



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ**  
**Государственное образовательное учреждение**  
**высшего профессионального образования**  
**«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Декан ТЭФ

Кузнецов Г.В.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2008 г.

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ**  
**МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

Рабочая программа для направления 651100 «Техническая физика»

Факультет - Теплоэнергетический (ТЭФ)

Обеспечивающая кафедра - Атомных и тепловых электростанций (АТЭС)

Курс – 4

Семестр – 8

Учебный план набора 2006 года

**Распределение учебного времени**

Лекции	<u>38</u>	часов (ауд.)
Лабораторные занятия	<u>26</u>	часов (ауд.)
<b>Всего аудиторных занятий</b>	<b><u>64</u></b>	часов (ауд.)
Самостоятельная (внеауди- торная) работа	<u>120</u>	часов
<b>Общая трудоемкость</b>	<b><u>184</u></b>	часов
Зачет в <b>8</b> семестре		



## Предисловие

1. Рабочая программа составлена на основе ГОС по направлению 651100 «Техническая физика», утвержденного приказом Министерства образования РФ № 686 02.03.2000.  
РАССМОТРЕНА и ОДОБРЕНА на заседании обеспечивающей кафедры АТЭС  
" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2009 г. \_\_\_\_\_ протокол № \_\_\_\_
2. Разработчик: проф. кафедры АТЭС \_\_\_\_\_ Г.В. Кузнецов
3. Зав. обеспечивающей кафедрой \_\_\_\_\_ Л.А. Беляев
4. Рабочая программа СООТВЕТСТВУЕТ действующему плану.

Зав. выпускающей кафедрой \_\_\_\_\_ Л.А. Беляев



## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

651100

Каф. АТЭС ТЭФ

Профессор, д.ф.-м.н. Кузнецов Гений Владимирович

Тел.: 563-613

**Цель:** теоретическая и практическая подготовка будущих инженеров по методам и алгоритмам численного решения базовых задач вычислительной математики, которые достаточно часто встречаются при рассмотрении конкретных практических задач в различных технологических сферах.

**Содержание:** Понятие математической модели. Преимущества теории и эксперимента в математическом моделировании. Этапы математического моделирования (построение математической модели; разработка алгоритма для реализации модели на компьютере; создание программы на языке программирования высокого уровня). Основные этапы численного решения задачи на компьютере (физическая постановка; математическое моделирование; выбор численного метода; разработка алгоритма решения задачи; составление программы; отладка программы; счет по отлаженной программе; анализ результатов счета). Классификация погрешностей численного решения. Неустраняемая погрешность (погрешность математической модели, погрешность входных данных), погрешность численного метода, погрешность округления. Численное интегрирование. Формулы прямоугольников (левых, средних и правых). Формула трапеций. Формула Симпсона (метод парабол). Постановка задачи аппроксимации функции. Интерполяционный многочлен Лагранжа (интерполирующая функция, построение многочлена, анализ интерполяционных многочленов Лагранжа первой и второй степени). Структура и особенности метода наименьших квадратов. Приближение функции многочленом, двухпараметрические нелинейные зависимости. Многофакторные зависимости (метод Брандона). Решение систем линейных алгебраических уравнений. Две группы методов решения СЛАУ (прямые и итерационные). Метод Гаусса. Метод простых итераций. Решение нелинейных уравнений. Графический и аналитический методы отделения корней. Методы уточнения корней (метод простых итераций, метод дихотомии, метод Ньютона). Обобщение методов решения нелинейных уравнений на системы нелинейных уравнений. Некоторые общие сведения об интегральных уравнениях. Квадратурные методы решения интегральных уравне-



ний Фредгольма и Вольтерра. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Приближенно-аналитический метод решения задачи Коши (метод Пикара; теорема, дающая математическое обоснование метода Пикара; пример решения задачи Коши методом последовательных приближений). Численные методы решения задачи Коши (явный метод Эйлера, геометрический смысл этого метода; неявный метод Эйлера; метод трапеций). Метод Рунге-Кутты четвертого порядка. Математическая формулировка краевых задач для ОДУ. Классификация приближенных методов решения. Метод конечных разностей (построение разностной сетки; аппроксимация обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка; дискретизация граничных условий; метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей; условия корректности и устойчивости метода прогонки). Примеры и классификация уравнений в частных производных (уравнения Лапласа, Пуассона, волновое, теплопроводности; эллиптический, гиперболический и параболический тип уравнений). Постановка задачи для уравнений математической физики. Граничные условия 4 видов для уравнения теплопроводности. Некоторые разностные схемы для уравнения теплопроводности (явная и неявная двухслойные схемы, явная трехслойная схема). Аппроксимация, устойчивость и сходимость разностных схемы для уравнения теплопроводности (теорема Лакса, методы анализа устойчивости). Пример решения одномерного нестационарного уравнения теплопроводности.

Курс 4 (8 сем. - зачет).

Всего 184 ч, в т.ч.: Лк.- 38 ч, Лб.- 26 ч.



## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 1.1. Цель преподавания дисциплины

Анализ сложных физических процессов во многих случаях невозможен без применения методов математической физики. Процессы переноса тепла и массы при высоких температурах протекают в основном в режимах, когда их экспериментальное изучение представляет собой гораздо более сложную задачу, чем математическое моделирование физических процессов и явлений.

Целью преподавания курса “Математические методы моделирования физических процессов” является теоретическая и практическая подготовка будущих инженеров по методам и алгоритмам численного анализа физических процессов и явлений

### 1.2. Задачи изложения и изучения дисциплины

Задачей данной дисциплины является формирование у студентов:

- терминологической базы, включающей в себя основные понятия, термины, законы и теории математического моделирования физических процессов;
- понимания основных принципов построения математических моделей физических процессов;
- навыков алгоритмического мышления, которое играет определяющую роль в вопросах программирования и численного решения прикладных задач;
- практических навыков по выбору оптимального численного метода решения поставленной задачи, на основе имеющейся базы современных алгоритмов; разработке и усовершенствованию численных алгоритмов, позволяющих как минимизировать затраты машинного времени, так и упростить создание программы на компьютере;
- умений анализировать и защищать полученные результаты;
- способности осваивать другие прикладные программы, предназначенные для решения вычислительных задач.

### 1.3. Перечень дисциплин, усвоение которых необходимо при изучении данной дисциплины

Данная дисциплина основывается на дисциплинах естественно-научного и общепрофессионального циклов, таких как:

- Математика (ЕН.Ф.01) (определенные интегралы; нелинейные уравнения; сис-



- темы линейных алгебраических уравнений; дифференциальные уравнения; уравнения в частных производных)
- Информатика (ЕН.Ф.02) (модели решения функциональных и вычислительных задач; языки программирования; технология программирования; алгоритмизация)
  - Тепломассообмен в энергетическом оборудовании (СД.01) (способы переноса тепла; законы Фурье и Ньютона-Рихмана; нестационарная теплопроводность)

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Содержание теоретической части - 38 часов аудиторных занятий

#### ВВЕДЕНИЕ

2 часа

Понятие математической модели. Преимущества теории и эксперимента в математическом моделировании. Историческое развитие математического моделирования. Этапы математического моделирования (построение математической модели; разработка алгоритма для реализации модели на компьютере; создание программы на языке программирования высокого уровня). Основные этапы численного решения задачи на компьютере (физическая постановка; математическое моделирование; выбор численного метода; разработка алгоритма решения задачи; составление программы; отладка программы; счет по отлаженной программе; анализ результатов счета). Классификация погрешностей численного решения. Неустраняемая погрешность (погрешность математической модели, погрешность входных данных), погрешность численного метода, погрешность округления.

#### ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

2 часа

Постановка задачи. Краткий обзор существующих методов решения. Формулы прямоугольников (левых, средних и правых). Формула трапеций. Формула Симпсона (метод парабол). Примеры вычисления определенных интегралов рассмотренными методами.

#### ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ

2 часа

Постановка задачи аппроксимации функции. Интерполяционный многочлен Лагранжа (интерполирующая функция, построение многочлена, анализ интерпо-



ляционных многочленов Лагранжа первой и второй степени). Примеры линейной и квадратичной интерполяции функции заданной таблично.

### АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ

4 часа

Структура и особенности метода наименьших квадратов. Приближение функции многочленом, двухпараметрические нелинейные зависимости. Многофакторные зависимости (метод Брандона).

### РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

4 часа

Введение (понятия: матрица, операции над матрицами, определитель, миноры, алгебраические дополнения). Две группы методов решения СЛАУ (прямые и итерационные). Формула Крамера и два замечания при использовании этой формулы. Метод Гаусса. Метод простых итераций.

### РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

4 часа

Понятие нелинейной функции, изолированных корней. Графический и аналитический методы отделения корней. Методы уточнения корней (метод простых итераций, метод дихотомии, метод Ньютона). Метод простых итераций (задача о неподвижной точке, определение сжимающего отображения, достаточные условия сходимости последовательности приближений к корню в методе простых итераций). Частный случай метода дихотомии – метод половинного деления (теорема, определяющая этот метод; основные этапы решения нелинейных уравнений на основе метода дихотомии; графическая интерпретация метода; пример применения метода половинного деления для решения нелинейного уравнения). Метод Ньютона (математическое обоснование этого метода; геометрический смысл метода Ньютона; пример применения метода Ньютона для решения нелинейного уравнения).

Обобщение методов решения нелинейных уравнений на системы нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Метод Ньютона и его модификации.

### ЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

4 часа

Некоторые общие сведения об интегральных уравнениях. Квадратурные методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра.



## ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

4 часа

Постановка задачи Коши. Три группы методов решения начальной задачи для ОДУ. Типы задач для ОДУ. Приближенно-аналитический метод решения задачи Коши (метод Пикара; теорема, дающая математическое обоснование метода Пикара; пример решения задачи Коши методом последовательных приближений). Численные методы решения задачи Коши (явный метод Эйлера, геометрический смысл этого метода; неявный метод Эйлера; метод трапеций). Метод Рунге-Кутты четвертого порядка.

## КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДУ

6 часов

Математическая формулировка краевых задач для ОДУ. Классификация приближенных методов решения. Метод конечных разностей (построение разностной сетки; аппроксимация обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка; дискретизация граничных условий; метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей; условия корректности и устойчивости метода прогонки).

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

6 часов

Примеры и классификация уравнений в частных производных (уравнения Лапласа, Пуассона, волновое, теплопроводности; эллиптический, гиперболический и параболический тип уравнений). Постановка задачи для уравнений математической физики. Граничные условия 4 видов для уравнения теплопроводности. Некоторые разностные схемы для уравнения теплопроводности (явная и неявная двухслойные схемы, явная трехслойная схема). Аппроксимация, устойчивость и сходимость разностных схемы для уравнения теплопроводности (теорема Лакса, методы анализа устойчивости). Пример решения одномерного нестационарного уравнения теплопроводности.



## 2.2. Содержание практического раздела

### ***2.2.1. Тематика лабораторных занятий (8 семестр) - 26 часов занятий в компьютерном классе***

Лабораторные работы посвящены приобретению умений и навыков решения задач по основным разделам курса с помощью вычислительных систем, а также умения анализировать полученные результаты. Тематика лабораторных занятий:

- методы численного интегрирования – 2 часа;
- применение интерполяционного многочлена Лагранжа – 2 часа;
- применение метода наименьших квадратов для обработки экспериментальных данных – 2 часа;
- решение систем линейных алгебраических уравнений методами Гаусса и простых итераций – 4 часа;
- решение нелинейных уравнений (метод простых итераций, метод дихотомии и метод Ньютона) – 2 часа;
- квадратурные методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра – 2 часа;
- решение задачи Коши для ОДУ (методы Пикара, Эйлера и Рунге-Кутты четвертого порядка) – 4 часа;
- решение краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка методом конечных разностей – 4 часа;
- решение одномерного нестационарного уравнения теплопроводности – 4 часа.

## **3. ПРОГРАММА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

### ***120 часов самостоятельной работы***

- Самостоятельное, углубленное изучение студентом вопросов и тем теоретического раздела
  - Многофакторные зависимости при обработке экспериментальных данных (метод Брандона). Принцип Рунге практического оценивания погрешностей. Последовательность уточнений значения интеграла в алгоритме Ромберга. Итерационные методы решения СЛАУ (метод простых итераций, метод Зейделя, понятие о методе релаксаций) – **16 час.**
  - Особенности метода последовательных приближений решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Построение разностной сетки при численной реализации метода Эйлера. Возмож-



- ные варианты аппроксимации производной первого порядка и различные численные методы решения задачи Коши. Метод Рунге – Кутты – Мерсона (РКМ) с автоматическим изменением шага – **19 часа**.
- Классификация граничных условий в краевых задачах для ОДУ. Построение равномерной и неравномерной разностной сетки. Аппроксимация производных первого и второго порядков на разностных сетках различного типа. Возможности увеличения порядка аппроксимации производных – **20 часов**.
  - Аналитические методы решения дифференциальных уравнений в частных производных (метод разделения переменных); преобразование неоднородных граничных условий в однородные; преобразование сложных уравнений к простому виду; решение неоднородных уравнений в частных производных методом разложения по собственным функциям – **18 часов**.
  - Метод конечных разностей решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных. Особенности построения пространственно-временной разностной сетки. Дискретизация дифференциальных уравнений и граничных условий на этих сетках. Особенности метода прогонки решения системы линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей (различные подходы для определения прогоночных коэффициентов) – **27 часов**.
- Оформление результатов лабораторных работ – **20 часов**.



## 4. ТЕКУЩИЙ И ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Для текущего контроля в течение семестра предусматривается:

- результаты выполнения и защиты лабораторных заданий;
- 5 контрольных работ по материалам лекций с целью оценки качества усвоения материала после каждой темы.

В конце семестра студент должен набрать минимум баллов, необходимый для допуска к зачету.

Тесты, вопросы и задачи для контрольных, вопросы итогового контроля и экзаменационные билеты прилагаются к рабочей программе.

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Перечень используемых информационных продуктов

При изучении дисциплины используются

- Технические средства аудитории с АСУ ПДС (компьютеры, мониторы, экраны).
- Программное обеспечение АСУ ПДС.
- Компьютерные программы:
  - для написания компьютерных программ используется компилятор Turbo Pascal.
  - для построения табличных функций одной переменной используется пакет Grapher.
  - Mathcad – интегрированная система решения математических, инженерно-технических и научных задач.

### 5.2. Перечень рекомендуемой литературы

#### 5.2.1. Основная

1. Вержбицкий В.М. Основы численных методов: учебник для вузов. – М.: Высш. шк., 2002. – 840 с.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 632 с.
3. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 782 с.



4. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Разностные методы решения задачи теплопроводности. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 172 с.
5. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.

### **5.2.2. Дополнительная**

6. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 320 с.
7. Фаронов В.В. Турбо Паскаль 7.0. Начальный курс. – М.: “Нолидж”, 2000. – 576 с.
8. Берковский Б.М., Ноготов Е.Ф. Разностные методы исследования задач теплообмена. – Минск: Наука и техника, 1976. – 141 с.
9. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
10. Петухов Б.С., Генин Л.Г., Ковалев С.А., Соловьев С.Л. Теплообмен в ядерных энергетических установках. – М.: Изд-во МЭИ, 2003. – 548 с.

### **5.2.3. Вспомогательная**

11. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1999. – 296 с.
12. Натансон И.П. Краткий курс высшей математики. – СПб.: Изд-во «Лань», 1999. – 736 с.

Программу составил  
д.ф.-м.н., профессор каф. АТЭС

\_\_\_\_\_ Г.В. Кузнецов