


Методы расчета линейных цепей при постоянных напряжениях и токах

Лекция 2

**Методы расчета рассмотрим
для резистивных цепей
с постоянными
напряжениями и токами**



**Методы расчета
доказываются при
помощи законов
Ома и Кирхгофа**



**МЕТОД
КОНТУРНЫХ
ТОКОВ**

**при использовании этого метода
в расчет вводятся контурные
токи – это фиктивные токи,
которые замыкаются в
независимых замкнутых
контурах, отличающихся друг от
друга наличием хотя бы одной
новой ветви**

**Число контурных током можно
определить по формуле:**

$$n_{\text{КТ}} = n_v - n_y + 1$$

I_{11} или $I_{1к}$

контурные токи


Контурный ток рассматриваемого контура умножается на сумму сопротивлений своего контура, причем перед этим произведением ставится знак “+”

**Соседний контурный ток
умножается на общее сопротивление
между соседним и рассматриваемым
контурными токами, причем
перед этим произведением ставится
знак “+” если направления
этих контурных токов в общем
сопротивлении совпадают между
собой и ставится знак “-”
если направления их не совпадают**

В правой части уравнения
записывается алгебраическая
сумма ЭДС рассматриваемого
контура, причем со знаком “+”
берутся те ЭДС, направления
которых совпадают с направлением
рассматриваемого контурного тока

**Для контура с источником тока
контурное уравнение не составляется,
так как контурный ток этого контура
известен и равен току источника
тока, причем через один источник тока
должен проходить только
один контурный ток**


$$R_{nn} I_{nn} + \sum \pm R_{nm} I_{mm} = E_{nn}$$



R_{nn} – суммарное
сопротивление k -контура

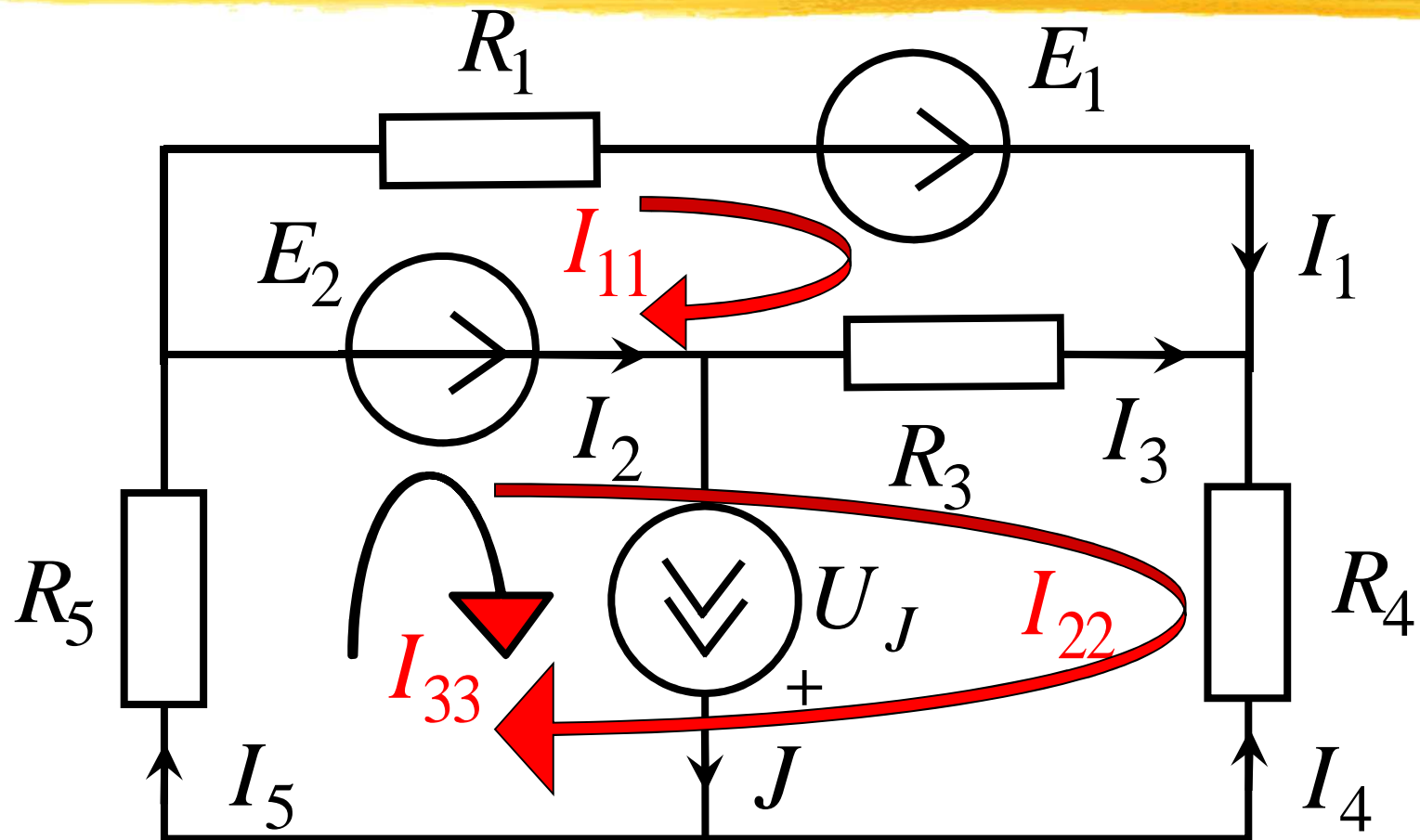
I_{nn} – контурный ток k -
контур

R_{nm} – **общее сопротивление**
между k -контуром и
 m -контуром

I_{mm} – **соседний контурный ток**
 m -контура

E_{nn} – **суммарная ЭДС** **k -**
контура

Пример 1





$\mathbf{n}_y = 4$	$\mathbf{n}_B = 6$	$\mathbf{n}_i = 5$
--------------------	--------------------	--------------------


$$\mathbf{n}_{\text{KT}} = \mathbf{n}_{\text{B}} - \mathbf{n}_y + \mathbf{1} = \mathbf{3}$$

$$n_{ky} = n_{\text{KT}} - n_J = 2$$


$$I_{33} = J$$

$$(R_1 + R_3)I_{11} - R_3I_{22} - 0 \cdot I_{33} = E_1 - E_2$$

$$-R_3I_{11} + (R_5 + R_3 + R_4)I_{22} + R_5I_{33} = E_2$$


$$\begin{pmatrix} (R_1 + R_3) & (-R_3) \\ (-R_3) & (R_5 + R_3 + R_4) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 - E_2 \\ E_2 - R_5 J \end{pmatrix}$$

↙ матрица симметрична
относительно главной диагонали


$$I_1 = I_{11}$$

$$I_2 = I_{22} + I_{33} - I_{11}$$

$$I_3 = I_{22} - I_{11}$$

$$I_4 = -I_{22}$$

$$I_5 = I_{22} + I_{33}$$

$$U_J = R_4 I_4 - R_3 I_3$$

- по 2 закону Кирхгофа


По законам Кирхгофа



$$n_1 = n_y - 1 = 3$$

$$n_2 = n_B - n_1 = 3$$

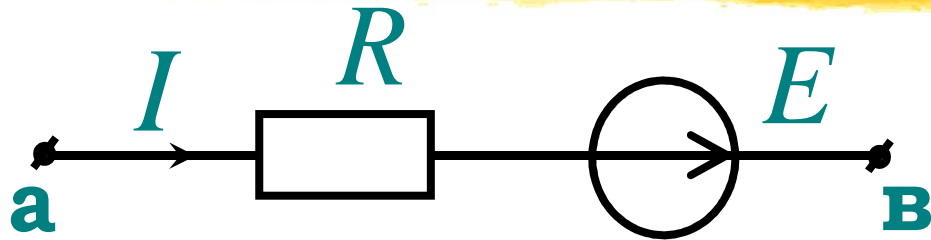
**Таким образом, по методу
контурных токов
необходимо решить значительно
меньше уравнений по
сравнению с методом
законов Кирхгофа**



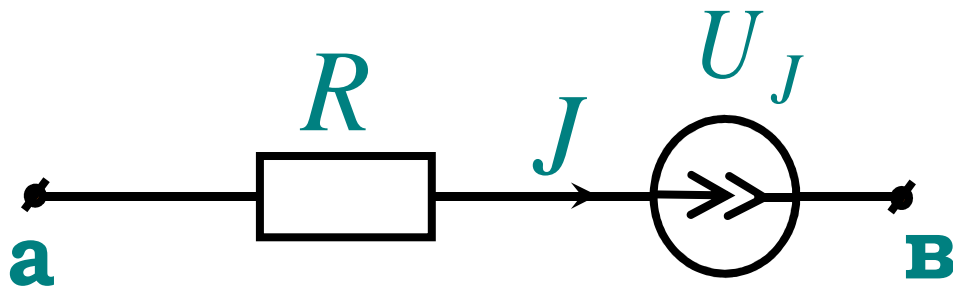
**МЕТОД
УЗЛОВЫХ
ПОТЕНЦИАЛОВ**

Метод узловых потенциалов
используется для расчета сложных
схем замещения и основывается на
обобщенном законе Ома

Обобщенный закон Ома



$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E}{R}$$



$$U_J = \varphi_b - \varphi_a + RJ$$

Таким образом, потенциал рассматриваемого узла умножается на сумму проводимостей ветвей подходящих к этому узлу, причем перед этим произведением всегда ставится знак “+”. проводимость ветви с источником тока равна нулю

Потенциал соседнего
узла умножается на проводимость
ветви, соединяющей
рассматриваемый узел с соседним узлом
причем перед этим произведением
всегда ставится знак “-”

**В правой части уравнения
записывается узловым ток
рассматриваемого узла, равный
алгебраической сумме
подходящих к этому узлу токов
источников тока и произведений
подходящих к этому узлу
ЭДС на проводимости своих
ветвей**

**В узловом токе со знаком “+”
берутся те слагаемые, у которых
источники тока и ЭДС
направлены в рассматриваемый
узел**

Потенциал одного из узлов
принимается равным нулю,
Например узел, соединенный с корпусом
или “землей”, или один из узлов,
к которому подходит ветвь с
нулевым сопротивлением и ЭДС

**Таким образом для схемы с
методу узловых потенциалов составляе
система, содержащая
не более $n_1 = n_y - 1$ уравнений,
из решения которых определяются
потенциалы узлов, а затем
по обобщенному закону Ома
рассчитываются токи и напряжения
в ветвях схемы**



В общем виде для k - узла:

$$g_{kk} \cdot \varphi_k - \sum g_{mk} \cdot \varphi_m = I_k^{(y)}$$

g_{kk} — узловая проводимость
к - узла;

φ_k — потенциал к - узла;

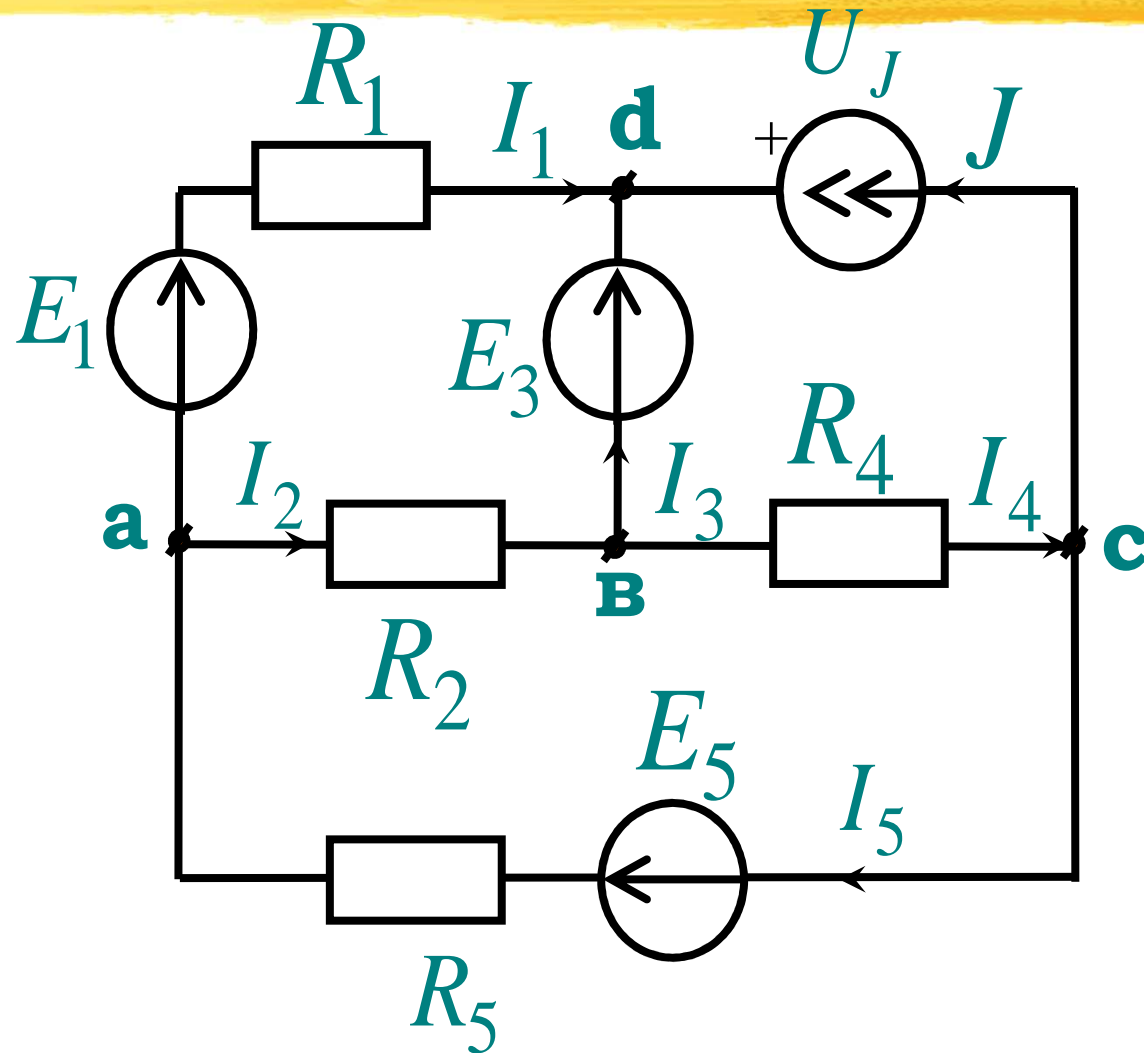
φ_m — потенциал соседнего
m - узла;


g_{mk} — проводимость ветви,
соединяющей к и m
узлы;

$$I_{\kappa}^{(y)} = \sum \pm E_q g_q + \sum \pm J_q$$

- **узловой ток** κ - **узла;**

Пример




$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_e = 0 \quad \varphi_d = E_3 \\ (g_1 + g_2 + g_5) \cdot \varphi_a - g_1 \varphi_d - g_5 \varphi_c = -E_1 g_1 + E_5 g_5 \\ -g_5 \varphi_a + (g_4 + g_5) \cdot \varphi_c = -E_5 g_5 - J \end{array} \right.$$

$$\begin{bmatrix} (g_1 + g_2 + g_5) & (-g_5) \\ (-g_5) & (g_4 + g_5) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E_1 g_1 + E_5 g_5 + E_3 g_1 \\ -E_5 g_5 - J \end{bmatrix}$$


$$I_1 = (\varphi_a - \varphi_d + E_1) \cdot g_1$$

$$I_2 = (\varphi_a - \varphi_b) \cdot g_2$$

$$I_3 = -I_1 - J \quad U_J = \varphi_d - \varphi_c$$

$$I_4 = (\varphi_b - \varphi_c) \cdot g_4$$

$$I_5 = (\varphi_c - \varphi_a + E_5) \cdot g_5$$



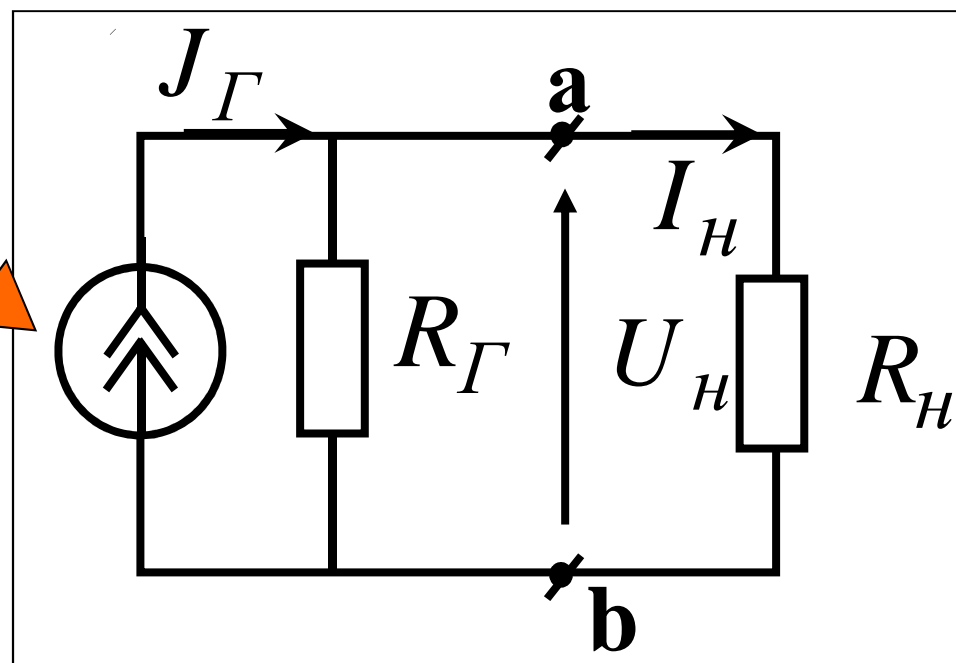
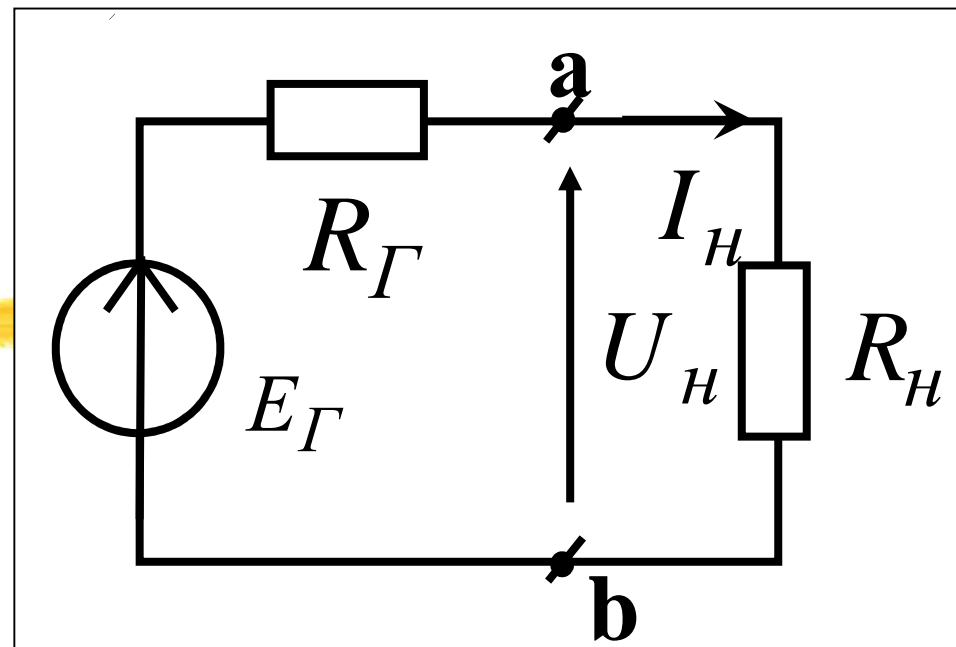
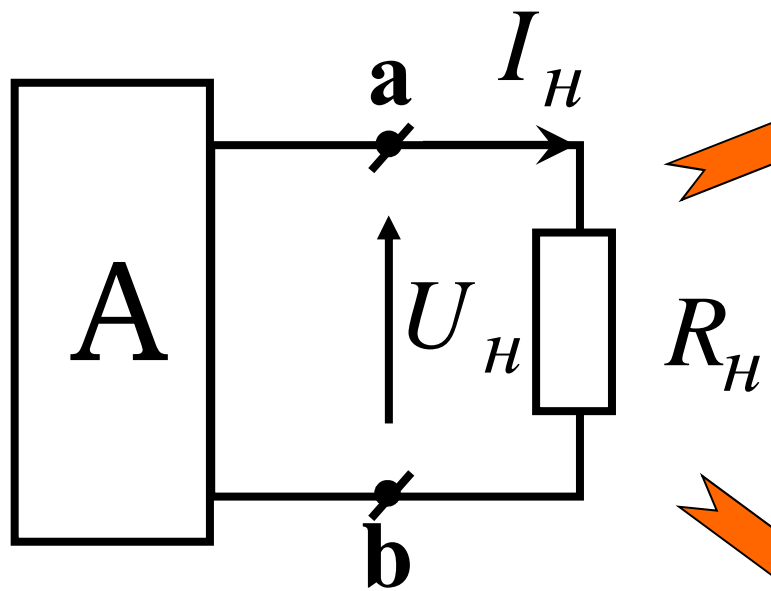
Метод
ЭКВИВАЛЕНТНОГО
генератора

Метод эквивалентного генератора применяется для расчета и анализа линейных цепей с постоянными или гармоническими токами и напряжениями

**Метод эквивалентного
генератора основывается
на теореме об активном
двухполюснике
(эквивалентном генераторе),
имеющем два выходных
зажима и содержащем
источники и пассивные
элементы**

**Любой активный двухполюсник,
рассматриваемый относительно
двух зажимов (выводов), можно
представить в виде
эквивалентного источника ЭДС
или тока, с ЭДС и током равными
соответственно напряжению
холостого хода или току
короткого замыкания
относительно этих зажимов**

**При этом внутреннее
сопротивление этих источников
равно эквивалентному
сопротивлению активного
двухполюсника
относительно рассматриваемых
зажимов**



Порядок расчета.

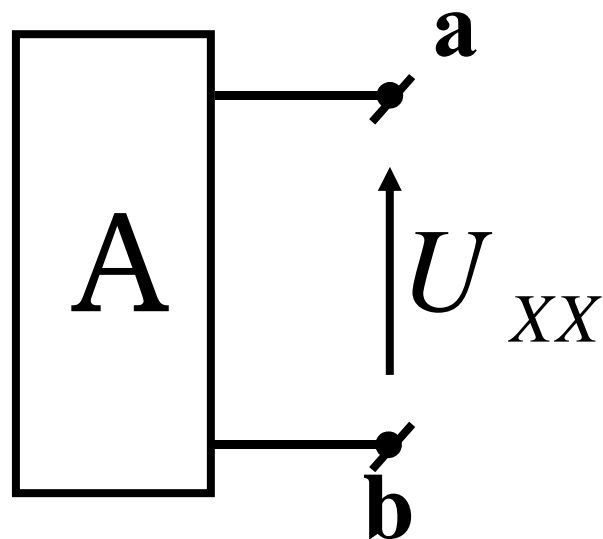
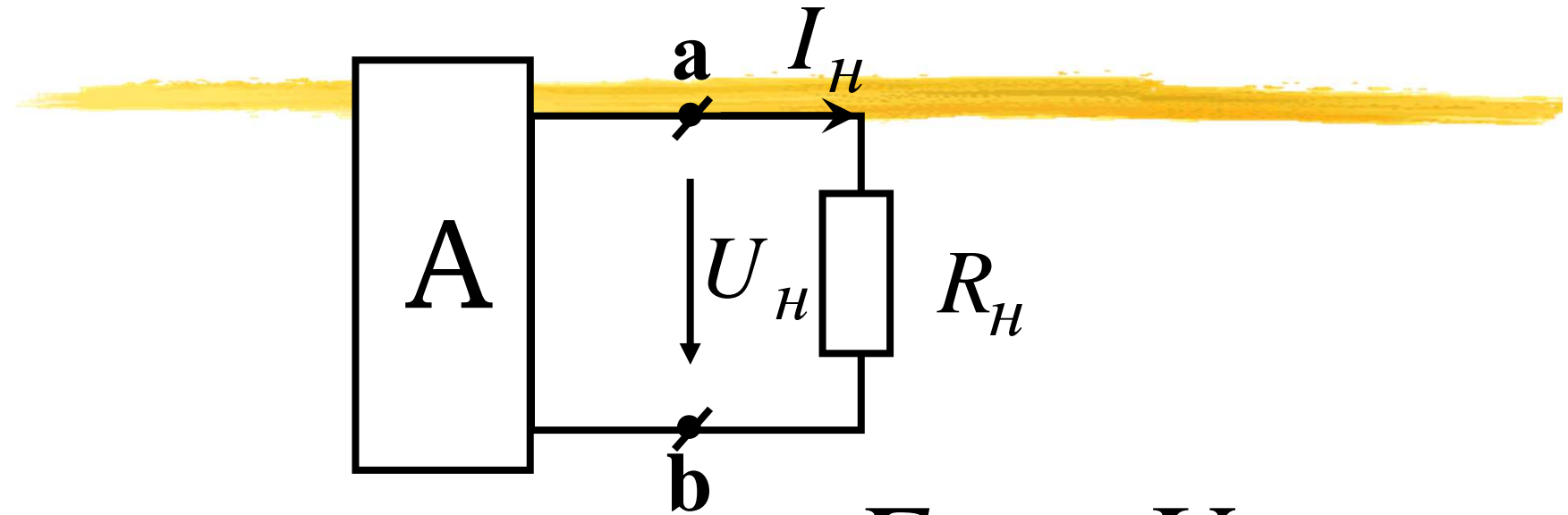
1. Задаем направление тока в нагрузке.
2. Рисуем схему опыта ХХ (КЗ), в котором сопротивление нагрузки разомкнуто и любым методом определяем напряжение $U_{\text{ХХ}} (I_{\text{КЗ}})$.
3. Для определения R_{T} рисуем вспомогательную схему, в

которой источники ЭДС замкнуты,
а источники тока разомкнуты и
определяем сопротивление
относительно зажимов нагрузки.

4. По формуле **Тевенена** –
Гельмгольца или **Нортон-
Поливанова** определяем ток в
нагрузке.

Метод эквивалентного генератора применяется в том случае, когда необходимо определить ток в одной ветви схемы (в нагрузке).

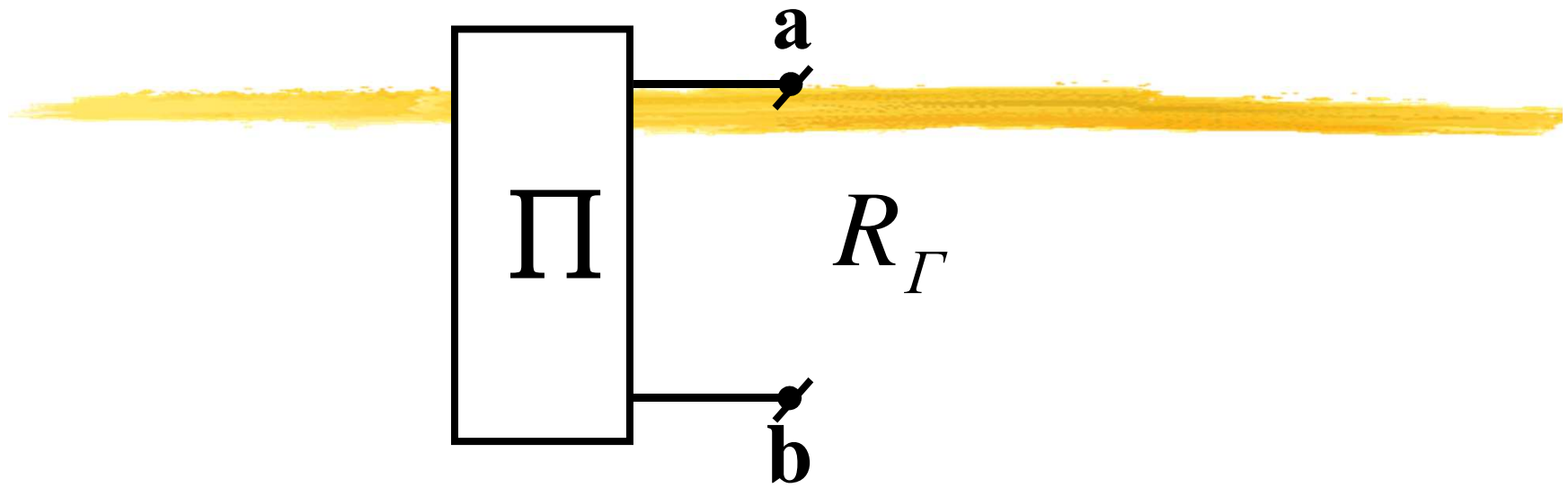
Метод (опыт) холостого хода



$$E_{\Gamma} = U_{XX}$$

когда $I_H = 0$

при $R_H = \infty$



$$R_\Gamma = R_{ab}$$

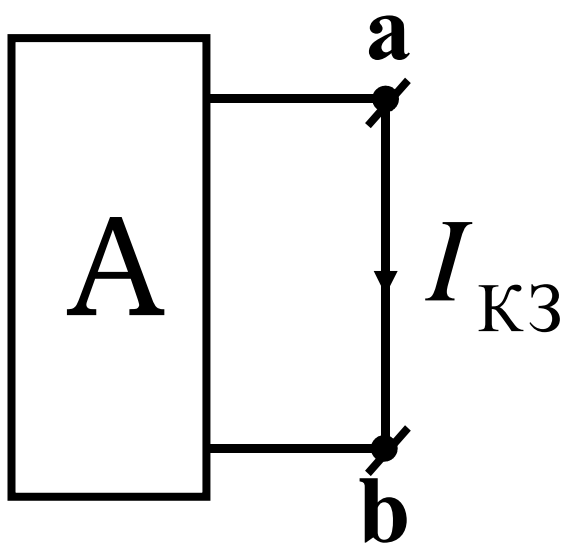
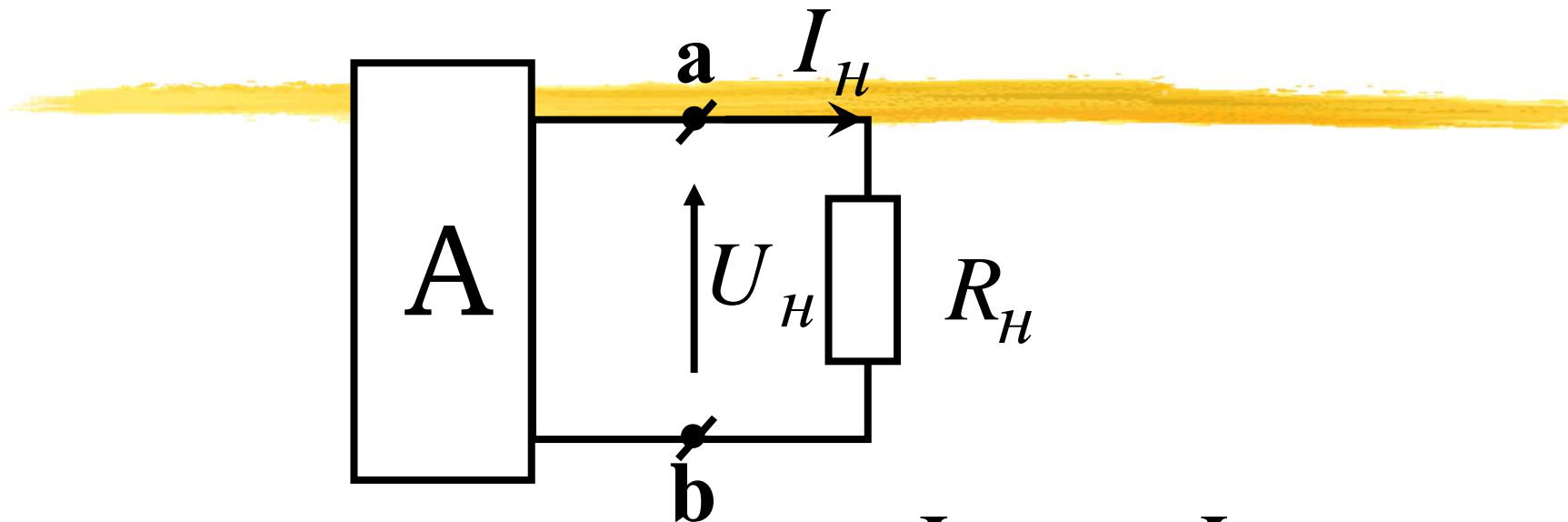
Определяем ток в нагрузке:

Формула Тевенена -

Гельмгольца

$$I_H = \frac{E_\Gamma}{R_\Gamma + R_H}$$

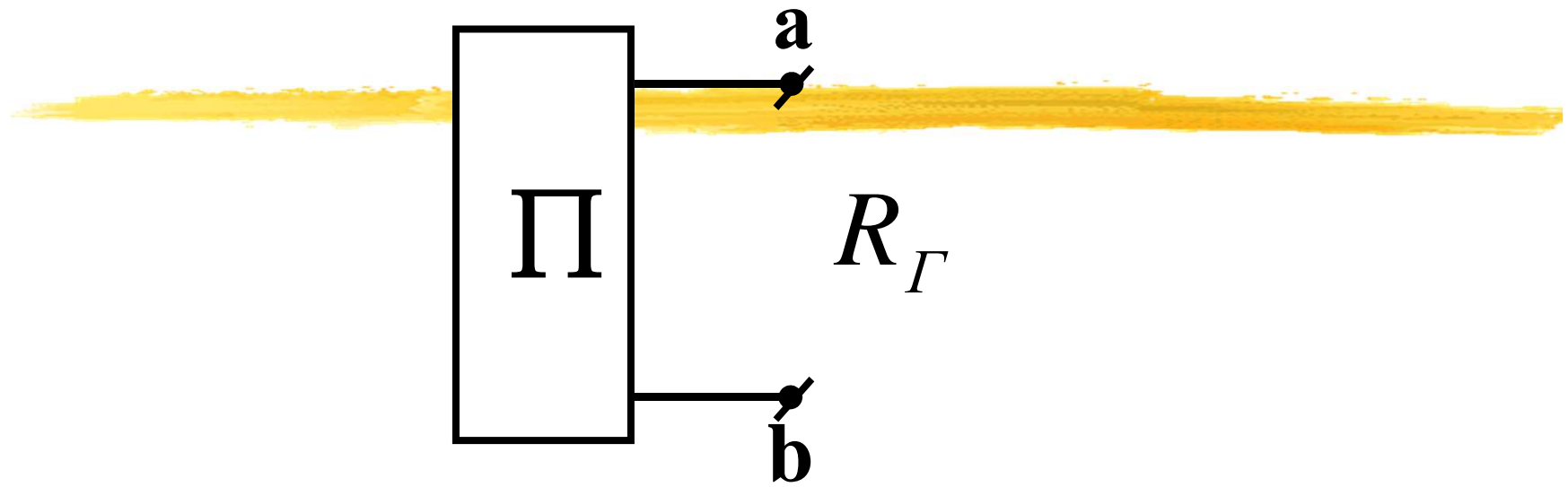
Метод (опыт) короткого замыкания



$$J_{\Gamma} = I_{кз}$$

когда $U_H = 0$

при $R_H = 0$

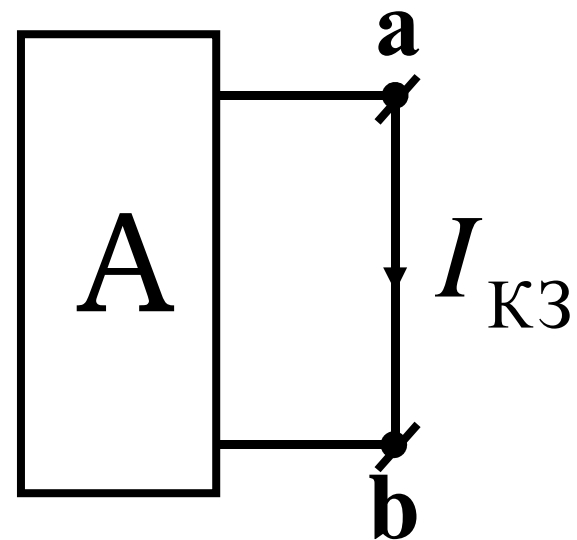
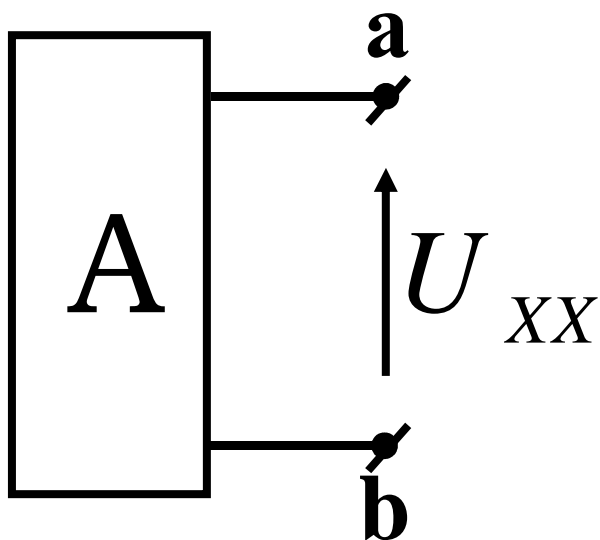
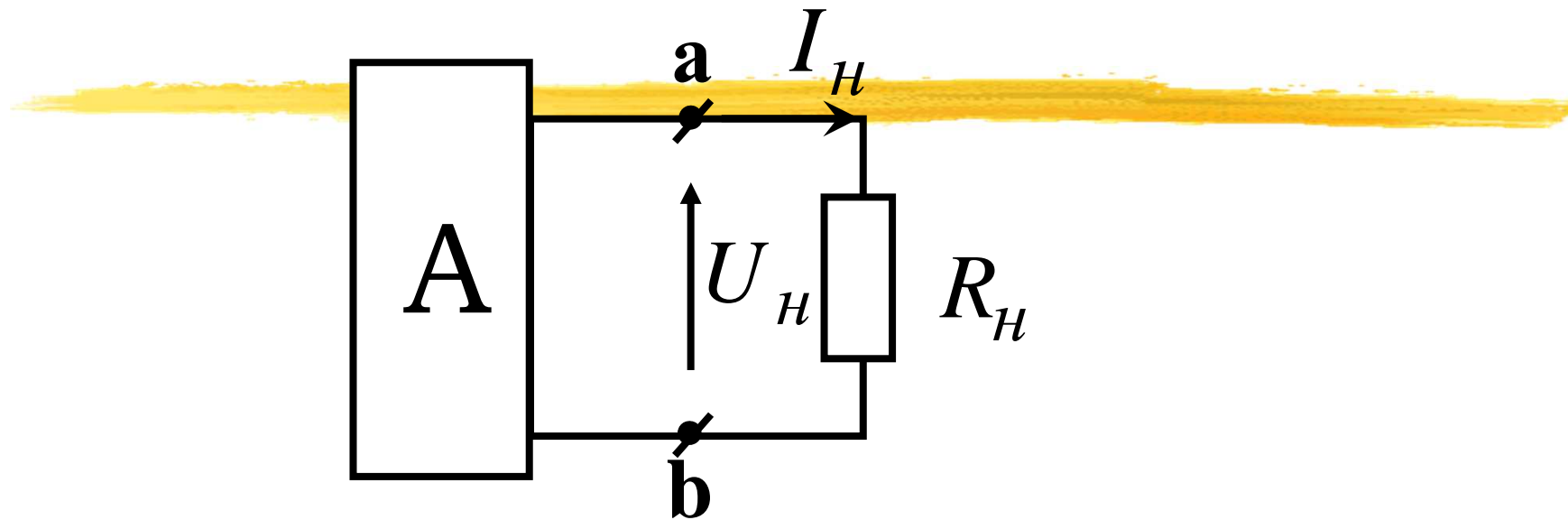


$$R_\Gamma = R_{ab}$$

**Определяем ток в нагрузке:
Формула Нортона-Поливанова**

$$I_H = \frac{J_\Gamma}{1 + \frac{R_H}{R_\Gamma}}$$

МЕТОД ВОЛНОВОГО ВОДА И КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ



где

$$E_{\Gamma} = U_{XX}$$

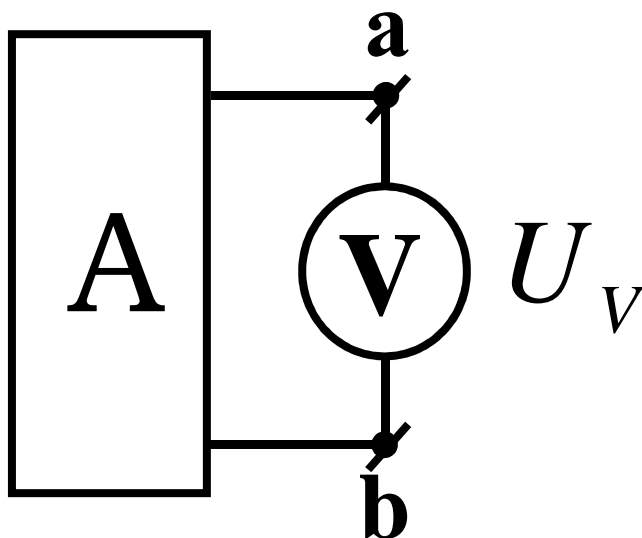
$$J_{\Gamma} = I_{K3}$$

тогда

$$R_{\Gamma} = \frac{E_{\Gamma}}{J_{\Gamma}} = \frac{U_{XX}}{I_{K3}}$$

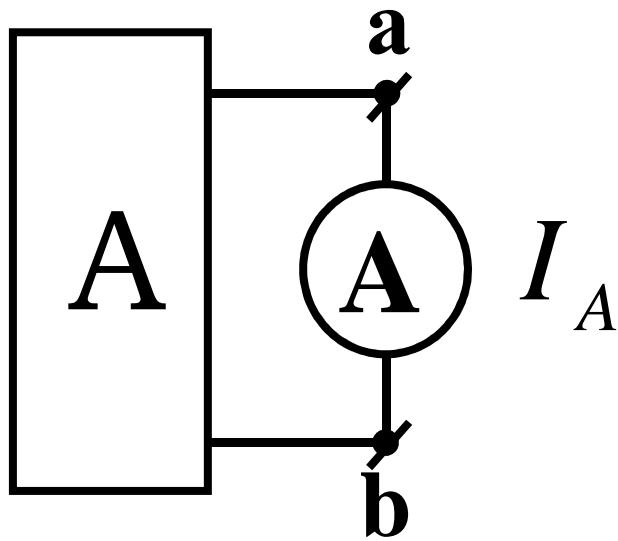
Способы определения параметров эквивалентного генератора:

1. **Опыты ХХ и КЗ**
 - а) **опыт ХХ:**



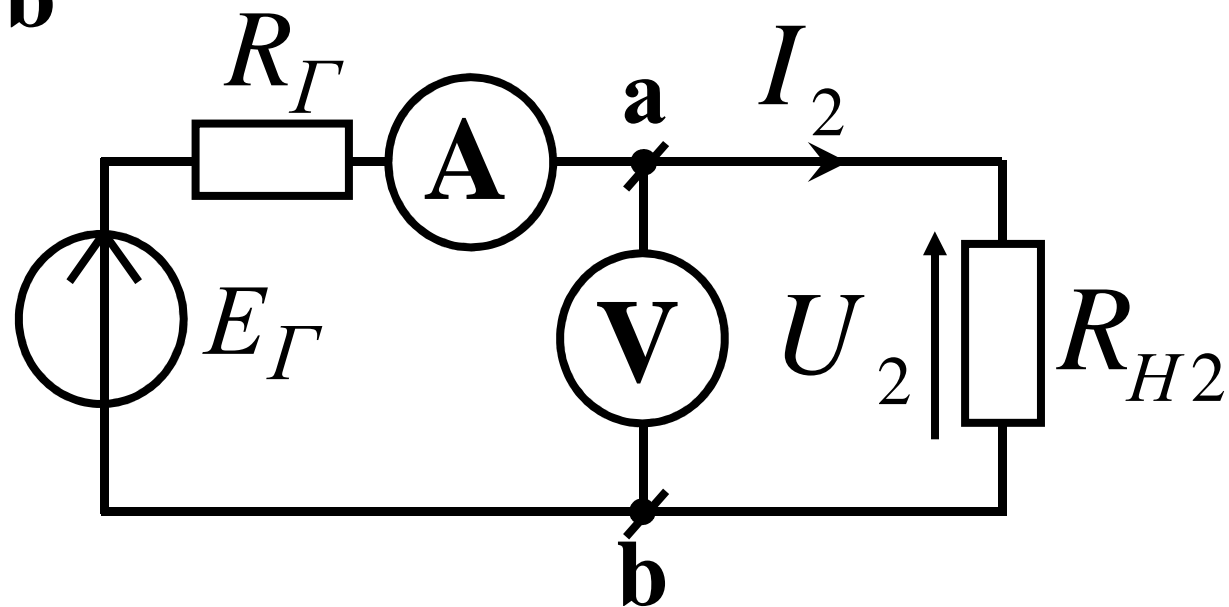
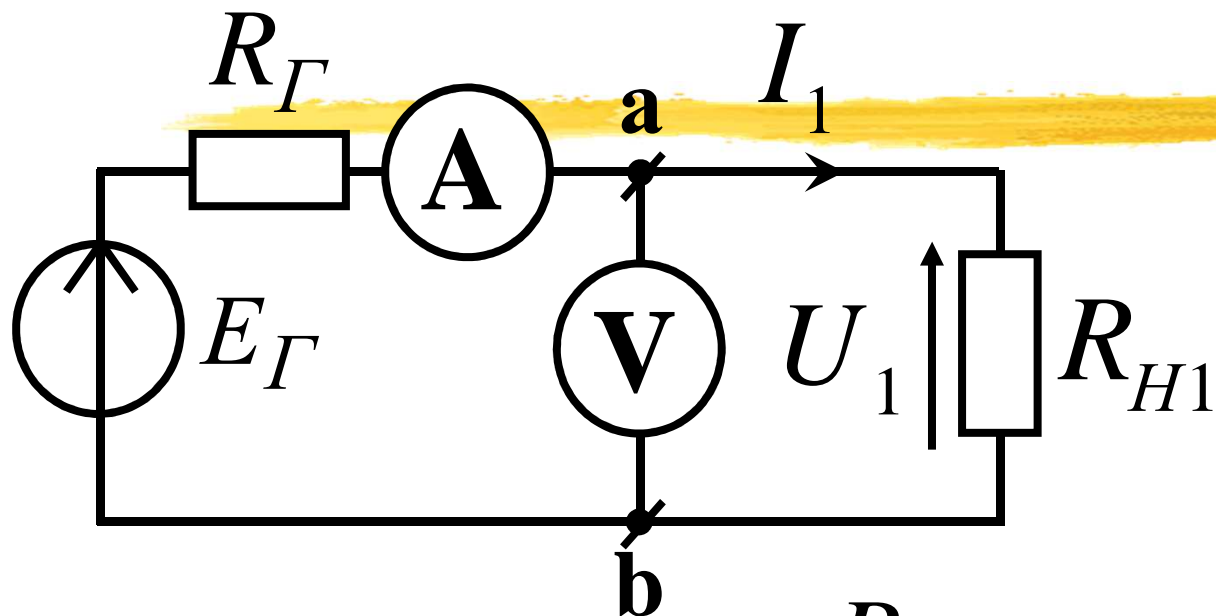
$$U_V = U_{XX}$$

а) опыт КЗ:



$$I_A = I_{\text{КЗ}}$$

2. Метод двух нагрузок



По второму закону Кирхгофа:

$$E_{\Gamma} = I_1 \cdot R_{\Gamma} + U_1$$

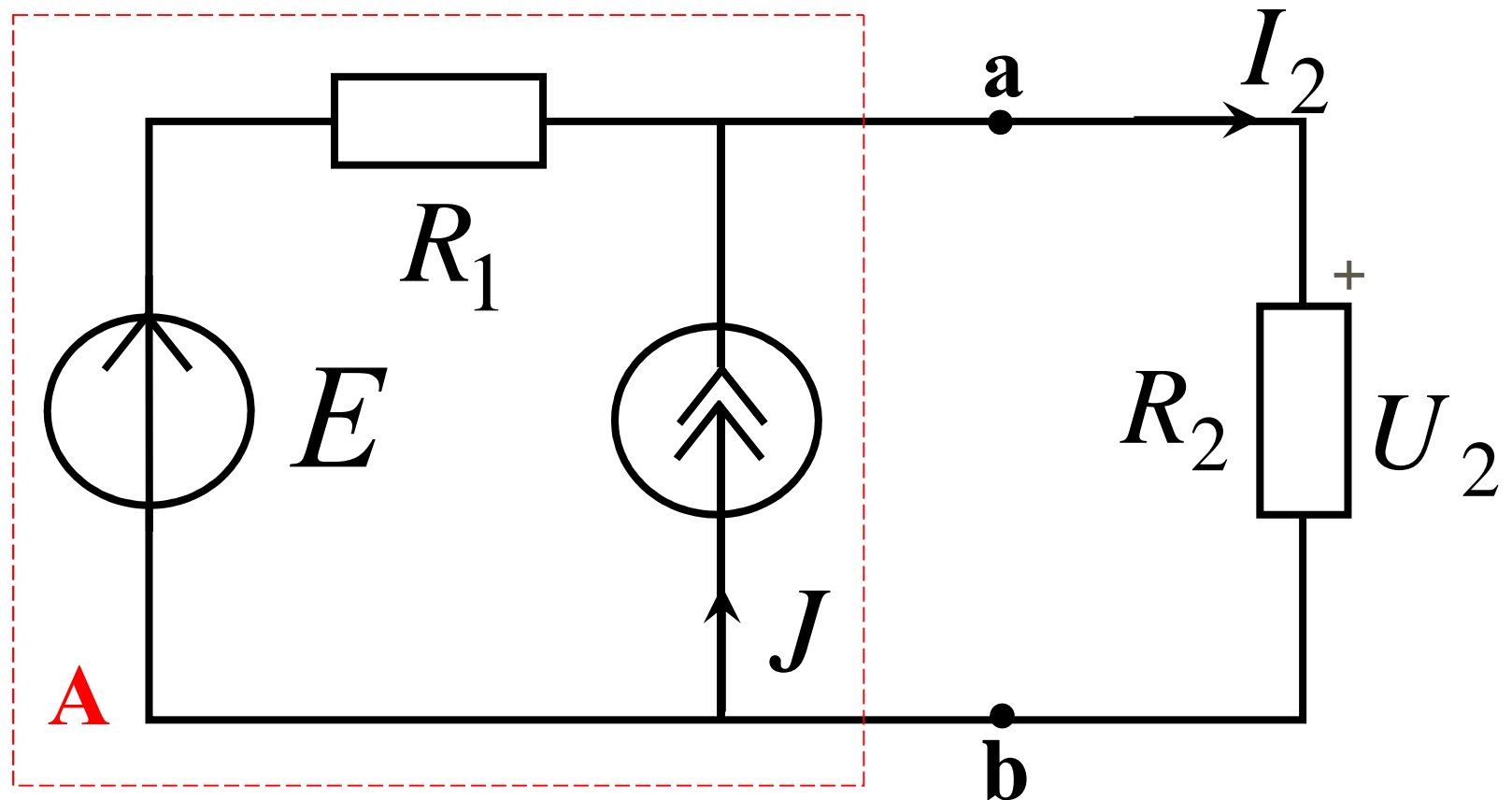
$$E_{\Gamma} = I_2 \cdot R_{\Gamma} + U_2$$

Получим параметры генератора

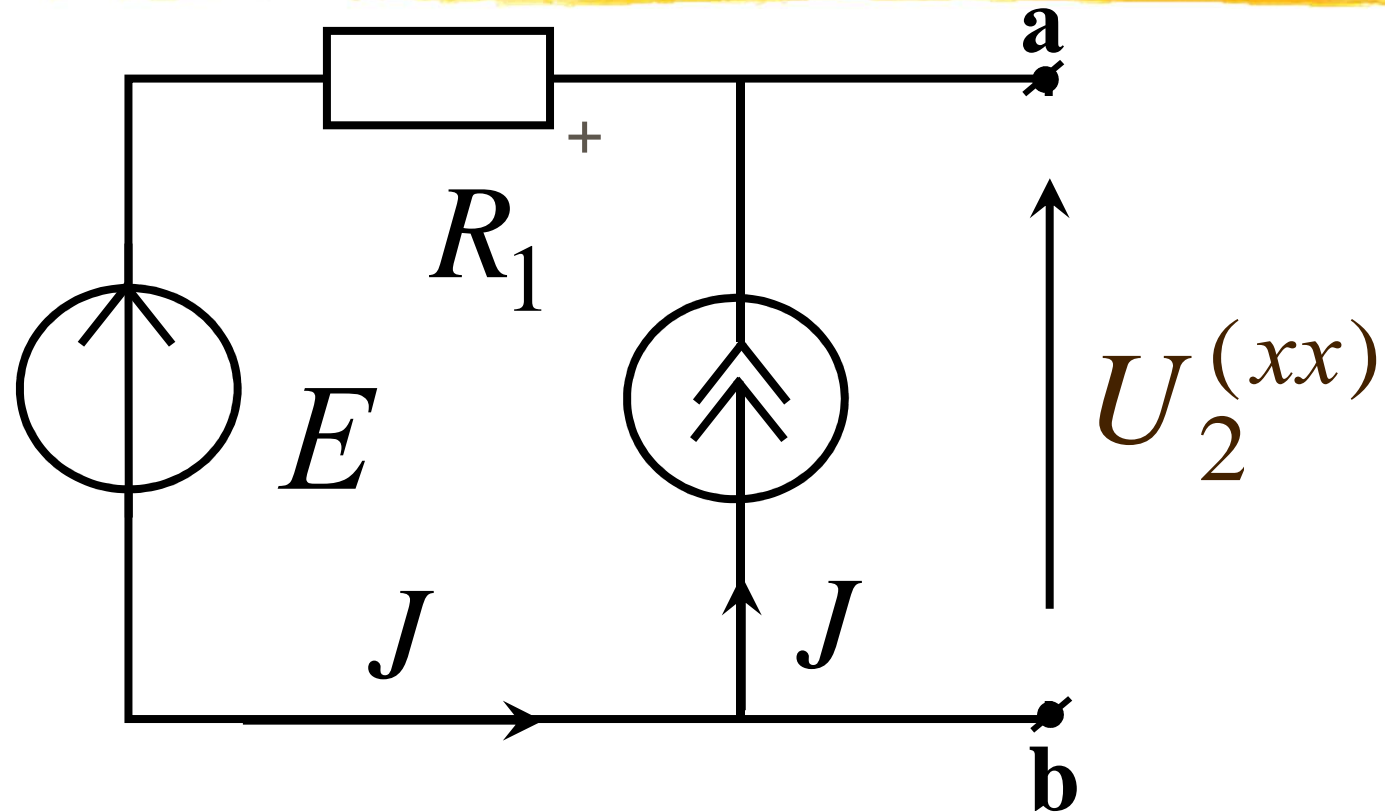
$$E_{\Gamma} = \frac{U_2 \cdot I_1 - U_1 \cdot I_2}{I_1 - I_2}$$

$$R_{\Gamma} = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2}$$

Пример 1

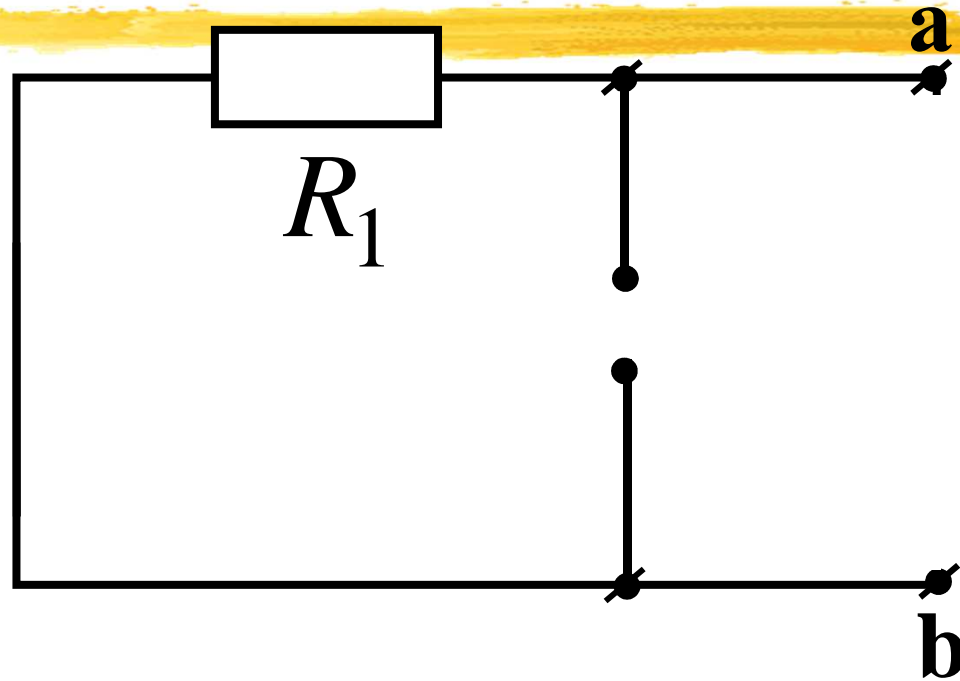


а) напряжение холостого хода $U_2^{(xx)}$:



$$E_{\Gamma} = U_2^{(xx)} = E + R_1 J$$

б) эквивалентное сопротивление R_{ab} :



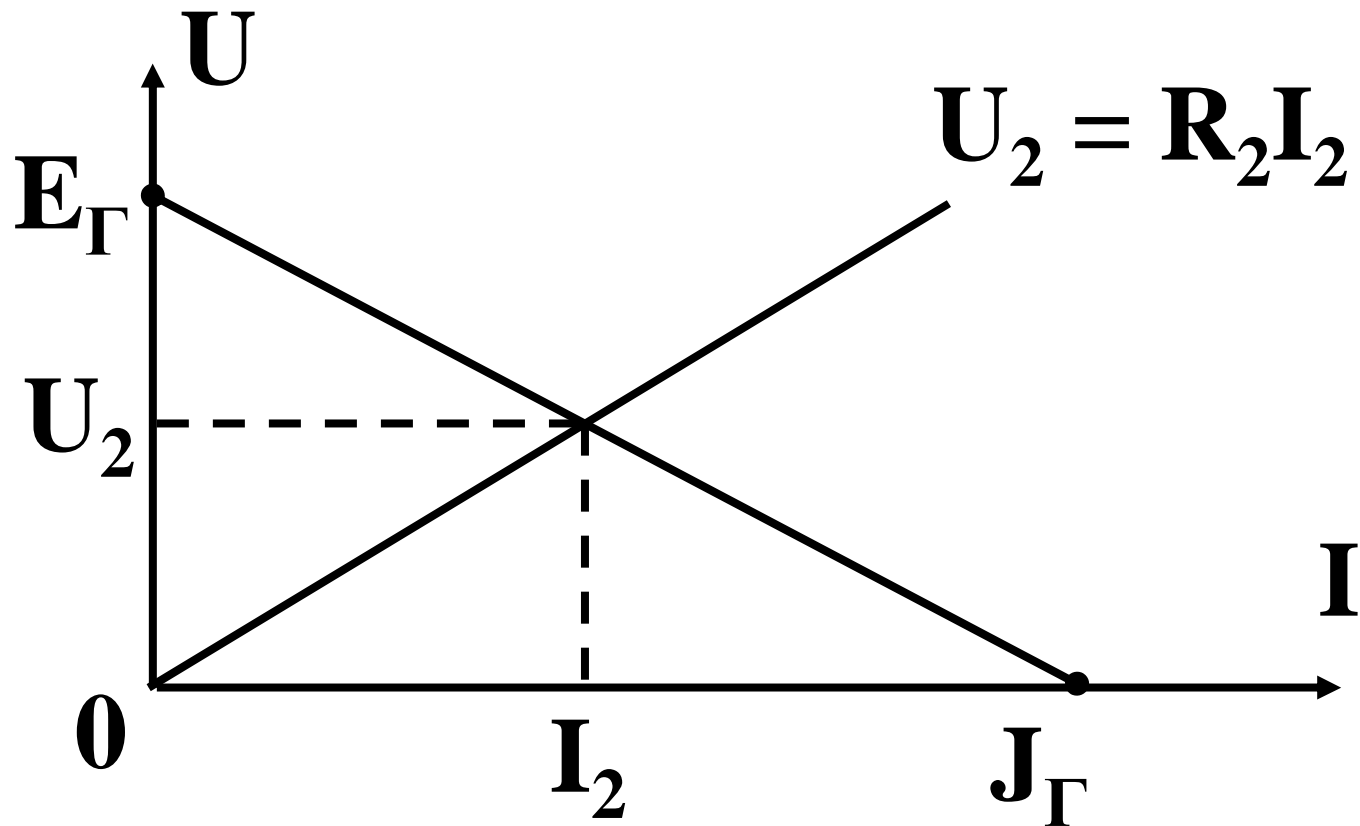
$$R_{\Gamma} = R_{ab} = R_1$$

$$\text{Тогда } I_{\Gamma} = I_2^{(\kappa 3)} = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}$$

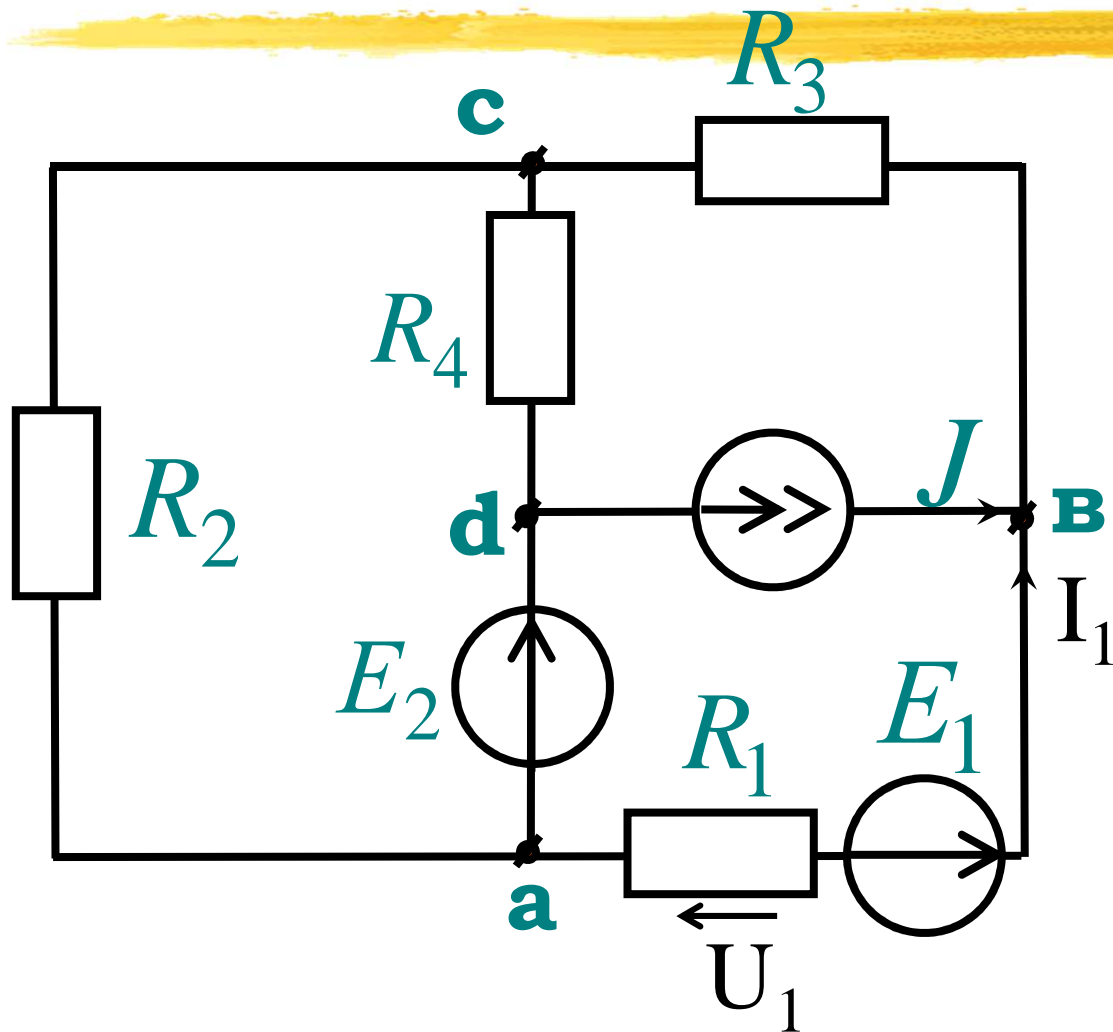
в) окончательный результат

$$I_2 = \frac{E_\Gamma}{R_\Gamma + R_2} = \frac{J_\Gamma}{1 + \frac{R_2}{R_\Gamma}}$$

Графическое определение I_2 и U_2



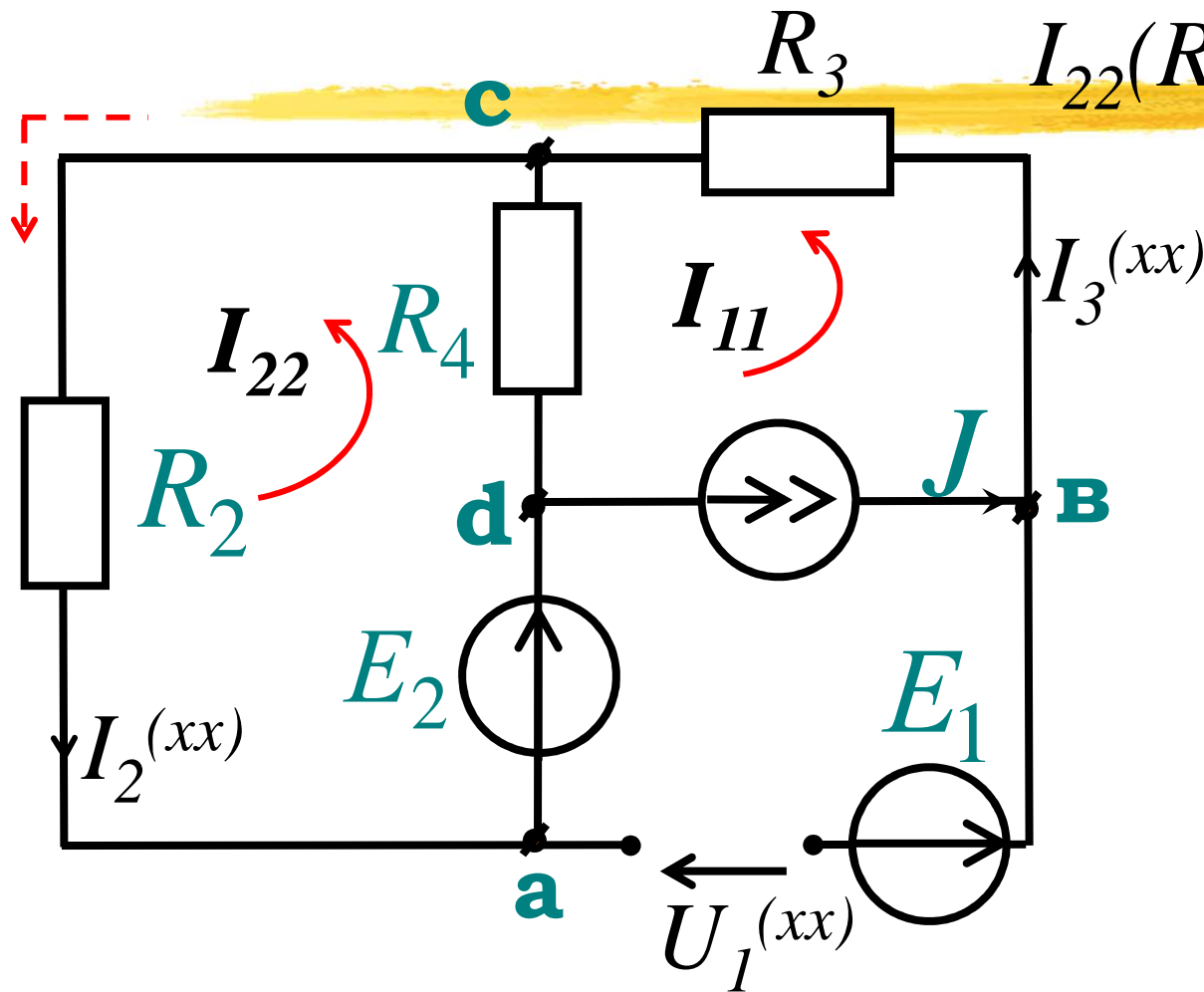
Пример 2



Определить

$$I_1 = ?$$

a) напряжение холостого хода $U_1^{(xx)}$:



$$I_{22}(R_2 + R_4) - I_{11}R_4 = E_2$$

$$I_{11} = J$$

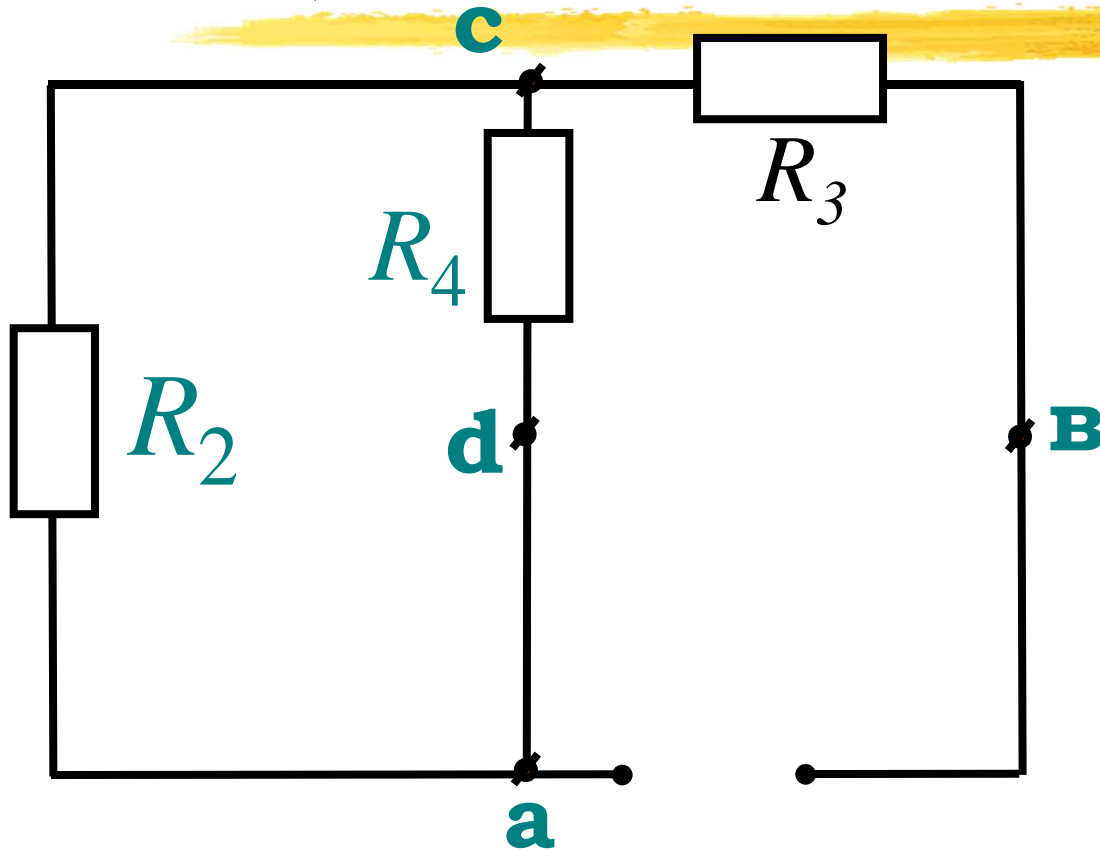
$$I_2^{(xx)} = I_{22}$$

$$I_3^{(xx)} = I_{11}$$

$$U_1^{(xx)} = E_{\Gamma} = ?$$

$$-U_1^{(xx)} + E_1 = R_3 I_3^{(xx)} + R_2 I_2^{(xx)}$$

б) эквивалентное сопротивление R_{Γ} :



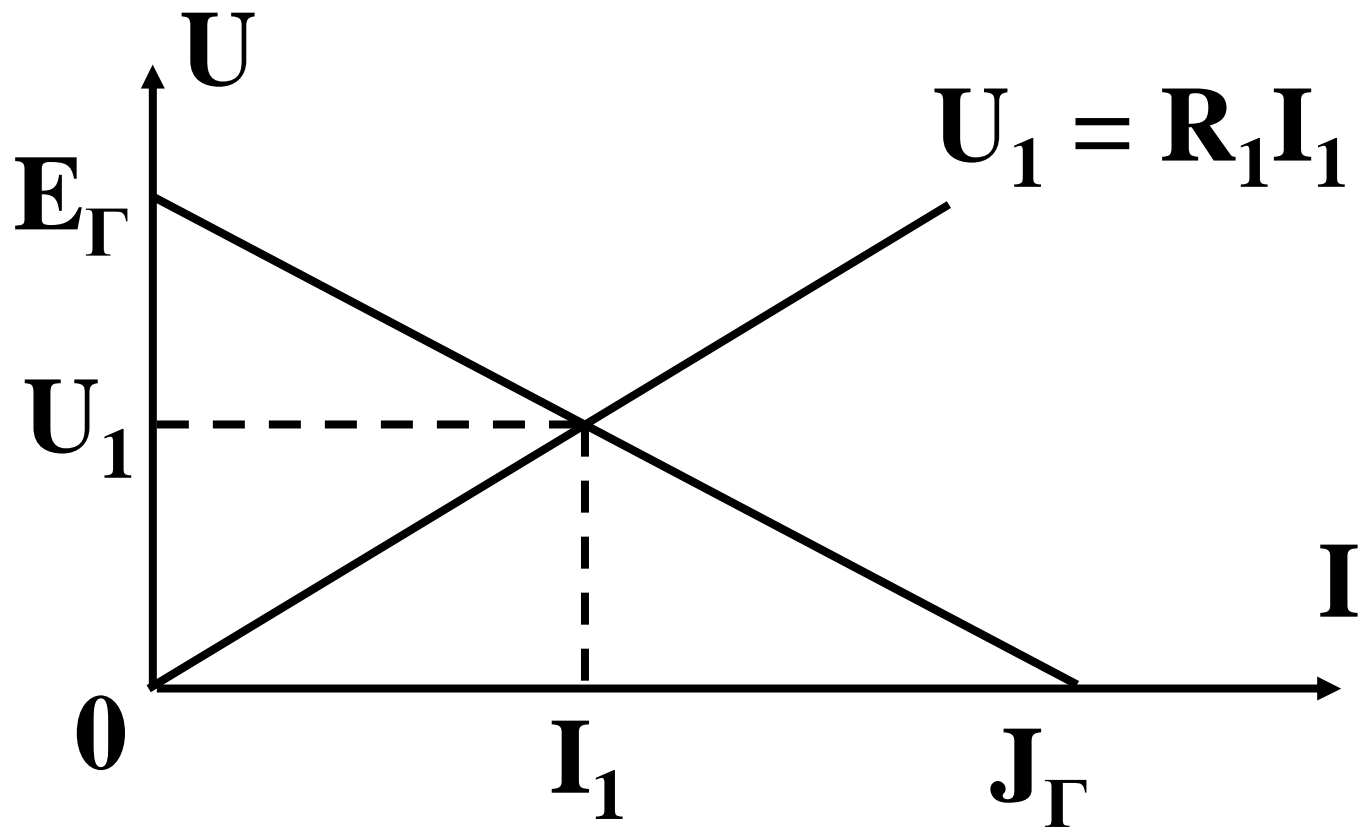
$$R_{\Gamma} = R_3 + R_2 R_4 / (R_2 + R_4)$$


$$\text{Тогда } J_{\Gamma} = I_2^{(кз)} = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}$$

в) окончательный результат

$$I_1 = \frac{E_\Gamma}{R_\Gamma + R_1} = \frac{J_\Gamma}{1 + \frac{R_1}{R_\Gamma}}$$

Графическое определение I_1 и U_1





Может быть использован и для
нелинейных цепей с одним нелинейным
элементом

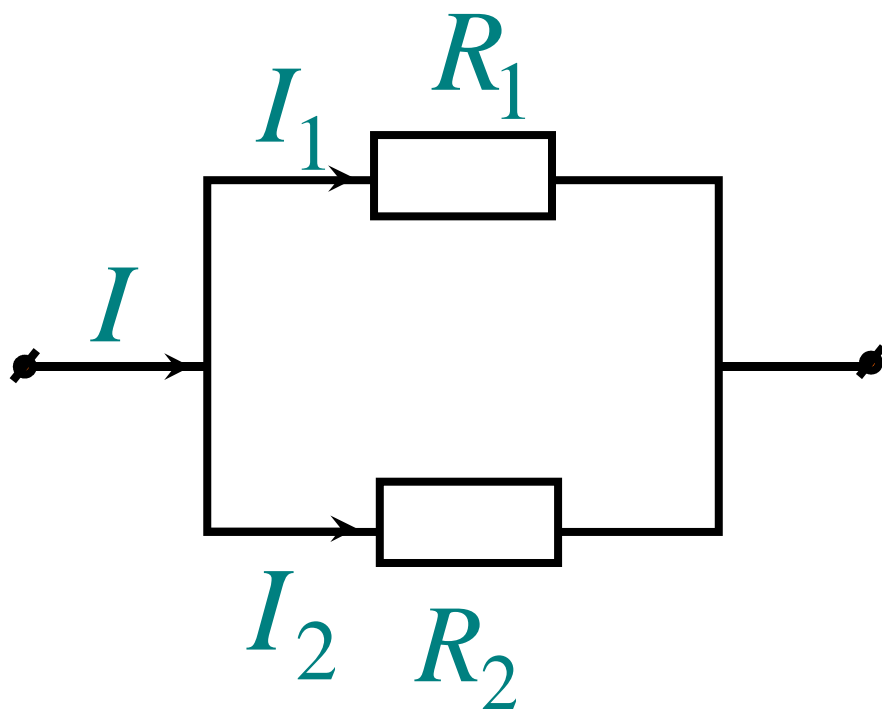


Метод

преобразований

**Преобразования схем
используются для их упрощения
и могут быть доказаны
при помощи законов
Ома и Кирхгофа.
Приведем правила преобразований
без доказательства**

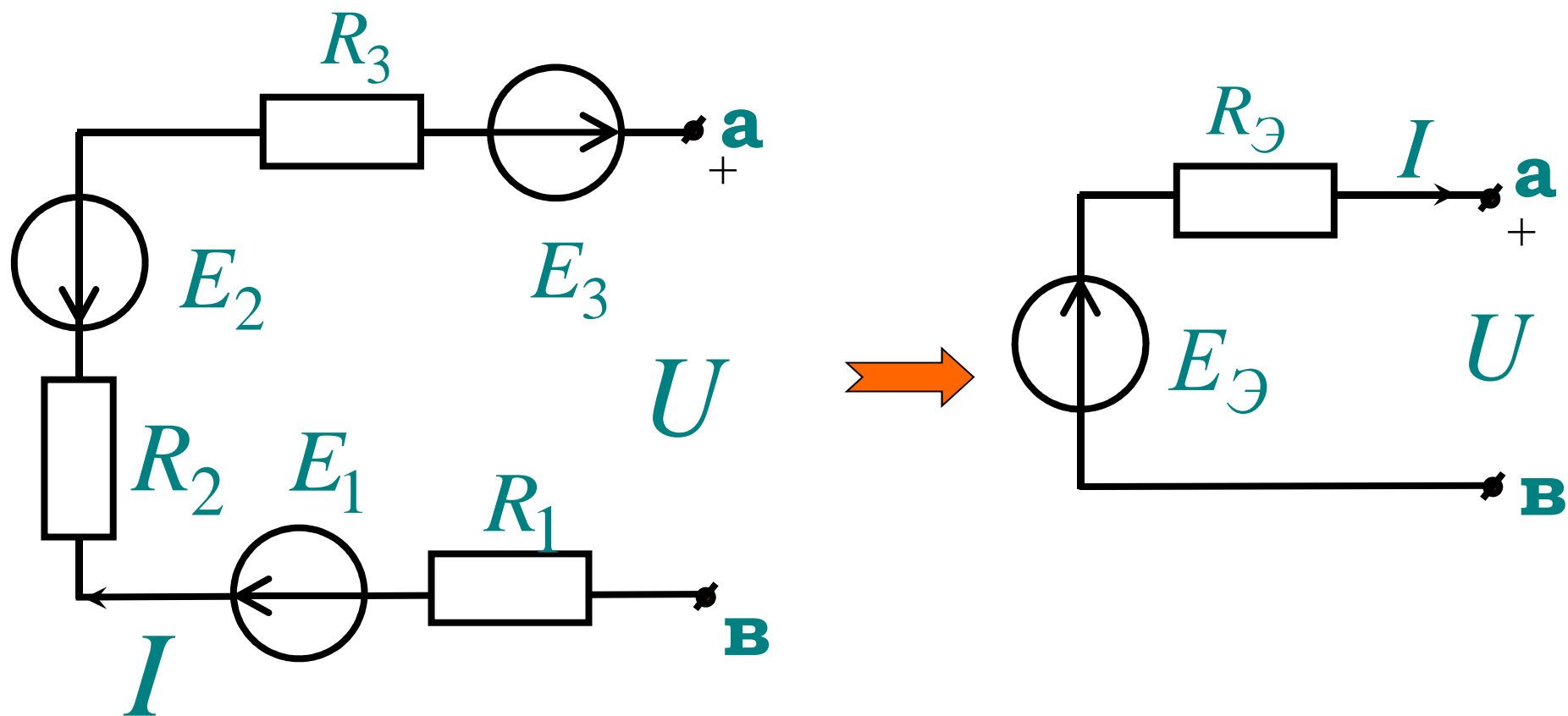
1. Правило распределения (разброса) тока в параллельных ветвях



$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

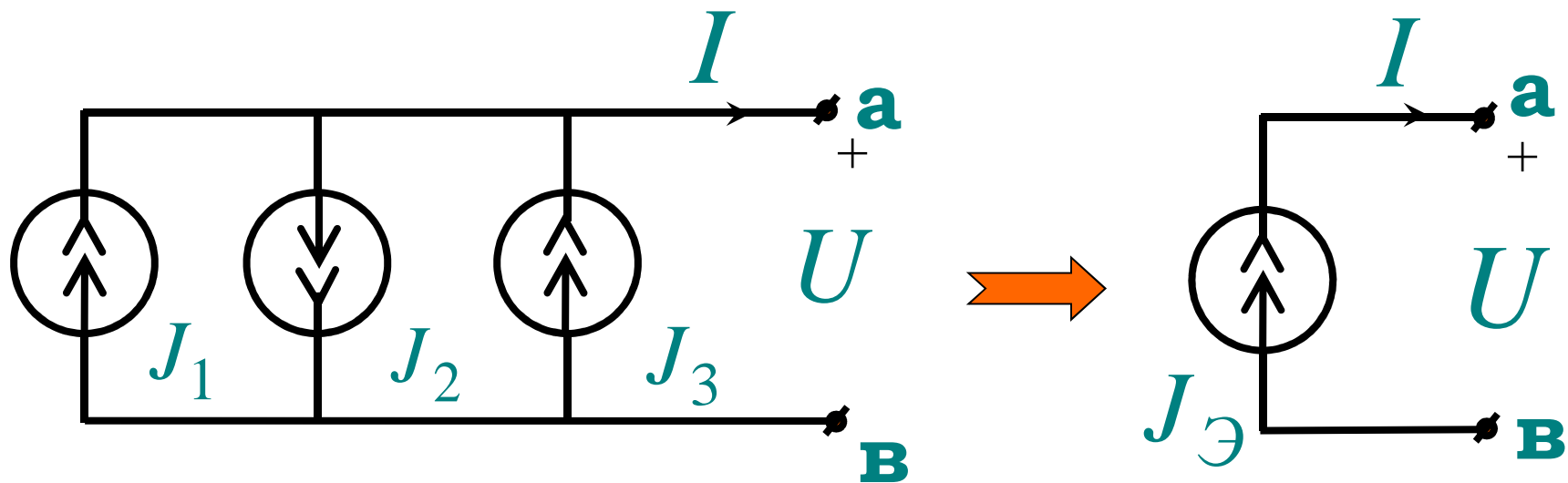
2. Последовательное соединение ЭДС и сопротивлений



$$E_{\mathcal{G}} = E_1 - E_2 + E_3$$

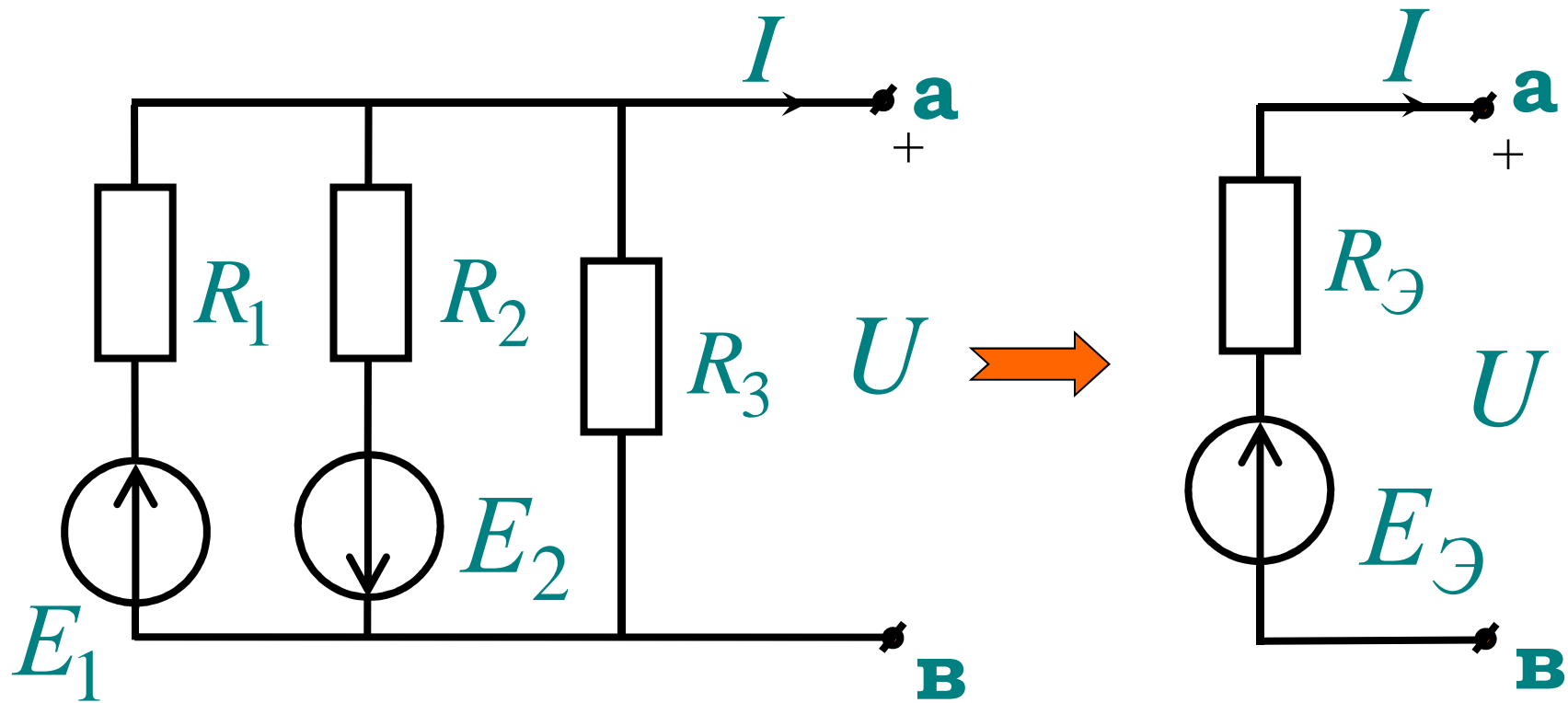
$$R_{\mathcal{G}} = R_1 + R_2 + R_3$$

3. Параллельное соединение источников тока



$$J_{\text{Э}} = J_1 - J_2 + J_3$$

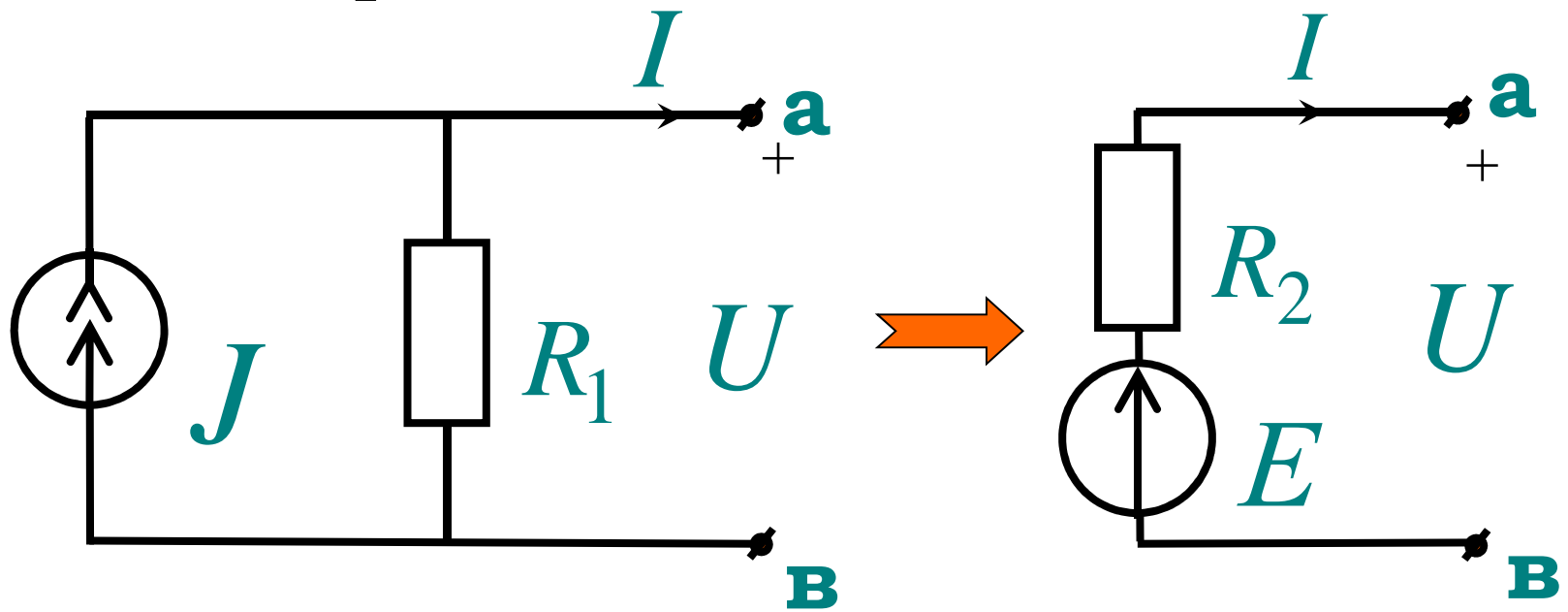
4. параллельное соединение ЭДС и сопротивлений



$$R_{\text{Э}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$E_{\text{Э}} = \left(\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} \right) \cdot R_{\text{Э}}$$

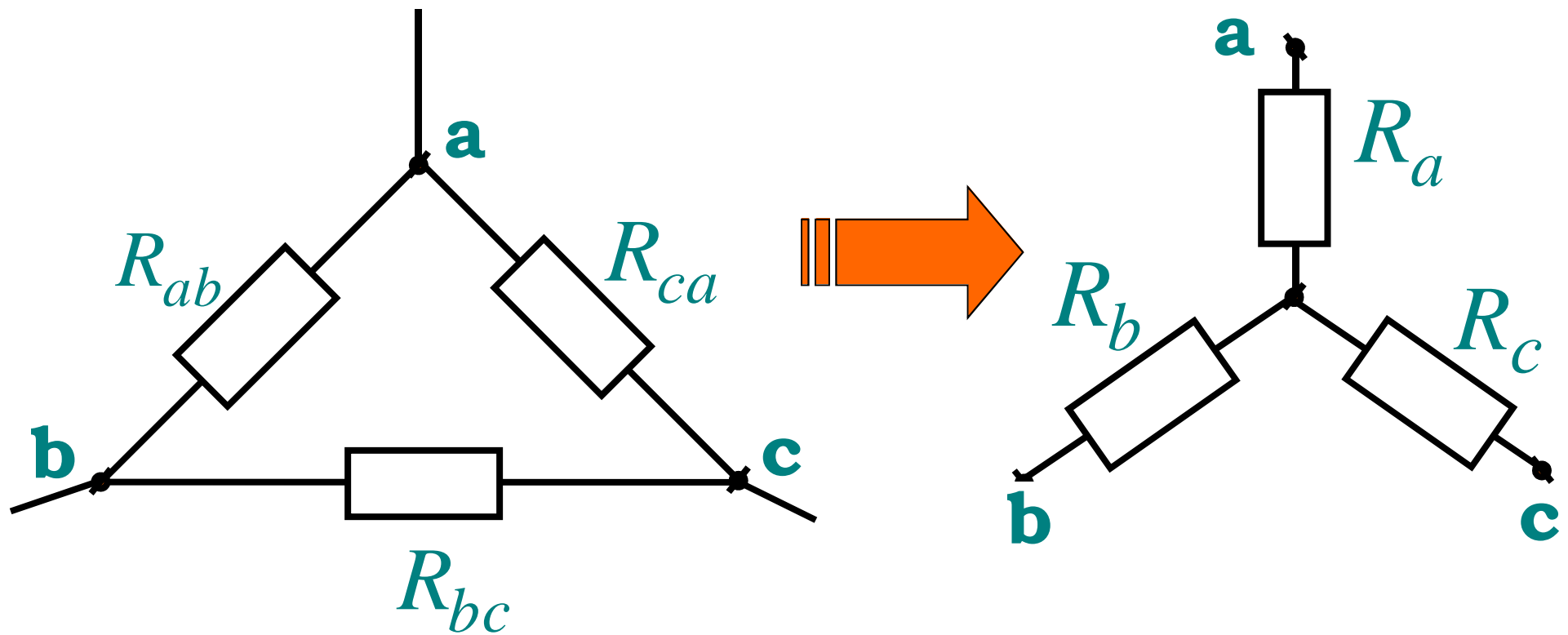
5. Замена источника тока на источник ЭДС и наоборот



$$R_1 = R_2$$

$$E = JR_1$$

6. Преобразование треугольника в звезду и наоборот



$$R_a = \frac{R_{ab}R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

$$R_b = \frac{R_{ab}R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

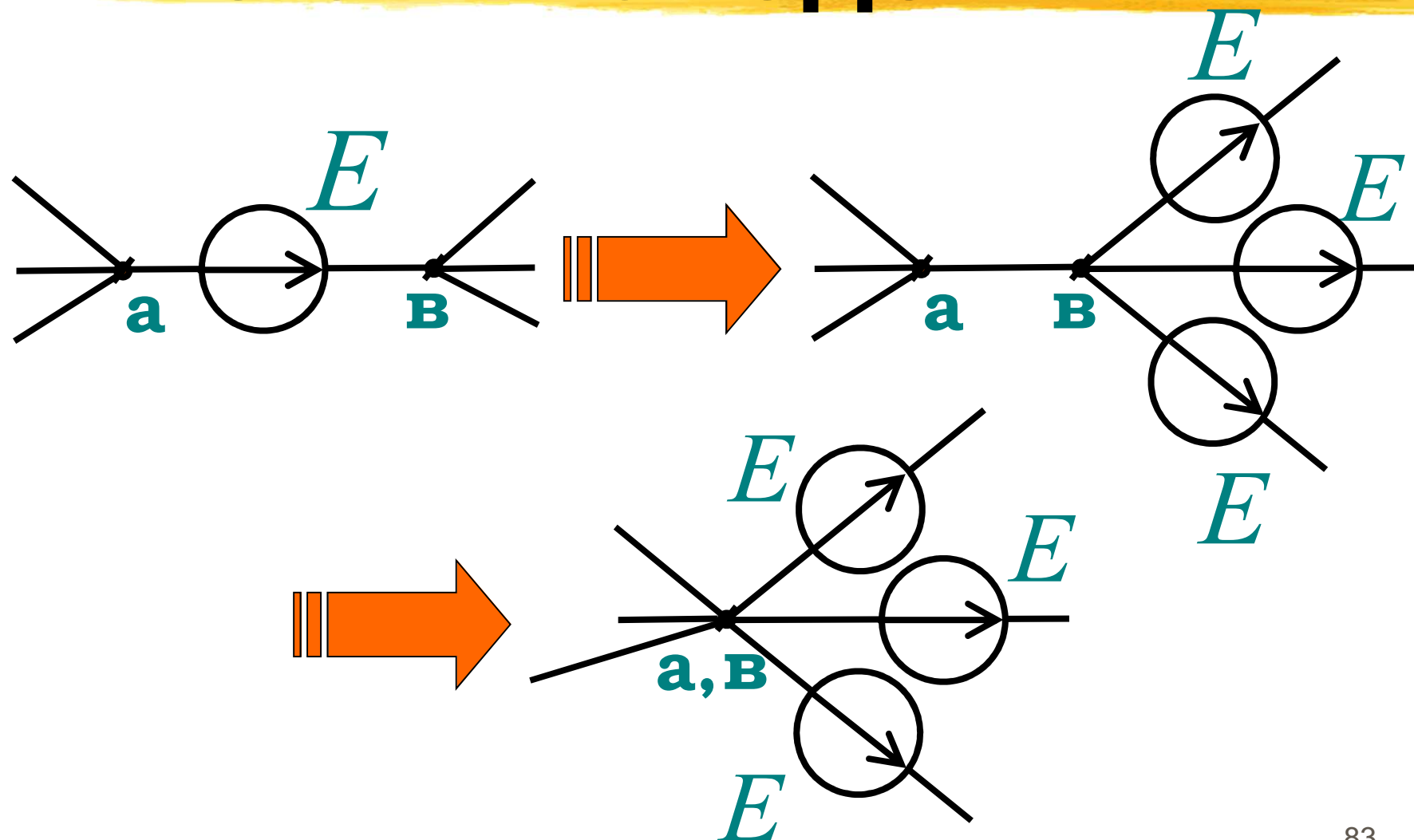
$$R_c = \frac{R_{ca}R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a R_b}{R_c}$$

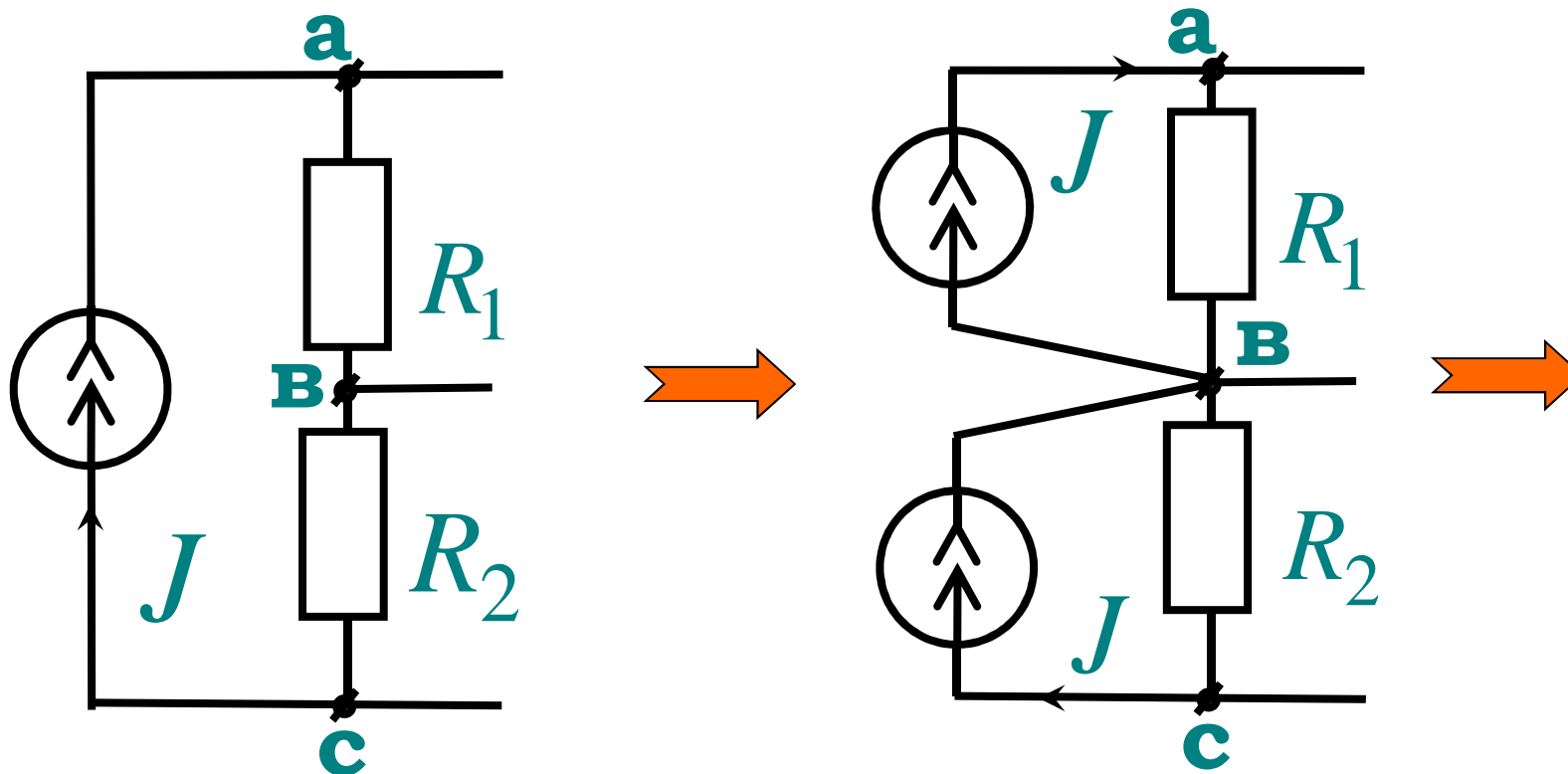
$$R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b R_c}{R_a}$$

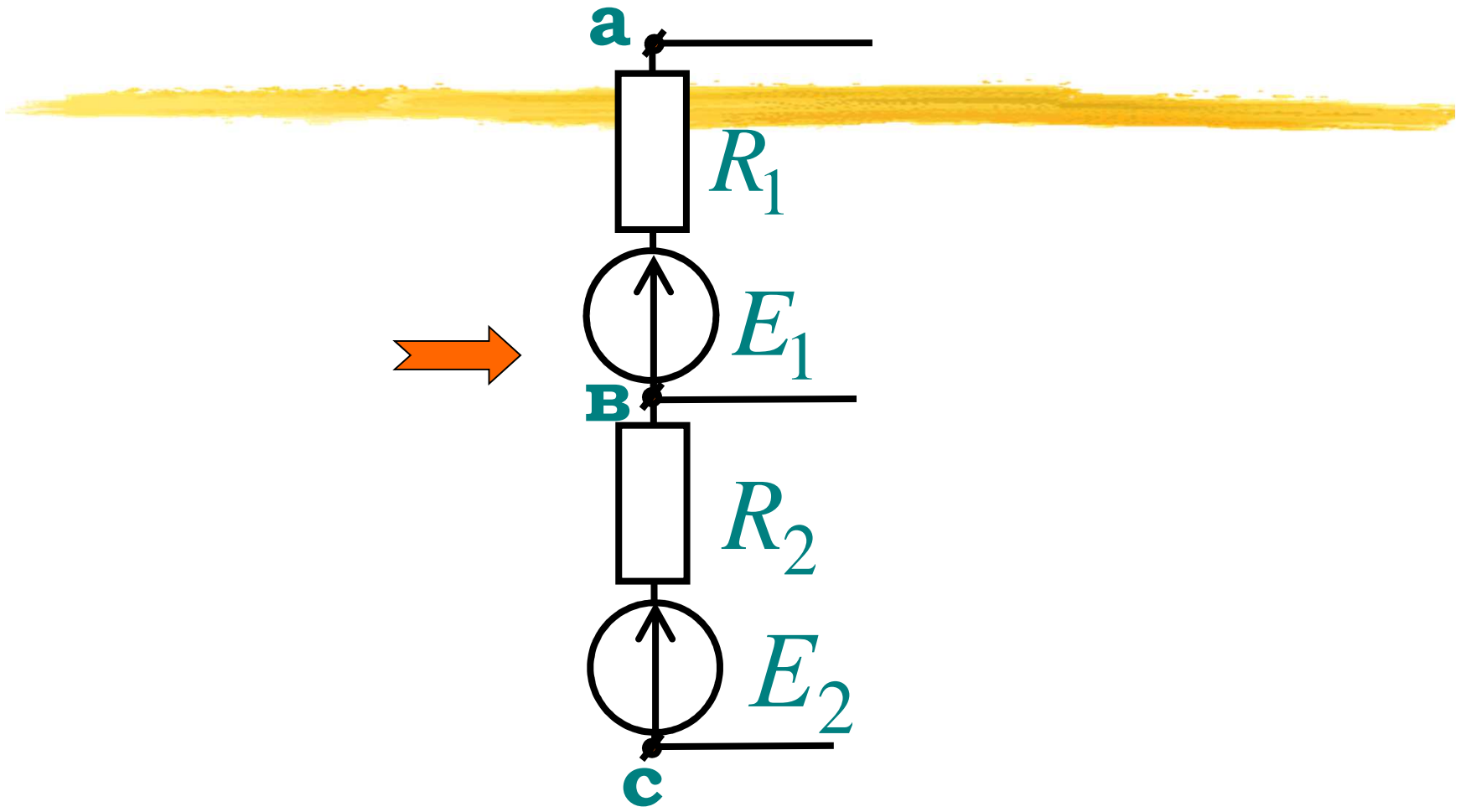
$$R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_c R_a}{R_b}$$

7. Перенос источников ЭДС



8. Перенос ИСТОЧНИКОВ ТОКА



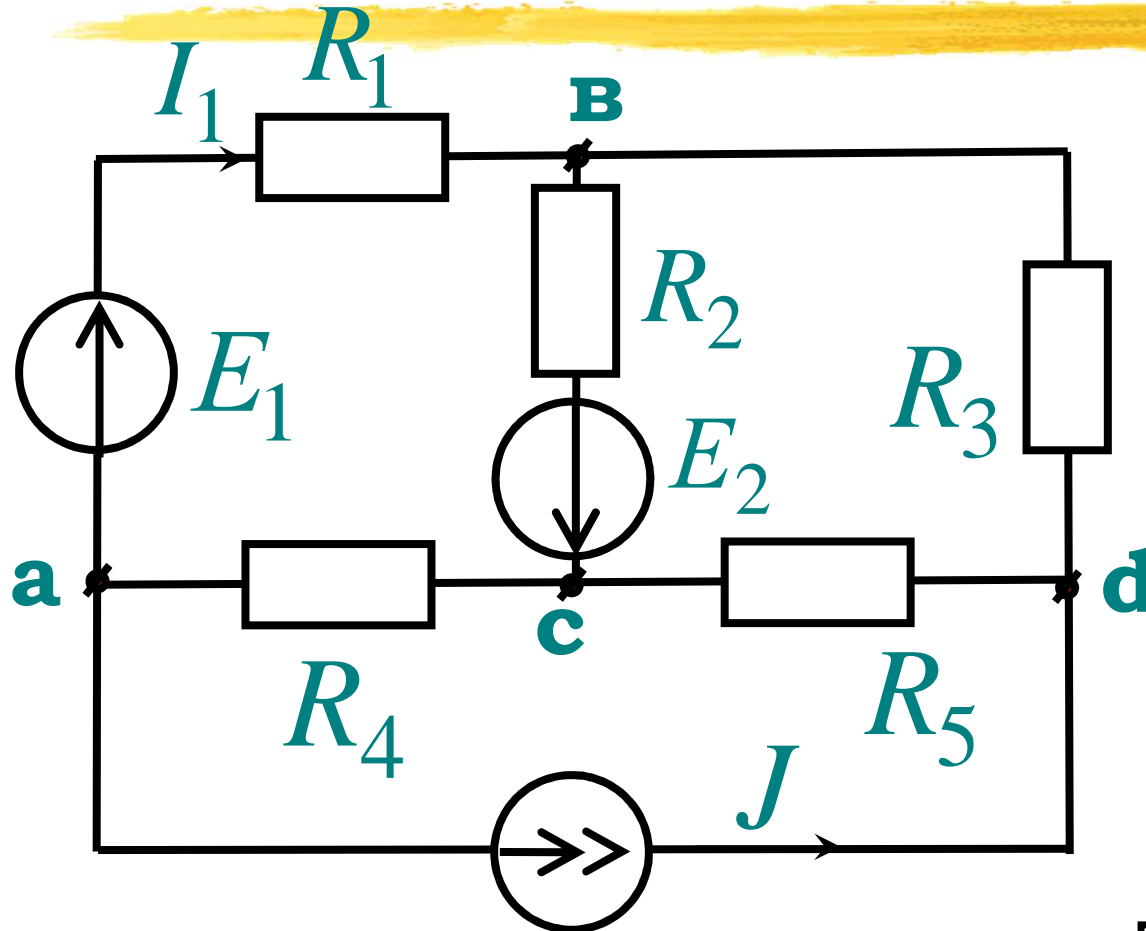


$$E_1 = R_1 J$$

$$E_2 = R_2 J$$

**На основе приведенных правил
можно реализовать метод
преобразований для расчета тока
или напряжения в k-ветви схемы.
Для этого схема преобразуется
до одного контура с искомым
током или напряжением, где
эти величины легко определяются**

Пример



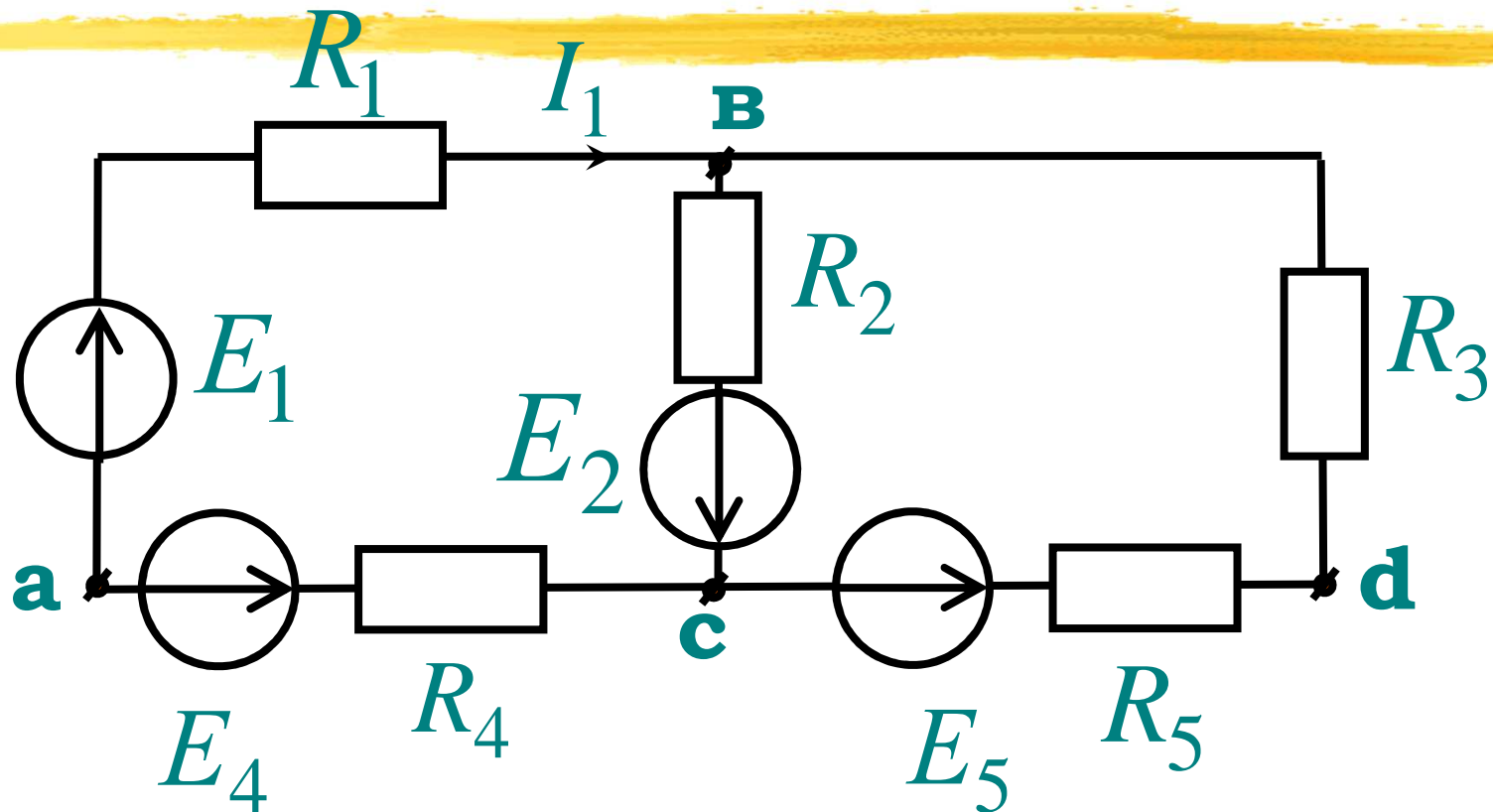
Определить

I_1

МЕТОДОМ

преобразований

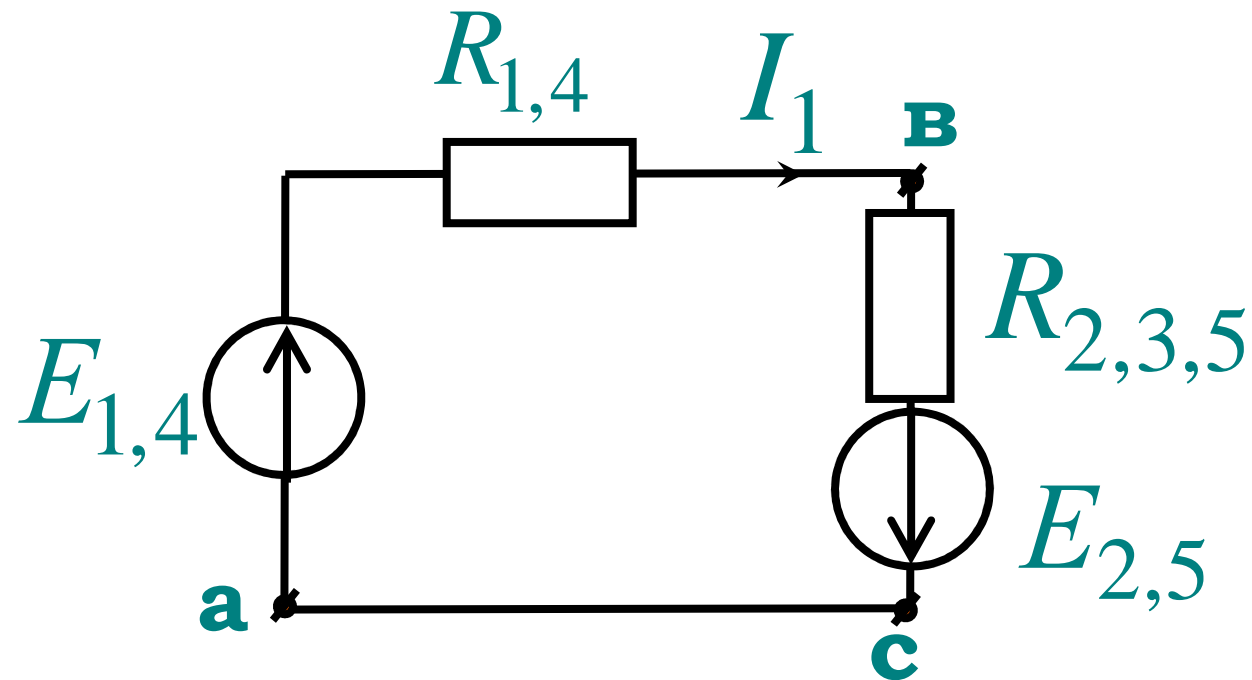
а) перенос ИСТОЧНИКОВ ТОКА



$$E_4 = R_4 J$$

$$E_5 = R_5 J$$

б) преобразования соединений сопротивлений и ЭДС

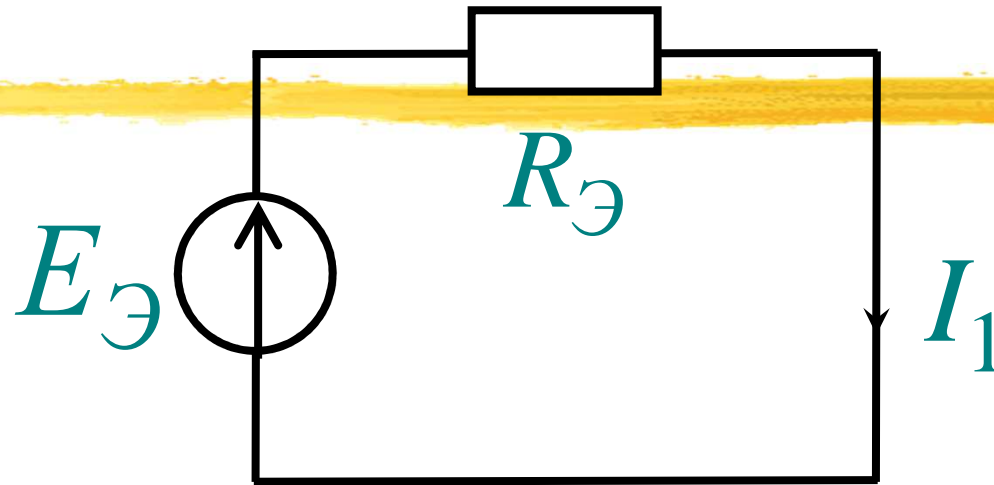


$$E_{1,4} = E_1 - E_4$$

$$R_{1,4} = R_1 + R_4$$

$$R_{2,3,5} = \frac{R_2(R_3 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_5}$$

$$E_{2,5} = \left(\frac{E_2}{R_2} - \frac{E_5}{R_3 + R_5} \right) \cdot R_{2,3,5}$$



$$E_{\Theta} = E_{1,4} + E_{2,5}$$

$$R_{\Theta} = R_{1,4} + R_{2,3,5}$$

$$I_1 = \frac{E_{\Theta}}{R_{\Theta}}$$

Вопросы для самопроверки

1. Сколько контурных токов может прийти через один источник тока?
А через один источник ЭДС?
2. Какое число уравнений следует записать для расчета токов методом контурных токов?
3. Какое уравнение методом контурных токов для данной схемы записано верно?
4. Потенциал какого узла можно принят равным нулю в методе узловых потенциалов?
5. Какое число уравнений нужно записать по методу узловых потенциалов?
6. Возможно ли взаимное преобразование идеальных источников ЭДС и тока?
7. Для чего используется теорема Телледжена?
8. Сформулируйте теорему об эквивалентном генераторе.
9. Запишите формулы для определения параметров генератора по опыту холостого хода и короткого замыкания
10. В чем заключается метод двух нагрузок?
11. Как из формулы Тевенена-Гельмгольца получить формулу Нортон⁹²-