.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx}}{n+3};$

2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(x^2+1)^n};$

2.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (4-x^2)^n.$

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (3-x)^n}{(2n-1) \cdot 4^n};$

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n+2} (x-2)^{2n}}{n+1};$

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n x^n}{n!}.$

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

4.1. $f(x) = 3^{x-1}$, $a = -2$;

4.2. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $a = 1$.

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

5.1. $f(x) = \frac{x^2}{2x+3};$

5.2. $f(x) = \cos^2 3x;$

5.3. $f(x) = x^2 \ln(2+x).$

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

6.1. $\int_0^{0,1} \sqrt[4]{1-x^2} dx;$

6.2. $\int_0^{0,25} x^3 \cos x^2 dx;$

6.3. $\int_0^{1/5} \sqrt[3]{x} \cdot e^{-x^2} dx.$

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

7.1. $f(x) = 3 - 2x$, $[-\pi; \pi];$

7.2. $f(x) = \begin{cases} -2x, & -1 \leq x < 0, \\ 1+x, & 0 < x \leq 1 \end{cases} \quad [-2; 2].$

8. Разложите функцию $f(x) = \cos 3x$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье

8.1. по синусам;

8.2. по косинусам.

Вариант №3

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3-x}{5x+2} \right)^n$ на сходимость в точке $x = -\frac{1}{3}$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

2.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{nx}}{n^2+1}$; 2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}}{(x-2)^n}$; 2.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (1-x^2)^n$.

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2-3x)^n}{\sqrt{n+1} \cdot 4^n}$; 3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n}}{n^2 2^{2n}}$; 3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n n}{2n!}$.

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

4.1. $f(x) = e^{2x-1}$, $a = -1$; 4.2. $f(x) = \frac{2}{x^3}$, $a = 3$.

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

5.1. $f(x) = \frac{x^2-1}{x+3}$; 5.2. $f(x) = \cos^2 2x$; 5.3. $f(x) = x \ln(3+x)$.

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

6.1. $\int_0^{0,2} \sqrt[3]{1+x^2} dx$; 6.2. $\int_0^{0,3} x^5 \sin x dx$; 6.3. $\int_0^{1/9} \sqrt{x} \cdot e^{-x} dx$.

!7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

7.1. $f(x) = 2x - 5$, $[-\pi; \pi]$; 7.2. $f(x) = \begin{cases} 5, & -2 \leq x < 0, \\ 3x, & 0 < x \leq 2 \end{cases}$ $[-2; 2]$.

!8. Разложите функцию $f(x) = \cos 2x$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье:

8.1. по синусам; 8.2. по косинусам.

Вариант №4

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3x+1}{x^2+x+1} \right)^n$ на сходимость в точке

$x = -\frac{1}{2}$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{nx}}{n} \cos x; \quad 2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(x-1)}; \quad 2.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{(n+1)^5 x^{2n}}.$$

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2-x)^n}{(n+1) \cdot 3^n}; \quad 3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n+1}}{\sqrt[3]{n^2}}; \quad 3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x+1)x^n}{n^n}.$$

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$4.1. f(x) = 4^x, \quad a = -1; \quad 4.2. f(x) = \ln x, \quad a = 2.$$

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$5.1. f(x) = \frac{x}{x^2 + 3}; \quad 5.2. f(x) = x \sin^2 \frac{x}{4}; \quad 5.3. f(x) = x \ln(4 + 3x^2).$$

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

$$6.1. \int_0^{0.3} \sqrt[5]{1+x^3} dx; \quad 6.2. \int_0^{0.2} x^3 \cos x dx; \quad 6.3. \int_0^1 \sqrt[3]{x} \cdot e^{-x^2} dx.$$

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

$$7.1. f(x) = 3 - 2x, \quad [-\pi; \pi]; \quad 7.2. f(x) = \begin{cases} 2x, & -1 \leq x < 0, \\ 3, & 0 < x \leq 1 \end{cases} \quad [-1; 1].$$

!8. Разложите функцию $f(x) = \sin \frac{x}{2}$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье:

$$8.1. \text{ по синусам}; \quad 8.2. \text{ по косинусам}.$$

Вариант №5

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4-x}{7x+2} \right)^n \cdot \frac{1}{2n-1}$ на сходимость в точке $x = \frac{2}{3}$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n3^n(x-5)^n}; \quad 2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(x+2)^n}; \quad 2.3. \sum_{n=1}^{\infty} (9-x^2)^n.$$

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(2n-1) \cdot 2^n}; \quad 3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{2n}}{\sqrt[3]{n+1}}; \quad 3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}.$$

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$4.1. f(x) = 5^x, a = -1; \quad 4.2. f(x) = \sqrt{x}, a = 2.$$

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$5.1. f(x) = \frac{x^3}{x+4}; \quad 5.2. f(x) = \cos^2 \frac{3x}{2}; \quad 5.3. f(x) = x^2 \ln(2-x).$$

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

$$6.1. \int_0^{0,4} \sqrt[4]{1+x^5} dx; \quad 6.2. \int_{0,1}^{0,3} x^3 \sin \frac{1}{x} dx; \quad 6.3. \int_{0,1}^{0,2} \frac{e^{-x}}{x^3} dx.$$

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

$$7.1. f(x) = 4 - 5x, [-\pi; \pi]; \quad 7.2. f(x) = \begin{cases} 0, & -3 \leq x < 0, \\ 3+x, & 0 < x \leq 3 \end{cases} [-3; 3].$$

8. Разложите функцию $f(x) = \sin \frac{x}{4}$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье:

8.1. по синусам; \quad 8.2. по косинусам.

Вариант №6

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{2x+1}{x+2} \right)^n$ на сходимость в точке

$$x = -\frac{1}{2}.$$

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2}; \quad 2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{e^{nx}}; \quad 2.3. \sum_{n=1}^{\infty} (4-x^2)^n.$$

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-2}}{n\sqrt{n} \cdot 3^n}$; 3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^{n-1} n^n}$; 3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (2n-1)!(x+1)^n$.

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

4.1. $f(x) = e^{3x}$, $a = -1$; 4.2. $f(x) = \sqrt{x^3}$, $a = 1$.

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

5.1. $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$; 5.2. $f(x) = x^3 \sin^2 x$; 5.3. $f(x) = \ln(2 + x - x^2)$.

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

6.1. $\int_0^{0,5} \frac{dx}{x^4 + 1}$; 6.2. $\int_0^{0,1} \sqrt{x} \cos x dx$; 6.3. $\int_0^{1/9} x \cdot e^{-x^3} dx$.

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

7.1. $f(x) = 5x - 2$, $[-\pi; \pi]$; 7.2. $f(x) = \begin{cases} -2, & -1 \leq x < 0, \\ \frac{x}{2}, & 0 < x \leq 1 \end{cases} \quad [-1; 1]$

8. Разложите функцию $f(x) = \sin 3x$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье:

8.1. по синусам; 8.2. по косинусам.

Вариант №7

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3-x}{5x+2} \right)^n$ на сходимость в точке $x = -0,2$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

2.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{nx^2}}{n+3}$; 2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+1}}{(x-3)^n}$; 2.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (16-x^2)^n$.

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{\sqrt{n+2} \cdot 5^n}$; 3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{(n+1) \ln(n+1)}$; 3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n!}$.

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x - a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

4.1. $f(x) = 3^x$, $a = -1$;

4.2. $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $a = -2$.

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

5.1. $f(x) = \frac{x-1}{x+3}$;

5.2. $f(x) = x \sin^2 \frac{3x}{4}$;

5.3. $f(x) = x^3 \ln(5 + x^2)$.

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

6.1. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{64+x^4}}$;

6.2. $\int_0^{\pi/4} \sin x^2 dx$;

6.3. $\int_0^{0,3} e^{-2x^2} dx$.

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

7.1. $f(x) = 4 - x$, $[-\pi; \pi]$;

7.2. $f(x) = \begin{cases} 0, & -2 \leq x < 0, \\ 3 + \frac{x}{2}, & 0 < x \leq 2 \end{cases} \quad [-2; 2]$

8. Разложите функцию $f(x) = \cos 5x$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье:

8.1. по синусам;

8.2. по косинусам.

Вариант №8

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x+2}{x^2+x+5} \right)^n$ на сходимость в точке $x = -0,5$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

2.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^{\ln x}}$;

2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^2}$;

2.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - 4x^2)^n$.

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{(n+1) \cdot 4^n}$;

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n}}{n^2 2^{2n}}$;

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)! x^n$.

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x - a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

4.1. $f(x) = 4^{-x}$, $a = 2$;

4.2. $f(x) = \frac{1}{x^3}$, $a = -1$.

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

5.1. $f(x) = \frac{x}{x^3 + 3}$; 5.2. $f(x) = xe^{x-3}$; 5.3. $f(x) = \ln(-x^2 - 4x + 5)$.

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

6.1. $\int_{0,1}^{0,2} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$; 6.2. $\int_0^{0,2} x^2 \cos x^4 dx$; 6.3. $\int_0^{0,25} \sqrt[3]{x} \cdot e^{-x^2} dx$.

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

7.1. $f(x) = 5 + 3x$, $[-\pi; \pi]$; 7.2. $f(x) = \begin{cases} 3 - 2x, & -2 \leq x < 0, \\ 0, & 0 < x \leq 2 \end{cases}$, $[-2; 2]$

!8. Разложите функцию $f(x) = \cos \frac{x}{4}$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье

8.1. по синусам;

8.2. по косинусам.

Вариант №9

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4x-1}{x^2+3x-2} \right)^n$ на сходимость в точке $x = -0,5$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

2.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{x-1}}$; 2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{3^n(x-2)^n}$; 2.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (1-9x^2)^n$.

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(2-x)^n}{n \cdot 2^n}$; 3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{2n}}{\sqrt[3]{n^2+4}}$; 3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} n^n(x+3)^n$.

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

4.1. $f(x) = 7^x$, $a = 1$; 4.2. $f(x) = \frac{1}{x-2}$, $a = 3$.

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$5.1. f(x) = \frac{x}{x^2 + 3}; \quad 5.2. f(x) = \sin^2 \frac{x}{3}; \quad 5.3. f(x) = (x-1) \ln(2+x).$$

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

$$6.1. \int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}; \quad 6.2. \int_0^{0,4} x \sin\left(\frac{5x}{2}\right)^2 dx; \quad 6.3. \int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx.$$

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

$$7.1. f(x) = 1 - \frac{x}{2}, [-\pi; \pi]; \quad 7.2. f(x) = \begin{cases} 2-3x, & -3 \leq x < 0, \\ 0, & 0 < x \leq 3 \end{cases} \quad [-3; 3]$$

8. Разложите функцию $f(x) = \sin 5x$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье:

8.1. по синусам; 8.2. по косинусам.

Вариант №10

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3-2x}{x^2+x-2} \right)^n$ на сходимость в точке $x = 2,5$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{\frac{n}{4-x}}}{n(n+1)}; \quad 2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n(x+4)^n}; \quad 2.3. \sum_{n=1}^{\infty} (1-25x^2)^n.$$

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+6)^n}{(n+1) \ln(n+1)}; \quad 3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n} (n-2)^3}{2n+3}; \quad 3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{4n+3} x^n.$$

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$4.1. f(x) = e^{5x}, a = 1; \quad 4.2. f(x) = \frac{3}{x^4}, a = -1.$$

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$5.1. f(x) = \frac{x}{x^2-4}; \quad 5.2. f(x) = \cos^2 \frac{x}{3}; \quad 5.3. f(x) = (x - \operatorname{tg} x) \cos x;$$

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

6.1. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{64+x^3}}$;

6.2. $\int_0^{0,2} x \cos(25x^2) dx$;

6.3. $\int_0^{0,1} \frac{1-e^{-2x}}{x} dx$.

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

7.1. $f(x) = 2x + 3, [-\pi; \pi]$;

7.2. $f(x) = \begin{cases} 4x, & -3 \leq x < 0, \\ 3, & 0 < x \leq 3 \end{cases} [-3; 3]$

8. Разложите функцию $f(x) = \cos \frac{x}{2}$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье

8.1. по синусам;

8.2. по косинусам.

Вариант №11

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4x+5}{2x^2-3x+1} \right)^n$ на сходимость в точке $x = -\frac{1}{2}$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

2.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \cdot 3^{\frac{n}{x-1}}$;

2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2(x^2+2)^n}$;

2.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (4x^2-1)^n$.

!3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (1-x)^n}{n \cdot 5^n}$;

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{\sqrt[3]{n^2}}$;

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$.

!4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

4.1. $f(x) = 5^x$, $a = -2$;

4.2. $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $a = 3$.

!5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

5.1. $f(x) = \frac{x^2}{x+3}$;

5.2. $f(x) = \sin^2 2x$;

5.3. $f(x) = x \ln(2+x^2)$.

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

$$6.1. \int_0^{2,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{125+x^3}}; \quad 6.2. \int_0^{0,5} x^2 \cos(4x^2) dx; \quad 6.3. \int_{0,1}^{0,3} \frac{1-e^{-x^2/2}}{x} \cdot dx.$$

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

$$7.1. f(x) = 1 - 2x, [-\pi; \pi]; \quad 7.2. f(x) = \begin{cases} 5x, & -4 \leq x < 0, \\ 3, & 0 < x \leq 4 \end{cases} [-4; 4].$$

8. Разложите функцию $f(x) = \cos 4x$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье

8.1. по синусам;

8.2. по косинусам.

Вариант №12

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x+3}{2x^2+x-1} \right)^n$ на сходимость в точке $x = 0,5$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n(x-e)}{n-e}; \quad 2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2(x^2-1)^n}; \quad 2.3. \sum_{n=1}^{\infty} (25x^2-1)^n.$$

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2-x)^n \sqrt{n}}{n^2+1}; \quad 3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n(x-8)^{3n}}{(5n+2)^3}; \quad 3.3. \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)! x^n.$$

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$4.1. f(x) = 3^x, a = 1; \quad 4.2. f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}, a = -1.$$

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$5.1. f(x) = \frac{x}{x^2-9}; \quad 5.2. f(x) = x \sin^2 \frac{x}{3}; \quad 5.3. f(x) = \ln(1-x-6x^2).$$

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

$$6.1. \int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{81+x^4}}; \quad 6.2. \int_0^{0,1} x^2 \sin(100x^2) dx; \quad 6.3. \int_0^{0,2} e^{-5x^2} dx.$$

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

$$7.1. f(x) = 4 - 0.5x, [-\pi; \pi]; \quad 7.2. f(x) = \begin{cases} 2x, & -2 \leq x < 0, \\ -3, & 0 < x \leq 2 \end{cases} [-2; 2].$$

8. Разложите функцию $f(x) = \sin \frac{x}{3}$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье

8.1. по синусам;

8.2. по косинусам.

Вариант №13

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2x+3}{x^2+2x-3} \right)^n$ на сходимость в точке $x = -0,5$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n x}{2^n n^2};$$

$$2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n(x+3)^n};$$

$$2.3. \sum_{n=1}^{\infty} (x^2 - 4)^n.$$

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (3-x)^n}{(n^4+1) \cdot 2^n};$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{2n}}{(3n+1)^2};$$

$$3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+1)!}.$$

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$4.1. f(x) = 4^x, a = -2;$$

$$4.2. f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, a = 2.$$

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$5.1. f(x) = \frac{3}{2-x-x^2};$$

$$5.2. f(x) = 2x \cos^2 \left(\frac{x}{2} \right);$$

$$5.3. f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{16-3x}}.$$

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

$$6.1. \int_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27+x^3}};$$

$$6.2. \int_0^{0,4} x^2 \sin \left(\frac{5x}{2} \right)^2 dx;$$

$$6.3. \int_{0,1}^{0,5} \frac{1-e^{-x^2}}{x} dx.$$

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

$$7.1. f(x) = 3x - 2, [-\pi; \pi]; \quad 7.2. f(x) = \begin{cases} -5, & -2 \leq x < 0, \\ 4x, & 0 < x \leq 2 \end{cases}, [-2; 2].$$

8. Разложите функцию $f(x) = \cos \frac{x}{3}$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье

8.1. по синусам;

8.2. по косинусам.

Вариант №14

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3x+2}{x^2+3x+1} \right)^n$ на сходимость в точке $x = -0,2$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-\frac{n}{\cos x}};$$

$$2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(4x+5)^n};$$

$$2.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+x^2)^n}{2^n(n+1)}.$$

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (3-x)^n}{n^2 \cdot 4^{n-1}};$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n+1}}{n 3^n};$$

$$3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^n}{(n-1)!}.$$

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$4.1. f(x) = 6^x, a = -1;$$

$$4.2. f(x) = \sqrt[3]{x}, a = 2.$$

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$5.1. f(x) = \frac{4x}{x^2+3};$$

$$5.2. f(x) = (x-1) \sin^2 3x;$$

$$5.3. f(x) = \ln(10+3x).$$

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

$$6.1. \int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{64+x^3}};$$

$$6.2. \int_0^{0,1} x^2 \cos x^2 dx;$$

$$6.3. \int_0^{0,2} e^{-3x^3} dx.$$

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

$$7.1. f(x) = 3x - 1, [-\pi; \pi];$$

$$7.2. f(x) = \begin{cases} 3, & -4 \leq x < 0, \\ 2x, & 0 < x \leq 4 \end{cases}, [-4; 4].$$

8. Разложите функцию $f(x) = \sin 4x$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье

8.1. по синусам;

8.2. по косинусам.

Вариант №15

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{3x + 2} \right)^n$ на сходимость в точке $x = -\frac{1}{3}$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

2.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n \sin x}}{n}$;

2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n(2x + 5)^n}$;

2.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (x^2 - 4)^n$.

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (4 - x)^n}{n^2 \cdot 3^{n-1}}$;

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x - 5)^{2n}}{n^3 \sqrt{n}}$;

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n} x^n$.

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x - a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

4.1. $f(x) = e^x$, $a = -2$;

4.2. $f(x) = \ln x$, $a = 3$.

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

5.1. $f(x) = \frac{5}{6 - x - x^2}$;

5.2. $f(x) = 2x \sin^2 \frac{x}{2}$;

5.3. $f(x) = (x + 1) \ln(2 + x)$.

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

6.1. $\int_0^{0,25} \frac{dx}{\sqrt[4]{625 + x^4}}$;

6.2. $\int_0^{0,2} x^3 \cos x^2 dx$;

6.3. $\int_0^{0,1} e^{-0,12x^2} dx$.

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

7.1. $f(x) = 2 - 5x$, $[-\pi; \pi]$;

7.2. $f(x) = \begin{cases} -2, & -3 \leq x < 0, \\ 3x, & 0 < x \leq 3 \end{cases} \quad [-3; 3]$.

8. Разложите функцию $f(x) = \sin 6x$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье:

8.1. по синусам;

8.2. по косинусам.

Вариант №16

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2x+1}{x^2+3} \right)^n$ на сходимость в точке $x = -0,6$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

2.1. $\sum_{n=1}^{\infty} n 5^{\frac{n}{3-x}}$; 2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 5^n}{(2x+1)^n}$; 2.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (x^2 - 5x + 5)^n$.

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (3+x)^n}{(2n+3) \cdot 2^n}$; 3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{2n}}{n^3 \sqrt{n^2}}$; 3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

4.1. $f(x) = 2^x$, $a = 1$; 4.2. $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$, $a = -1$.

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

5.1. $f(x) = \frac{9}{20-x-x^2}$; 5.2. $f(x) = (x-1)\sin^2 x$; 5.3. $f(x) = \ln \left(2 + \frac{x^2}{2} \right)$.

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

6.1. $\int_0^{0.1} \frac{dx}{\sqrt[3]{8+x^3}}$; 6.2. $\int_0^{0.4} x^3 \sin x^2 dx$; 6.3. $\int_0^{1/6} e^{-0,75x^2} dx$.

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

7.1. $f(x) = 1 - 2x$, $[-\pi; \pi]$; 7.2. $f(x) = \begin{cases} 4x, & -3 \leq x < 0, \\ -3, & 0 < x \leq 3 \end{cases} \quad [-3; 3]$.

8. Разложите функцию $f(x) = \cos 6x$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье:

8.1. по синусам; 8.2. по косинусам.

Вариант №17

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3x+4}{2x+5} \right)^n$ на сходимость в точке $x = \frac{1}{3}$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{\frac{n}{x-2}}}{n};$$

$$2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 3^n}{(2x-1)^n};$$

$$2.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(x^2 - 2x - 4)^n}.$$

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (6-x)^n}{(n+2) \cdot 3^n};$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n+1}}{n \cdot 9^n} 4$$

$$3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{n} x^n.$$

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$4.1. f(x) = 2^x, a = -1;$$

$$4.2. f(x) = -\frac{1}{\sqrt[3]{x}}, a = 2.$$

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$5.1. f(x) = \frac{7}{12-x-x^2}; \quad 5.2. f(x) = \frac{\sin 2x}{x} - \cos 2x; \quad 5.3. f(x) = x \ln(9+3x^2).$$

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

$$6.1. \int_0^{0,1} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^2}};$$

$$6.2. \int_0^{0,3} x^3 \sin(100x^2) dx;$$

$$6.3. \int_0^{1/7} e^{-x^4} dx.$$

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

$$7.1. f(x) = x - 0.5, [-\pi; \pi];$$

$$7.2. f(x) = \begin{cases} -1, & -5 \leq x < 0, \\ 3+x, & 0 < x \leq 5 \end{cases} [-5; 5].$$

8. Разложите функцию $f(x) = \sin \frac{x}{5}$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье:

8.1. по синусам;

8.2. по косинусам.

Вариант №18

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5x+3}{x^2-x+2} \right)^n$ на сходимость в точке $x = \frac{2}{3}$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n(x-e)}{n-e}; \quad 2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n(2x+3)^n}{(n+1)}; \quad 2.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(1+x^2)^n}.$$

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(4-x)^n}{n^2 \cdot 3^n}; \quad 3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{3n}}{\sqrt[3]{n^2}}; \quad 3.3. \sum_{n=1}^{\infty} (2n-3)!x^n.$$

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$4.1. f(x) = 5^x, a = 2; \quad 4.2. f(x) = \frac{1}{x^4}, a = -1.$$

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

$$5.1. f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 4}; \quad 5.2. f(x) = x \cos^2 3x; \quad 5.3. f(x) = \ln(4 + 2x^2).$$

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

$$6.1. \int_0^{0,2} \frac{dx}{\sqrt[4]{256+x^4}}; \quad 6.2. \int_0^{0,5} x^2 \cos\left(\frac{5x}{2}\right)^2 dx; \quad 6.3. \int_0^{1/3} e^{-0,21x^2} dx.$$

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

$$7.1. f(x) = 4 - 2x, [-\pi; \pi]; \quad 7.2. f(x) = \begin{cases} 2x, & -2 \leq x < 0, \\ 3, & 0 < x \leq 2 \end{cases} \quad [-2; 2].$$

8. Разложите функцию $f(x) = \cos \frac{x}{5}$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье:

8.1. по синусам; \quad 8.2. по косинусам.

Вариант №19

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2x^2 + 3x + 2}{6x + 1} \right)^n$ на сходимость в точке $x = \frac{1}{3}$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{e^{nx}}; \quad 2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(2x+1)^n}; \quad 2.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(4-x^2)^n}.$$

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (5-x)^n}{(n+4) \ln(n+4)}$; 3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n-1}}{n^2+1}$; 3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+2)!}$.

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x-a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

4.1. $f(x) = 4^x$, $a = -1$; 4.2. $f(x) = \sqrt{x}$, $a = 3$.

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

5.1. $f(x) = \frac{1}{x^2+5x+4}$; 5.2. $f(x) = \frac{x}{2} \sin^2 x$; 5.3. $f(x) = x^2 \ln(2+x)$.

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

6.1. $\int_0^{0,25} \sqrt[3]{1+x^3} dx$; 6.2. $\int_0^{0,1} x \sin x^3 dx$; 6.3. $\int_0^{1/9} e^{-x^2/4} dx$.

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

7.1. $f(x) = 2 + 4x$, $[-\pi; \pi]$; 7.2. $f(x) = \begin{cases} 3, & -3 \leq x < 0, \\ 3-x, & 0 < x \leq 3 \end{cases} \quad [-3; 3]$.

8. Разложите функцию $f(x) = \sin \frac{x}{7}$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье

8.1. по синусам; 8.2. по косинусам.

Вариант №20

1. Исследуйте функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x^2+3x-1}{2x+3} \right)^n$ на сходимость в точке $x = 0,4$.

2. Найдите область сходимости функционального ряда:

2.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ne^{-2nx}}{3^n}$; 2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n5^n}{(x+3)^n}$; 2.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (9-4x^2)^n$.

3. Найдите интервал и радиус сходимости степенного ряда

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+6)^n}{(3n+1) \cdot 3^n}$; 3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-4)^{3n}}{(4n-1)^3}$; 3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot n!}$.

4. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $(x - a)$ и укажите интервал сходимости полученного ряда:

4.1. $f(x) = e^{2x}$, $a = -2$;

4.2. $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$, $a = 1$.

5. Разложите функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и укажите интервал сходимости полученного ряда:

5.1. $f(x) = \frac{x}{x^2 + 3x + 2}$; 5.2. $f(x) = x \cos^2 2x$; 5.3. $f(x) = \ln(6 + x^3)$.

6. Вычислите определённые интегралы с точностью $\delta = 0,001$:

6.1. $\int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[5]{1+x^2}}$;

6.2. $\int_0^{0,02} \cos x^2 dx$;

6.3. $\int_0^{1/3} x^2 e^{-10x^2} dx$.

7. Разложите функцию в ряд Фурье на указанном отрезке. Постройте график суммы ряда Фурье:

7.1. $f(x) = 5 - 2x$, $[-\pi; \pi]$; 7.2. $f(x) = \begin{cases} 0, & -2 \leq x < 0, \\ 3 + 2x, & 0 < x \leq 2 \end{cases} \quad [-2; 2]$.

8. Разложите функцию $f(x) = \cos \frac{x}{7}$, $x \in [0; \pi]$ в ряд Фурье:

8.1. по синусам;

8.2. по косинусам.