

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ЮРГИНСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора ЮТИ ТПУ по УР
_____ В.Л. Бирик
«__» 2017г.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические указания к выполнению лабораторных работ
по курсу «Математика 3.2» для студентов, обучающихся
по направлению 20.03.01 ТЕХНОСФЕРНАЯ
БЕЗОПАСНОСТЬ

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	2
ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТ	3
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ И ИХ ВЕРОЯТНОСТИ.....	5
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2. ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ. ФОРМУЛА БАЙЕСА.....	8
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3. ПОВТОРНЫЕ НЕЗАВИСИМЫЕ ИСПЫТАНИЯ. ФОРМУЛА БЕРНУЛЛИ.....	15
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4. ДИСКРЕТНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ.....	18
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5. ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.....	20
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ.....	22
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК.....	23
Рекомендуемая литература	28
Список сайтов образовательных электронных ресурсов	29

ВВЕДЕНИЕ

Теория вероятностей играет важную роль в выявлении количественных закономерностей и качественных утверждений в естественнонаучных и инженерно-технических исследованиях.

Широкое внедрение статистических методов в практику горного дела позволяет объективно судить о разведанности месторождений, находить зависимости между изучаемыми показателями, устанавливать эффективные методы анализа и обработки данных разведки недр. При решении таких задач, как определение ошибок подсчитываемых запасов полезного ископаемого, установление оптимальной сети разведочных выработок, оценка достоверности разрезов и планов, выбор методов анализа и учета систематических ошибок опробования, установление и оценка связей между показателями, все чаще применяются методы теории вероятностей и математической статистики.

Цель лабораторных работ – помочь студентам усвоить основы теории вероятностей и математической статистики, методы решения задач по теории вероятностей и математической статистике с использованием Excel.

Лабораторная работа заключается в выполнении студентами под руководством преподавателя комплекса учебных заданий, направленных на усвоение теоретических основ курса «Математика 3.2», приобретение навыков и опыта творческой деятельности, овладение методами решения задач по теории вероятностей и математической статистике с использованием Excel.

ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТ

При выполнении лабораторной работы студент должен продемонстрировать:

- знание теоретического материала и умение использовать его для решения практических задач;
- умение работать с учебной и учебно-методической литературой в традиционной и электронной форме;
- познавательные способности, самостоятельность мышления, творческую активность;
- умения и навыки использования ЭВМ, методов и технологий;
- умение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм в ходе выполнения лабораторной работы.

Аттестация по лабораторной работе производится в виде её защиты на аудиторном занятии.

Критерии оценивания лабораторной работы (л/р)

Выполнение Л/Р (максимальный балл-1)		
	<i>Содержание критерия</i>	<i>Баллы</i>
1.	Методы выполнения работы обоснованы	1
2.	Получен верный конечный результат	
3.	Все промежуточные расчёты верные	
4.	Л/р оформлена согласно требованиям (требования в описании каждой работы)	
	Не выполнено хотя бы одно из условий 1-4	0,8
	Не выполнены любые два из условий 1-4	0,5
	Не выполнены любые три из условий 1-4	0,2
	Не выполнено ни одно из условий 1-4	0
Защита Л/Р (максимальный балл-1)		
5.	Знание формулировок понятий, используемых при выполнении Л/Р	1
6.	Умение применить знания при обосновании выбранного метода решения (умение пояснить решение задач)	
7.	Свободная ориентировка в выполненных расчётах (легко исправляет вычислительные ошибки при указании на них)	
	Не выполнено хотя бы одно из условий 5-7	0,5
	Не выполнены любые два из условий 5-7	0,2
	Не выполнено ни одно из условий 5-7	0
ИТОГО	Максимальный балл за Л/Р	2

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ И ИХ ВЕРОЯТНОСТИ.

1. *Цель работы* - научиться вычислять вероятности различных случайных событий.

2. *Задачи*:

- уметь вычислить вероятность случайного события по определению вероятности;
- уметь отличить перестановки, размещения и сочетания;
- уметь находить число перестановок, размещений, сочетаний средствами Excel;
- уметь применять основной закон комбинаторики;
- различать события совместные и несовместные;
- уметь найти для события противоположное ему событие;
- уметь построить полную группу событий решаемой задачи;
- различать выборки с возвращением и выборки без возвращения;
- различать зависимые и независимые события;
- приобрести навыки решения различных задач по определению вероятности случайных событий;
- уметь вычислить геометрическую вероятность случайного события;
- уметь решать задачи на применение правила произведения.

3. **Общее описание задания**

Работа посвящена изучению основных формул комбинаторики. В задачах рассматриваются выборки с возвращением и без возвращения. Вычисления вероятности событий проводятся по определению понятия вероятности. Нарбатываются навыки по определению совместности событий, их зависимости друг от друга, составлению полной группы событий, нахождению среди событий противоположных друг другу. Рассматривается понятие геометрической вероятности и методы вычисления её для различных геометрических объектов.

При выполнении лабораторной работы студент должен решить задачи своего варианта. Выполнение одного варианта может делать бригада из двух человек. Расчёты должны быть проведены средствами Excel с использованием необходимых для этого математических функций и действий.

4. **Варианты задания**

Номер варианта	Номер задачи									
1	1	4	9	8	12	17	23	27	29	30
2	2	6	7	11	15	19	21	24	26	28
3	3	10	12	13	14	18	20	22	25	29
4	4	5	16	20	21	23	24	27	28	30
5	5	6	9	10	11	13	16	19	23	25
6	6	8	12	14	15	17	18	22	24	28
7	1	3	7	14	15	16	18	20	23	25
8	2	4	8	10	12	14	22	24	28	30
9	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
10	6	8	10	14	16	18	25	26	27	28
11	2	5	11	13	17	20	23	25	26	27
12	3	10	12	17	18	19	22	24	27	29
13	4	9	13	16	19	20	21	23	25	26
14	6	11	14	15	17	18	19	22	24	28
15	7	12	15	16	18	20	21	27	29	30

Задачи.

1. Мастер обслуживает шесть однотипных станков. Вероятность того, что станок потребует внимания мастера в течение дня, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение дня мастеру придется вмешаться в работу станков: а) меньше одного раза; б) больше двух раз; в) не меньше трёх раз; г) не больше двух раз; д) от двух до пяти раз.

2. Девушка согласилась пойти в кино с юношей только на четвертое его приглашение. Вероятность того, что юноша приглашает девушку в какой-то день пойти с ним в кино, равна 0,4. Какова вероятность того, что девушка пойдет в кино с юношей, если он её сегодня приглашает в пятый раз?

3. Игральную кость бросаем 15 000 раз. Какова вероятность того, что шестёрка появится не менее 2 000 и не более 2 500 раз?

4. Вероятность выигрыша в лотерее равна 0,01. Какова вероятность того, что среди 1 000 наугад купленных билетов не менее 30 и не более 40 выигрышных?

5. Вероятность того, что студент забросит мяч в корзину, равна 0,4. Студент произвел 24 броска. Найти наивероятнейшее число попаданий и соответствующую вероятность.

6. Мебельная фабрика производит продукцию, среди которой 90 % высшего качества. Какова вероятность того, что среди 200 изделий этой фабрики высшего сорта будет: а) не меньше 160; б) не больше 170?

7. Два равных по силе шахматиста играют в турнире. Что вероятнее: три победы одного из них в пяти партиях или 6 побед в десяти?

8. В освещении помещения фирмы используются 14 лампочек. Для каждой лампочки вероятность того, что она останется исправной в течение года, равна $\frac{7}{8}$. Какова вероятность того, что в течение года придётся заменить не меньше половины всех лампочек?

9. Вероятность встретить на улице знакомого равна 0,1. Сколько среди первых 100 случайных прохожих можно надеяться встретить знакомых с вероятностью 0,95?

10. Стрелок стреляет по цели до первого попадания. Найти вероятность того, что у стрелка останется хотя бы один неизрасходованный патрон, если он получил 7 патронов и вероятность попадания в цель при одиночном выстреле равна $\frac{1}{7}$.

11. В июне в Москве в среднем бывает 20 дождливых дней. Какова вероятность того, что в период с 20 по 25 июня какие-то два дня окажутся дождливыми?

12. Саженцы сосны приживаются с вероятностью 0,9. Найти вероятность того, что из 400 посаженных саженцев число прижившихся будет заключено между 348 и 368.

13. Вероятность выздоровления больных при применении нового лекарства составляет 85 %. В больницу на лечение положили 125 больных. Какова вероятность того, что 117 из них вылекутся?

14. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для данного охотника равна 0,9 и не зависит от номера выстрела. Найти наиболее вероятное число попаданий в мишень при 7 выстрелах и соответствующую этому числу вероятность.

15. Всхожесть семян астры данного сорта оценивается вероятностью 0,85. Какова вероятность того, что из семи посеянных семян взойдут не менее четырёх?

16. Монета брошена 10 раз. Какова вероятность того, что герб выпадет от 4 до 6 раз?

17. Игральная кость брошена 5 раз. Чему равна вероятность выпадения единицы хотя бы один раз?

18. Было посажено 800 деревьев. Чему равна вероятность того, что прижившихся деревьев больше 350, если вероятность приживания для одного дерева равна 0,85?

19. Вероятность выигрыша по облигациям займа за всё время его действия равна 0,25. Какова вероятность человеку, купившему 6 облигаций, выиграть по четырём из них?

20. Какова вероятность того, что при 18 бросаниях монеты герб выпадет ровно 10 раз?

21. Игральную кость бросают 180 раз. Сколько раз, вероятнее всего, выпадет шесть очков? Найти вероятность этого события.

22. Вероятность появления на занятиях студента равна 0,2. В семестре всего 385 занятий. Какова вероятность того, что студент будет присутствовать не менее чем на 76 занятиях?

23. В мастерской работают 8 моторов. Для каждого мотора вероятность перегрева к обеденному перерыву равна 0,8. Найти вероятность того, что к обеденному перерыву перегреются 4 мотора.

24. Монету бросают 387 раз. Какова вероятность того, что герб при этом выпадет не менее 195 раз, но не более 207 раз?

25. Вероятность опоздать на электричку для студента ежедневно равна 0,15. Студент ездит на учёбу 236 дней в году. Найти наивероятнейшее число опозданий в течение года. Какова вероятность этого числа?

26. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что хотя бы на одной из костей выпало не больше двух очков.

27. В кольцо делают четыре независимых броска. Вероятность попадания в кольцо при одном броске равна 0,3. Чтобы победить, команде достаточно попасть три раза. При двух попаданиях в кольцо вероятность выигрыша равна 0,8, а при одном попадании - 0,5. Найти вероятность того, что команда выиграет.

28. Вероятность того, что телевизор в течение гарантийного срока потребует ремонта, равна 0,03. Найти вероятность того, что из 10 телевизоров хотя бы один потребует ремонта в течение гарантийного срока.

29. Вероятность изготовления детали высшего качества на данном станке равна 0,43. Найти наивероятнейшее число деталей высшего качества среди 42 деталей. Чему равна вероятность этого события?

30. По цели производятся три независимых выстрела. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0,12; при втором - 0,21 и при третьем - 0,34. Для поражения цели достаточно двух попаданий. При одном попадании цель поражается с вероятностью 0,63. Найти вероятность поражения цели.

5. Требования к оформлению результатов

5.1. В ходе выполнения лабораторной работы на ПК студент формирует свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записывает номер лабораторной работы и номер своего варианта.

5.2. Затем записывается номер решаемой задачи, исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. (Полученный ответ **выделить**).

5.3. Формулы, по которым находится тот или иной результат программируются с указанием использованных для вычислений ячеек, в которых хранятся численные исходные данные задачи.

5.3. Результаты выполнения лабораторной работы сдаются преподавателю в аудитории.

5.4. Студент должен уметь ответить на контрольные вопросы преподавателя по теме лабораторной работы.

Контрольные вопросы

1. Какие события называются случайными?
2. Как определяется классическая вероятность?
3. Какие события несовместны?
4. Какие события независимы?
5. Докажите, что если события A и B независимы, то события A и B также независимы.
6. Определите понятие "сочетание".
7. Что называется размещением?
8. Как вычислить число перестановок?
9. Запишите формулу произведения и приведите пример ее применения.
10. Дайте определение противоположного события и выведите формулу для его вероятности.
11. Укажите границы применения классической вероятности.
12. В каких пределах изменяется вероятность случайного события?
13. Дайте определение статистической вероятности и приведите примеры.
14. Дайте определение геометрической вероятности и укажите границы её применения.
15. Вероятность какого события равна нулю?
16. Как связаны числа сочетаний, размещений и перестановок?
11. Дайте определение и приведите пример событий, образующих полную группу.
18. Вероятность какого события равна единице?
19. В каких пределах изменяется вероятность случайного события?
20. Какие события называются совместными?
21. Что называется полной группой событий?
22. Чем отличаются противоположные события?
23. Как определить, являются ли данные события зависимыми?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2. ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ. ФОРМУЛА БАЙЕСА.

1. *Цель работы* - научиться вычислять вероятность события при наличии множества гипотез его наступления и получать оценки вероятностей гипотез.

2. *Задачи работы* .

- уметь построить различные гипотезы наступления случайного события;
- уметь найти все возможные гипотезы, приводящие к наступлению события;
- выработать навыки применения формулы полной вероятности;
- выработать навыки применения формулы переоценки вероятности гипотез;
- уметь организовать вычислительный процесс средствами Excel.

3. *Общее описание задания*

Лабораторная работа предполагает знание необходимых по теме определений понятий и теорем из разделов 1.3 и 1.4. При выполнении лабораторной работы студент должен решить задачи своего варианта, используя формулу полной вероятности или формулу Байеса. При этом важным моментом является построение

4. Варианты задания

Один вариант содержит 10 задач на вычисление либо по формуле полной вероятности (3.1-3.30), либо по формуле Байеса(4.1-4.30).

Номер варианта	Номер задачи									
1	3.1	3.6	3.10	3.21	3.30	4.5	4.7	4.19	4.23	4.25
2	3.5	3.8	3.9	3.20	2.22	4.1	4.8	4.20	4.25	4.30
3	3.6	3.11	3.14	3.16	3.19	4.22	4.23	4.24	4.26	4.28
4	3.7	3.12	3.13	3.15	3.24	4.15	4.17	4.19	4.21	4.27
5	3.2	3.25	3.26	3.27	3.30	4.6	4.9	4.12	4.27	4.30
6	3.3	3.7	3.11	3.14	3.29	4.2	4.11	4.13	4.15	4.16
7	3.4	3.19	3.23	3.24	3.25	4.16	4.18	4.19	4.20	4.21
8	3.2	3.3	3.8	3.10	3.12	4.3	4.4	4.23	4.28	4.29
9	3.6	3.8	3.9	3.11	3.13	4.5	4.12	4.24	4.26	4.30
10	3.7	3.9	3.10	3.14	3.16	4.18	4.20	4.22	4.23	4.26
11	3.8	3.10	3.11	3.13	3.17	4.20	4.21	4.24	4.25	4.27
12	3.9	3.11	3.12	3.17	3.18	4.9	4.10	4.14	4.16	4.20
13	3.1	3.10	3.13	3.15	3.16	4.17	4.22	4.23	4.25	4.26
14	3.2	3.9	3.14	3.18	3.19	4.10	4.1	4.2	4.4	4.18
15	3.3	3.12	3.13	3.15	3.18	4.22	4.24	4.26	4.27	4.29

5. Требования к оформлению результатов

В ходе выполнения лабораторной работы на ПК студент формирует свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записывает исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно выделить полученный ответ.

Задачи.

- 3.1 Имеются два ящика. В первом ящике четыре белых и три чёрных шара, во втором - пять белых и семь чёрных шаров. Из первого и второго ящика перекладывают по одному шару в третий ящик. Наугад из третьего ящика, берут один шар. Какова вероятность того, что этот шар белый?
- 3.2 В группе из 25 стрелков имеются 5 отличных, 15 хороших и 5 посредственных стрелков. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для отличного стрелка равна 0,95; для хорошего - 0,15; для посредственного - 0,5. Найти вероятность того,

- что при одном выстреле двух стрелков из группы цель будет поражена.
- 3.3 В партии стаканов 95 % отвечают стандарту. Контроль признаёт пригодным стандартный стакан с вероятностью 0,98 и нестандартный стакан с вероятностью 0,03. Определить вероятность того, что стакан, прошедший контроль, отвечает стандарту.
- 3.4 Имеются две партии стульев по 25 и 48 штук, причём в первой партии 2 стула ниже других, а во второй - четыре. Взяв из первой партии один стул, присоединили его ко второй партии. Покупатель купил стул из второй партии. Какова вероятность того, что он купил стандартный стул?
- 3.5 Устройства сигнализации производятся тремя фирмами. Устройства первой фирмы установлены на 43 % машин; устройства второй фирмы - на 28 %; устройства третьей фирмы - на 29 %. Надёжность устройства, изготовленного первой фирмой, равна 0,9; второй - 0,8; третьей - 0,85. Какова надёжность устройства, принадлежность которого неопределенна.
- 3.6 Имеются две коробки с мячами для тенниса. В первой коробке 1 красных и 8 зелёных мячей; во второй - 9 красных и 11 зелёных. Из первой и второй коробок, не глядя, берут по одному мячу и кладут в третью коробку. Мячи в третьей коробке перемешивают и берут наугад один мяч. Определить вероятность того, что этот мяч зелёный.
- 3.7 На опытной станции имеется запас семян сосны, полученных из двух лесничеств. Среди них 30 % семян сосны заготовлены в первом лесничестве, а 70 % - во втором. Известно, что всхожесть семян из первого лесничества составляет 90 %, а семян из второго лесничества - 80 %. Определить вероятность того, что наугад посаженное семечко взойдёт.
- 3.8 По периметру охраняемого участка леса установлены четыре датчика различной конструкции, фиксирующих проникновение внутрь участка. Вероятность срабатывания датчиков равна 0,9; 0,8; 0,85; 0,75 соответственно. Исследователь включил наугад один из датчиков. Какова вероятность зафиксировать нарушение границы?
- 3.9 В ателье работают три портнихи. Первая выполняет 40 % всех заказов; вторая - 35 %, а третья - 25 %. При изготовлении костюмов процент брака у каждой из портних составляет 2, 3 и 5 % соответственно. Какова вероятность того, что случайно выбранный костюм будет иметь дефект?
- 3.10 В одной корзине лежат 25 красных и 35 желтых яблок, а во второй - 42 желтых и 37 красных яблок. Берут по два яблока из каждой корзины и перекладывают в третью, а затем не глядя берут одно яблоко из третьей корзины. Какова вероятность, что возьмут красное яблоко?
- 3.11 В одном мешке лежат 15 синих перчаток и 18 зелёных, а в другом 21 синяя перчатка и 17 зелёных. Наугад из одного из мешков вынимают две перчатки. Найти вероятность того, что вынут обе перчатки одного цвета.
- 3.12 На двух станках изготавливаются детали для стульев и складываются в общую тару. Вероятность получения детали нестандартного типа на первом станке равна 0,086, а на втором - 0,065. Производительность второго станка втрое больше, чем первого. Найти вероятность того, что наугад взятая деталь нестандартная.
- 3.13 В первой группе спортсменов 7 мастеров спорта и 8 кандидатов в мастера, во второй группе 6 мастеров и 10 кандидатов, в третьей 5 мастеров и 11 кандидатов. Из каждой группы выбрали случайным образом по два спортсмена. Какова вероятность

- того, что в сформированной команде будет три мастера спорта и 3 кандидата?
- 3.14 На склад поступает продукция трёх фабрик. Причём продукция первой фабрики составляет 20 %; второй - 46 %; третьей - 34 %. Известно также, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 1 %; для второй - 3 %, а для третьей - 1,5 %. Вычислите вероятность того, что наугад взятое изделие окажется стандартным.
- 3.15 Среди восьми винтовок пристрелянными оказываются только три. Вероятность попадания из пристрелянной винтовки равна 0,9, а из непристрелянной - 0,5. Выстрелом из одной наугад взятой винтовки цель поражена. Определить вероятность того, что взята пристрелянная винтовка.
- 3.16 . В первом ящике 17 сосновых и 15 еловых шишек, а во втором - 20 сосновых и 19 еловых. Из первого ящика переложили две шишки во второй, а потом из второго ящика, достали одну шишку. Какова вероятность того, что эта шишка сосновая?
- 3.17 С первого склада на сборку поступает 35 % деталей; со второго - 22 %; с третьего - 25 %; с четвертого - 18 %. Вероятность получить с первого склада бракованную деталь равна 0,01; со второго - 0,003; с третьего 0,005; с четвертого - 0,001. Найти вероятность того, что поступившая на сборку деталь бракованная.
- 3.18 В первом мешке лежат 55 зелёных и 61 красных яблок, во втором мешке - 61 красных и 44 зелёных яблок, в третьем мешке - 38 зелёных и 65 красных яблок. Из каждого мешка взяли по яблоку и положили в корзину, из которой затем берут одно яблоко. Какова вероятность, что яблоко окажется красным?
- 3.19 На экзамене студентам предлагается 40 билетов. Студент выучил только 21 билет. Каким по счету ему выгоднее зайти: первым, вторым или третьим?
- 3.20 При исследовании жирности молока лосих всё стадо было разбито на три группы. В первой группе оказалось Ю %; во второй 23 % и в третьей 1 % всех лосих. Вероятность того, что молоко, полученное от отдельной лосихи, имеет не менее 4 % жирности, для каждой группы лосих соответственно равна 0,6; 0,35 и 0,1. Определить вероятность того, что для взятой наугад лосихи жирность молока составит не менее 4 %.
- 3.21 Имеется 5 ящиков с кружками. В первом, втором и третьем находится по 5 белых и 1 синих кружек, в четвертом и пятом ящиках по 6 белых и 6 синих кружек. Случайно выбирают ящик и из него извлекают кружки. Какова вероятность того, что извлеченная кружка будет синей?
- 3.22 Первой бригадой производится в четыре раза больше продукции, чем второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады 0,88; для второй - 0,93. Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной.
- 3.23 Для посева заготовлены семена 4 видов клёна. Причем, 22 % всех семян клёна 1-го вида; 33 % - 2-го вида; 32 % - 3-го вида; 13 % - 4-го вида. Вероятность всхожести для семян первого вида равна 0,69; для второго 0,14; для третьего - 0,43; для четвёртого - 0,38. Найти вероятность того, что наугад взятое семечко взойдёт.
- 3.24 В ящик, содержащий 6 одинаковых перчаток, брошена перчатка с дефектом, а затем извлечена одна перчатка. Найти вероятность того, что извлечена перчатка без дефекта, если равновероятны все возможные предположения о числе дефектных перчаток, первоначально находящихся в ящике.
- 3.25 Из полного набора 28 костей домино наугад извлечена кость. Найти вероятность того, что вторую извлеченную кость можно приставить к первой.

- 3.26 В группе спортсменов 12 метателей снарядов, 17 бегунов и 19 прыгунов. Вероятность выполнить квалификационную норму для метателя снаряда равна 0,71; для бегуна - 0,89; для прыгуна - 0,73. Найти вероятность того, что спортсмен, выбранный наугад, выполнит норму.
- 3.27 При попытке угона машины сигнализация первого вида подаёт сигнал тревоги с вероятностью 0,84, а сигнализация второго вида - с вероятностью 0,99. Вероятность того, что машина оборудована сигнализацией первого или второго вида соответственно равна 0,7 и 0,3. Какова вероятность подачи сигнала тревоги сигнализации на случайно выбранной машине?
- 3.28 Агентство по страхованию автомобилей разделяет водителей по 3 классам: P1 (практически не рискует), P2 (мало рискует), P3 (всегда рискует). Анализ застрахованных водителей предыдущих периодов показал, что 32 % водителей принадлежит классу P1; 48 % - классу P2 и 20 % - классу P3. Вероятность попасть в течение года в аварию для водителей класса P₁ равна 0,01; класса P₂ - 0,015; класса P₃ - 0,124. Какова вероятность того, что наугад выбранный водитель за год не попадёт в аварию?
- 3.29 В соревнованиях участвуют 7 спортсменов из Москвы, 9 из городов Поволжья, 13 из городов Сибири. Спортсмен из Москвы попадает в сборную с вероятностью 0,9; из Поволжья - с вероятностью 0,7; а из Сибири - 0,85. Какова вероятность попасть в сборную наугад выбранному спортсмену?
- 3.30 В собранной электрической цепи могут быть поставлены предохранители 3 типов. Вероятности постановки предохранителя первого, второго или третьего типов равны 0,19; 0,63 и 0,18 соответственно. Вероятности перегорания при перегрузке цепи для предохранителей первого, второго и третьего типов равны 0,89, 0,97 и 0,82 соответственно. Какова вероятность того, что предохранитель в цепи перегорит, если его тип неизвестен?
- 4.1. Браконьер, убегая от лесника, вышел на поляну, от которой в разные стороны идут пять дорог. Если браконьер пойдет по первой дороге, то вероятность его выхода из леса в течение часа составляет 0,1; если по второй - 0,4; если по третьей - 0,3; по четвёртой - 0,2; по пятой - 0,6. Какова вероятность того, что браконьер пошел по первой дороге, если он через час вышел из леса?
- 4.2. Вероятность попадания при каждом выстреле у трёх охотников равна, соответственно, 0,8; 0,6; 0,1. При одновременном выстреле всех трех охотников имелось одно попадание. Найти вероятность того, что попал первый стрелок.
- 4.3. Счётчик регистрирует частицы трёх типов: *A*, *B* и *C*. Вероятность появления этих частиц составляет 0,3; 0,6; 0,1 соответственно. Вместе с тем, счётчик улавливает частицы типа *A* с вероятностью 0,1; частицы типа *B* - 0,6; а частицы типа *C* - 0,9. Счётчик отметил частицу. Определить вероятность того, что это была : а) частица *C*; б) частица *B*.
- 4.4. Вероятность того, что клиент банка направится к первой кассе - 1/2; ко второй - 1/6; к третьей - 1/3. Вероятность того, что ему придётся стоять в очереди больше получаса в первую кассу составляет 1/6; во вторую кассу - 1/10; в третью - 1/9. Клиент обратился в одну из касс и был обслужен в течение 20 минут. Определите вероятность того, что клиент был обслужен в первой кассе.
- 4.5. Соревнования на стрельбище происходят следующим образом. Один из трёх спортсменов вызывается на линию огня и производит два выстрела. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле для первого стрелка равна 0,2; для

- второго - 0,4; для третьего - 0,1. Мишень не была поражена стрелком. Какова вероятность того, что на линию огня вызывался: а) второй стрелок? б) третий стрелок?
- 4.6. Для сдачи экзамена по правилам дорожного движения слушателям нужно было выучить 45 билетов. Из 30 слушателей 15 выучили все билеты; 8 - 30 билетов; 6 - 20 билетов и 1 - 10 билетов. Слушатель сдал экзамен. Найти вероятность того, что он знал всего 20 билетов.
- 4.7. Среди абитуриентов, подавших документы в приёмную комиссию, 60 проц. закончили обучение в текущем году, 30 проц. - не более трёх лет назад и 10 проц. более трёх лет назад. Вероятность поступления из этих групп абитуриентов равна 0,88, 0,13 и 0,45 соответственно. Найти вероятность того, что успешно сдавший экзамены абитуриент закончил обучение более трёх лет назад.
- 4.8. В лесхозе 50 % посадок составляет сосна; 40 % береза и 10 % ель. Вероятность поражения грибковыми заболеваниями для этих деревьев составляет 0,3; 0,6 и 0,8 соответственно. При санитарном осмотре было выбраковано дерево. Какова вероятность того, что это дерево ель?
- 4.9. На склад поступает продукция трёх фабрик. Причем продукция первой фабрики составляет 26 %; второй - 40 %; третьей - 34 %. Известно также, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 1 %; для второй - 3 %; а для третьей - 1,5 %. Вычислите вероятность того, что наугад взятое изделие произведено на первой фабрике, если оно оказалось нестандартным.
- 4.10. В гимназии 67 проц. учащихся девочки. 89 проц. девочек и 78 проц. мальчиков имеют билеты в театр. В учительскую принесли кем-то потерянный билет. Какова вероятность того, что билет принадлежит девочке?
- 4.11. В кафе посетителей обслуживают три официантки. Первая обслуживает 40 % столиков, вторая - 35 % столиков и третья - 25 % столиков. Вероятность ожидания клиентами каждой из них более 5 минут составляет 0,4; 0,35 и 0,2 соответственно. Какова вероятность того, что клиенты были обслужены второй официанткой, если они ждали официантку 2 минуты.
- 4.12. В первом ящике 22 сосновых и 15 еловых шишек, а во втором - 20 сосновых и 25 еловых. Из первого ящика переложили две шишки во второй, а потом из второго ящика достали одну шишку. Какова вероятность того, что эта шишка из первого ящика, если она еловая?
- 4.13. В группе из 30 стрелков 7 отличных, 11 хороших, 10 посредственных и 2 плохих. При одном выстреле отличный стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,98; хороший - с вероятностью 0,9; посредственный с вероятностью 0,75; а плохой - с вероятностью 0,4. Наугад выбранный стрелок выстрелил дважды; отмечены одно попадание и один промах. Каким стрелком вероятнее всего были произведены выстрелы?
- 4.14. Два охотника одновременно стреляют в цель. Известно, что вероятность попадания у первого охотника равна 0,8, а у второго - 0,6. В результате трёх залпов оказалось 5 попаданий. Какова вероятность того, что промахнулся первый охотник?
- 4.15. В цеху изготавливается 40 % овощных соков и 60 % фруктово-ягодных. В среднем 9 пакетов овощных соков из 1 000 оказываются с недоливом, а среди 500 пакетов фруктово-ягодных соков недолив встречается в 2 пакетах. Случайно выбранный пакет с соком оказался неполным. Найти вероятность того, что это пакет с

овощным соком.

- 4.16. При исследовании жирности молока лосих всё стадо было разбито на три группы. В первой группе оказалось 50 %; во второй 33 % и в третьей 17 % всех лосих. Вероятность того, что молоко, полученное от отдельной лосихи, имеет не менее 4 % жирности, для каждой группы лосих соответственно равна 0,7; 0,45 и 0,2. Взятая наугад лосиха даёт молоко жирностью 4%. Найти вероятность того, что эта лосиха из первой группы.
- 4.17. Имеется 5 ящиков с кружками. В первом, втором и третьем находится по 6 белых и 8 синих кружков, в четвёртом и пятом ящиках по 4 белых и 6 синих кружков. Случайно выбирается ящик, и из него извлекается кружка. Какова вероятность того, что был выбран четвёртый или пятый ящик, если извлеченная кружка оказалась белой?
- 4.18. Покупатель с равной вероятностью посещает 3 магазина. Вероятность того, что он купит товар в первом магазине равна 0,3; во втором 0,4; в третьем - 0,2. Определить вероятность того, что покупатель купил товар только в одном магазине, если каждый магазин он посетил дважды.
- 4.19. Первая бригада производит в четыре раза больше продукции, чем вторая. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады 0,88; для второй - 0,93. Взятая наугад единица продукции оказалась стандартной. Какова вероятность того, что она сделана первой бригадой?
- 4.20. Для посева заготовлены семена 4 видов клёна. Причем, 25 % всех семян клёна 1-го вида; 36 % - 2-го вида; 28 % - 3-го вида; 11 % - 4-го вида. Вероятность всхожести для семян первого вида равна 0,61, для второго - 0,54; для третьего - 0,33; для четвертого - 0,47. Найти вероятность того, что взошедшее семечко принадлежит к клёнам: а) третьего вида; б) второго вида; в) первого вида.
- 4.21. Агентство по страхованию автомобилей разделяет водителей по 3 классам: P_1 (практически не рискует), P_2 (мало рискует), P_3 (всегда рискует). Анализ застрахованных водителей предыдущих периодов показал, что 24 % водителей принадлежит классу P_1 ; 48 % - классу P_2 и 28 % - классу P_3 . Вероятность попасть в течение года в аварию для водителей класса P_1 равна 0,01; класса P_2 - 0,015; класса P_3 - 0,024. Какова вероятность того, что водитель, ни разу не попавший за год в аварию, из класса P_1 ?
- 4.22. В собранной электрической цепи могут быть поставлены предохранители 3 типов. Вероятности постановки предохранителя первого, второго или третьего типов равны 0,17; 0,62 и 0,21. Вероятности перегорания при перегрузке цепи для предохранителей первого, второго и третьего типов равны 0,98; 0,87 и 0,84 соответственно. Какова вероятность того, что поставлен предохранитель первого или второго типа, если предохранитель перегорел?
- 4.23. На мебельной фабрике выпускаются столы: 24 % - "под орех"; 37 % - "под сосну"; 39 % - "под дуб". При этом в течение месяца продается 99 % выпускаемых столов "под орех"; 95 % - "под сосну"; 90 % - "под дуб". Какова вероятность того, что проданный сегодня утром стол имеет окраску "под орех"?
- 4.24. На деревообрабатывающем предприятии выпускают фанеру трех типов, причем типа А - 21 % от общего количества; типа В - 45 %; типа С - 38 %. За день распродано 98 % фанеры типа А; 90 % фанеры типа В и 80 % фанеры типа С. Какова вероятность того, что последняя продажа дня пришлась на фанеру типа А?

- 4.25. При окраске изделий фабрики в 30 случаях из 100 используется синяя краска, в 15 красная, в 23 зелёная и в 33 белая. Среди изделий, окрашенных цветными красками, вероятность некачественной окраски составляет 0,04, а среди тех, что окрашены белой краской, - 0,06. Случайно проверенное изделие оказалось с дефектом окраски. Какова вероятность того, что это изделие: а) зелёное? б) синее? в) белое?
- 4.26. Три пассажира вышли из вагона метро на станции "Киевская". Вероятности того, что они сделают пересадку, равны 0,89; 0,13 и 0,92, соответственно, для первого, второго и третьего пассажиров. Двое из пассажиров вышли к Киевскому вокзалу. Найти вероятность того, что среди них был второй пассажир.
- 4.27. Для контроля влажности воздуха в музее установлены четыре датчика. Вероятности ошибки в их показаниях равны 0,01 для первого, 0,13 для второго, 0,011 для третьего и 0,009 для четвертого. Контролёр наугад снимает показания с одного из датчиков и записывает его показания в контрольный журнал. Какова вероятность того, что были сняты показания со второго датчика, если они оказались ошибочными?
- 4.28. На одной яблоне привиты три сорта яблок, а на второй два из них. В этом году с первой яблони собрали 30 яблок сорта анис, 42 яблока сорта грушовка и 32 яблока сорта пепин шафранный, а со второй яблони - 43 яблока сорта анис и 54 яблока сорта пепин шафранный. Хозяин угостил мальчика яблоком сорта пепин шафранный. Какова вероятность того, что это яблоко росло на второй яблоне?
- 4.29. Хоккейная команда собрана из представителей клубов трёх областей: 30 % ее состава из Псковской области, 33 % из Новгородской и 41 % из Ленинградской. В нападении играет 30 % игроков из Ленинградской области и 28 % из Новгородской. В игре тренер выпускает на замену нападающего. Какова вероятность того, что он из Псковской области?
- 4.30. Туристы могут пообедать в трёх ресторанах города. Вероятность того, что они направятся к первому ресторану - $1/3$; ко второму - $1/5$; к третьему - $1/15$. Вероятность того, что эти рестораны уже закрыты на обслуживание какой-то другой группы туристов, для первого ресторана равна 0,5; для второго - 0,121; для третьего - 0,333. Туристы пообедали в том ресторане, куда они пришли. Какова вероятность того, что это был второй ресторан?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3. ПОВТОРНЫЕ НЕЗАВИСИМЫЕ ИСПЫТАНИЯ.

ФОРМУЛА БЕРНУЛЛИ.

1. *Цель работы* — научиться находить наивероятнейшие события и вероятность появления события в повторных независимых испытаниях.

2. Задачи работы:

- вычислять по формуле Бернулли средствами Excel вероятности появления события заданное число раз;
- уметь пользоваться локальной теоремой Лапласа;
- уметь пользоваться интегральной теоремой Лапласа;
- уметь использовать аппарат функций Excel для вычислений вероятностей по локальной и интегральной теоремам Лапласа;

- уметь вычислить наиболее вероятное число событий;
- находить вероятность появления наиболее вероятного числа событий.

3. Описание задания

Лабораторная работа посвящена повторным независимым испытаниям и предполагает знание необходимых по теме определений понятий и теорем из раздела 1.5. В ходе выполнения работы нарабатываются навыки использования в качестве справочных таблиц для вычисления функций средств Excel, размещённых в разделе "Статистические функции". Кроме того, рассматривается задача прогнозирования наиболее вероятного числа появления событий в ходе многократного повторения заданной вероятности его появления в одном опыте. При выполнении лабораторной работы студент должен решить задачи своего варианта.

Расчёты, проведенные по локальной и интегральной теоремам Лапласа, следует провести двумя способами. с использованием таблиц локальной и интегральной функций Лапласа и средствами Excel. Полученные результаты должны быть сопоставлены.

4. Варианты задания

Номер варианта	Номер задачи									
	1	5	9	8	12	17	23	27	28	30
1	1	5	9	8	12	17	23	27	28	30
2	2	6	7	11	15	19	21	24	26	27
3	3	4	12	13	14	18	20	22	25	28
4	4	5	16	20	21	23	24	27	28	29
5	5	7	9	10	11	13	16	19	23	25
6	6	8	12	14	15	17	18	22	24	26
7	1	3	7	14	15	16	18	20	23	24
8	2	4	8	10	12	14	22	24	28	30
9	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
10	6	8	10	14	16	18	25	26	27	28
11	2	5	11	13	17	20	23	25	26	27
12	3	10	12	17	18	19	22	24	27	29
13	4	9	13	16	19	20	21	23	25	26
14	6	11	14	15	17	18	19	22	24	28
15	7	12	15	16	18	20	21	27	29	30

Задачи

1. Мастер обслуживает шесть однотипных станков. Вероятность того, что станок потребует внимания мастера в течение дня, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение дня мастеру придется вмешаться в работу станков: а) меньше одного раза; б) больше двух раз; в) не меньше трёх раз; г) не больше двух раз; д) от двух до пяти раз.

2. Девушка согласилась пойти в кино с юношей только на четвёртое его приглашение. Вероятность того, что юноша приглашает девушку в какой-то день пойти с ним в кино, равна 0,4. Какова вероятность того, что девушка пойдёт в кино с юношей, если он её сегодня приглашает в пятый раз?
3. Игральную кость бросаем 15 000 раз. Какова вероятность того, что шестёрка появится не менее 2 000 и не более 2 500 раз?
4. Вероятность выигрыша в лотерее равна 0,01. Какова вероятность того, что среди 1 000 наугад купленных билетов не менее 30 и не более 40 выигрышных?
5. Вероятность того, что студент забросит мяч в корзину, равна 0,4. Студент произвел 24 броска. Найти наиболее вероятное число попаданий и соответствующую вероятность.
6. Мебельная фабрика производит продукцию, среди которой 90 % высшего качества. Какова вероятность того, что среди 200 изделий этой фабрики высшего сорта будет: а) не меньше 160; б) не больше 170?
7. Два равных по силе шахматиста играют в турнире. Что вероятнее: три победы одного из них в пяти партиях или 6 побед в десяти?
8. В освещении помещения фирмы используются 14 лампочек. Для каждой лампочки вероятность того, что она останется исправной в течение года, равна $\frac{1}{8}$. Какова вероятность того, что в течение года придётся заменить не меньше половины всех лампочек?
9. Вероятность встретить на улице знакомого равна 0,1. Сколько среди первых 100 случайных прохожих можно надеяться встретить знакомых с вероятностью 0,95?
10. Стрелок стреляет по цели до первого попадания. Найти вероятность того, что у стрелка останется хотя бы один неизрасходованный патрон, если он получил 1 патронов и вероятность попадания в цель при одиночном выстреле равна $\frac{1}{1}$.
11. В июне в Москве в среднем бывает 20 дождливых дней. Какова вероятность того, что в период с 20 по 25 июня какие-то два дня окажутся дождливыми?
12. Саженьцы сосны приживаются с вероятностью 0,9. Найти вероятность того, что из 400 посаженных саженцев число прижившихся будет заключено между 348 и 368.
13. Вероятность выздоровления больных при применении нового лекарства составляет 85 %. В больницу на лечение положили 125 больных. Какова вероятность того, что 111 из них вылекутся?
14. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для данного охотника равна 0,9 и не зависит от номера выстрела. Найти наиболее вероятное число попаданий в мишень при 1 выстрелах и соответствующую этому числу вероятность.
15. Всхожесть семян астры данного сорта оценивается вероятностью 0,85. Какова вероятность того, что из семи посеянных семян взойдут не менее четырёх?
16. Монета брошена 10 раз. Какова вероятность того, что герб выпадет от 4 до 6 раз?
17. Игральная кость брошена 5 раз. Чему равна вероятность выпадения единицы хотя бы один раз?
18. Было посажено 800 деревьев. Чему равна вероятность того, что прижившихся деревьев больше 350, если вероятность приживания для одного дерева равна 0,85?
19. Вероятность выигрыша по облигациям займа за всё время его действия равна 0,25. Какова вероятность человеку, купившему 6 облигаций, выиграть по четырём из них?
20. Какова вероятность того, что при 18 бросаниях монеты герб выпадет ровно 10 раз?
21. Игральную кость бросают 180 раз. Сколько раз, вероятнее всего, выпадет шесть очков? Найти вероятность этого события.

22. Вероятность появления на занятиях студента равна 0,2. В семестре всего 385 занятий. Какова вероятность того, что студент будет присутствовать не менее чем на 16 занятиях?
23. В мастерской работают 8 моторов. Для каждого мотора вероятность перегрева к обеденному перерыву равна 0,8. Найти вероятность того, что к обеденному перерыву перегреются 4 мотора.
24. Монету бросают 387 раз. Какова вероятность того, что герб при этом выпадет не менее 195 раз, но не более 207 раз?
25. Вероятность опоздать на электричку для студента ежедневно равна 0,15. Студент ездит на учёбу 236 дней в году. Найти наивероятнейшее число опозданий в течение года. Какова вероятность этого числа?
26. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что хотя бы на одной из костей выпало не больше двух очков.
27. В кольцо делают четыре независимых броска. Вероятность попадания в кольцо при одном броске равна 0,3. Чтобы победить, команде достаточно попасть три раза. При двух попаданиях в кольцо вероятность выигрыша равна 0,8, а при одном попадании - 0,5. Найти вероятность того, что команда выиграет.
28. Вероятность того, что телевизор в течение гарантийного срока потребует ремонта, равна 0,03. Найти вероятность того, что из 10 телевизоров хотя бы один потребует ремонта в течение гарантийного срока.
29. Вероятность изготовления детали высшего качества на данном станке равна 0,43. Найти наивероятнейшее число деталей высшего качества среди 42 деталей. Чему равна вероятность этого события?
30. По цели производятся три независимых выстрела. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0,12; при втором - 0,21 и при третьем - 0,34. Для поражения цели достаточно двух попаданий. При одном попадании цель поражается с вероятностью 0,63. Найти вероятность поражения цели.

5. Требования к оформлению результатов

В ходе выполнения лабораторной работы на ПК студент формирует свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записывает исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно выделить полученный ответ.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4. ДИСКРЕТНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

1. *Цель работы* — научиться строить законы распределения по заданным для дискретных случайных величин.

2. *Задачи работы:*

- уметь находить закон распределения для произведения константы на случайную величину;
- уметь находить закон распределения для суммы случайных величин;
- уметь находить закон распределения для разности случайных величин;
- уметь находить закон распределения для квадрата случайной величины;
- уметь находить закон распределения для корня квадратного из случайной величины;
- строить по закону распределения случайной величины ее многоугольник распределения;
- проводить расчеты средствами Excel с использованием необходимых для этого

математических функций и действий;

- уметь применять средства "Мастера диаграмм" Excel.

3. Общее описание задания

Лабораторная работа предполагает знание необходимых по теме определений, понятий по теме «Дискретные случайные величины». Изучаются различные дискретные случайные величины и действия с ними. Строятся многоугольники и гистограммы распределения. При выполнении лабораторной работы студент должен решить задачи своего варианта. Выполнение одного варианта может делать бригада из двух человек. Расчёты должны быть проведены средствами Excel с использованием необходимых для этого математических функций и действий.

Построение многоугольника распределения проводится средствами «Мастера диаграмм» Excel. При этом ставится цель: овладеть способами нанесения на рисунки необходимых текстовых пояснений, а также обозначений осей и рисуемых объектов. При построении диаграмм используются различные виды диаграмм и их цветовые разновидности. При построении графиков для многоугольника распределения изучаются различные формы линии тренда и способы получения аналитических зависимостей для них. Рассматриваются возможности Excel построения графиков разного типа.

Для построения графиков, гистограмм и диаграмм необходимо нажать на иконку с названием «Мастер диаграмм». После включения окна «Мастер диаграмм» выбирают тот вид графического изображения заданной случайной величины, который наиболее соответствует решаемой задаче.

4. Задания

4.1. Найти законы распределения случайных величин $3X + A$, $AX - 5X$, X^2 , по закону распределения для дискретной случайной величины X , заданному рядом распределения, и построить для нее многоугольник распределения. Число A равно последней цифре в Вашем порядковом номере в списке группы (журнала по математике).

При построении различных диаграмм продемонстрировать возможности Excel для представления различных типов гистограмм, графиков и диаграмм. Сделать соответствующие надписи на осях и диаграммах. Применить возможности нахождения тренда и его аналитической зависимости для линейных графиков. Использовать при построении диаграмм цветовые возможности программы «Мастер диаграмм».

X	12	14	16	24	21
P	0,4	0,3	0,1	0,15	0,05

4.2. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины $Z = 3X - 2Y$, если известны математические ожидания и дисперсии случайных величин X и Y :

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$M(X)$	32	25	112	34	55	46	73	54	123	236	46	24	53	167	41
$M(Y)$	16	127	57	13	67	37	112	33	101	213	78	93	45	321	57
$D(X)$	4	12	42	23	3	2	11	14	13	17	5	11	3	34	3
$D(Y)$	6	19	12	40	4	6	21	15	17	6	8	9	6	67	5

5. Требования к оформлению результатов

В ходе выполнения лабораторной работы на ПК студент формирует свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записывает исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно выделить полученный ответ. Многоугольник распределения построить с помощью графиков из "Мастера диаграмм" Excel.

Полученные в ходе решения задач рисунки могут быть сделаны как отдельно для каждой из вновь полученных случайных величин, так и на общих координатных осях.

На графике воспользоваться средствами для нахождения аналитической функции тренда и определить достоверность найденного тренда.

Провести эксперименты с цветами и формами представления различных видов диаграмм.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5. ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. ПЛОТНОСТЬ

РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1. *Цель работы* - приобретение навыков работы с функциями распределения различных случайных величин.

2. *Задачи работы* .

- уметь находить функцию распределения дискретной случайной величины;
- определять по заданной функции распределения непрерывной случайной величины её плотность и наоборот;
- уметь вычислять вероятность события по заданной функции распределения или плотности распределения;
- определять параметры функций распределения и плотности распределения на основании их свойств.

3. *Общее описание задания*

Лабораторная работа предполагает знание теоретических положений темы «Функция распределения. Плотность распределения». В работе изучаются понятия функции и плотности распределения, их взаимосвязь и свойства. При выполнении лабораторной работы студент должен решить задачи своего варианта. Расчёты должны быть

проведены средствами Excel, где это возможно. Задачи для непрерывных случайных величин выполняются методами дифференциального и интегрального исчисления, изученными ранее.

4. Задания

Необходимо выполнить 2 задания (4.1, 4.2).

Задание 4.1 предложено в пяти вариантах. Вариант выбрать согласно порядкового номера в списке журнала, используя кратность 5. Если у Вас порядковый номер 7, то ваш вариант 2 ($7=5 \cdot 1 + 2$), и Вы решаете задания 4.1.2.

4.1. Задана функция распределения.

А) Построить график функции распределения;

В) Определить вероятность того, что случайная величина попадет в интервал $(0,5; 0,6)$;

С) Найти плотность распределения случайной величины.

$$4.1.1. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}, & -1 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1, & x > \frac{1}{3} \end{cases} \quad 4.1.2. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ 0,5x - 1, & 2 < x \leq 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

$$4.1.3. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases} \quad 4.1.4. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ x - 1, & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$4.1.5. F(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

4.2. Задана плотность распределения случайной величины X. Найти:

А) параметр a;

В) функцию распределения F(x).

$$F(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x \leq 1, \\ a \cdot (x - 1) / n, & 1 < x < n + 1, \\ 1, & n + 1 \leq x < +\infty. \end{cases}$$

В задание 4.2. вместо n подставить последнюю цифру Вашего порядкового номера в списке журнала.

5. Требования к оформлению результатов

В ходе выполнения лабораторной работы на ПК студент формирует свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записывает исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно выделить полученный ответ.

Задания лабораторной работы для непрерывных случайных величин, требующие

знания дифференциального и интегрального исчисления функций, необходимо выполнять на листах формата А4 в рукописном или печатном виде.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

1. *Цель работы* – научиться вычислять числовые характеристики случайной величины.

2. *Задачи работы:*

- уметь находить математическое ожидание дискретной случайной величины с помощью Excel;
- уметь находить дисперсию дискретной случайной величины с помощью Excel;
- уметь находить средне квадратическое отклонение дискретной случайной величины с помощью Excel;
- уметь находить математическое ожидание, дисперсию, моду, медиану, среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины.

3. **Общее описание задания**

Лабораторная работа предполагает предварительное изучение, и усвоение теоретических положений темы «Случайные величины». В работе нарабатываются навыки вычисления математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения случайных величин. При решении задач изучаются различные свойства числовых характеристик случайных величин.

Для непрерывных случайных величин изучаются понятия моды и медианы. При выполнении лабораторной работы студент должен решить задачи своего варианта. Расчёты должны быть проведены либо на листах формата А4, либо средствами Excel, где это возможно.

Задачи для непрерывных случайных величин выполняются методами интегрального исчисления, изученными ранее.

4. **Задание**

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения:

X	$n+5$	$n+2$	n	$n+1$	$2n$
P	0,4	0,3	0,1	0,15	0,05

n – Ваш порядковый номер в списке журнала.

5. **Требования к оформлению результатов**

В ходе выполнения лабораторной работы на ПК студент формирует свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записывает исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно выделить полученный ответ.

Результаты решения задач для непрерывных случайных величин представляются на отдельных листах формата А4 в рукописном или печатном виде с указанием номера лабораторной работы и решаемого варианта. Материал на проверку должен быть сдан преподавателю не позднее, чем через неделю после проведения лабораторной работы.

Пример нахождения дисперсии случайной величины.

Для нахождения дисперсии воспользуемся формулой

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2.$$

Найдём математическое ожидание и возведём его в квадрат (рис.1). Результат вычислений представлен в ячейке B13:

	A	B	C	D	E	Строка формул
1	Значение	Вероятность				
2	1	0,0769				
3	2	0,1538				
4	3	0,0256				
5	4	0,1538				
6	5	0,0769				
7	6	0,0256				
8	7	0,1026				
9	8	0,1795				
10	9	0,0769				
11	10	0,1282				
12						
13		32,9888				
14						

Рис. 1.

Теперь найдём $M(X^2)$. Для этого значения случайной величины возведём в квадрат и запишем эти значения в столбец C. Затем найдём математическое ожидание для случайной величины X . Результат вычислений представлен в ячейке C13 (рис. 2):

	A	B	C	D	E	Строка формул
1	Значение	Вероятность				
2	1	0,0769	1			
3	2	0,1538	4			
4	3	0,0256	9			
5	4	0,1538	16			
6	5	0,0769	25			
7	6	0,0256	36			
8	7	0,1026	49			
9	8	0,1795	64			
10	9	0,0769	81			
11	10	0,1282	100			
12						
13		32,9888	41,7949			
14						

Рис. 2.

После этого, согласно формуле $D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$, достаточно вычислить разность между значениями ячеек C13 и B13. В нашем случае дисперсия равна 8,8061.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

1. *Цель работы* – научиться вычислять основные статистические

характеристики выборки;

2. Задачи работы:

- уметь находить основные статистические характеристики выборки с помощью расчётных формул;
- уметь находить основные статистические характеристики выборки с помощью Excel;

3. Общее описание задания

Лабораторная работа предполагает предварительное изучение и усвоение теоретических положений темы «Основы математической статистики». Расчёты должны быть проведены с помощью расчётных формул на листах формата А4 и средствами Excel.

4. Задание (5 вариантов). (Вариант выбрать согласно Вашего порядкового номера в списке журнала, используя кратность 5. Если у Вас порядковый номер 7, то ваш вариант 2 ($7=5*1+2$), и Вы решаете задание 4.2.)

В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистического ряда:

4.1.

17,1	21,4	15,9	19,1	22,4	20,7	17,9	18,6	21,8	16,1
19,1	20,5	14,2	16,9	17,8	18,1	19,1	15,8	18,8	17,2
16,2	17,3	22,5	19,9	21,1	15,1	17,7	19,8	14,9	20,5
17,5	19,2	18,5	15,7	14,0	18,6	21,2	16,8	19,3	17,8
18,8	14,3	17,1	19,5	16,3	20,3	17,9	23,0	17,2	15,2
15,6	17,4	21,3	22,1	20,1	14,5	19,3	18,4	16,7	18,2
16,4	18,7	14,3	18,2	19,1	15,3	21,5	17,2	22,6	20,4
22,8	17,5	20,2	15,5	21,6	18,1	20,5	14,0	18,9	16,5
20,8	16,6	18,3	21,7	17,4	23,0	21,1	19,8	15,4	18,1
18,9	14,7	19,5	20,9	15,8	20,2	21,8	18,2	21,2	20,1

4.2.

189	207	213	208	186	210	198	219	231	227
202	211	220	236	227	220	210	183	213	190
197	227	187	226	213	191	209	196	202	235
211	214	220	195	182	228	202	207	192	226
193	203	232	202	215	195	220	233	214	185
234	215	196	220	203	236	225	221	193	215
204	184	217	193	216	205	197	203	229	204
225	216	233	223	208	204	207	182	216	191
210	190	207	205	232	222	198	217	211	201
185	217	225	201	208	211	189	205	207	199

4.3.

9,4	7,9	0,3	6,8	4,2	11,9	7,8	1,7	5,1	8,8
8,7	11,1	7,7	1,8	5,5	10,5	4,3	3,8	1,4	11,2
1,1	7,3	3,7	4,4	11,8	8,6	1,9	5,6	10,1	8,4
10,0	11,6	5,2	2,1	5,7	4,8	7,4	0,8	4,7	3,6
8,3	7,6	0,7	7,3	3,4	11,4	5,7	9,9	2,2	7,2
2,3	4,7	9,7	7,3	5,8	4,9	3,3	0,5	7,5	4,6
5,0	0,4	8,9	7,1	9,6	11,5	5,9	9,0	5,3	2,4
9,5	5,9	1,0	9,1	2,5	6,0	8,2	3,2	10,9	6,1
10,2	2,6	4,5	3,1	6,2	11,7	6,3	0,2	7,0	9,2
1,2	6,4	11,9	6,9	8,1	6,5	2,9	6,2	4,4	10,3

4.4.

1,6	4,4	10,9	6,4	4,0	2,8	5,2	1,2	7,6	3,4
2,9	5,3	1,7	7,7	6,9	10,1	5,4	4,1	8,8	6,5
6,6	4,2	5,5	0,5	8,9	4,5	1,8	5,6	7,8	3,0
1,9	10,2	7,9	2,5	5,7	3,1	6,7	4,3	0,6	9,0
6,8	3,2	4,4	9,1	10,3	6,0	7,9	6,9	8,0	2,0
7,0	10,7	8,1	2,1	5,8	6,4	0,3	4,5	9,2	3,3
7,6	9,3	3,4	4,6	5,0	3,8	5,9	8,2	2,2	7,1
2,3	0,8	7,2	8,3	11,1	6,5	3,5	9,4	10,8	4,7
4,8	6,1	3,6	9,5	8,4	2,4	6,2	7,3	5,7	0,9
7,4	8,5	5,8	1,1	5,9	4,9	3,7	9,6	2,6	6,1

4.5.

20	26	32	34	26	28	22	30	17	24
30	28	18	22	24	26	34	28	22	20
34	24	28	20	32	17	22	24	26	30
30	22	26	35	28	24	30	32	28	18
20	30	17	24	32	28	22	26	24	30
34	26	24	28	22	30	35	32	20	17
28	22	36	30	20	26	28	23	24	32
20	26	30	24	32	17	22	28	35	26
28	35	32	22	26	24	26	24	30	24
18	24	26	28	35	30	26	22	26	28

А) Требуется с помощью расчётных формул на листах формата А4:

- а) записать значения результатов эксперимента в виде вариационного ряда;
- б) найти размах варьирования и разбить его на 9 интервалов;
- в) построить полигон частот, гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения;
- г) найти числовые характеристики выборки \bar{x} , D_B ;
- д) приняв в качестве нулевой гипотезу H_0 : генеральная совокупность, из которой извлечена выборка, имеет нормальное распределение, проверить ее, пользуясь критерием Пирсона при уровне значимости $\alpha=0,025$;
- е) найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения при надежности $\gamma = 0,9$.

Б) Средствами Excel найти:

- а) среднее значение выборки \bar{x} ; б) выборочную дисперсию D_B ;
- в) стандартную ошибку; г) моду; д) медиану; е) стандартное отклонение;
- ж) эксцесс; и) асимметричность; к) минимум, максимум, сумму.

6. Требования к оформлению результатов

Выполнить работу необходимо: А) с использованием расчётных формул (вручную) образец выполнения: см. *Рябушко А.П.* и др. Индивидуальные задания по высшей математике: учебное пособие, Ч. 4. – Мн.: Выш. шк., 2009. С. 280;

Б) с помощью ПК (Excel) образец выполнения: см. пример ниже.

В ходе выполнения лабораторной работы на ПК сформировать свой файл, в котором в табличном процессоре Excel последовательно записать исходные данные задачи, ход решения и полученные результаты. При этом следует указать номер

лабораторной работы, номер решаемой задачи. Отдельно выделить полученный ответ.

Результаты решения задач для представляются на отдельных листах формата А4 в рукописном или печатном виде с указанием номера лабораторной работы и решаемого варианта. Материал на проверку должен быть сдан преподавателю не позднее, чем через неделю после проведения лабораторной работы.

Пример решения задания с помощью Excel . Рассматривается зарплата основных групп работников гостиницы: администрации, обслуживающего персонала и работников ресторана. Были получены следующие данные:

Администрация	Персонал	Ресторан
4500	2100	3200
4000	2100	3000
3700	2000	2500
3000	2000	2000
2500	2000	1900
	1900	1800
	1800	
	1800	

Необходимо определить основные статистические характеристики в группах данных.

Решение.

Для использования инструментов анализа исследуемые данные следует представить в виде таблицы, где столбцами являются соответствующие показатели. Значения зарплат сотрудников администрации введите в диапазон А1:А5, обслуживающего персонала — в диапазон В1:В8 и т. д. В результате получится таблица, представленная на рис. 1.

	А	В	С	
1	4500	2100	3200	
2	4000	2100	3000	
3	3700	2000	2500	
4	3000	2000	2000	
5	2500	2000	1900	
6		1900	1800	
7		1800		
8		1800		

Рис. 1.

Далее необходимо провести элементарную статистическую обработку. Для этого, указав курсором мыши на пункт меню Сервис, выберите команду Анализ данных. Затем в появившемся списке Инструменты анализа выберите строку Описательная статистика.

Примечание: Если нет компонента «Анализ данных», то:

1) сначала нужно зайти в меню "Надстройки" и проверить, активизирован ли этот компонент. Если не активирован, то поставить птичку (возможно, потребуется дистрибутив Офиса) .

2) если в надстройках компонента нет совсем, то нужно заново запустить установку Офиса, где в настройках компонентов найти и установить нужный Вам "Анализ данных".

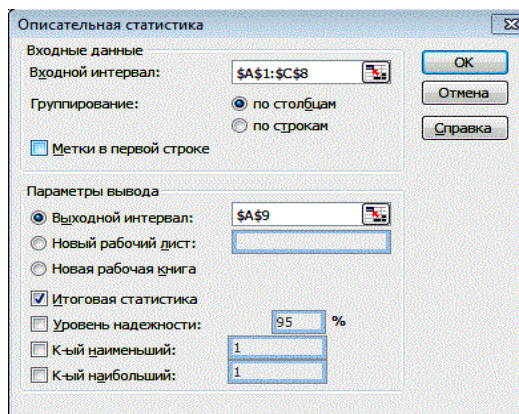


Рис. 2.

В появившемся диалоговом окне (рис. 2) в рабочем поле Вводной интервал укажите входной диапазон – A1:C8. Активировав переключателем рабочее поле Выходной интервал, укажите выходной диапазон – ячейку A9. В разделе Группировка переключатель установите в положение по столбцам. Установите флажок в поле Итоговая статистика и нажмите кнопку ОК. Получите результаты работы инструмента Описательная статистика (рис. 3).

	A	B	C	D	E	F
9	Столбец1		Столбец2		Столбец3	
10						
11	Среднее	3540	Среднее	1962,5	Среднее	2400
12	Стандартная ошибка	355,8089375	Стандартная ошибка	41,99277149	Стандартная ошибка	243,5843
13	Медиана	3700	Медиана	2000	Медиана	2250
14	Мода	#Н/Д	Мода	2000	Мода	#Н/Д
15	Стандартное отклонение	795,6129712	Стандартное отклонение	118,7734939	Стандартное отклонение	596,6574
16	Дисперсия выборки	633000	Дисперсия выборки	14107,14286	Дисперсия выборки	356000
17	Эксцесс	-1,29384635	Эксцесс	-1,229290178	Эксцесс	-2,06887
18	Асимметричность	-0,245024547	Асимметричность	-0,394325716	Асимметричность	0,457606
19	Интервал	2000	Интервал	300	Интервал	1400
20	Минимум	2500	Минимум	1800	Минимум	1800
21	Максимум	4500	Максимум	2100	Максимум	3200
22	Сумма	17700	Сумма	15700	Сумма	14400
23	Счет	5	Счет	8	Счет	6

Рис. 3.

✓ Средним значением выборки, или выборочным аналогом математического ожидания,

называется величина $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$. Среднее значение – это центр выборки, вокруг

которого группируются элементы выборки. При увеличении числа наблюдений среднее приближается к математическому ожиданию. Среднее значение обозначается также буквой М.

✓ Стандартная ошибка или ошибка среднего находится из выражения $m = \frac{s}{\sqrt{n}}$.

Стандартная ошибка – это параметр, характеризующий степень возможного отклонения среднего значения, полученного на исследуемой ограниченной выборке, от истинного среднего значения, полученного на всей совокупности элементов. С помощью стандартной ошибки задается так называемый доверительный интервал. 95%-ный доверительный интервал, равный $\bar{x} \pm 2m$, обозначает диапазон, в который с вероятностью $\rho=0,95$ (при достаточно большом числе наблюдений $n > 30$) попадает среднее генеральной совокупности МХ.

- ✓ Выборочная медиана – это число, которое является серединой выборки, то есть половина чисел имеет значения большие, чем медиана, а половина чисел имеет значения меньшие, чем медиана. Для нахождения медианы обычно выборку ранжируют – располагают элементы в порядке возрастания. Если количество членов ранжированного ряда нечетное, медианой является значение ряда, которое расположено посередине, то есть элемент с номером $(n + 1)/2$. Если число членов ряда четное, то медиана равна среднему членов ряда с номерами $n/2$ и $n/2 + 1$.
- ✓ Мода — это элемент выборки с наиболее часто встречающимся значением (наиболее вероятная величина).

Основными показателями рассеяния вариантов являются интервал, дисперсия выборки, стандартное отклонение и стандартная ошибка.

- ✓ Выборочным стандартным отклонением (среднее квадратичное отклонение) называется величина $s = \sqrt{s^2}$. Это параметр, также характеризующий степень разброса элементов выборки относительно среднего значения. Чем больше среднее квадратичное отклонение, тем дальше отклоняются значения элементов выборки от среднего значения. Параметр аналогичен дисперсии и используется в тех случаях, когда необходимо, чтобы показатель разброса случайной величины выражался в тех же единицах, что и среднее значение этой случайной величины. Часто выборочное стандартное отклонение обозначают буквой σ (сигма).

- ✓ Дисперсией выборки, или выборочным аналогом дисперсии, называется величина

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

Дисперсия выборки – это параметр, характеризующий степень

разброса элементов выборки относительно среднего значения. Чем больше дисперсия, тем дальше отклоняются значения элементов выборки от среднего значения.

Показателями, характеризующими форму распределения, являются выборочные эксцесс и асимметрия.

- ✓ Эксцесс – это степень выраженности «хвостов» распределения, то есть частоты появления удаленных от среднего значений.
- ✓ Асимметрия – величина, характеризующая несимметричность распределения элементов выборки относительно среднего значения. Принимает значения от -1 до 1. В случае симметричного распределения асимметрия равна 0. Часто значения асимметрии и эксцесса используют для проверки гипотезы о том, что данные (выборка) принадлежат к определенному теоретическому распределению, в частности, нормальному распределению. Для нормального распределения асимметрия равна нулю, а эксцесс — трем.
- ✓ Интервал (амплитуда, вариационный размах) — это разница между максимальным и минимальным значениями элементов выборки. Интервал является простейшей и наименее надежной мерой вариации или рассеяния элементов в выборке.

Более точно отражают рассеяние показатели, учитывающие не только крайние, но и все значения элементов выборки.

- ✓ минимум — значение минимального элемента выборки;
- ✓ максимум — значение максимального элемента выборки;
- ✓ сумма — сумма значений всех элементов выборки;
- ✓ счет — количество элементов в выборке.

Рекомендуемая литература

Основная литература

1. **Решение математических задач средствами EXCEL: Практикум / В.Я. Гельман. – СПб.: Питер, 2003 – 240 с.**
2. *Бараненков А.И.* Сборник задач и типовых расчетов по высшей математике: Учебное пособие / А.И. Бараненков, Е.П. Богомолова, И.М. Петрушко. – СПб-М-Краснодар: Лань, 2009.

3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман М.: Высш. образование, 2006.
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. Е. Гмурман. М.: Высш. образование, 2006.
5. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: в 2 ч. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. М.: ОНИКС XXI век: Мир и Образование, 2006. Ч I, Ч II.9.
6. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: в 2ч. / Письменный Д. Т. М.: Айрис-пресс, 2006. Ч I, Ч II.
7. Рябушко А.П. и др. Индивидуальные задания по высшей математике: учебное пособие в 4 ч. Ч. 4. – Мн.: Выш. шк., 2009.

Дополнительная литература

1. Андрухаев Х. М. Сборник задач по теории вероятностей /Х. М. Андрухаев. М.: Высш. шк., 2005.
2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика / Н. Ш. Кремер. М.: ЮНИТИ. 2004.

Список сайтов образовательных электронных ресурсов

1. Самаров К.Л. Теория вероятностей /Учебное пособие для студентов. Москва, СВАО, Учебный центр «Резольвента»- 2009. <http://www.resolventa.ru/metod/student/teorver.htm>
2. Кибзун А.И. и др. Теория вероятностей и математическая статистика: базовый курс с примерами и задачами / Учебн. пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 224 с. <http://zyurvas.narod.ru/knyhy2/Kibzun.pdf>.