

Основные понятия и теоремы теории вероятностей

1) В урне 10 шаров: 5 черных и 3 красных и 2 белых. Вынули 2 шара, какова вероятность того, что оба шара черные?

1: 10/45;

2: 10/5;

3: 1/2;

4: 1/25;

2) В лотерее 2000 билетов. На один билет падает выигрыш 100 руб., на четыре билета - выигрыш по 50 руб., на 10 билетов выигрыш по 20, на 20 билетов выигрыш по 10 руб., на 165 - по 5 руб., на 400 билетов - по 1 руб. Остальные билеты невыигрышные. Какова вероятность выиграть по билету не менее 10 руб?

1: 35/2000;

2: 20/2000;

3: 35/(2000-165);

4: 35/(2000-165-400);

3) В первом ящике находятся шары с номерами 1-5 во втором - с номерами 6-10. Из каждого ящика вынули по 1 шару. Какова вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров не меньше 7?

1: 1;

2: 0;

3: 1/2;

4: 1/10;

4) В первом ящике находятся шары с номерами 1-5 во втором - с номерами 6-10. Из каждого ящика вынули по 1 шару. Какова вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров равна 11?

1: 1/5;

2: 1/4;

3: 1/2;

4: 1/10;

5) В первом ящике находятся шары с номерами 1-5 во втором - с номерами 6-10. Из каждого ящика вынули по 1 шару. Какова вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров не больше 11?

1: 1/5;

2: 1/4;

3: 3/5;

4: 1/10;

6) В группе из 30 учеников на контрольной работе 6 учеников получили оценку "отлично", 10 учеников - "хорошо", 9 - "удовлетворительно". Какова вероятность того, что все три ученика, вызванные к доске имеют неудовлетворительную оценку по контрольной работе?

1: 60/27000;

2: 1/406;

3: 1/2;

4: 1/10;

7) Монета подброшена 2 раза, какова вероятность, что оба раза выпадет герб?

1: 1/2;

2: 1/4;

3: 0;

4: 1;

8) Два студента договорились встретиться на 50 минутной перемене. Условились, что каждый ждет по 10 минут. Моменты прихода студентов независимы. Какова вероятность встречи?

1: 22/50;

2: 90/250;

3: 1/250;

4: 20/250;

9) Дан круг радиуса R , какова вероятность, что произвольная точка, взятая внутри круга, окажется от центра на расстоянии не больше r ?

1: $1 - (R^2 - r^2)$;

2: $\frac{r^2}{R^2}$;

3: $r^2 - R^2$;

4: нет правильного ответа;

10) Внутри эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ расположен круг $x^2 + y^2 = 9$. Найти вероятность попадания точки в кольцо, ограниченное эллипсом и кругом.

1: $1 - (R^2 - r^2)$;

2: $\frac{r^2}{R^2}$;

3: $r^2 - R^2$;

4: нет правильного ответа;

11) В урне 10 белых, 15 черных, 20 синих и 25 красных шаров. Вынули один шар, какова вероятность того, что белый или черный?

1: 5/14;

2: 25/45;

3: 9/14;

4: 3/14;

12) В урне 10 белых, 15 черных, 20 синих и 25 красных шаров. Вынули один шар, какова вероятность того, что белый или черный или синий?

1: 5/14;

2: 25/45;

3: 9/14;

4: 3/14;

13) В ящике 6 белых и 8 черных шаров. Вынули 2 шара (не возвращая вынутый шар в ящик). Найти вероятность того, что оба шара белые.

1: 15/91;

2: 5/13;

3: $6/14 + 5/13$;

4: 6/14;

14) Три стрелка, независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0.75, для второго 0.8 и для третьего - 0.9. Определить вероятность того, что все три стрелка одновременно попадут в цель.

1: 0.995;

2: 0.005;

3: 1;

4: 0.54;

15) Три стрелка, независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0.75, для второго 0.8 и для третьего - 0.9. Определить вероятность того, что, по крайней мере, один стрелок попадет в цель.

1: 0.995;

2: 0.005;

3: 1;

4: 0.997;

16) Вероятность выхода станка из строя в течение одного рабочего дня равна 0.01. Какова вероятность того, что за 5 дней станок ни разу не выйдет из строя?

1: 0.99999;

2: 0.950;

3: 1;

4: 0.05;

17) В классе 12 мальчиков и 18 девочек. Нужно выбрать делегацию из 2-х человек. Какова вероятность (при случайном выборе) выбрать двух мальчиков?

1: 22/145;

2: 51/145;

3: 72/145;

4: 24/145;

18) В классе 12 мальчиков и 18 девочек. Нужно выбрать делегацию из 2-х человек. Какова вероятность (при случайном выборе) выбрать двух девочек?

1: 23/145;

2: 51/145;

3: 72/145;

4: 24/145;

19) В классе 12 мальчиков и 18 девочек. Нужно выбрать делегацию из 2-х человек. Какова вероятность (при случайном выборе) выбрать девочку и мальчика?

1: 23/145;

2: 51/145;

3: 72/145;

4: 24/145;

20) Производят 3 выстрела по мишени. Вероятность попадания в каждом выстреле равна 0.5. Какова вероятность того, что в результате всех этих выстрелов произойдет только одно попадание?

1: 0.375;

2: 0.5;

3: 1;

4: нет правильного ответа;

21) В урне 20 белых, 10 черных шаров. Вынули подряд 4 шара, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего шара, какова вероятность того, что из 4-х извлеченных шаров 2 окажутся белыми?

1: 8/27;

2: 4/9;

3: 1/2;

4: 1;

22) В урне 10 белых, 15 черных. Сколько шаров надо вынуть, чтобы точно набрать, пару одного цвета?

1: 2;

2: 3;

3: 4;

4: 12;

23) Какова вероятность того, что в семье, имеющей 5 детей, будет 3 девочки и 2 мальчика? Вероятности рождения мальчика и девочки считаем равными.

1: 5/16;

2: 5/32;

3: 13/16;

4: 2/5;

24) Какова вероятность того, что в семье, имеющей 5 детей, будет не больше 3-х девочек? Вероятности рождения мальчика и девочки считаем равными.

1: 5/16;

2: 5/32;

3: 13/16;

4: 2/5;

25) В каждом из 4-х ящичков по 5 белых и по 15 черных шаров. Из каждого ящичка вынули по одному шару. Какова вероятность вынуть два белых и 2 черных шара?

1: 27/128;

2: 24/81;

3: 2/8;

4: 2/3;

26) В урне 10 белых и 40 черных шаров. Вынимают подряд 14, причем цвет вынутого шара регистрируют, а затем возвращают обратно в урну. Определить наиболее вероятное число появлений белого шара. (укажите любой из правильных ответов)

- 1: 2;
- 2: 3;**
- 3: 5;**
- 4: 8;

27) Вероятность попадания стрелком в цель 0.7, сделано 25 выстрелов, определить наиболее вероятное число попаданий.

- 1: 17;
- 2: 18;**
- 3: 8;
- 4: 9;

28) В результате многолетних наблюдений установлено, что вероятность выпадения дождя 1 октября в данном городе равна $1/7$. Определить наиболее вероятное число дождливых дней 1 октября за 40 лет.

- 1: 5;**
- 2: 1;
- 3: 7;
- 4: 28;

29) В урне 100 белых и 80 черных шаров. Из урны извлекают n шаров с возвратом каждого вынутого шара. Наиболее вероятное число появления белого шара 11. Найти большее из n .

- 1: 19;
- 2: 20;**
- 3: 11;
- 4: 13;

30) Первый рабочий за смену может изготовить 120 деталей, а второй 140. Вероятность того, что это изделия высшего сорта соответственно 0.94 и 0.8. Определить наиболее вероятное число изделий высшего сорта, изготовленных каждым рабочим.

- 1: 114 и 112;**
- 2: 120 и 140;
- 3: 113 и 112;
- 4: нет правильного ответа;

Случайные величины и их законы распределения.

1) Случайная величина ξ распределена по закону Коши $f(x) = \frac{a}{1+x^2}$.

Найти истинное среднее величины ξ .

1. $M(\xi) = 0$;
2. $M(\xi) = 1$;
3. $M(\xi) = 0.5$;

4. не существует.

2) Производится 20 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления успеха равна 0.2. Найти дисперсию числа появлений успеха в этих испытаниях.

1. $D(\xi) = 0$;
2. $D(\xi) = 1$;
3. $D(\xi) = 10$;
- 4. $D(\xi) = 3.2$.**

3) Двумерная случайная величина (ξ, η) имеет плотность вероятности

$$f(x, y) = \frac{A}{\pi^2(3+x^2)(1+y^2)}.$$

Найти вероятность попадания случайной точки (ξ, η) в квадрат, ограниченный прямыми $x = 0, y = 0, x = 1, y = 1$.

1. $P=0$;
2. $P=1$;
3. $P=0.5$;
- 4. $P = \frac{1}{24}$.**

4) Плотность вероятности случайной величины ξ равна

$$f(x) = \frac{A}{e^x + e^{-x}}.$$

Найти вероятность того, что в двух независимых испытаниях ξ примет значение, меньшее 1.

1. $P=0$;
2. $P=1$;
3. $P=0.5$;

4. $P = 0.6015$.

5) Определить дисперсию числа атомов радиоактивного вещества, распадающегося за 1 секунду, если известны масса вещества $m = 1$, период полураспада $T = 10^3$ секунд, атомная масса вещества $A = 1$, число атомов в моле $N_0 = 10^5$.

1. $D = 0$;
2. $D = 1$;
3. $D = 0.5$;
4. $D = 100 \ln(2)$.

6) Ребро куба x измерено приближенно, причем $a < x < b$. Рассматривая длину ребра куба как случайную величину ξ , распределенную равномерно в интервале (a, b) , найти математическое ожидание объема куба.

1. $M = \frac{a+b}{2}$;
2. $M = \frac{a-b}{2}$;
3. $M = \frac{(a-b)^2}{12}$;
4. $M = \frac{(a+b)(a^2+b^2)}{4}$.

7) Найти среднюю скорость \bar{v} молекул газа, подчиняющуюся закону Максвелла

$$f(v) = \begin{cases} \frac{4h^3}{\sqrt{\pi}} \exp(-h^2 v^2), & v \geq 0, \\ 0, & v < 0. \end{cases}$$

1. $\bar{v} = \frac{1}{h}$;
2. $\bar{v} = \frac{2}{h^2}$;
3. $\bar{v} = \frac{\pi}{\sqrt{h}}$;
4. $\bar{v} = \frac{2}{h\sqrt{\pi}}$.

8) Двумерная случайная величина (ξ, η) подчинена закону распределения с плотностью вероятности

$$f(x, y) = \begin{cases} Axy, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Область D – треугольник, ограниченный прямыми : $x + y - 1 = 0, x = 0, y = 0$.

Найти истинное среднее величины ξ .

1. $M(\xi) = 0$;
2. $M(\xi) = 0.3$;
3. $M(\xi) = 1$;
- 4. $M(\xi) = \frac{2}{5}$**

9) Дан перечень возможных значений дискретной случайной величины ξ : $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$, а так же известны математические ожидания этой величины и ее квадрата: $M(\xi) = 2.3, M(\xi^2) = 5.9$. Найти вероятности, соответствующие возможным значениям ξ .

1. $P = 0, 1, 0.5$;
2. $P = 1, 0, 0.2$;
3. $P = 0.5, 0.1, 0.3$;
- 4. $P = 0.2, 0.3, 0.5$**

10) Найти среднее значение произведения 2 независимых случайных величин ξ и η с равномерным распределением: ξ на интервале $(0,1)$, η – в интервале $(1,3)$.

1. $M(\xi) = 0$;
2. $M(\xi) = 0.3$;
- 3. $M(\xi) = 1$**
4. $M(\xi) = -1$

Предельные теоремы.

1) Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента за время t равна 0.05. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом отказавших элементов и средним числом отказов за время t окажется меньше 2.

1. $P = 0$;
2. $P = 1$;
3. $P = 0.5$;
- 4. $P > 0.88$**

2) Длина изготавливаемых изделий является случайной величиной, среднее значение которой равно 90 см, а дисперсия этой величины равна 0.0225. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что длина изделия выразится числом, заключенным между 89.7 и 90.3.

1. $P=0$;
2. $P=1$;
3. $P=0.5$;
4. $P > 0.75$.

3) Производится взвешивание некоторого вещества без систематических ошибок. Случайные погрешности взвешивания подчинены нормальному закону со средним квадратичным отклонением 20 г. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с погрешностью, не превосходящей по абсолютной величине 10 г.

1. $P=0$;
2. $P=1$;
3. $P=0.0.997$;
4. $P > 0.75$.

4) Было произведено 12000 бросаний монеты, при этом герб выпадал 6019 раз. Насколько хорошо согласуется это с предположением о том, что вероятность выпадения герба равна 0.5.

1. $P=0$;
2. $P=1$;
3. $P=0.0.997$;
4. $P=0.729$.

5) Сколько нужно произвести опытов с бросанием монеты, чтобы с вероятностью 0.92 можно было ожидать отклонение частоты выпадения герба от вероятности 0.5 на абсолютную величину, меньшую 0.01.

1. $N=110$;
2. $N=200$;
3. $N > 7656$;
4. $N=8656$.

6) Всхожесть семян данного растения равна 0.9. найти вероятность того, что на 900 посаженных семян число проросших будет заключено между 790 и 830.

1. $P=0$;
2. $P=1$;

3. $P=0.0.997$;
4. **$P=0.9737$** ..

7) В первые классы должно быть принято 200 детей. Определить вероятность того, что среди них окажется 100 девочек, если вероятность рождения мальчика равна 0.515.

1. $P=0$;
2. $P=1$;
3. $P=0.0.997$;
4. **$P=0.051$** .

8) Французский ученый Бюффон бросил монету 4040 раз, причем герб появился 2048 раз. Найти вероятность того, что при повторении опыта Бюффона относительная частота появления герба по абсолютной величине не более чем в опыте Бюффона.

1. $P=0$;
2. $P=1$;
3. $P=0.0.997$;
4. **$P=0.6196$** ..

9) Игральную кость бросают 80 раз. Найти с вероятностью 0.99 границы интервала, в котором будет заключено число выпадений шестерки.

1. **$5 \leq m \leq 22$** ;
2. $2 \leq m \leq 20$;
3. $0 \leq m \leq 10$;
4. $20 \leq m \leq 50$;

10) В урне содержатся белые и черные шары в отношении 4:1. после извлечения шара регистрируется его цвет и шар возвращается в урну. Чему равно наименьшее число извлечений, при котором с вероятностью 0.95 можно ожидать, что абсолютная величина отклонения относительной частоты появления белого шара от его вероятности будет не более чем 0.01.

1. **$N=6147$** ;
2. $N=6417$;
3. $N=7164$;
4. $N=5157$.