Для определения **наиболее вероятного** **количества частиц** ***в каждом состоянии нужно найти максимум*** **термодинамической вероятности** W

Так как $\ln W$ ***- функция*** **гладкая** ***и*** **монотонная,** ***то положение*** **экстремумов** ***функций*** W ***и*** $S = k\ln W$ **совпадают** ***- потому будем искать*** **максимум энтропии,** ***при условиях, что полное число*** **частиц системы** $N = \sum_i N_i$ **и** ***полная*** **энергия системы** $E = \sum_i N_i E_i$ ***должны оставаться постоянными***

Подставим Е5 в Е2

$$S = k\,\lambda\nu\prod_{i=1}^{N}\frac{g_i\,!}{N_i!(g_i - N_i)!} = k\sum_i\left[\ln g_i\,! - \ln N_i! - \ln(g_i - N_i)!\right]$$

и воспользуемся ***формулой*** **Стирлинга** $\ln n! \approx n\ln n - n$ ***справедливой для*** **больших** n

$$\Sigma = \kappa\sum_{\iota}\{[\gamma_\iota \ln\gamma_\iota - \gamma_\iota] -$$

$$- N_i \ln N_i - N_i - [g_i - N_i \ln g_i - N_i) - (g_i - N_i)]\}$$

Далее, согласно **методу Лагранжа,** ***нужно построить*** **функцию** $F = S + \lambda_1 N + \lambda_2 E$

и ***найти ее*** **максимум** ***– для этого, прежде всего, нужно*** **найти производную**

$$\partial F/\partial N_\iota = k\sum_{\iota}\{-[\ln N_\iota + 1 - 1] + [\ln(g_\iota - N_\iota) + 1 - 1] + {}_1 + {}_2 E_\iota\}$$

и приравнять ее **нулю**

Получим

$$\ln\left(\frac{g_i - N_i}{N_i}\right) = -\frac{\lambda_1 + \lambda_2 E_i}{k}$$

***что* эквивалентно**

$$N_i = g_i \Big/ \left[Exp\left(-\frac{\lambda_1 + \lambda_2 E_i}{k}\right) + 1 \right]$$

Или

$$\langle n_i \rangle = \frac{N_i}{g_i} = \frac{1}{Exp\left(-\frac{\lambda_1 + \lambda_2 E_i}{k}\right) + 1}$$

Здесь $\langle n_i \rangle$ - **числа заполнения** ***энергетических уровней с номерами*** $i = 1, 2, 3, \ldots$

Параметры λ_1 ***и*** λ_2 ***имеют следующий смысл***

$$\lambda_1 = \frac{\mu}{T}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{T}$$

где T – **абсолютная** ***температура и*** μ - **химический потенциал ТС** $\quad \mu = \frac{1}{N_A}\left(\frac{dU}{dN}\right)_{S,U=const}$

Химический потенциал, ***который имеет размерность энергии, в случае ферми-частиц называют*** **энергией Ферми** $E_F \equiv \mu$

Таким образом, для любого **энергетического уровня ТС фермионов**

$$\boxed{\langle n \rangle = \frac{1}{Exp\left(\dfrac{E - E_F}{kT}\right) + 1}}$$