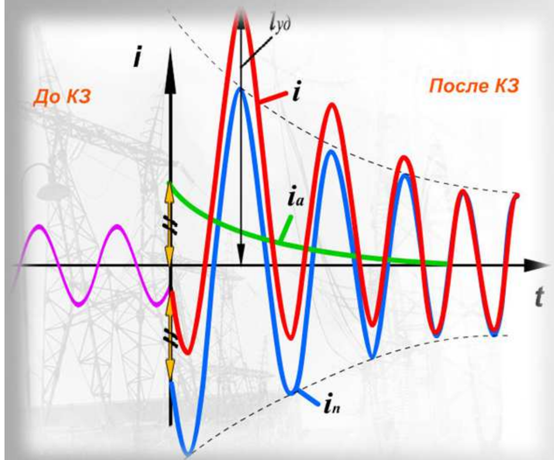


ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Законы коммутации

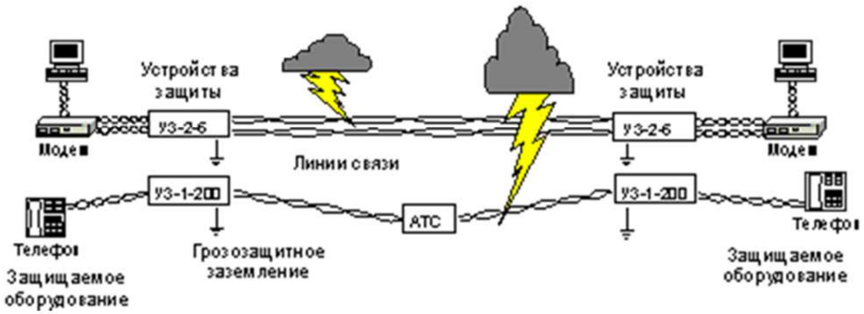
ТПУ ЭНИН кафедра ТОЭ
К.ф.-м.н., доцент каф.ТОЭ
Кулешова Елена Олеговна

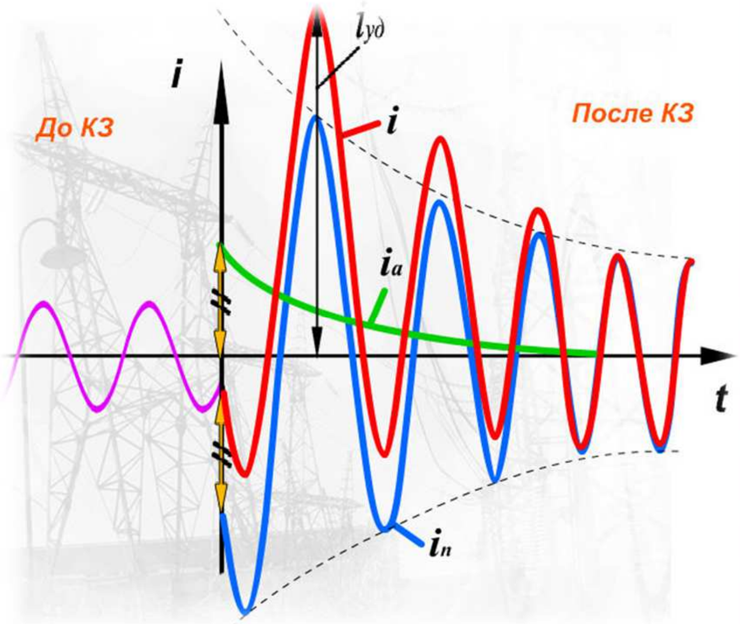
ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Переходные процессы не являются чем-то необычным и характерны не только для электрических цепей

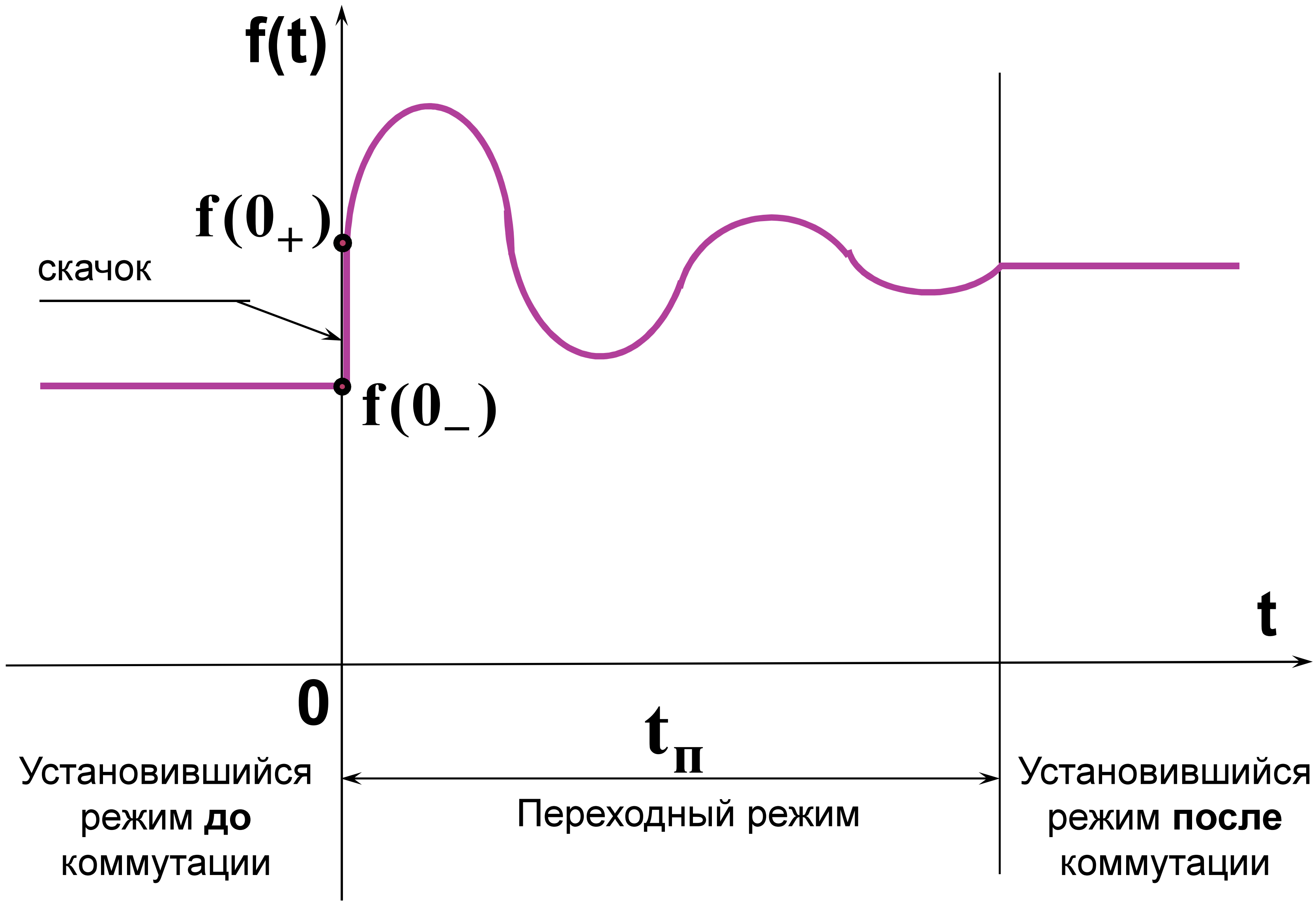
ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Переходный процесс (переходный режим цепи) – это процесс, возникающий в электрической цепи при переходе от одного установившегося (стационарного) режима к другому.





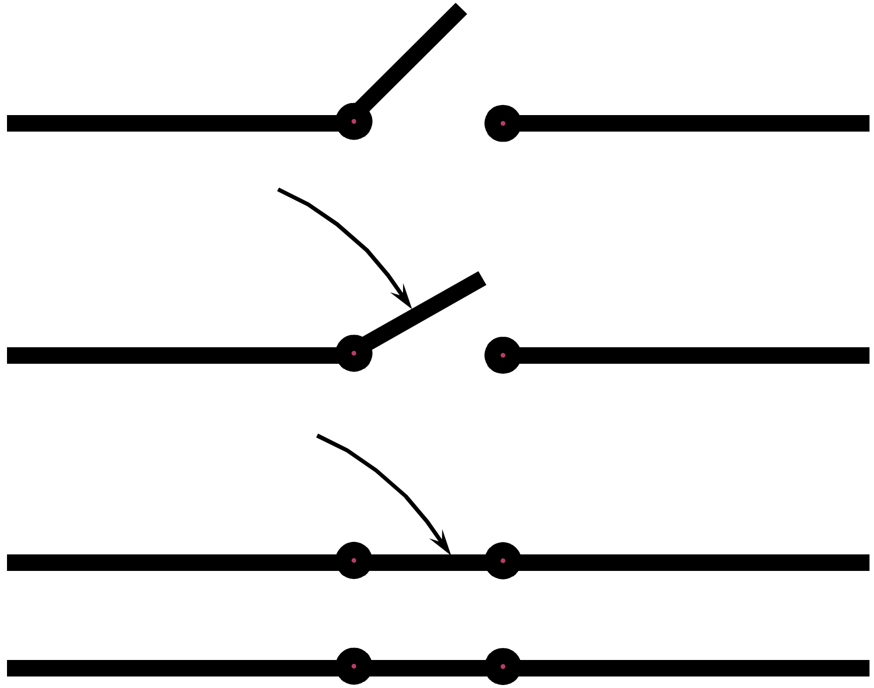
ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ



КОММУТАЦИЯ

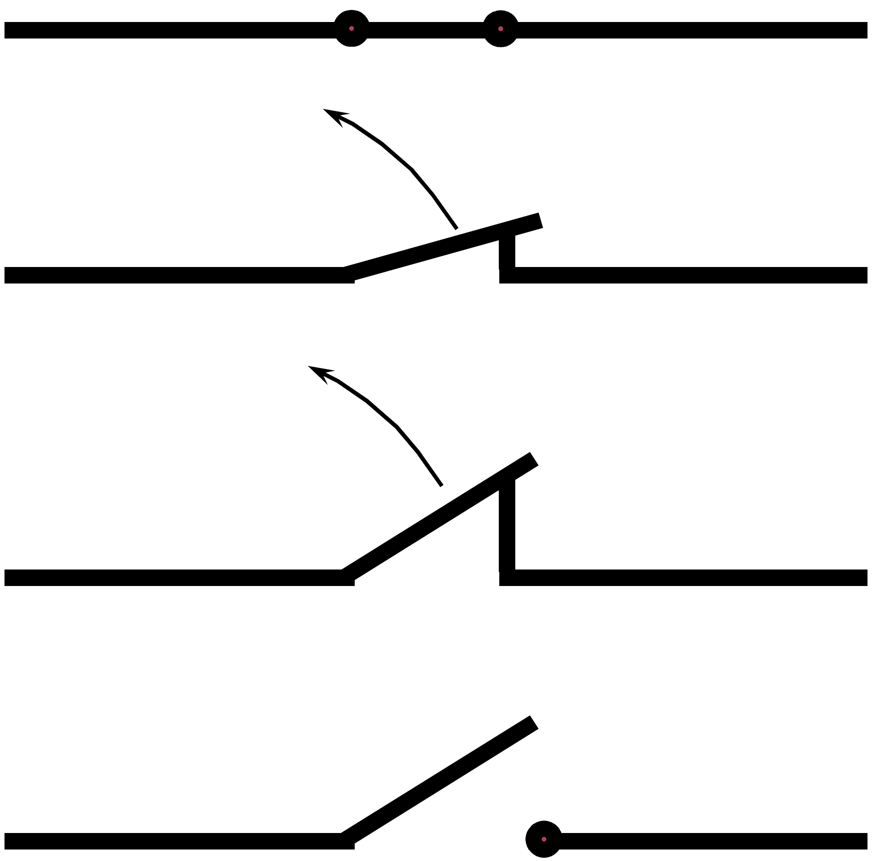
Процесс коммутации на схемах условно показывается стрелкой возле выключателя

Ключ замыкается

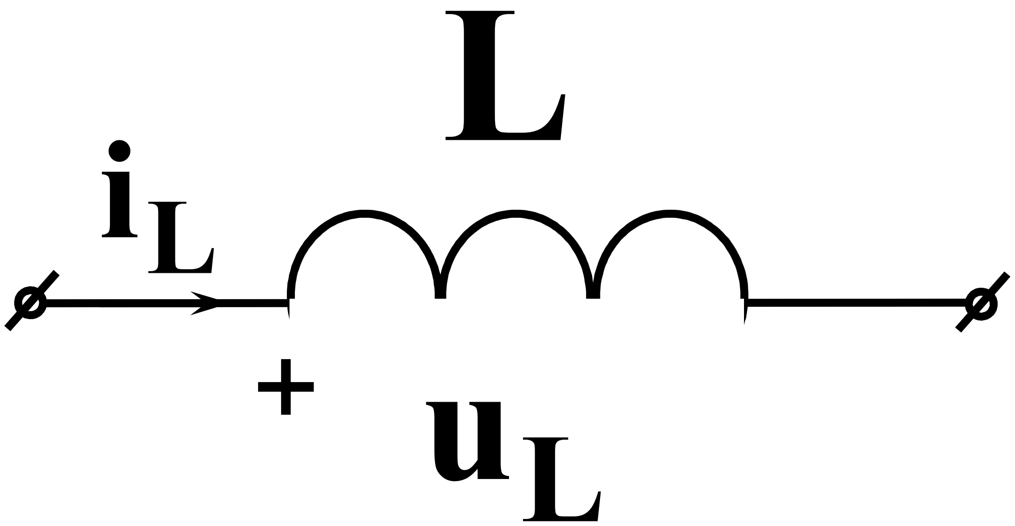


КОММУТАЦИЯ

Ключ размыкается



ПЕРВЫЙ ЗАКОН КОММУТАЦИИ



$$i_L(0_-) = i_L(0_+)$$

Ток в индуктивности **не может** измениться скачком

ПЕРВЫЙ ЗАКОН КОММУТАЦИИ

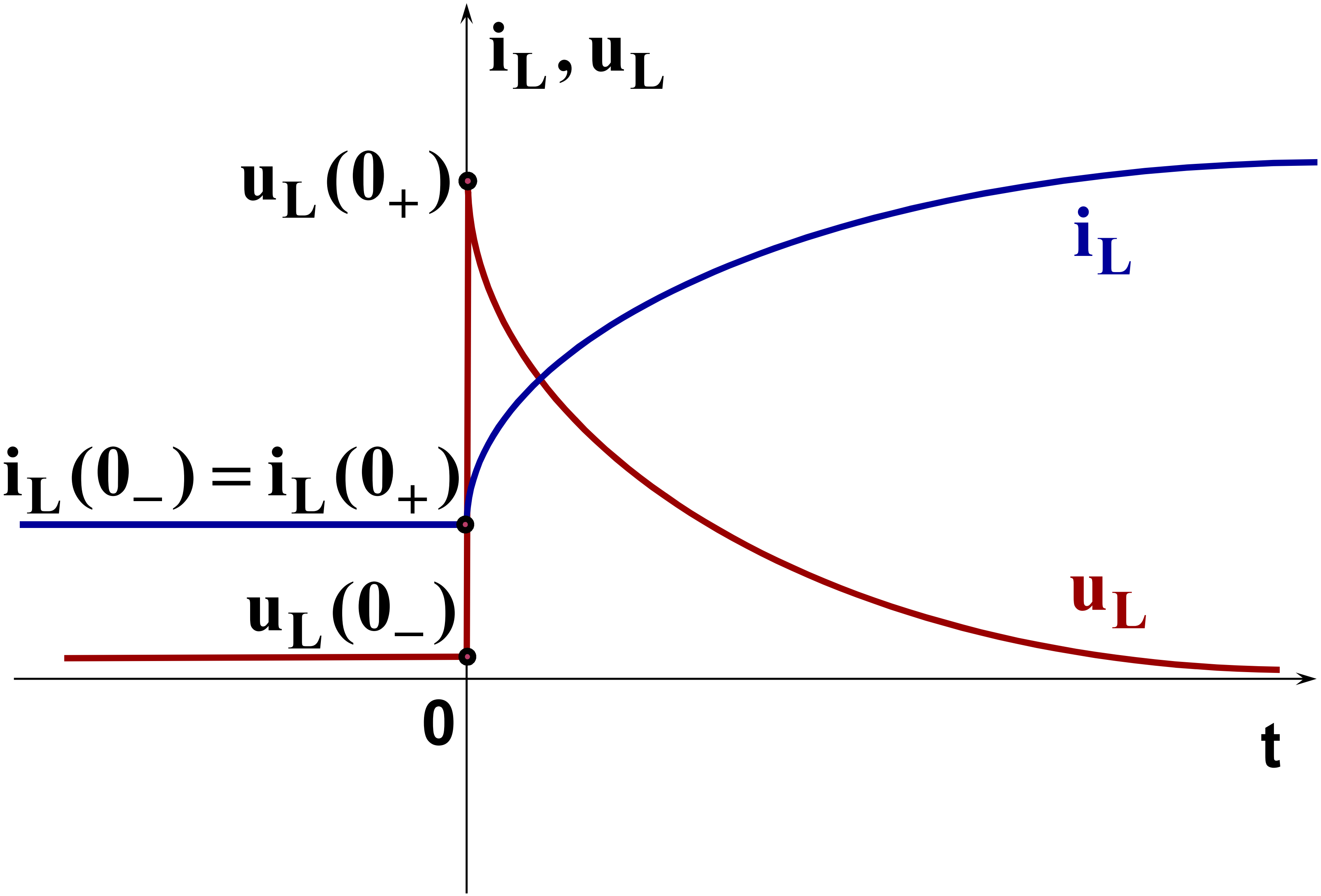
Это объясняется тем, что энергия магнитного поля индуктивного элемента $W_L=Li_L^2/2$, Дж не может измениться мгновенно, для чего потребовалась бы бесконечно большая мощность $P_L=dW_L/dt=\infty$, Вт и бесконечно большое напряжение $u_L=d(Li_L)/dt=\infty$, В а это не реально

ПЕРВЫЙ ЗАКОН КОММУТАЦИИ

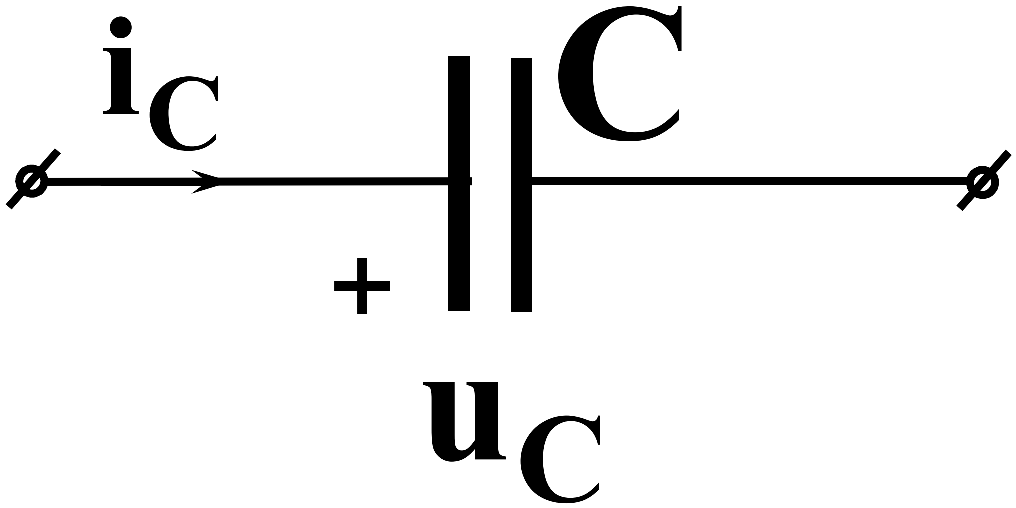
$$u_L = L\frac{di_L}{dt}$$

Напряжение в индуктивности **может** изменится скачком

ПЕРВЫЙ ЗАКОН КОММУТАЦИИ



ВТОРОЙ ЗАКОН КОММУТАЦИИ



$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

Напряжение на емкости **не может** изменится скачком

ВТОРОЙ ЗАКОН КОММУТАЦИИ

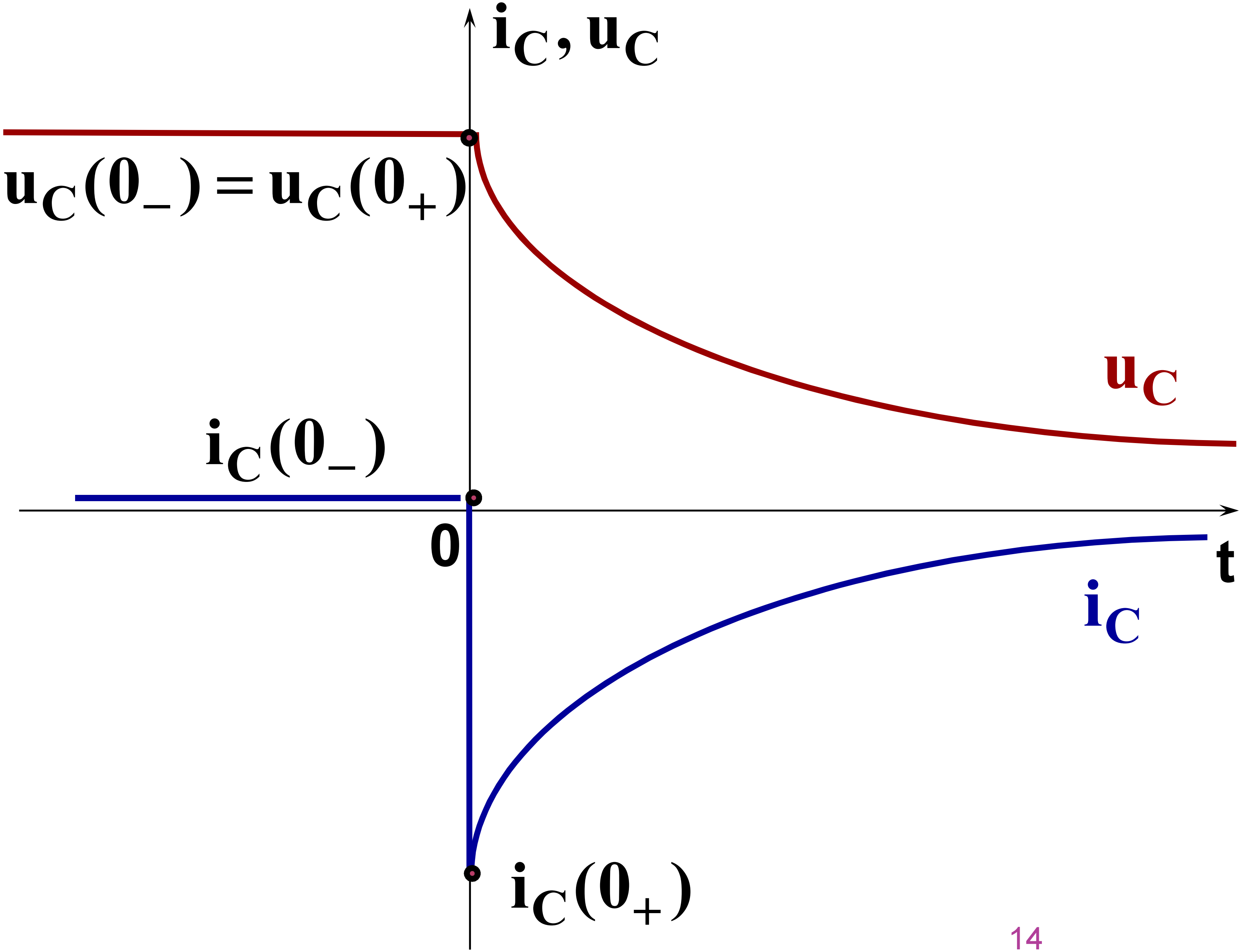
Это объясняется тем, что энергия магнитного поля индуктивного элемента $W_C=Cu_C^2/2$, Дж не может измениться мгновенно, для чего потребовалась бы бесконечно большая мощность $P_C=dW_C/dt=\infty$, Вт и бесконечно большой ток $i_C=d(Cu_C)/dt=\infty$, А а это не реально

ВТОРОЙ ЗАКОН КОММУТАЦИИ

$$i_C = C\frac{du_C}{dt}$$

Ток емкости **может** измениться скачком

ВТОРОЙ ЗАКОН КОММУТАЦИИ



КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

$$a_n \cdot \frac{d^n f(t)}{dt^n} + a_{n-1} \cdot \frac{d^{n-1} f(t)}{dt^{n-1}} + \ldots +$$

$$+ a_1 \cdot \frac{df(t)}{dt} + a_0 \cdot f(t) = F(t)$$

1

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

2

Решение уравнения 1:

$$f(t)=f_{пр}(t)+f_{св}(t)$$

где

$f_{пр}(t)$ - **принужденная составляющая** – это частное решение уравнения 1, зависящее от *F*(*t*). При постоянных и гармонических источниках это установившееся значение после коммутации

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

$f_{св}(t)$ – **свободная составляющая** – это общее решение однородного уравнения 1 при $F(t)$ = 0. Зависит от корней **характеристического уравнения** **3** и **начальных условий**

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0 = 0$$

3

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

В зависимости от корней характеристического уравнения переходные процессы бывают

а) **апериодический,**

если корни уравнения 3 $p1$, $p2$, …, p_n –

вещественные, отрицательные и разные.

Тогда свободная составляющая будет равна:

$$f_{св}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \ldots + A_n e^{p_n t}$$

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

б) **критический,**

если корни уравнения **3** $p1, p2, \ldots, p_n$ –

вещественные, отрицательные и одинаковые.

Тогда свободная составляющая будет равна:

$$f_{св}(t) = (A_1 + A_2 t + \ldots + A_n t^{n-1}) \cdot e^{pt}$$

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

в) **колебательный,**

если корни уравнения **3** *p*1, *p*2, …, p_n –

комплексные и попарно сопряженные

$$p_{1,2} = -\delta_2 \pm j\omega_{св_2} \cdots p_{n-1,n} = -\delta_n \pm j\omega_{св_n}$$

Тогда свободная составляющая будет равна:

$$f_{св}(t) = A_2 e^{-\delta_2 t} cos(\omega_{св_2} t + \beta_2) + \ldots +$$

$$+ A_n e^{-\delta_n t} cos(\omega_{св_n} t + \beta_n)$$

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

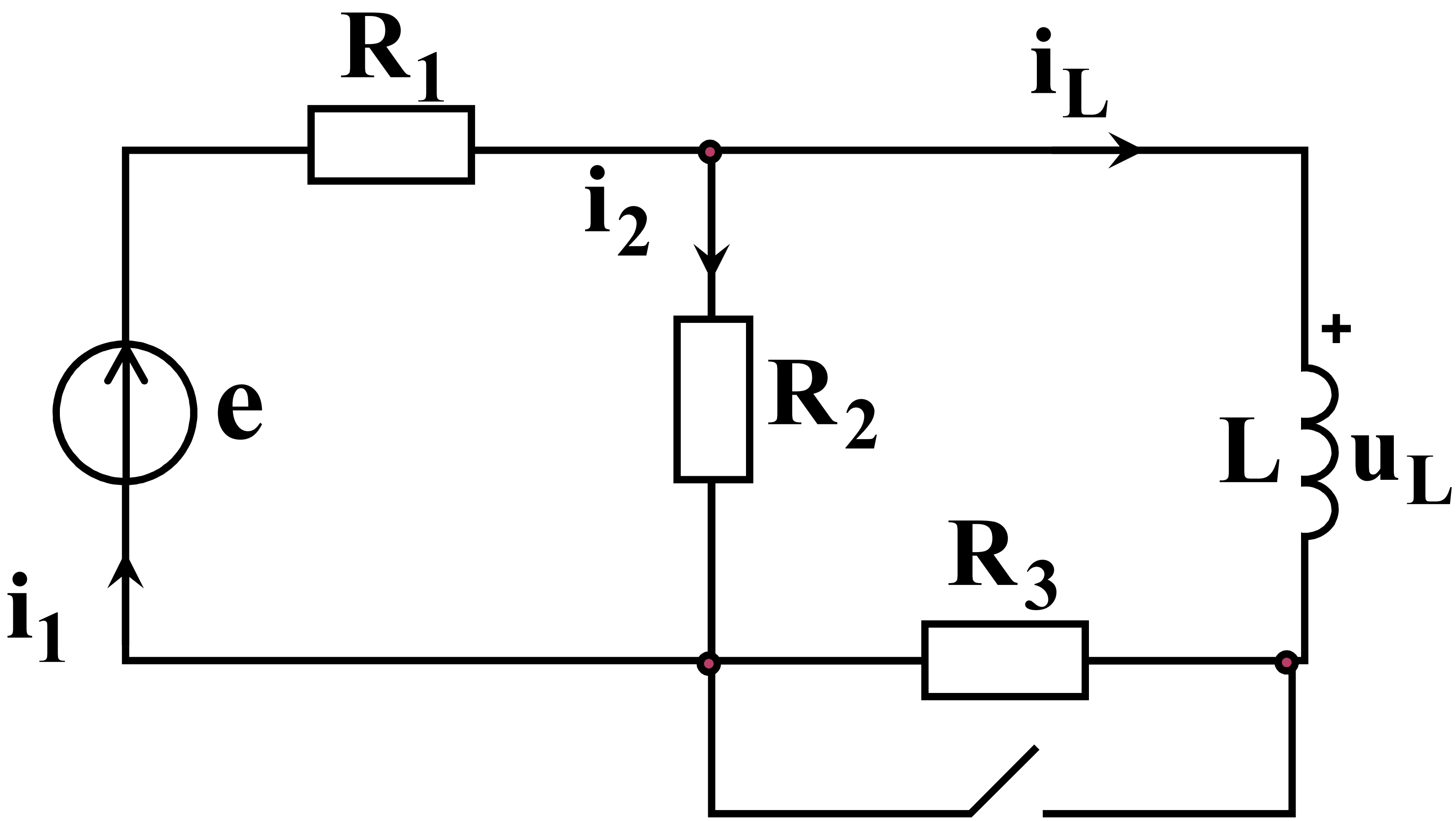
Где A_1, A_2, …, A_n, β_2, …, β_n – **постоянные интегрирования**, определяемые **начальными условиями**.

ЛИНЕЙНАЯ ЦЕПЬ ПЕРВОГО ПОРЯДКА (КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД)

После коммутации схема содержит индуктивность *L* или емкость *C* и характеризуется линейным дифференциальным уравнением 1-го порядка

$$a_1 \frac{df(t)}{dt} + a_0 f(t) = F(t)$$

ПРИМЕР



КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

Дано:

$$e = 100\,В$$

$$L = 1\,Гн$$

$$R_1 = 100\,Ом$$

$$R_2 = 25\,Ом$$

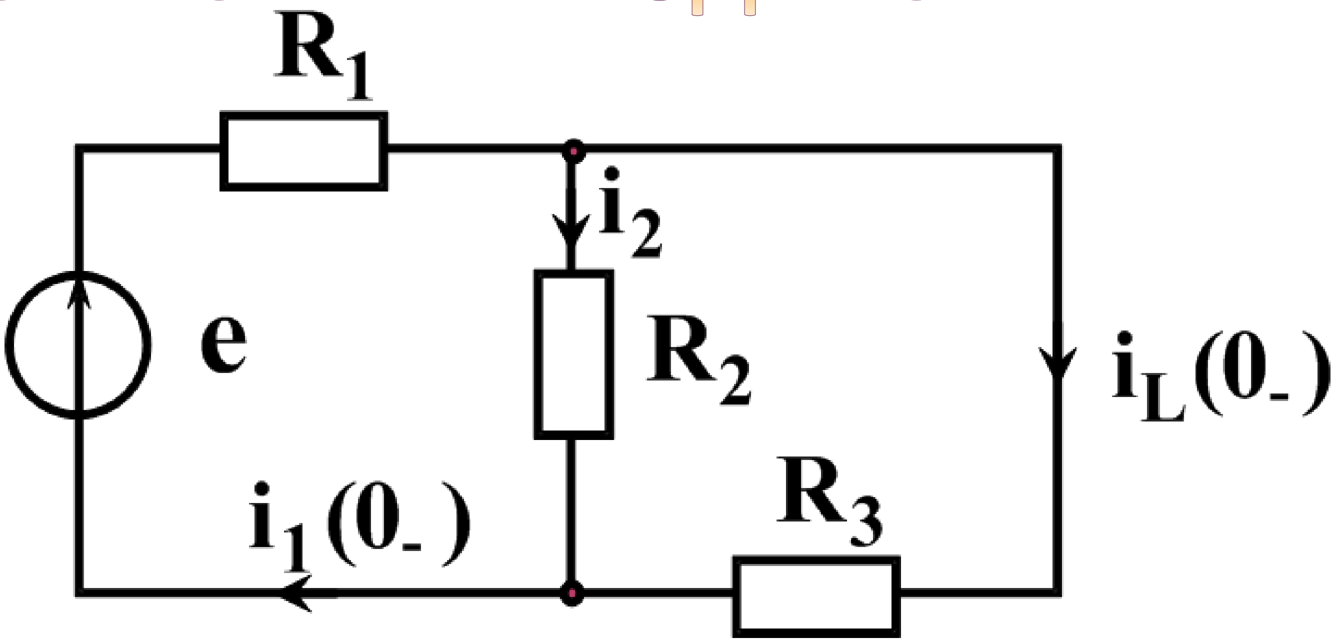
$$R_3 = 100\,Ом$$

Определить:

$$i_1(t) = ?$$

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

ННУ

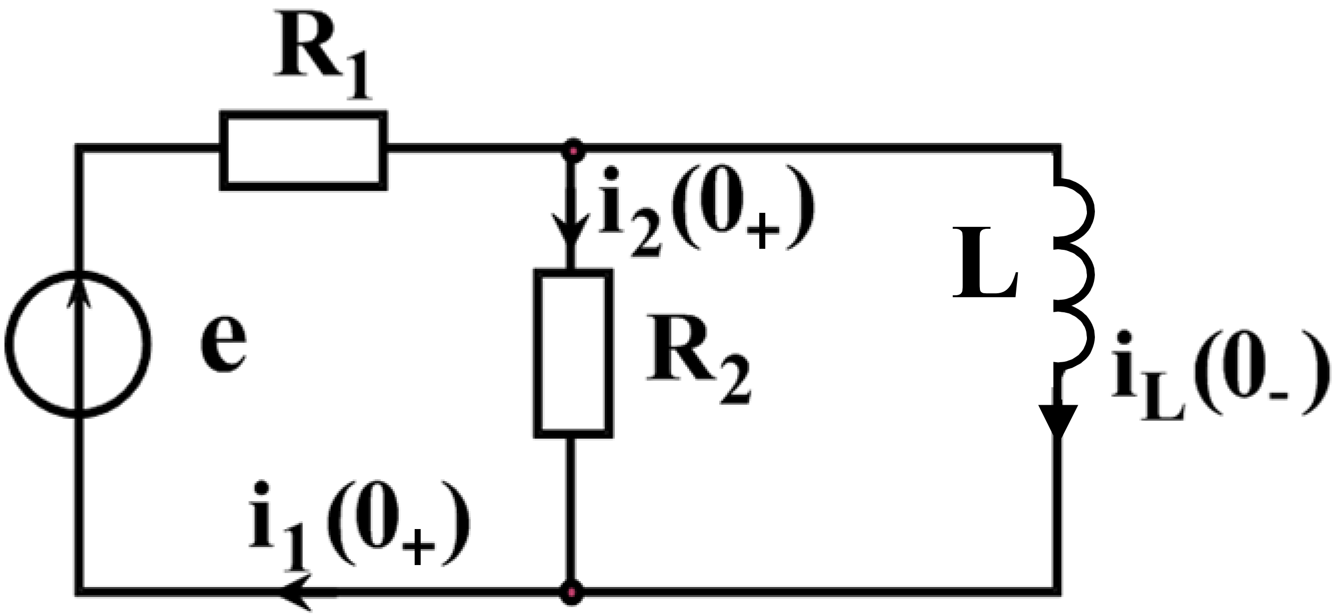


$$i_1(0\_)=\frac{e}{R_1+\dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}}=0,833\ A$$

$$i_L(0\_)=i_1(0\_)\frac{R_2}{R_2+R_3}=0,167\ A$$

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

ЗНУ



$$i_1(0_+) = 0,833\ A$$

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

Получим дифференциальное уравнение

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_L & (1) \\ e = R_1 i_1 + u_L & (2) \\ 0 = R_2 i_2 - u_L & (3) \end{cases}$$

причем

$$u_L = L\frac{di_L}{dt}$$

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

$$i_L = \frac{1}{L}\int (e - R_1 i_1) dt \quad (4)$$

Из уравнения 3 и 4:

$$i_2 = \frac{L}{R_2} \cdot \frac{di_L}{dt} = \frac{e - R_1 i_1}{R_2} \quad (5)$$

Из уравнения 1, 4, 5:

$$i_1 = \frac{e - R_1 i_1}{R_2} + \frac{1}{L}\int (e - R_1 i_1)\, dt \quad (6)$$

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

Дифференцируем 6:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{1}{R_2} \cdot \frac{de}{dt} - \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{di_1}{dt} + \frac{e}{L} - \frac{R_1}{L} i \quad (7)$$

Преобразуем уравнение 7:

$$L(1 + \frac{R_1}{R_2}) \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 = e + \frac{L}{R_2} \cdot \frac{de}{dt} \quad (8)$$

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

Таким образом, получаем

$$a_1 = L(1+\frac{R_1}{R_2}) = 5 \;\; Гн$$

$$a_0 = R_1 = 100 \;\; Ом$$

$$F(t) = e + \frac{L}{R_2} \cdot \cancel{\frac{de}{dt}}^{\,0} = 100 \;\; В$$

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

Характеристическое уравнение

$$L\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)p + R_1 = 0$$

$$p = -\frac{a_0}{a_1} = -\frac{R_1}{L\left(1+{R_1}/{R_2}\right)} = -\frac{R_1 R_2}{L(R_1+R_2)} = -20 \ {1}/{c}$$

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

Решение уравнения 8:

$$i_1(t) = i_{np_1}(t) + Ae^{pt}$$

т.к.

$$F(t) = 100\,B = const,$$

то

$$i_{np1}(t) = I_{np1} = const$$

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

Подставим $\mathrm{I}_{\text{пр}1}$ в уравнение 8:

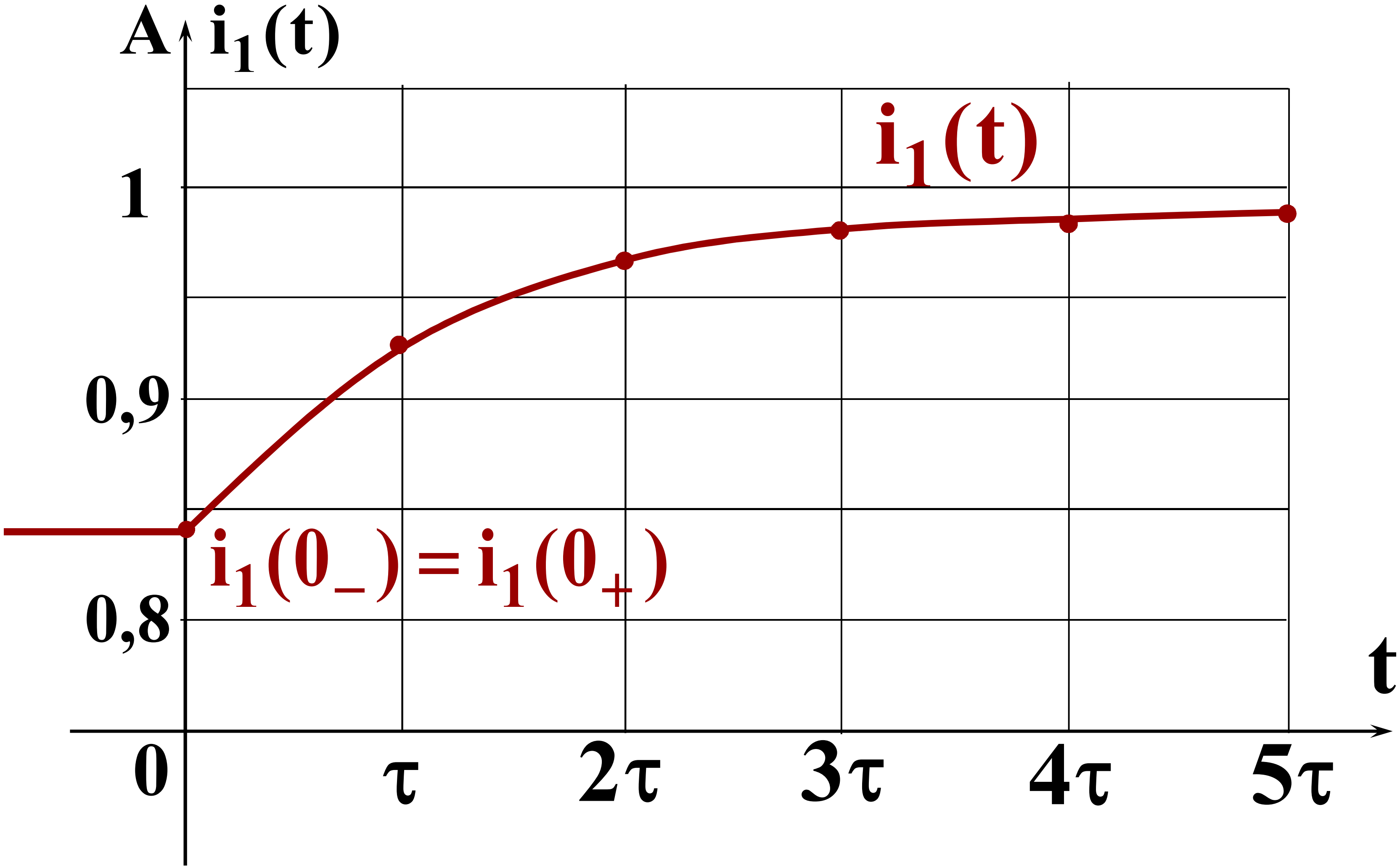
$$L\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)\cancel{\frac{dI_{np_1}}{dt}}^{0}+R_1 I_{np_1}=e+\cancel{\frac{L}{R_2}\frac{de}{dt}}^{0}$$

т.е. $$I_{np_1}=\frac{e}{R_1}=1\ A$$

$$A=i_L(0+)-I_{np_1}=0.833-1=0.167\ A$$

$$i_1(t)=i_{\text{пр}}+A\mathrm{e}^{pt}=1+0.167e^{-20t},\ A$$

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП



Длительность переходного процесса ≈5τ

ПОРЯДОК РАСЧЕТА КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ ЦЕПИ 1 ПОРЯДКА (УПРОЩЕННЫЙ)

1. Определяются ННУ при t=0_

$$i_L(0_-) \quad \text{или} \quad u_C(0_-)$$

2. Определяются ЗНУ при t=0+

$$i(0_+) \quad \text{или} \quad u(0_+)$$

3. Определяются принужденные составляющие t=∞

ПОРЯДОК РАСЧЕТА КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ ЦЕПИ 1 ПОРЯДКА (УПРОЩЕННЫЙ)

4. Определяется корень ***p*** по *Z*(*p*)=0

ВАРИАНТ 1

5. Определяется постоянная интегрирования ***A*** и ***B*** при $t=0_+$

$$A = i(0_+) - i_{np}(0) \qquad B = u_C(0_+) - u_{C_{np}}(0)$$

6. Определяется $i(t)$ *или* $u(t)$

$$i(t) = i_{np}(t) + Ae^{pt} \qquad u(t) = u_{np}(t) + Be^{pt}$$

ПОРЯДОК РАСЧЕТА КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ ЦЕПИ 1 ПОРЯДКА (УПРОЩЕННЫЙ)

ВАРИАНТ 2

ЗНУ определять не надо

5. Определяется постоянная интегрирования

A и ***B*** при $t=0_+$

$$A = i_L(0_+) - i_{L_{np}}(0) \qquad B = u_C(0_+) - u_{C_{np}}(0)$$

6. Определяется $i_L(t)$ *или* $u_C(t)$

$$i_L(t) = i_{L_{np}}(t) + Ae^{pt} \qquad u_C(t) = u_{C_{np}}(t) + Be^{pt}$$

ПОРЯДОК РАСЧЕТА КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ ЦЕПИ 1 ПОРЯДКА (УПРОЩЕННЫЙ)

7. Для определения искомого параметра по первому и второму законам Кирхгофа записываются уравнения с учетом

$$u_L = L\frac{di_L}{dt} \qquad i_C = C\frac{du_C}{dt}$$

ПОРЯДОК РАСЧЕТА КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ ЦЕПИ 1 ПОРЯДКА (УПРОЩЕННЫЙ)

4. Определяется корень ***p*** по *Z*(*p*)=0

ВАРИАНТ 1

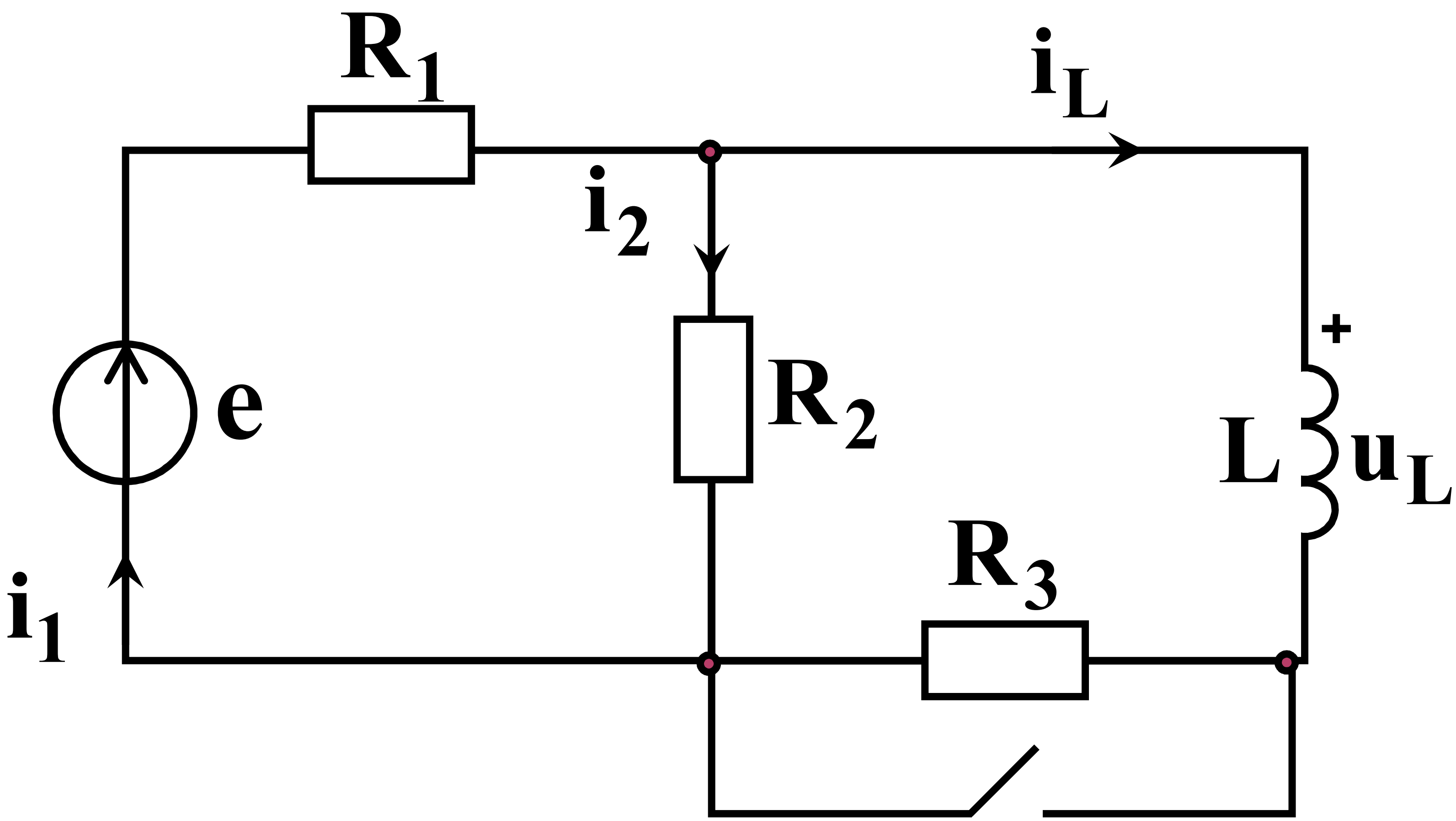
5. Определяется постоянная интегрирования ***A*** и ***B*** при $t=0_+$

$$A = i_L(0_+) - i_{L_{np}}(0) \qquad B = u_C(0_+) - u_{C_{np}}(0)$$

6. Определяется $i_L(t)$ *или* $u_C(t)$

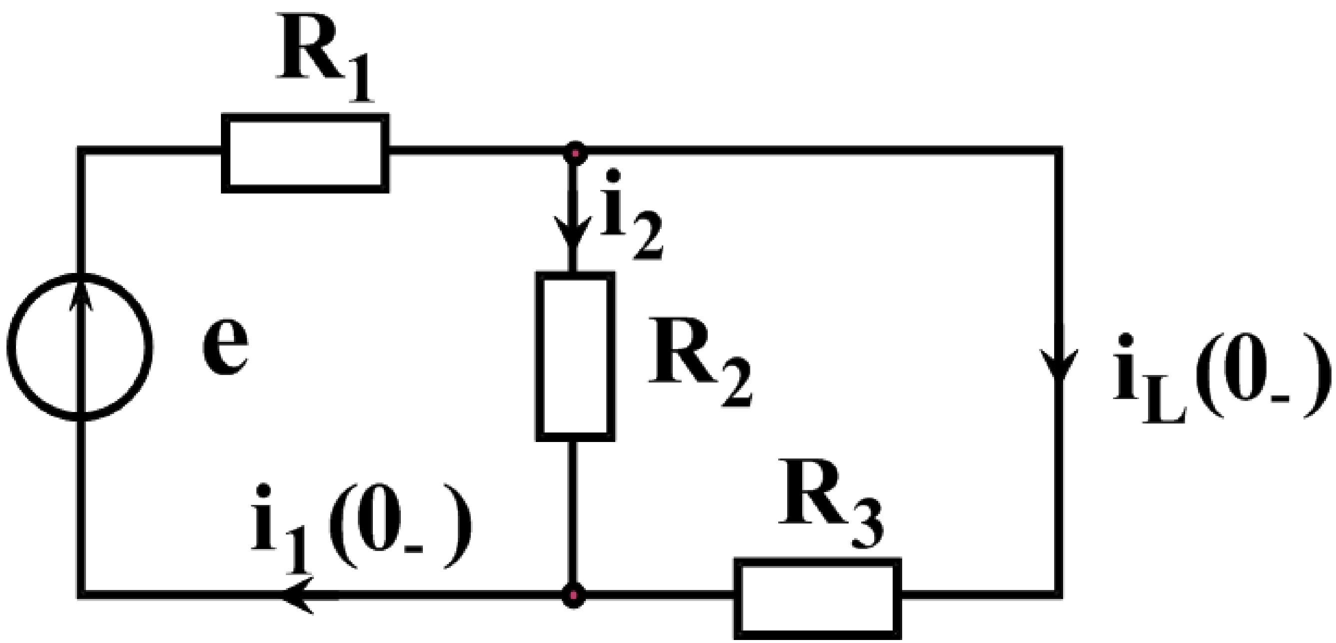
$$i_L(t) = i_{L_{np}}(t) + Ae^{pt} \qquad u_C(t) = u_{C_{np}}(t) + Be^{pt}$$

ПРИМЕР 3



УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

1. ННУ

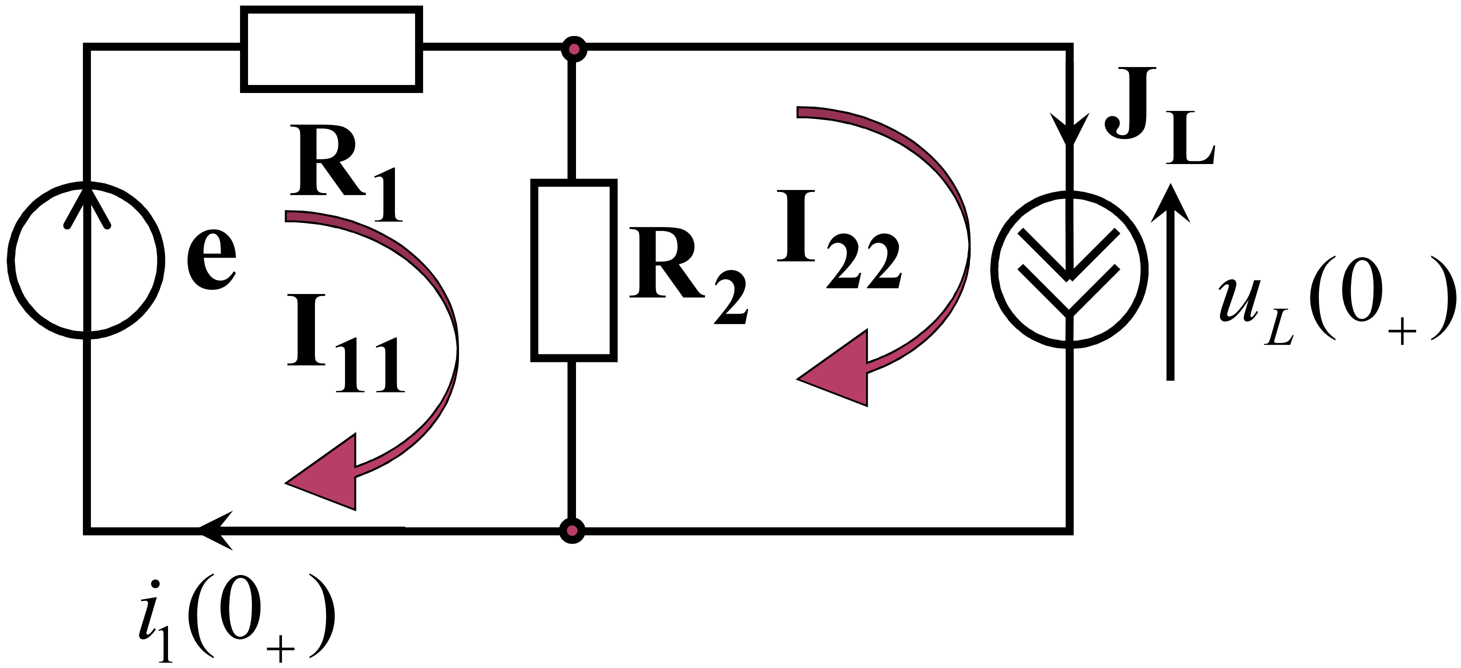


$$i_1(0\_)=\frac{e}{R_1+\dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}}=0{,}833\quad A$$

$$i_L(0\_)=\frac{i_1(0\_)R_2}{R_2+R_3}=0{,}167\quad A$$

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

2. Зависимое начальное условие (ЗНУ)



$$J_L = i_L(0_-) = i_L(0_+) = 0{,}167 \quad A$$

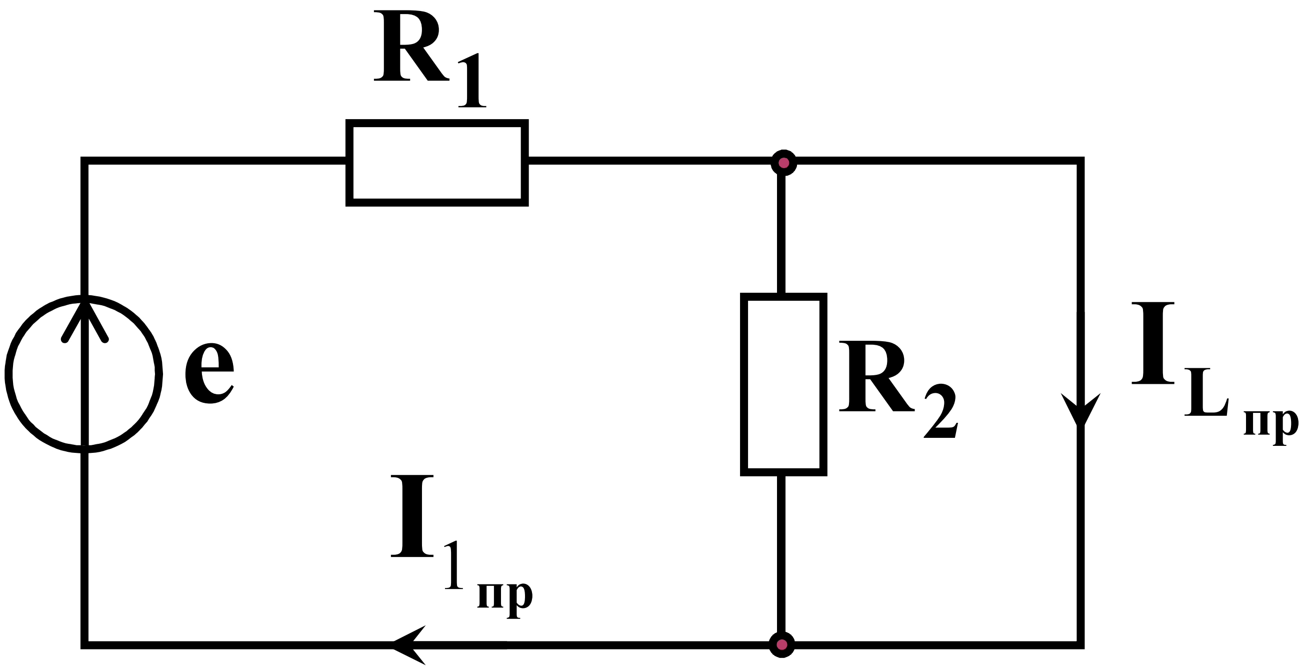
$$I_{22} = J_L$$

$$I_{11}(R_1 + R_2) - I_{22}R_2 = e$$

$$i_1(0_+) = I_{11} = \frac{e + J_L R_2}{R_1 + R_2} = 0{,}833 \quad A$$

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

3. Принужденная составляющая (t=∞)

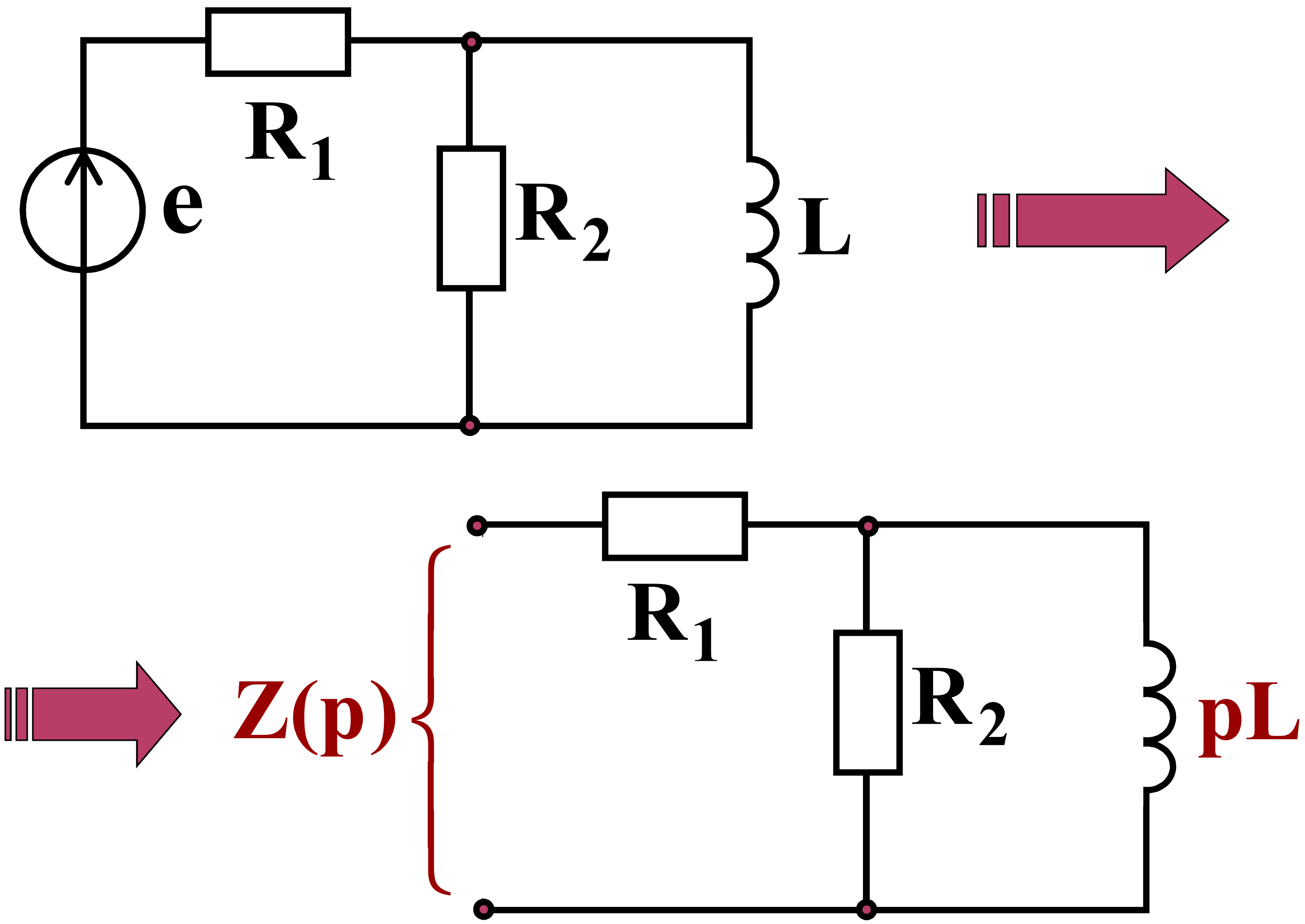


$$i_{1_{пр}} = i_{L_{пр}} = 1\ A$$

Упрощенный метод расчета ПП

4. Корень ***p*** можно найти при помощи ***Z***(***p***) – сопротивления относительно любой ветви после коммутации. При составлении уравнения ***Z***(***p***) необходимо учитывать, что внутреннее сопротивление источника тока $R_J=\infty$, а внутреннее сопротивление ЭДС $R_E=0$

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП



УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

$$Z(p)=R_1+\frac{R_2 pL}{R_2+pL}=0$$

$$p=-\frac{R_1 R_2}{L(R_1+R_2)}=-20\ {}^{1}\!/_{c}$$

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

ВАРИАНТ 1

5. Постоянная интегрирования

$$A_1 = i_1(0_+) - I_{np_1} = -0,167 \ A$$

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

6. Определяем $i_1(t)$

$$i_1(t) = 1 - 0{,}167e^{-20t} = 1 - 0{,}167e^{-\frac{t}{\tau}}\ A$$

где

$$\tau = \frac{1}{|p|} = \frac{1}{20} = 0{,}05\ c$$

- постоянная времени

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

ВАРИАНТ 2

5. Постоянная интегрирования

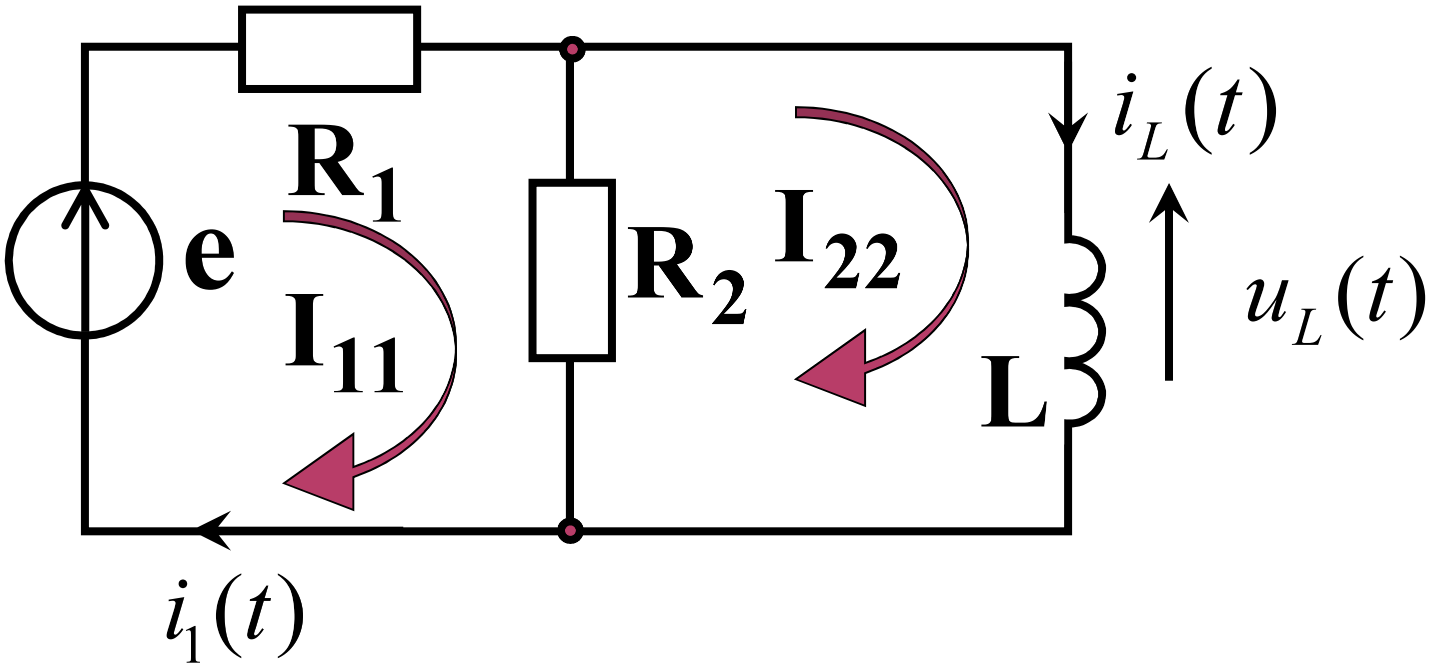
$$A = i_L(0) - i_{L_{np}}(0) = i_L(0_-) - I_{L_{np}} =$$

$$= 0.167 - 1 = -0.833 \ \ A$$

6. Определяем $i_L(t)$

$$i_L(t) = 1 - 0,833 e^{-20t} \ \ A$$

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП



$$i_1(t)=i_L(t)+\frac{u_L(t)}{R_2}=i_L(t)+\frac{L}{R_2}\frac{di_L(t)}{dt}$$

7. Определяем $i_1(t)$

$$i_L(t) = 1 - 0{,}833e^{-20t} \; A$$

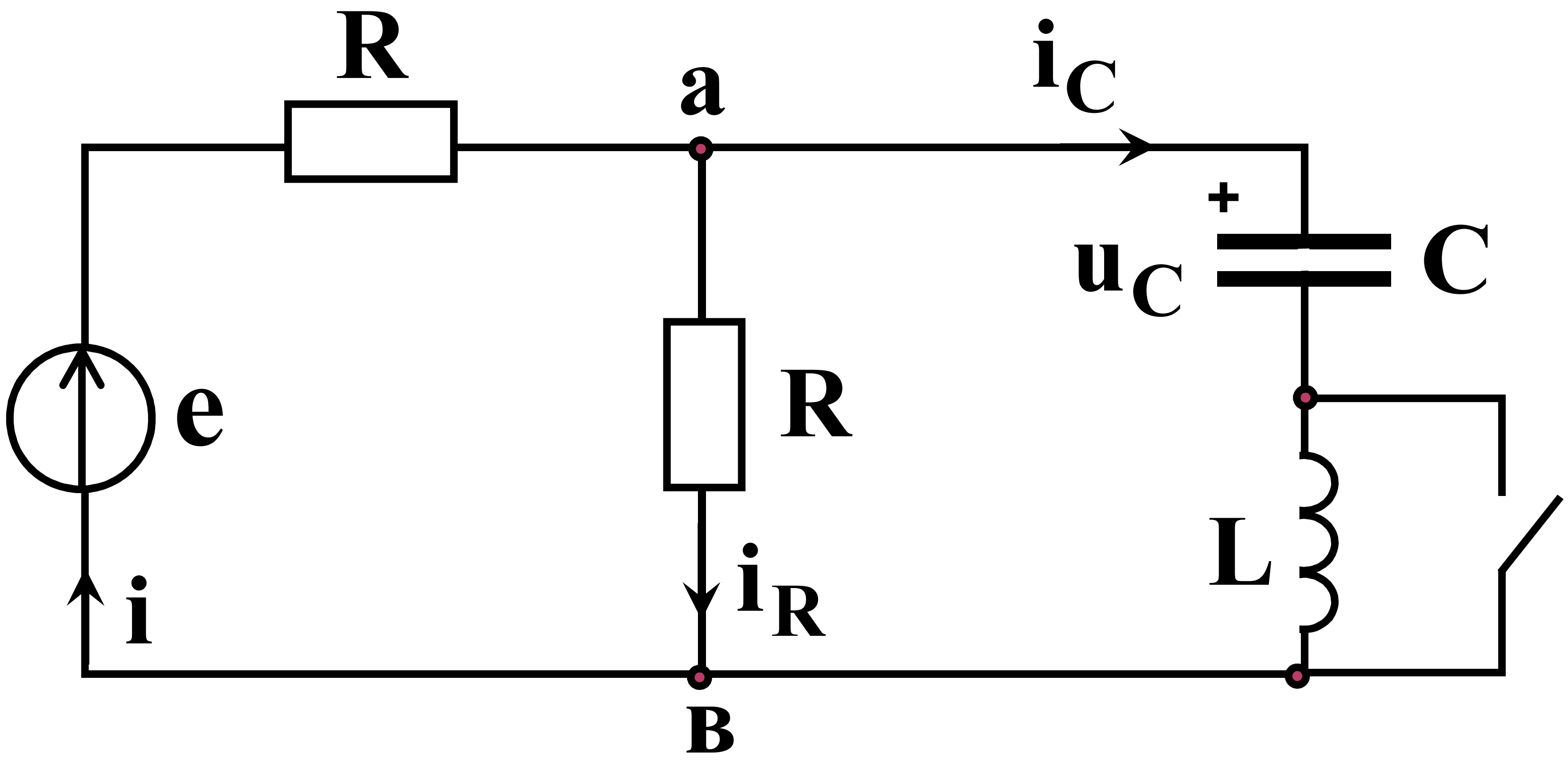
$$i_1(t) = 1 - 0{,}167e^{-20t} = 1 - 0{,}167e^{-\frac{t}{\tau}} \; A$$

где

$$\tau = \frac{1}{|p|} = \frac{1}{20} = 0{,}05 \; c$$

- постоянная времени

ПРИМЕР 3



УПРОЩЕННЫЙ КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

Дано:

$$e = 100\sqrt{2}\sin(100t + 45°), \quad В$$

$$R = 100 \;\; Ом$$

$$L = 1 \;\; Гн$$

$$C = 100 \;\; мкФ$$

Определить: $i(t) = ?$

УПРОЩЕННЫЙ КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПП

1. Определяем ННУ

$$i_L(0_-)=?$$

$$u_C(0_-)=?$$

Схема до коммутации в установившимся режиме

Используем символический метод

$$X_L = \omega L = 100 \ \text{Ом}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 100 \ \text{Ом}$$

$$\underline{E} = 100 e^{j45^\circ} \ \text{В}$$

т.к. $\underline{Z}_{ab}^{(Д)} = jX_L - jX_C = 0$

то

$$\underline{I}^{(Д)} = \underline{I}_C^{(Д)} = \underline{I}_L^{(Д)} = \frac{\underline{E}}{R} = 1e^{j45^\circ} \quad A$$

$$\underline{U}_C^{(Д)} = (-jX_C)\underline{I}_C^{(Д)} = 100e^{-j45^\circ} \quad B$$

В РЕЗУЛЬТАТЕ

$$i_L^{(Д)} = \sqrt{2}\sin(100t + 45°), \ \ A$$

$$u_C^{(Д)} = \sqrt{2}\cdot 100\sin(100t - 45°), \ \ B$$

ТОГДА

$$i_L(0\_) = i_L^{(Д)}(0) = \sqrt{2}\sin 45° = 1 \ \ \text{А}$$

$$u_C(0\_) = u_C^{(Д)}(0) =$$

$$= \sqrt{2}\cdot 100\sin(-45°) = -100 \ \ \text{В}$$

Причем

$$\boxed{\mathbf{i(0\_) = i_L(0\_) = 1\ \ A}}$$

2. ОПРЕДЕЛЯЕМ ДЛЯ ИСКОМОГО ТОКА ЗАВИСИМОЕ НАЧАЛЬНОЕ УСЛОВИЕ:

$$\boxed{i(0_+) = ?}$$

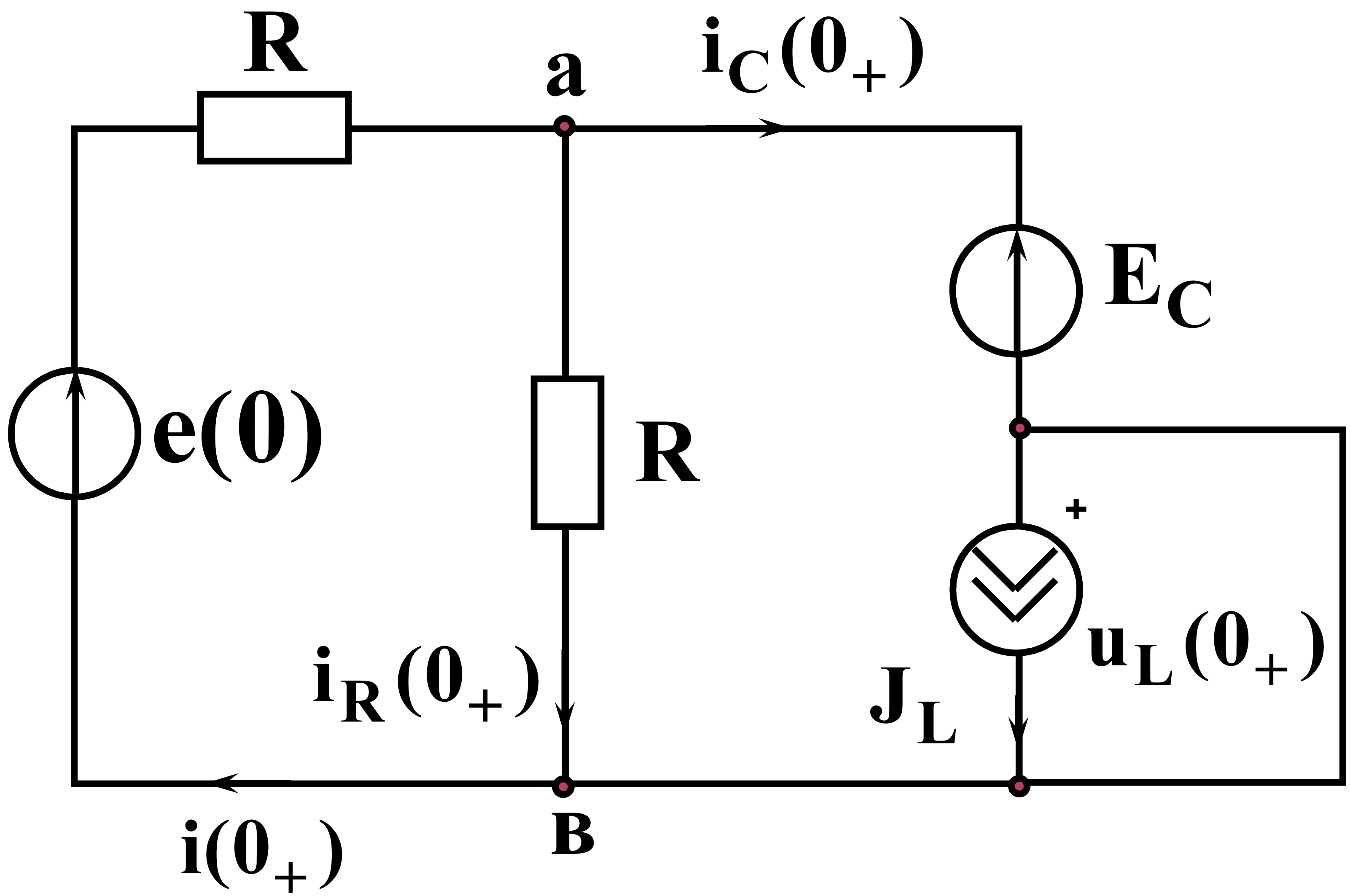
Схема после коммутации в момент:

$$\boxed{t = 0_+}$$

$$J_L = i_L(0_+) = i_L(0_-) = 1 \text{ A}$$

$$E_C = u_C(0_+) = u_C(0_-) = -100 \text{ B}$$

$$e(0) = \sqrt{2} \cdot 100 \sin 45^\circ = 100 \text{ B}$$


R
a
$i_C(0_+)$
E_C
e(0)
R
+
$u_L(0_+)$
$i_R(0_+)$
J_L
$i(0_+)$
B

т.к.

$$u_L(0_+) = 0,$$

то

$$e(0) - E_C = R \cdot i(0_+)$$

ТОГДА

$$\boxed{i(0_+) = \frac{e(0) - E_C}{R} = 2\ \text{A}}$$

3. Определяем принужденную составляющую искомого тока:

$$i_{пр}(t) = ?$$

СХЕМА ПОСЛЕ КОММУТАЦИИ, УСТАНОВИВШИЙСЯ РЕЖИМ, ГАРМОНИЧЕСКИЙ ИСТОЧНИК, СИМВОЛИЧЕСКИЙ МЕТОД

Т.К.

$$\underline{Z}^{(п)} = R + \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} = 158e^{-j18,4°} \quad Ом$$

ТОГДА

$$\underline{I}_{пр} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}^{(п)}} = 0{,}63e^{j63{,}4°} \quad A$$

В РЕЗУЛЬТАТЕ

$$i_{пр}(t) = \sqrt{2} \cdot 0{,}63 \sin(100t + 63{,}4°) \quad A$$

ПРИЧЕМ

$$i_{пр}(0) = \sqrt{2} \cdot 0{,}63 \sin 63{,}4° = 0{,}794 \quad A$$

4. Определяем корень характеристического уравнения:

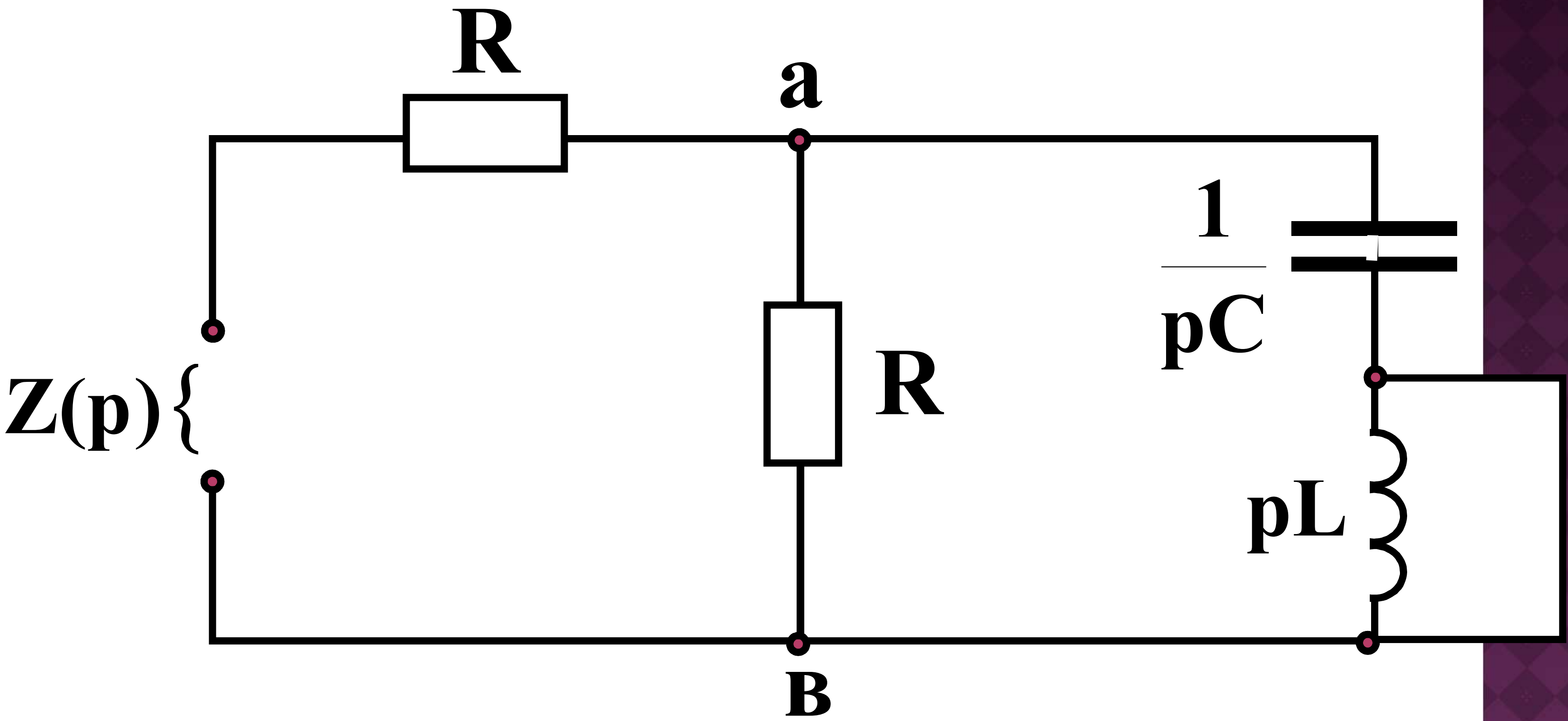
$$\boxed{p = ?}$$

СХЕМА ПОСЛЕ КОММУТАЦИИ

$$R \to R$$

$$L \to pL$$

$$C \to \frac{1}{pC}$$


R
a
1
pC
R
Z(p)
pL
B

$$Z(p) = R + \frac{R\left(\frac{1}{pC} \right)}{R + \frac{1}{pC}} = 0$$

$$p = -\frac{2}{RC} = -200 \quad \frac{1}{c}$$

5. Находим постоянную интегрирования:

$$A = i(0_+) - i_{пр}(0) = 2 - 0{,}794 = 1{,}206 \quad А$$

6. Окончательный результат

$$\boxed{i(t) = i_{пр}(t) + i_{св}(t) = i_{пр}(t) + Ae^{pt}}$$

или

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot 0{,}63 \sin(100t + 63{,}4°) +$$

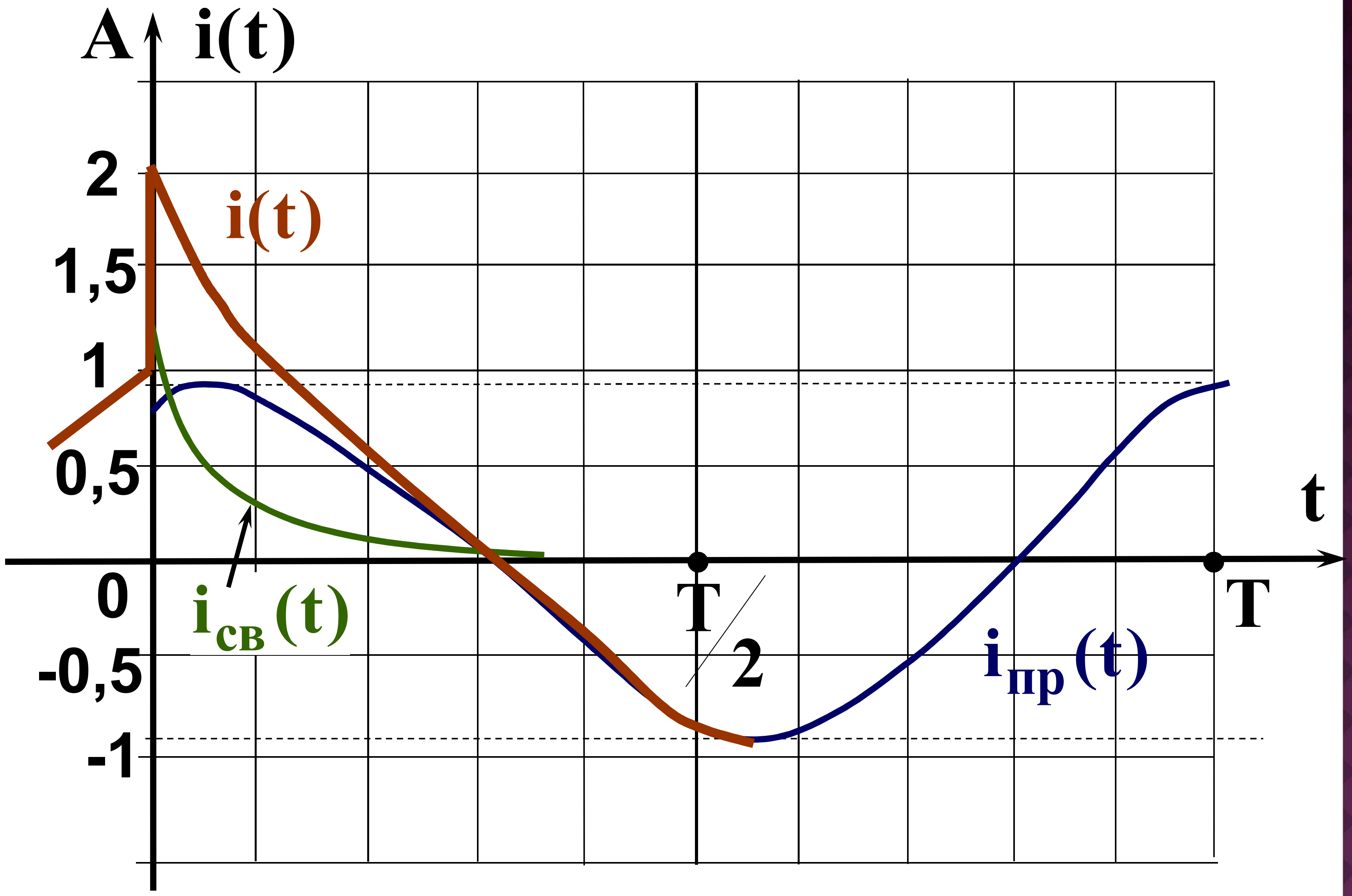
$$+ 1{,}206 e^{-200t} \quad A$$

ПРИЧЕМ

$$\tau = \frac{1}{|p|} = 5 \cdot 10^{-3} (c)$$

$$t_{п} = 5\tau = 2{,}5 \cdot 10^{-2} (c)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 6{,}28 \cdot 10^{-2} (c)$$


A
i(t)
2
1,5
1
0,5
0
-0,5
-1
i(t)
$i_{св}(t)$
T/2
T
t
$i_{пр}(t)$