

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**



*Центр цифровых
образовательных технологий*

Теоретическая механика

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ 1

Вариант - 34107

по дисциплине:
Механика 1

Исполнитель:

студент группы

Игнатъев М.Г.

Руководитель:

преподаватель

Куприянов Н.А.

Томск - 2021

Задача 1.

Задание.

Стальная стержневая конструкция (рис. 1.1) находится под действием сил, моментов и распределенной нагрузки (табл. 1.1). Определить реакции опор твердого тела. Сделать проверку.

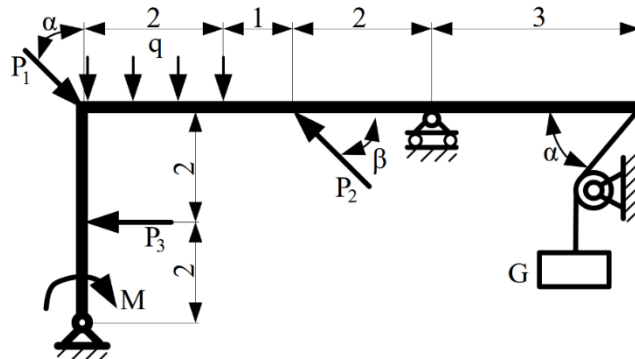


Рисунок 1.1

Таблица 1.1 – Исходные данные

P_1 , кН	P_2 , кН	P_3 , кН	G , кН	q , кН/м	M , кН·м	α , град	β , град
16	20	12	18	2	2	30	60

Решение:

Заменим связи, наложенные на раму, их реакциями (рис. 1.2). Направление реакции неподвижной опоры в шарнире A неизвестно, определяем её составляющие по осям координат \bar{X}_A и \bar{Y}_A . Силу реакции подвижной опоры в шарнире B – \bar{R}_B направляем перпендикулярно поверхности стойки.

Сила натяжения нити \bar{S}_D направлена по нити от рамы и равна по величине весу груза:

$$S_D = G = 18 \text{ кН.}$$

Равномерно распределённую нагрузку интенсивностью q заменим её равнодействующей Q , приложенной в середине участка CE :

$$Q = q \cdot 2 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ кН.}$$

Для плоской системы сил, приложенных к раме, составим три уравнения равновесия:

$$\sum X_i = X_A + P_1 \cdot \sin(\alpha) - P_2 \cdot \cos(\beta) - P_3 - S_D \cdot \cos(\alpha) = 0; \quad (1.1)$$

$$\sum Y_i = Y_A + R_B - P_1 \cdot \cos(\alpha) + P_2 \cdot \sin(\beta) - S_D \cdot \sin(\alpha) - Q = 0; \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \sum M_A = R_B \cdot 5 - P_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot 4 + P_2 \cdot \cos(\beta) \cdot 4 + P_2 \cdot \sin(\beta) \cdot 3 + \\ + P_3 \cdot 2 + S_D \cdot \cos(\alpha) \cdot 4 - S_D \cdot \sin(\alpha) \cdot 8 - Q \cdot 1 - M = 0. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Решаем систему уравнений (1.1) – (1.3).

Из (1.1) находим реакцию X_A :

$$\begin{aligned} X_A = -P_1 \cdot \sin(\alpha) + P_2 \cdot \cos(\beta) + P_3 + S_D \cdot \cos(\alpha) = \\ = -16 \cdot \sin(30^\circ) + 20 \cdot \cos(60^\circ) + 12 + 18 \cdot \cos(30^\circ) = 29,59 \text{ кН.} \end{aligned}$$

Из (1.3) находим реакцию R_B :

$$\begin{aligned} R_B = [P_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot 4 - P_2 \cdot (\cos(\beta) \cdot 4 + \sin(\beta) \cdot 3) - \\ - P_3 \cdot 2 + S_D \cdot (\sin(\alpha) \cdot 8 - \cos(\alpha) \cdot 4) + Q \cdot 1 + M] / 5 = \\ = [16 \cdot \sin(30^\circ) \cdot 4 - 20 \cdot (\cos(60^\circ) \cdot 4 + \sin(60^\circ) \cdot 3) - \\ - 12 \cdot 2 + 18 \cdot (\sin(30^\circ) \cdot 8 - \cos(30^\circ) \cdot 4) + 4 \cdot 1 + 2] / 5 = -13,66 \text{ кН.} \end{aligned}$$

Из (1.2) находим момент Y_A :

$$\begin{aligned} Y_A = -R_B + P_1 \cdot \cos(\alpha) - P_2 \cdot \sin(\beta) + S_D \cdot \sin(\alpha) + Q = \\ = -(-13,66) + 16 \cdot \cos(30^\circ) - 20 \cdot \sin(60^\circ) + \\ + 18 \cdot \sin(30^\circ) + 4 = 23,20 \text{ кН.} \end{aligned}$$

Знак «минус» у R_B говорит о том, что направление этой реакции противоположно изначально выбранному.

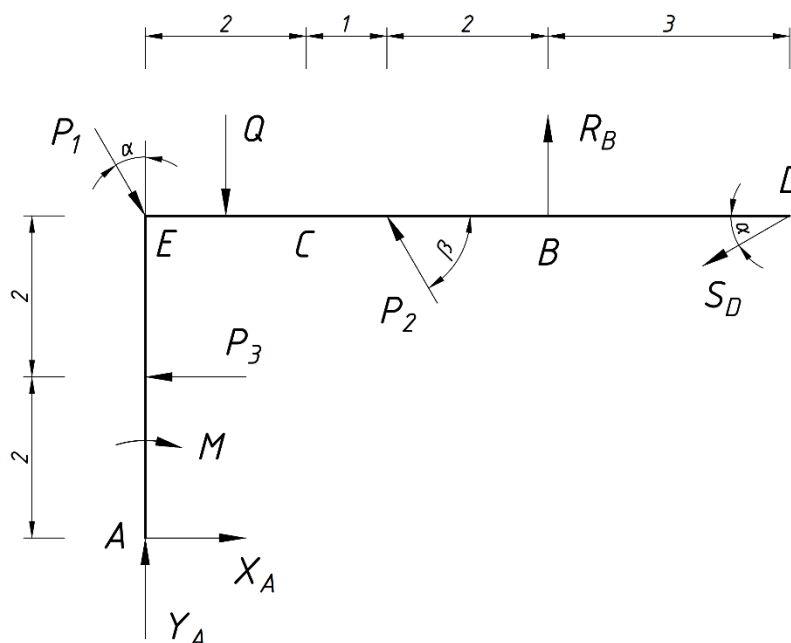


Рисунок 1.2

Проверка:

$$\begin{aligned}\sum M_E &= X_A \cdot 4 + R_B \cdot 5 + P_2 \cdot \sin(\beta) \cdot 3 - P_3 \cdot 2 - \\ &- S_D \cdot \sin(\alpha) \cdot 8 - Q \cdot 1 - M = 29,59 \cdot 4 + (-13,66) \cdot 5 + \\ &+ 20 \cdot \sin(60^\circ) \cdot 3 - 12 \cdot 2 - 18 \cdot \sin(30^\circ) \cdot 8 - 4 \cdot 1 - 2 = \\ &= 118,38 - 68,3 + 51,96 - 24 - 72 - 4 - 2 = 0.\end{aligned}$$

Ответ: $X_A = 29,59 \text{ Н}$; $Y_A = 23,20 \text{ Н}$; $R_B = 13,66 \text{ Н}$.

Задача 2.

Задание.

Определить реакции опор и давление в промежуточном шарнире C заданной составной конструкции (рис. 2.1), находящейся под действием внешних сил (табл. 2.1). Сделать проверку.

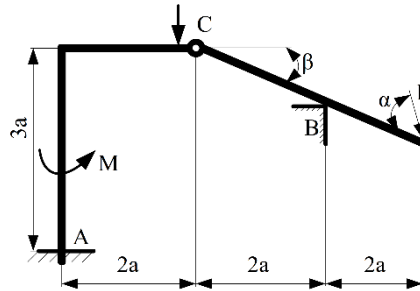


Рисунок 2.1

Таблица 2.1 – Исходные данные

P , кН	q , кН/м	M , кН·м	α , град	β , град	a , м
14	5	3	25	60	2

Решение.

Расчленим составную конструкцию по точке соприкосновения C на два тела и рассмотрим равновесие каждого из них в отдельности.

Изобразим сначала правую часть (рис. 2.2), приложим к нему действующие активные силы, реакцию опоры B – силу R_B перпендикулярно поверхности, и реакцию левой части – сила R_C , разложенная на горизонтальную и вертикальную составляющие X_C и Y_C .

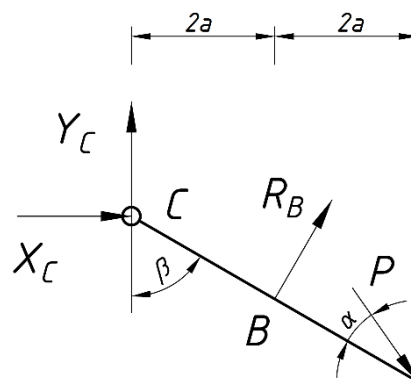


Рисунок 2.2

Учитывая, что на левую часть действует произвольная плоская система сил, составим три уравнения равновесия:

$$\sum F_{ix} = X_C + R_B \cdot \cos(\beta) + P \cdot \sin(\beta - \alpha) = 0; \quad (2.1)$$

$$\sum F_{iy} = Y_C + R_B \cdot \sin(\beta) - P \cdot \cos(\beta - \alpha) = 0; \quad (2.2)$$

$$\sum m_C(\bar{F}_i) = R_B \cdot \frac{2a}{\sin(\beta)} - P \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{4a}{\sin(\beta)} = 0. \quad (2.3)$$

Из уравнения (2.3) получим:

$$\begin{aligned} R_B &= P \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{4a}{\sin(\beta)} \cdot \frac{\sin(\beta)}{2a} = 2 \cdot P \cdot \sin(\alpha) = \\ &= 2 \cdot 14 \cdot \sin(25^\circ) = 11,83 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Из уравнения (2.1) получим:

$$\begin{aligned} X_C &= -R_B \cdot \cos(\beta) - P \cdot \sin(\beta - \alpha) = \\ &= -11,83 \cdot \cos(60^\circ) - 14 \cdot \sin(60^\circ - 25^\circ) = -13,95 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Из уравнения (2.2) найдем:

$$\begin{aligned} Y_C &= -R_B \cdot \sin(\beta) + P \cdot \cos(\beta - \alpha) = \\ &= -11,83 \cdot \sin(60^\circ) + 14 \cdot \cos(60^\circ - 25^\circ) = 1,22 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь равновесие левой части составной конструкции (рис. 2.3). Приложим к нему действующие активные силы, реакцию опоры A – момент пары сил M_A сила R_A , разложенная на горизонтальную и вертикальную составляющие X_A и Y_A , и реакцию правой части – сила R'_C , разложенная на горизонтальную и вертикальную составляющие X'_C и Y'_C .

Учтём, что действие равно противодействию:

$$\vec{X}'_C = -\vec{X}_C, \vec{Y}'_C = -\vec{Y}_C.$$

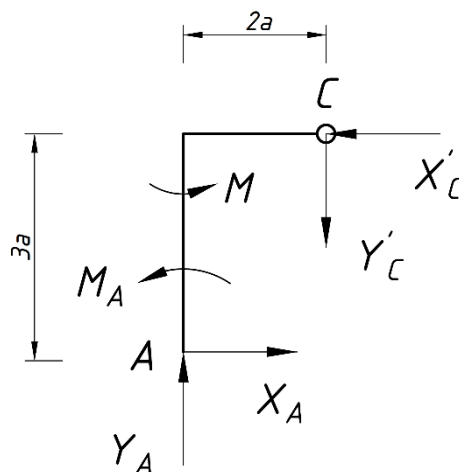


Рисунок 2.3

Учитывая, что на левую часть составной конструкции действует произвольная плоская система сил, составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{ix} = X_A - X'_C = 0; \quad (2.4)$$

$$\sum F_{iy} = Y_A - Y'_C = 0; \quad (2.5)$$

$$\sum m_A(\bar{F}_i) = M_A + X'_C \cdot 3a - Y'_C \cdot 2a + M = 0. \quad (2.6)$$

Из уравнения (2.4) получим:

$$X_A = X'_C = -13,95 \text{ кН.}$$

Из уравнения (2.5) найдем:

$$Y_A = Y'_C = 1,22 \text{ кН.}$$

Из уравнения (2.6) получим:

$$\begin{aligned} M_A &= -X'_C \cdot 3a + Y'_C \cdot 2a - M = \\ &= -(-13,95) \cdot 3 \cdot 2 + 1,22 \cdot 2 \cdot 2 - 3 = 85,56 \text{ кН} \cdot \text{м.} \end{aligned}$$

Для проверки правильности решения составим дополнительное уравнение равновесия, рассматривая составную конструкцию (рис. 2.4) как простую:

$$\sum m_C(\bar{F}_i) = 0;$$

$$\begin{aligned} M_A + X_A \cdot 3a - Y_A \cdot 2a + M + R_B \cdot \frac{2a}{\sin(\beta)} - P \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{4a}{\sin(\beta)} = \\ = 85,56 + (-13,95) \cdot 3 \cdot 2 - 1,22 \cdot 2 \cdot 2 + 3 + 11,83 \cdot \frac{2 \cdot 2}{\sin(60^\circ)} - \\ - 14 \cdot \sin(25^\circ) \cdot \frac{4 \cdot 2}{\sin(60^\circ)} = 85,56 - 83,7 - 4,88 + 3 + 54,66 - 54,66 = 0. \end{aligned}$$

Вывод: реакции найдены верно.

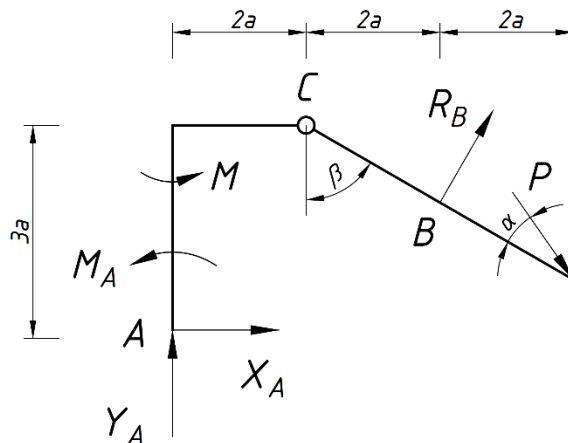


Рисунок 2.4

Ответ: $X_A = 13,95 \text{ кН}$; $Y_A = 1,22 \text{ кН}$; $R_B = 11,83 \text{ кН}$;

$$X_C = 13,95 \text{ кН}; \quad Y_C = 1,22 \text{ кН}; \quad M_A = 85,56 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$