

РАССЕЯНИЕ ФОТОНА НА КАНАЛИРУЮЩЕМ ПОЗИТРОНЕ

Рассмотрено рассеяние фотона на каналирующем позитроне. Найдено сечение процесса в системе отсчета, движущейся с продольной скоростью позитрона. Исследовано угловое распределение рассеянных фотонов. Показано, что рассеяние фотона может сопровождаться переходом позитрона в состояние как с большей, так и с меньшей поперечной энергией, а также без изменения поперечной энергии.

Ключевые слова: каналирование позитронов, непрерывный потенциал, рассеяние фотонов, эффект Комптона.

Введение

Хорошо известно, что взаимодействие заряженных частиц с ориентированными кристаллами отличается от взаимодействия с аморфными мишенями. Например, заряженные частицы, движущиеся вдоль плоскостей или осей кристалла, взаимодействуют с атомными плоскостями или рядами, а не с отдельными атомами. В этом случае быстрая заряженная частица претерпевает ряд столкновений с атомами при практически одинаковых прицельных параметрах. В этом случае говорят, что индивидуальные столкновения становятся коррелированными. Такие частицы называют каналированными, а подобный режим движения называют каналированием заряженных частиц в кристаллах.

Основная идея, упрощающая теоретический анализ эффекта каналирования, состоит в замене истинного потенциала атомов кристалла потенциалом, усредненным по координатам атомов вдоль направления кристаллографической оси или плоскости, что соответствует режимам так называемого осевого, или плоскостного, каналирования. Если заряженная частица влетает в кристалл под углом к плоскости (оси) меньше критического угла Линдхарда [1], то она захватывается в связанные с непрерывным потенциалом состояния и уровни поперечной энергии квантуются. В современной литературе явления каналирования заряженных частиц и сопровождающих процессов широко описаны [1–10].

В представленной работе рассмотрено рассеяние фотона на каналирующем позитроне. Найдено сечение процесса в системе отсчета, движущейся с продольной скоростью позитрона. На основе проведенных расчетов показано, что рассеяние фотона может сопровождаться переходом позитрона в состояние как с большей, так и с меньшей поперечной энергией, а также без изменения поперечной энергией. Исследованы особенности угловых распределений рассеянных фотонов для различных типов рассеяния.

Сечение рассеяния фотона на каналирующем позитроне

Пусть на позитрон, движущийся в режиме плоскостного каналирования, падает фотон с частотой

ω_1 и после рассеяния испускается фотон частоты ω_2 . Волновой вектор падающего фотона \mathbf{k}_1 , вектор поляризации \mathbf{e}_1 и, соответственно, для рассеянного фотона \mathbf{k}_2 , и \mathbf{e}_2 . Будем рассматривать процесс в системе отсчета, движущейся с продольной (параллельной кристаллографической плоскости) скоростью каналирующего позитрона. В этой системе отсчета движение не релятивистское, и поэтому можно использовать нерелятивистское приближение.

Согласно золотому правилу Ферми, сечение рассеяния фотона имеет вид [11]

$$d\sigma_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \delta(E_i - E_f - \hbar\omega) \frac{1}{J} d^3p_{\parallel f} d\rho, \quad (1)$$

$$d\rho = \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3}.$$

Здесь $|M_{fi}|^2$ – матричный элемент перехода из начального состояния (i) в конечное (f), ρ – плотность конечных состояний, J – начальный поток нейтронов $J = c/V$, c – скорость света, V – нормировочный объем (в дальнейшем $V = 1$), \mathbf{p} – импульс нейтрона в конечном состоянии и \mathbf{k} – волновой вектор фотона.

В нерелятивистском приближении полный матричный элемент процесса рассеяния фотона на каналирующем позитроне имеет вид

$$M_{fi} = \sum_n \left\{ \frac{(\mathbf{e}_2 \mathbf{R}_{fn})(\mathbf{e}_1 \mathbf{A}_{ni})}{(E_i + \hbar\omega_1) - E_n} + \frac{(\mathbf{e}_1 \mathbf{A}_{fn})(\mathbf{e}_2 \mathbf{R}_{ni})}{E_i - E_n - \hbar\omega} \right\}. \quad (2)$$

Здесь введены следующие обозначения: матричный элемент, описывающий испускание фотона

$$\mathbf{R}_{kl} = -\frac{e}{mc} \int \Psi_k^*(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{p}} \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2 c^2}{\hbar\omega_2}} \exp[-ik_2 \mathbf{r}] \Psi_l(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (3)$$

и

$$\mathbf{A}_{kl} = -\frac{e}{mc} \int \Psi_k^*(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{p}} \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2 c^2}{\hbar\omega_1}} \exp[-ik_1 \mathbf{r}] \Psi_l(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (4)$$

матричный элемент, описывающий поглощение фотона.

В формулах (3)–(4)

$$\Psi_{ph}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2 c^2}{\hbar\omega}} \exp[-i\mathbf{k}\mathbf{r}] -$$

волновая функция фотона, $\mathbf{k}_1(\mathbf{k}_2)$ – волновой вектор, $\hbar\omega_1(\hbar\omega_2)$ – энергия, $\mathbf{e}_1(\mathbf{e}_2)$ – вектор поляризации падающего (рассеянного) фотона, $\hat{\mathbf{p}}$ – оператор импульса, e – заряд электрона, m – масса электрона. Будем считать, что начальный фотон имеет импульс, параллельный кристаллографической плоскости. Выберем ось OZ вдоль импульса рассеиваемого фотона. Волновой вектор падающего фотона имеет вид

$$\mathbf{k}_1 = (0, 0, \frac{\hbar\omega_1}{c}),$$

волновой вектор рассеянного фотона –

$$\mathbf{k}_2 = (\frac{\hbar\omega_2}{c} \sin \vartheta \sin \phi, \frac{\hbar\omega_2}{c} \sin \vartheta \cos \phi, \frac{\hbar\omega_2}{c} \cos \vartheta),$$

где ϑ и ϕ – углы рассеяния фотона.

Волновую функцию каналирующего позитрона в начальном (конечном) состоянии i (f) запишем в виде

$$\Psi_{i(f)}(\mathbf{r}) = \phi_{i(f)}(x) \exp(i\mathbf{k}_{\parallel i(f)} \mathbf{r}_{\parallel}).$$

Здесь плоская волна $\exp(i\mathbf{k}_{\parallel i(f)} \mathbf{r}_{\parallel})$ описывает свободное движение в плоскости параллельной плоскости кристалла, $\mathbf{k}_{\parallel i(f)} = \mathbf{p}_{\parallel i(f)} / \hbar$ – продольный волновой вектор каналирующего позитрона в начальном (конечном) состоянии, $\mathbf{p}_{\parallel i(f)}$ – его продольный импульс. Векторы \mathbf{p}_{\parallel} и \mathbf{k}_{\parallel} параллельны плоскости кристалла. Функции $\phi(x)$ – так называемая поперечная волновая функция, удовлетворяющая обычному уравнению Шредингера для поперечного движения каналированных частиц. В движущейся системе координат это уравнение имеет вид

$$\left[\varepsilon_{\perp i(f)} - \frac{1}{2m} p_x^2 + \gamma V(x) \right] \phi_{i(f)}(x) = 0.$$

Здесь $\varepsilon_{\perp i(f)}$ – энергия поперечного движения позитрона в начальном (конечном) состоянии, γ – релятивистский фактор позитрона в лабораторной системе. При прохождении позитронов через кристалл явление каналирования возникает, когда позитроны движутся между двумя соседними плоскостями. В этом случае непрерывный потенциал может быть записан в виде [10]

$$eV(x) = \frac{4V_0}{d^2} x^2,$$

где V_0 – глубина потенциальной ямы, d – межплоскостное расстояние. Решение уравнения Шредингера для такого потенциала хорошо известно [10, 11]:

$$\phi_n(x) = C_n \exp\left(-\frac{\xi^2 x^2}{2}\right) H_n(\xi x).$$

Здесь

$$C_n = \frac{\xi^{1/2}}{\pi^{1/4} \sqrt{2^n n!}} - \text{нормировочная константа,}$$

$H_n(x)$ – полиномы Эрмита,

$$\xi = \sqrt{m\omega}, \quad \omega = \frac{2\sqrt{2\gamma V_0}}{d\sqrt{m}}.$$

Уровни поперечной энергии определяются формулой

$$\varepsilon_{\perp n} = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right).$$

Для описания движения каналированного позитрона обычно его энергия представляется в виде суммы энергии продольного движения E_{\parallel} и поперечной энергии ε_{\perp} : $E = E_{\parallel} + \varepsilon_{\perp}$.

После стандартных вычислений находим:

$$d\sigma = \frac{\alpha^2 \hbar^2}{m^2 c^2} \frac{\hbar\omega_2}{\hbar\omega_1} \left| \sum_n \left\{ \frac{(\mathbf{e}_2 \mathbf{R}_{fn})(\mathbf{e}_1 \mathbf{A}_{ni})}{(E_i + \hbar\omega_1) - E_n} + \frac{(\mathbf{e}_1 \mathbf{A}_{fn})(\mathbf{e}_2 \mathbf{R}_{ni})}{E_i - E_n - \hbar\omega} \right\} \right|^2 \times \\ \times \delta[(\mathbf{k}_{\parallel i} + \mathbf{k}_{\parallel}) - (\mathbf{k}_{\parallel f} + \mathbf{k}_{\parallel})] \delta[(E_i + \hbar\omega_1) - (E_f + \hbar\omega)] \times \\ \times d^2 \mathbf{k}_{\parallel f} d\Omega d\hbar\omega_2. \quad (5)$$

В последней формуле δ – функция, зависящая от \mathbf{k}_{\parallel} , выражает закон сохранения продольного импульса, δ – функция от $\hbar\omega$ – закон сохранения энергии:

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{k}_{\parallel i} + \mathbf{k}_{\parallel}) &= (\mathbf{k}_{\parallel f} + \mathbf{k}_{\parallel}) \\ (E_i + \hbar\omega_1) &= (E_f + \hbar\omega_2) \end{aligned} \right\}$$

Закон сохранения продольного импульса есть следствие того, что движение позитрона в плоскости параллельной плоскости кристалла свободное. Удобно ввести продольную энергию позитрона $E_{\parallel} = (\hbar k)^2 / 2m$. Учитывая, что до рассеяния продольный импульс позитрона равен нулю из законов сохранения энергии и продольного импульса имеем

$$\left. \begin{aligned} \frac{\hbar\omega_1}{c} &= \hbar k_{\parallel f, z} + \frac{\hbar\omega_2}{c} \cos \vartheta \\ 0 &= \hbar k_{\parallel f, y} + \frac{\hbar\omega}{c} \sin \vartheta \\ \hbar\omega_1 + \varepsilon_{\perp i} &= \hbar\omega_2 + \varepsilon_{\perp f} + \frac{(\hbar k_{\parallel f, z})^2 + (\hbar k_{\parallel f, y})^2}{2m} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Из системы (6) находим энергию рассеянного фотона

$$\hbar\omega_2 = \hbar\omega_1 \cos\vartheta - mc^2 + mc^2 \sqrt{1 - \frac{\hbar\omega_1^2 + 4mc^2(\varepsilon_{\perp i} + \hbar\omega_1 - \varepsilon_{\perp f}) + \hbar\omega_1(\hbar\omega_1 \cos 2\vartheta - 4mc^2 \sin \vartheta)}{2m^2 c^4}} \operatorname{ctg}^2 \vartheta.$$

Из последнего соотношения следует приближенная формула для энергии рассеянного фотона:

$$\hbar\omega_2 = \varepsilon_{\perp i} + \hbar\omega_1 - \varepsilon_{\perp f}.$$

В движущейся системе координат начальный продольный импульс позитрона равен нулю. После интегрирования по энергии рассеянного фотона и по продольному импульсу позитрона в конечном состоянии $d^2k_{\parallel f}$ находим

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_o^2}{mc^2} \frac{\hbar\omega_2}{\hbar\omega_1} \left| \sum_n \left\{ \frac{(e_2 R_{fn})(e_1 A_{ni})}{(E_i + \hbar\omega_1) - E_n} + \frac{(e_1 A_{fn})(e_2 R_{ni})}{E_i - E_n - \hbar\omega_2} \right\} \right|^2. \quad (7)$$

Здесь r_o – классический радиус электрона. Матричные элементы поглощения и излучения фотона теперь имеют вид

$$A_{ni} = (I_{ni}^+, 0), A_{fn} = (I_{fn}^+, -J_{fn}^+ \hbar k_{\parallel 2}),$$

$$R_{ni} = (I_{ni}^-, 0), R_{fn} = (I_{fn}^-, J_{fn}^- \hbar k_{\parallel 1}),$$

где

$$J_{ni}^{\pm} = \int \phi_n^*(x) \exp[\pm ikx] \phi_i(x) dx,$$

$$I_{ni}^{\pm} = \int \phi_n^*(x) \hat{p}_x \exp[\pm ikx] \phi_i(x) dx.$$

Полученную формулу необходимо усреднить по поляризациям падающего фотона и просуммировать по поляризациям рассеянного фотона:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \frac{r_o^2}{mc^2} \frac{\hbar\omega_2}{\hbar\omega_1} \left| \sum_{n, e_1, e_2} \left\{ \frac{(e_2 R_{fn})(e_1 A_{ni})}{(E_i + \hbar\omega_1) - E_n} + \frac{(e_1 A_{fn})(e_2 R_{ni})}{E_i - E_n - \hbar\omega_2} \right\} \right|^2. \quad (8)$$

Векторы поляризации падающего фотона запишем в виде $e_{1,1} = e_x, e_{1,2} = e_y$, рассеянного фотона [12]

$$e_{2,1} = \frac{ne_z}{\sqrt{1 - (ne_z)^2}}, e_{2,2} = \frac{n(ne_z) - e_z}{\sqrt{1 - (ne_z)^2}}.$$

Здесь e_x, e_y, e_z – единичные векторы, направленные по осям координат.

Дальнейшие вычисления проводились с использованием пакета Mathematica 7.

Результаты и обсуждение

На основе полученных формул были проведены численные расчеты. Проведенный анализ показывает, что при рассеянии фотона на каналирующем позитроне возможны переходы следующих типов: 1) позитрон переходит в состояние с меньшей поперечной энергией, 2) позитрон переходит в состояние с большей поперечной энергией, 3) поперечная энергия позитрона не изменяется.

На рис. 1 показано угловое рассеяние фотонов в системе, движущейся с продольной скоростью позитрона; при этом позитрон переходит из начального состояния поперечного движения $i = 2$ в конечное состояние $f = 1$ (переход первого типа). Релятивистский фактор позитрона в лабораторной системе отсчета $\gamma = 2$. Каналирование происходит в кристалле вольфрама вдоль плоскости (100), глубина потенциальной ямы $V_0 = 85$ эВ, энергия падающего фотона $\hbar\omega_1 = 38.6$ эВ.

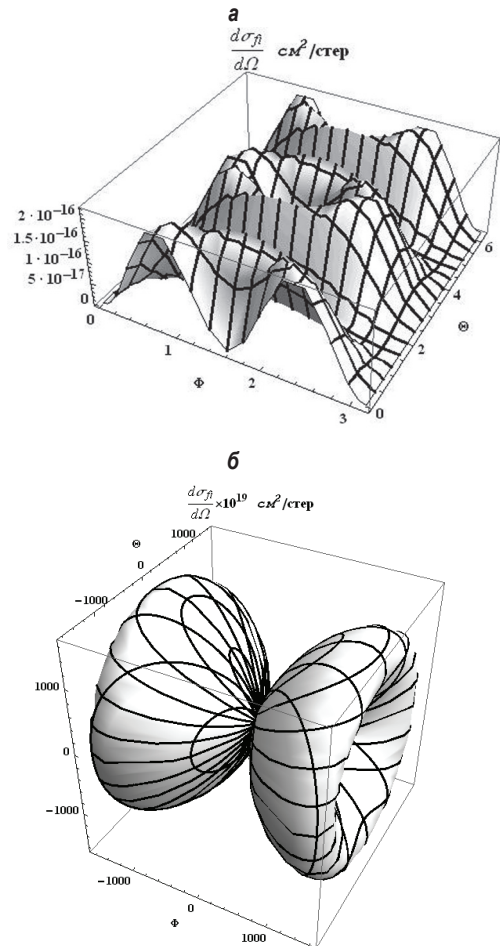


Рис. 1. Сечение рассеяния фотона (а) и индикатриса рассеянного фотона (б), позитрон переходит из начального состояния поперечного движения $i = 2$ в конечное состояние $f = 1$

На рис. 2 показано угловое рассеяние фотонов в системе, движущейся с продольной скоростью позитрона, при этом позитрон переходит из начального состояния поперечного движения $i = 1$ в конечное состояние $f = 2$ (переход второго типа). Остальные параметры такие, как на рис. 1.

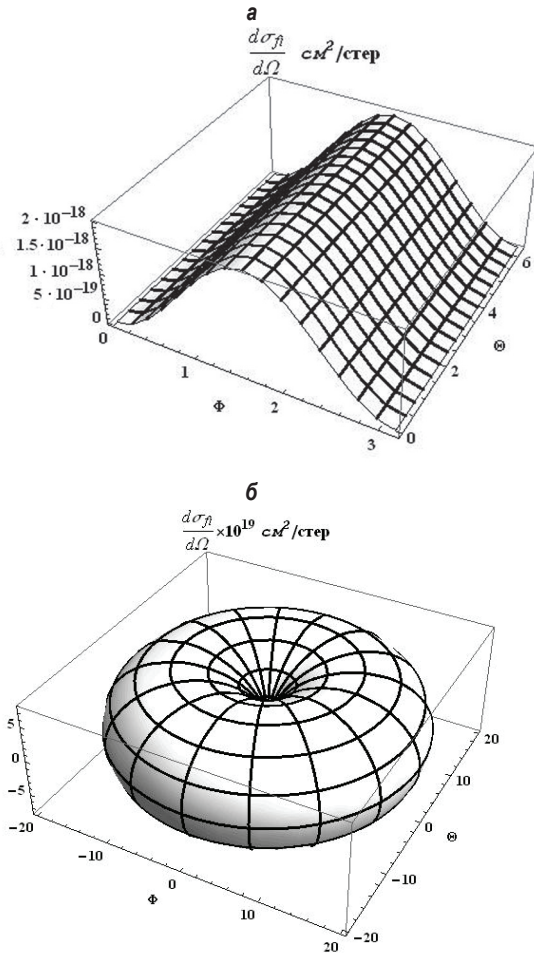


Рис. 2. Сечение рассеяния фотона (а) и индикатриса рассеянного фотона (б), позитрон переходит из начального состояния поперечного движения $i = 1$ в конечное состояние $f = 2$

На рис. 3 показано угловое рассеяние фотонов в системе, движущейся с продольной скоростью позитрона, при этом позитрон переходит из начального состояния поперечного движения $i=1$ в конечное состояние $f=1$ (переход третьего типа). Остальные параметры такие, как на рис. 1.

Как следует из рисунков, различные типы рассеяния фотона на каналирующем позитроне отличаются угловым распределением испущенных фотонов и величиной сечения. Максимальное сечение соответствует упругому рассеянию фотона на каналирующем позитроне (переход третьего типа, позитрон не меняет поперечной энергии). Второе по величине сечение соответствует переходу позитрона из состояния с большей поперечной энер-

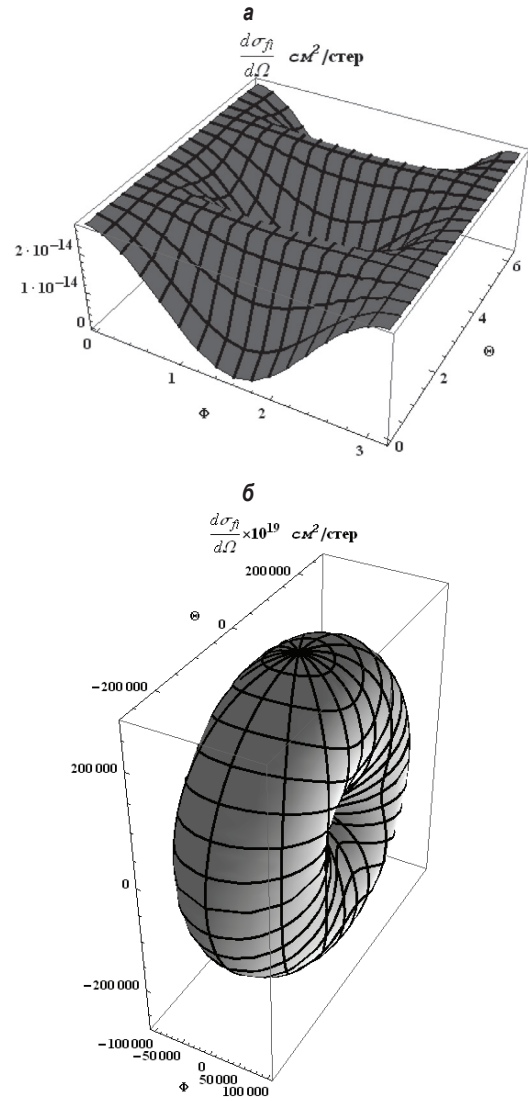


Рис. 3. Сечение рассеяния фотона (а) и индикатриса рассеянного фотона (б), позитрон переходит из начального состояния поперечного движения $i = 1$ в конечное состояние $f = 1$

гией в состояние с меньшей поперечной энергией (переход первого типа). Наименьшее сечение соответствует процессу, когда позитрон переходит в состояние с большей поперечной энергией (переход второго типа).

Заключение

В работе найдено сечение рассеяния фотона на позитроне, движущемся в режиме плоскостного каналирования. Показано, что при рассеянии фотона на каналирующем позитроне возможны переходы следующих типов: 1) позитрон переходит в состояние с меньшей поперечной энергией, 2) позитрон переходит в состояние с большей поперечной энергией, 3) поперечная энергия позитрона не изменяется. Расчеты демонстрируют, что различные типы рассеяния фотона на каналирую-

щем позитроне отличаются угловым распределением испущенных фотонов и величиной сечения. Кроме того, максимальное сечение соответствует упругому рассеянию фотона на каналирующем позитроне (переход третьего типа, позитрон не меняет поперечной энергии). Второе по величине сечение соответствует переходу позитрона из состояния с большей поперечной энергией в состояние с меньшей поперечной энергией (переход первого типа). Наименьшее сечение соответствует процессу, когда позитрон переходит в состояние с большей поперечной энергией (переход второго типа).

В дальнейшем полученные формулы будут использованы для исследования когерентного тормозного излучения [12–15] каналированных частиц. (Когерентный вклад в сечение есть ряд для, вычисление которого удобно использовать методы описанные в работе [16].) Как известно, в случае, когда излучающая частица движется в режиме каналирования, возникают комбинационные эффекты, заключающиеся в возникновении сложной структуры когерентных пиков [17–19].

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, грант 10-02-01386-а, и гранта «Поддержка ведущих научных школ», проект № 224.2012.2

Список литературы

1. Линдхард Й. // УФН. 1969. Т. 99. С. 249.
2. Gemmel D. S. // Rev. Mod. Phys. 1974. Vol. 46. P. 129.
3. Кумахов М. А., Ширмер Г. Атомные столкновения в кристаллах. М.: Атомиздат, 1980. 192 с.
4. Оцуки Е.-Х. Взаимодействие заряженных частиц с твердыми телами. М.: Мир, 1985. 350 с.
5. Калашников Н. П. Когерентные взаимодействия быстрых заряженных частиц в монокристаллах. М.: Атомиздат, 1981. 224 с.
6. Барышевский В. Г. Каналирование, реакции и излучение при высоких энергиях в кристаллах. Минск: Изд-во Белорус. ун-та, 1982. 256 с.
7. Воробьев С. А. Каналирование электронных пучков. М.: Атомиздат, 1984. 96 с.
8. Kimball J. C., Cue N. Quantum electrodynamics and channeling in crystals // Phys. Reports. 1985. Vol. 125. No 2. P. 69–101.
9. Кумахов М. А. Излучение каналированных частиц в кристаллах. М.: Энергоатомиздат, 1986. 96 с.
10. Базылев В. А., Жеваго Н. К. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М.: Наука, 1987. 272 с.
11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1989. 704 с.
12. Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М.: Наука, 1993. 304 с.
13. Тер-Микаэлян М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Изд-во АН Арм. ССР, 1969. 458 с.
14. Uberall H. High-energy interference effect of bremsstrahlung and pair production in crystals // Phys. Rev. 1956. Vol. 103. P. 1055.
15. Saenz A. W., Uberall H. Theory of coherent bremsstrahlung // Coherent Radiation Sources, eds. A. W. Saenz and H. Uberall. Berlin: Springer-Verlag, 1985. P. 5–32.
16. Diambri-Palazzi G. // Rev. Mod. Phys. 1968. Vol. 10. P. 611.
17. Лавров П. М., Радченко О. В., Рудых М. А. О вычислении некоторых алгебраических сумм // Вестн. Томского гос. пед. ун-та (Tomsk State Pedagogical University Bulletin). 2007. Вып. 6 (69). С. 7–9.
18. Kunashenko Yu. P., Pivovarov Yu. L. // Nucl. Ins. and Meth. 1996. Vol. 119 B. P. 137.
19. Андреяшкин М. Ю., Воробьев С. А., Забаев В. Н. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1991. Т. 53. С. 474.

Шпет Ю. В., студент.

Томский государственный педагогический университет.

Ул. Киевская, 60, Томск, Россия, 634061.

Кунашенко Ю. П., доктор физико-математических наук, профессор.

Томский государственный педагогический университет.

Ул. Киевская, 60, Томск, Россия, 634061.

Томский политехнический университет.

Пр. Ленина, 30, Томск, Россия, 634050.

E-mail: kunashenkoyup@sibmail.com

Материал поступил в редакцию 11.05.2012.

U. V. Schpet, Y. P. Kunashenko

PHOTON SCATTERING BY CHANNELED POSITRON

It is considered the photon scattering by channeled positron. The process cross-section in reference frame moving with longitudinal positron velocity has been found. The angular distribution of scattered photon has been investigated. It is shown that there are three possible ways of photon scattering with positron transverse energy increasing, decreasing and without of changing positron transverse energy.

Key words: *positron channeling, continuous potential, photon scattering, Compton effect.*

Schpet U. V.

Tomsk State Pedagogical University.

Ul. Kievskaya, 60, Tomsk, Russia, 634061.

Kunashenko Y. P.

Tomsk State Pedagogical University.

Ul. Kievskaya, 60, Tomsk, Russia, 634061.

Tomsk Polytechnic University.

Pr. Lenina, 30, Tomsk, Russia, 634050.

E-mail: kunashenkoyup@sibmail.com