Общие рекомендации

Для успешного усвоения материала и подготовки к текущей и итоговой аттестации рекомендуется придерживаться следующего плана:

- прочитайте и самостоятельно разберите прослушанную лекцию;
- прочитайте параграфы пособия или учебника по изучаемой теме;
- ответьте на вопросы для подготовки к экзамену по теме (сайт преподавателя);
- изучите примеры решения задач;
- выполните домашние задания.

Руководство к изучению дисциплины МАТЕМАТИКА 1.6

Изучение этой дисциплины позволит повторить и систематизировать школьные курсы алгебры и геометрии, а также изучить новые методы решения знакомых задач. Начните с выбора учебника и пособия по решению задач. Просмотрите видео-лекции. После этого попробуйте ответить на вопросы для самоконтроля. Если вопросы не вызвали затруднений, можно переходить к разбору задач. В противном случае обратитесь к рекомендованной литературе и попробуйте найти ответы на вопросы.

Линейную алгебру можно разделить на две части: матрицы и системы линейных уравнений. При изучении первой части особое внимание следует уделить нелинейным операциям над матрицами (особенно, операции умножения). При этом обратите внимание на тот факт, что при изменении порядка множителей-матриц произведение меняется. В некоторых случаях произведение двух матриц не определено. Это зависит от размерностей множителей.

Вторая часть этой темы посвящена решению систем линейных уравнений. Вычисление определителей рекомендуется изучать одновременно с методом Крамера. Обратите внимание, что этот метод используется только для решения систем линейных уравнений, у которых число уравнений совпадает с числом неизвестных. После рассмотрения обратной матрицы можно сразу же перейти к матричному методу решения систем линейных уравнений. Особенно тщательно следует разобрать метод Гаусса (метод исключения неизвестных), так как он является универсальным методом решения систем линейных уравнений. Применение метода Гаусса не зависит ни от числа уравнений, ни от числа неизвестных в системе. При освоении метода Гаусса затруднения может вызвать приведение расширенной матрицы системы к ступенчатому виду. Чаще всего именно на этом этапе решения задач допускаются ошибки. При решении неопределённых систем линейных уравнений надо быть внимательным при выборе базисных и свободных неизвестных. Не забывайте делать проверку после того, как решите систему.

Однородные системы линейных уравнений всегда совместны. Поэтому начинать решение однородной системы необходимо с выяснения, имеет ли данная система ненулевые решения или нет.

Небольшая по содержанию тема «Векторная алгебра» имеет важное значение. Геометрические векторы известны ещё из школьной программы. Новые понятия – линейная зависимость векторов, линейная независимость векторов – могут вызывать затруднения. Эти понятия предназначены для аналитического описания различных случаев взаимного расположения векторов: коллинеарности, компланарности, принадлежности пространству. И наоборот, коллинеарность, компланарность, принадлежность пространству являются геометрическими характеристиками линейной зависимости векторов. Кроме уже известных линейных операций над векторами вводятся новые операции: скалярное произведение двух векторов, векторное произведение двух векторов, смешанное и двойное векторное произведения трёх векторов. Обратите внимание, что в результате скалярного умножения получается число, а в результате векторного умножения получается вектор. В декартовой системе координат формулы для вычисления скалярного, векторного и смешанного произведения векторов имеют самый простой вид.

Понимание аналитической геометрии невозможно без освоения предыдущих двух тем. Основным предметом изучения аналитической геометрии являются линии и поверхности. При этом каждой точке плоскости сопоставляется пара чисел (её координаты), каждой линии на плоскости – уравнение, связывающее текущие координаты; аналогично в пространстве каждой точке сопоставляется три числа, каждой поверхности – уравнение, каждой линии – два уравнения. Благодаря этому геометрические факты могут быть переведены на язык алгебры, геометрические задачи могут быть решены приёмами алгебры, после чего результат при помощи обратного перехода вновь истолковывается на геометрическом языке. При изучении линий и поверхностей методом координат возникают две задачи: 1. по геометрическим свойствам данной линии (поверхности) найти её уравнение; 2. по заданному уравнению линии (поверхности) исследовать её геометрические свойства.

Составление уравнений прямых на плоскости, уравнений плоскостей и прямых в пространстве основано на описании взаимного расположения векторов. При этом следует помнить, что прямая в пространстве задаётся как линия пересечения плоскостей, т.е. двумя уравнениями первой степени.

При построении поверхностей второго порядка рекомендуется использовать метод параллельных сечений.

Содержание раздела «Введение в анализ» является основополагающим для успешного изучения последующих разделов. Следует обратить особое внимание на свойства и графики основных элементарных функций. Выучите классификацию функций. Разберите примеры на установление области определения функции.

Этот раздел один из наиболее важных и трудных в математическом анализе. Для его успешного освоения необходимо выучить определения предела функции и определение непрерывности функции в точке. Понятие предела является основным понятием математического анализа. Обратите внимание на способы раскрытия неопределённостей вида $\left(\frac{0}{0}\right)$, $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$, $(\infty-\infty)$. Чтобы освоить технику вычисления пределов и успешно выполнить индивидуальное домашнее задание №1, разберите примеры, решённые на лекциях. Кроме того, необходимо научиться выявлять точки разрыва функции и проводить их классификацию. Типы точек разрыва рекомендуется иллюстрировать графически.

При изучении дифференциального исчисления необходимо выучить наизусть таблицу производных сложных функций и правила дифференцирования. Умение находить производные сложных функций необходимо для успешной сдачи экзамена и изучения последующих тем. Важной составляющей данной темы является применение понятия производной к исследованию функций и построению графиков. Поэтому необходимо выучить все основные теоремы дифференциального исчисления (необходимое и достаточные условия экстремума, достаточные условия монотонности функции, необходимое и достаточные условия перегиба графика функции). Кроме того, при построении графика функции не забывайте находить его асимптоты и исследовать поведение функции на бесконечности.

Чтобы освоить технику дифференцирования функции одной переменной, а также применение производных к исследованию функций, разберите задачи, решённые на лекциях.

Изучение темы «Функции нескольких переменных» позволит расширить понятие функции. Следует обратить внимание на существенные отличия теоретических и практических аспектов методов исследования функции одной переменной и функции двух переменных. Однако следующий переход от функции двух переменных к функциям трёх и более переменных не влечёт принципиальных отличий. Несмотря на отличия указанных методов, при нахождении частных производных от функций двух переменных используются те же правила и формулы дифференцирования, что и для функции одной переменной. Это возможно, так как при дифференцировании функции двух переменных одна из переменных фиксируется (считается константой), и осуществляется переход к функции одной переменной. Одной из основных задач этой темы является исследование функции двух переменных на экстремум. При этом может вызывать затруднения нахождение стационарных точек функции, так как в общем случае для этого приходится решать систему нелинейных уравнений. Одной из частых ошибок при решении систем уравнений является потеря корней, которая связана с делением обеих частей уравнения на множители, содержащие неизвестные. Особое внимание следует обратить на задачи нахождения условного экстремума функции двух переменных. Рекомендуется следующая схема нахождения наибольшего и наименьшего значений функции в заданной области:

1. найти стационарные точки;
2. из найденных точек выбрать те, которые принадлежат заданной области;
3. вычислить значения функции в стационарных точках, принадлежащих области;
4. исследовать поведение функции на границе области (для этого уравнение линии подставляется в формулу, задающую функцию; затем для полученной функции одной переменной находятся наибольшее и наименьшее значения на отрезке);
5. из значений функции (см. п.3 и п.4) выбрать наибольшее и наименьшее значения.