Общие рекомендации

Для успешного усвоения материала и подготовки к текущей и итоговой аттестации рекомендуется придерживаться следующего плана:

- прочитайте и самостоятельно разберите прослушанную лекцию;
- прочитайте параграфы пособия или учебника по изучаемой теме;
- ответьте на вопросы для подготовки к экзамену по теме (сайт преподавателя);
- изучите примеры решения задач;
- выполните домашние задания.

Руководство к изучению дисциплины МАТЕМАТИКА 2.6

При изучении темы 4 необходимо выучить наизусть таблицу интегралов и основные формулы интегрирования. Внимательно разберите основные методы интегрирования: метод подведения под знак дифференциала, метод подстановки и метод интегрирования по частям. Особую трудность в изучении представляет метод подведения под знак дифференциала. Для успешного овладения этим методом вместе с таблицей интегралов используйте и таблицу производных. Тщательно разберите все решённые примеры в лекциях. При изучении определённых интегралов обратите внимание на их связь с неопределёнными интегралами. Для вычисления определённых интегралов используйте формулу Ньютона – Лейбница, применяя при этом все изученные правила и методы нахождения первообразных. Решение задач о нахождении площади плоских фигур следует начинать с построения соответствующей области в декартовой системе координат.

При решении многих физических и экономических задач приходится находить неизвестную функцию по известному соотношению между этой функцией, её производными и независимой переменной. Для решения указанных задач необходимо иметь навыки нахождения решений дифференциальных уравнений.

Чтобы успешно освоить данную тему, необходимо повторить следующие разделы: методы вычисления неопределённого интеграла, комплексные числа, частные производные.

Отметим, что способы и методы решения дифференциальных уравнений зависят от типа уравнения. Поэтому прежде, чем приступить к решению, необходимо определить тип дифференциального уравнения. Ниже приводится таблица основных типов дифференциальных уравнений первого порядка.

Обратите внимание, что при решении задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка, необходимо сначала найти общее решение этого уравнения, а затем, используя начальное условие, найти значение константы.

Решением задачи Коши является частное решение, соответствующее найденному значению константы.

Основной целью всех преобразований ДУ первого порядка является сведение их к уравнениям с разделёнными переменными. При этом необходимо учитывать следующее:

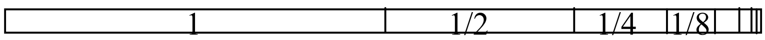
1. Если уравнение содержит производную искомой функции, то её заменяют по формуле $y' = \dfrac{dy}{dx}$;

2. Дифференциалы dx и dy всегда должны быть записаны в числителях;

3. При интегрировании обеих частей дифференциального уравнения произвольную постоянную принято записывать один раз.

При изучении дифференциальных уравнений высших порядков следует обратить внимание на структуру общего решения уравнения: количество произвольных постоянных всегда совпадает с порядком дифференциального уравнения.

Следует отметить, что ряды при их изучении доставляют трудности, связанные с необычностью самого объекта изучения, которым является ряд, т.е. сумма бесконечного числа слагаемых. Простой пример позволяет наглядно изобразить такую сумму. Возьмём отрезок длины 2. Разделим его



на два равных отрезка, каждый длины 1. Не трогая левого отрезка, разделим правый на два равных отрезка, каждый длины 1/2. Правый из них разделим на два отрезка, каждый длины 1/4. Продолжим этот процесс до бесконечности.

Тогда длина исходного отрезка может быть выражена как сумма:

$$2 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \ldots \qquad (*)$$

Приведённое рассуждение было известно ещё грекам, а философ Зенон оспаривал его законность. Зенон известен своими «парадоксами». Один из этих парадоксов утверждает, что бегущий человек никогда не сможет достичь своей цели, поскольку он должен сначала пробежать половину требуемой дистанции, затем половину оставшейся части и т.д. Таким образом, он должен пробежать бесконечное множество расстояний, а это будет продолжаться вечно. Конечно, все мы видели бегунов, достигавших финиша. Но этот пример показывает, что сложение бесконечного множества чисел нельзя толковать как процесс, аналогичный сложению конечного их числа. Если мы попытаемся вычислить бесконечную сумму, такую как, например, $(*)$, последовательно выполняя все заданные в ней сложения, то это никогда не закончится. Тем не менее, интуитивно мы чувствуем, что равенство $(*)$ верное.

Такие противоречия долгое время не позволяли математикам создать стройную математическую теорию. Только в XIX веке ряды стали предметом изучения сами по себе и в настоящее время широко используются при решении различных задач, в доказательствах теорем, получениях асимптотических оценок и т.п. Наиболее широкое практическое применение находят степенные ряды. Отметим, что применение степенных рядов в прикладных задачах ограничивается их интервалами сходимости. Однако теорема Абеля, которая используется для нахождения интервала сходимости степенного ряда, ничего не говорит о поведении исследуемого ряда на границах интервала. Поэтому требуется дополнительное исследование сходимости ряда в точках, являющихся концами интервала сходимости.

При разложении функций в степенной ряд обязательно нужно указывать интервал сходимости полученного ряда. При этом удобно пользоваться готовыми разложениями в ряд Маклорена основных элементарных функций.