МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
Р С Ф С Р

Томский ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового
Красного Знамени политехнический институт им.С.М.Кирова

УТВЕРЖДАЮ
Декан ЗЭМФ
_______ А.Ф.Федоров
"20" 02 1987 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

(раздаточный материал)

к самостоятельной работе по углубленному изучению курсов "Теплопередача" и "Тепломассообмен" для студентов специальностей 0305 и 0308 заочного и вечернего обучения

Томск 1987

УДК 536.24

Методические указания (раздаточный материал) к самостоятельной работе по углубленному изучению курсов "Теплопередача" и "Тепломассообмен" для студентов специальностей 0305 и 0308 заочного и вечернего обучения. Томск, изд. ТПИ им.С.М.Кирова, 1987.- 39 с.

Составитель А.С.Ляликов

Рецензент доц., к.т.н. Л.А.Беляев

Методические указания рассмотрены и рекомендованы методическим семинаром кафедры теоретической и общей теплотехники 12 февраля 1987 г.

Зав.кафедрой Ю.А.Загромов

ВВЕДЕНИЕ. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПОНЯТИЯ

Т е п л о п е р е д а ч а – учение о самопроизвольных необратимых процессах распространения теплоты в пространстве с неоднородным полем температуры.

Т е п л о - и м а с с о о б м е н – учение о совместных самопроизвольных необратимых процессах переноса теплоты и вещества(массы).

Процессы теплопередачи и тепломассообмена являются важнейшими в теплоэнергетическом оборудовании: в парогенераторах, конденсаторах, подогревателях, любых теплообменных аппаратах и т.д., что и определяет особую роль курса теплопередачи в подготовке инженеров-теплоэнергетиков по специальностям тепловые электрические станции, промышленная теплоэнергетика, атомные электростанции, теплофизика.

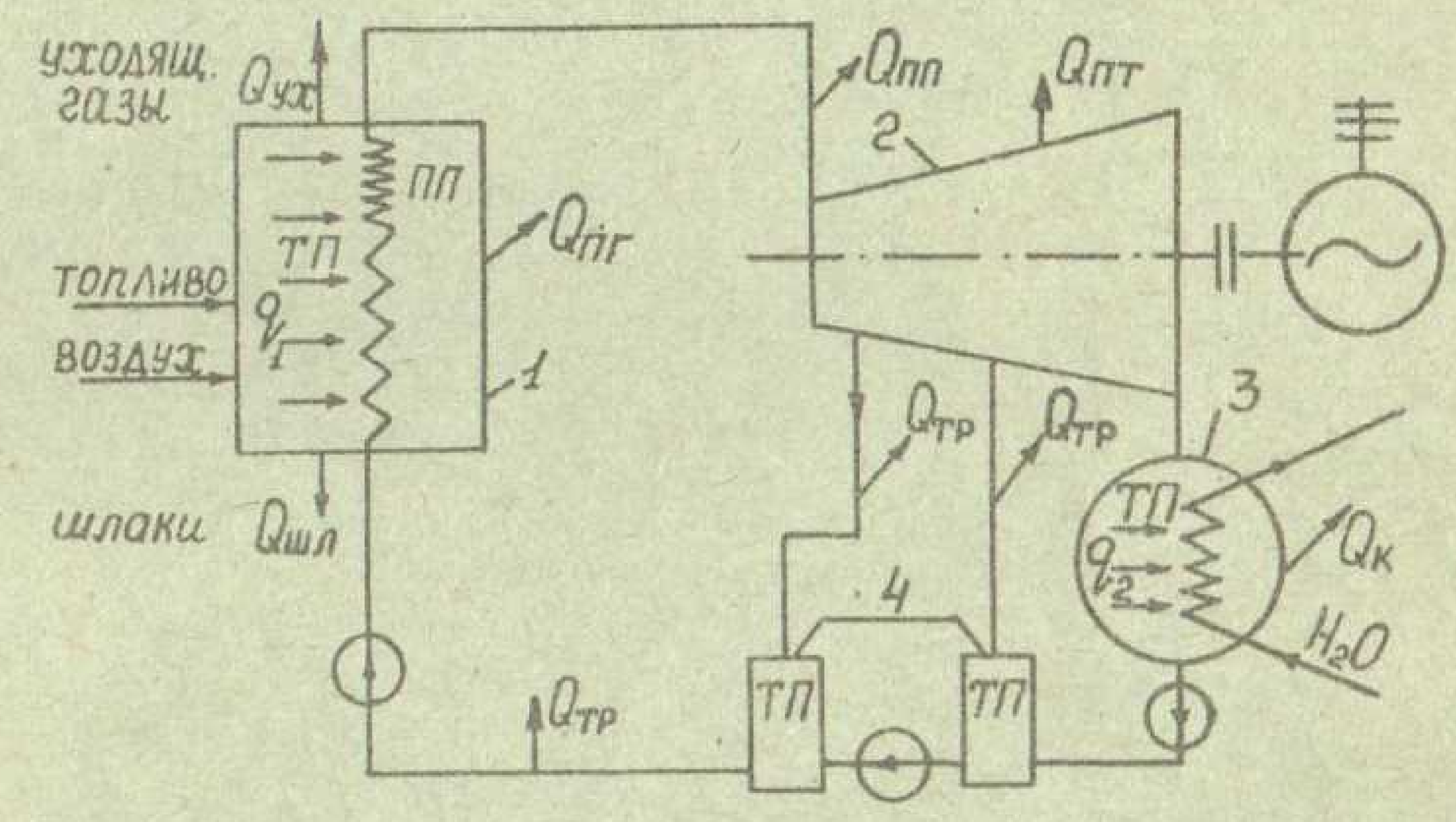


Рис.I. Схема паротурбинной установки
ТП – теплопередача, технологически необходимая;
$Q_{пг}$, $Q_{пп}$, $Q_{пт}$ и т.д. – тепловые потери в парогенераторе, паропроводах, паровой турбине и т.д.

Если рассмотреть, например, упрощенную схему паротурбинной установки (рис.I) с точки зрения процессов теплопереноса (теплообмена), происходящих в ее элементах, то станет ясным, что процесс теплопередачи технологически необходим и происходит: между продуктами сгорания и рабочим телом – водой и водяным паром – в поверхностях нагрева парогенератора I; между отработавшим в турбине 2 паром и циркуляционной водой в конденсаторе 3; между паром отборов и питательной водой в регенеративных подогревателях 4. Вместе с этим оборудование паротурбинной установки, а также паропроводы и трубопроводы, несмотря на тепловую изоляцию, имеют тепловые потери. Указанные процессы теплопереноса должны быть тщательно рассчитаны при проектировании оборудования станции и приняты их оптимальные варианты; только при этом условии могут быть обеспечены высокие технические и экономические характеристики работы оборудования и всей станции.

Не менее важную роль процессы теплообмена играют в теплоэнергетическом оборудовании промышленных предприятий химической, металлургической, пищевой, машиностроительной, электротехнической отраслей народного хозяйства, в холодильной технике и т.д.

Перенос теплоты осуществляется тремя основными способами: теплопроводностью, конвекцией и тепловым излучением.

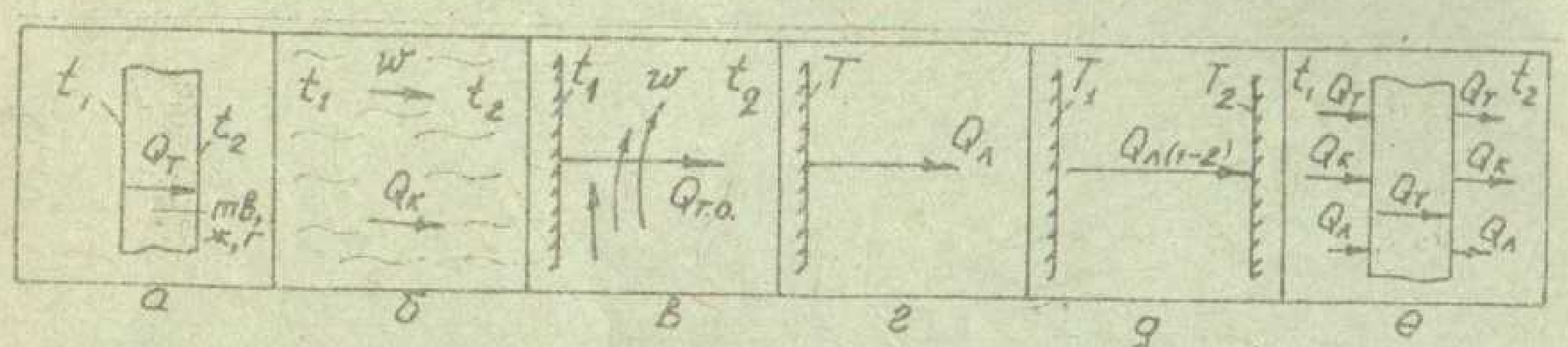


Рис.2. Перенос теплоты

а – теплопроводность, *б* – конвекция, *в* – конвективная теплоотдача, *г* – тепловое излучение, *д* – теплообмен излучением, *е* – теплопередача

Под процессом распространения (переноса) теплоты понимается обмен внутренней энергией между отдельными элементами или областями рассматриваемой среды. Терминология процессов переноса теплоты: *а* – теплопроводность (кондукция) – молекулярный перенос теплоты в телах или между ними, обусловленный неоднородностью температурного поля; *б* – конвекция – процесс переноса теплоты при перемещении объемов жидкости или газа из области с одной температурой в область с другой температурой; конвективный теплообмен – совместный процесс переноса теплоты конвекцией и теплопроводностью; *в* – конвективная теплоотдача (теплоотдача) – конвективный теплообмен между потоком жидкости или газа и поверхностью ее раздела с другой средой (твердым телом, жидкостью или газом); *г* – тепловое излучение (радиация) – процесс распространения теплоты с помощью электромагнитных волн, обусловленный только температурой и оптическими свойствами излучающего тела; *д* – теплообмен излучением – процесс превращения внутренней энергии вещества в энергию излучения, перенос его и поглощение веществом; радиационно-кондуктивный теплообмен – совместный перенос теплоты излучением и теплопроводностью; радиационно-конвективный теплообмен – совместный перенос теплоты излучением и конвекцией; *е* – теплопередача – передача теплоты от горячей жидкости к холодной через разделяющую их стенку; тепло- и массообмен – совместный перенос теплоты и массы.

Механизм, законы и методы расчета переноса теплоты теплопроводностью, конвекцией и излучением, а также переноса массы специфичны и изучаются в самостоятельных разделах курсов теплопередачи и тепломассообмена. Однако в условиях работы теплоэнергетического и промтеплоэнергетического оборудования и коммуникаций (паропроводы, газоходы, трубопроводы) различные по механизму процессы тепломассопереноса происходят в ряде случаев совместно, поэтому наиболее общий случай теплопередачи от одной жидкости к другой через разделяющую их стенку может быть представлен в виде схемы рис.2,е.

Целями изучения курсов теплопередачи и тепломассообмена являются: познание механизмов и законов всех перечисленных выше процессов, формирование умения применять их при оценке и математическом описании технических задач, овладение методами и навыками расчетов тепломассообмена и теплопередачи в энергетическом и промтеплоэнергетическом оборудовании.

Следует подчеркнуть, что теплопередача по схеме рис.2,е происходит в условиях изменяющихся температур жидкостей, омывающих стенку. Некоторые составляющие тепломассопереноса, обозначенные на схеме, могут и отсутствовать (например, теплообмен излучением, если омывающая стенку среда является капельной жидкостью). Расчет теплопередачи чаще всего связан с определением при проектировочном расчете теплообменного аппарата его поверхностей теплообмена (например, поверхностей теплообмена элементов парогенераторов – экранных труб, пароперегревателей, водяных экономайзеров и воздухоподогревателей, а также поверхностей теплообмена конденсатора, регенеративных подогревателей и т.д.). Расчеты поверхности теплообменного аппарата опираются на расчеты теплопередачи через стенку и среднюю разность температур между жидкостями, которые, в свою очередь, определяются с учетом конструктивных особенностей теплообменного аппарата и его режимных характеристик (род жидкостей, их температурные и расходные параметры).

---

[1], с.3–6

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Настоящие методические указания предназначены для систематизации самостоятельной работы студентов заочного, вечернего или дневного обучения по курсам "Теплопередача" и "Тепломассообмен". В них приводятся в компактной форме наиболее важные определения, положения и теоремы, а также схемы моделей основных задач и расчетные соотношения для их решения – по важнейшим разделам (вопросам) этих учебных дисциплин. Обоснования расчетных соотношений не приводятся, а комментарии к каждому из рассматриваемых вопросов минимальны.

При самостоятельном изучении или при работе над каждым из вопросов на практическом занятии студентам рекомендуется использовать изложенный в пособии материал в качестве сигнальной системы для углубленной и расширенной проработки, детализации, конкретизации многих элементов, относящихся к определениям, положениям, теоремам, схемам, расчетным соотношениям, а также закрепления всей этой суммы элементов решением примеров и задач. На страницах, завершающих каждый из разделов, внизу указана литература, использованная при его подготовке, к которой следует обратиться для выяснения возникших вопросов, для углубленного и расширенного изучения данного раздела.

Изучая какой-либо раздел курса теплопередачи или тепломассообмена, рекомендуется составлять краткий конспект или реферат, обращая внимание на следующее:

а) на техническую сущность рассматриваемых в данном разделе вопросов и задач;

б) на физическую сущность процессов, составляющих фундамент данного раздела и отдельных его вопросов;

в) на теоретическое решение отдельных вопросов: физическая и математическая модели, использованные при математической формулировке задачи допущения и ограничения, метод решения задачи и основные его этапы, результат решения и его анализ;

г) круг вопросов и технических задач, охватываемых данным разделом, а также на систематизацию результатов их решения.

Изучая решение конкретной задачи, необходимо уяснить, насколько используемые в ней приемы решения являются общими и в чем специфичность ее относительно других задач данного раздела.

При практическом решении задач, контрольных и домашних заданий необходимо внимательно относиться к размерностям вводимых в расчет теплофизических характеристик, а также получаемых результатов на промежуточных и окончательном этапах решения, при этом следует строго придерживаться международной системы единиц (СИ), а требующиеся справочные данные следует брать из [3,4,5] или других источников.

При вычислениях температур или теплоты при нестационарных процессах теплопроводности, теплоотдачи при конвективном теплообмене с помощью уравнений подобия (критериальных уравнений) или номограмм, построенных на основе уравнений подобия, общий подход к решению может быть сведен к следующей схеме.

1. Вначале необходимо уяснить, какова структура уравнения подобия для условий протекания данного процесса (формы тела или поверхности теплообмена, характера движения среды, температурных условий и т.д.) и четко установить, какие числа подобия являются определяющими и определяемыми; необходимо, кроме того, уяснить вопрос об определяющей температуре (по которой из таблиц выписываются теплофизические свойства (ТФС) материала или жидкости, входящие в числа подобия), а также об определяющем размере, вводимом в числа подобия – обе эти величины указаны подстрочными индексами при числах подобия; выписать из справочной литературы ТФС материала или жидкости с указанием размерностей.

2. Затем вычислить значение того определяющего числа подобия, с помощью которого для рассматриваемого процесса разграничиваются режимы или области течения среды (ламинарные, переходные, турбулентные), и определить режим или область процесса в условиях рассматриваемой задачи: в зависимости от режима или области течения выбирается соответствующее уравнение подобия или их совокупность (для процессов нестационарной теплопроводности разграничения связаны с числами Фурье и Био).

3. Располагая уравнением подобия, в правую его часть подставляют значения всех определяющих чисел подобия, выполняют операции счета, в результате чего получают значения определяемого числа подобия, из которого находят размерное значение зависимой переменной (коэффициента теплоотдачи при расчете конвективного теплообмена, температур или теплоты – при расчете нестационарных процессов теплопроводности и т.д.).

4. Должное внимание следует уделить вычислению плотности теплового потока q или количества передаваемой теплоты Q при решении задач теплопроводности тел, теплообмена между поверхностью тела и средой – в случае конвективного теплообмена или задач теплообмена между жидкостями через стенку – в случае теплопередачи.

При решении задачи также рекомендуется: полностью формулировать ее условия; отчетливо выделять в них известные факторы и данные, а также искомые величины; изображать расчетную схему, добиваясь выразительности ее с физической и технической точек зрения, исходных данных и искомых величин; до начала вычислений осмысливать план решения; пояснять ход решения с обоснованием тех или иных действий и т.п.

ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

Основные положения

В разделе "Теплопроводность" рассматриваются механизмы, законы и методы решения задач теплопроводности в твердых телах, а также макроскопически неподвижных жидкостях и газах. Понятия о температурном поле, градиенте температуры и законе теплопроводности Фурье являются исходными для последующего рассмотрения этого процесса переноса теплоты, а также и во многих других явлениях теплообмена.

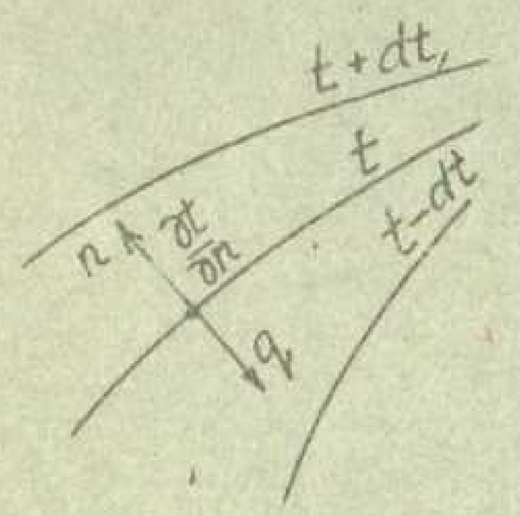
Температурное поле тела (или системы тел) – это совокупность значений температуры по объему в любой рассматриваемый момент времени

$$t = f(x, y, z, \tau).$$

Поле, меняющееся во времени – нестационарное, а не меняющееся – стационарное;

$$t = f(x, y, z) \quad \text{или} \quad \partial t / \partial \tau = 0$$

Изотермические поверхности – поверхности одинаковой температуры. Изменение температурного поля имеется лишь в направлениях, пересекающих изотермические поверхности, причем наиболее резкое изменение – по нормали к изотермической поверхности, которое характеризуется градиентом температуры:



$$\lim_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = i_n \frac{\partial t}{\partial n} = grad\,t, \ K/м;$$

n – нормаль к изотермической поверхности;
i_n – единичный вектор нормали, направленный в сторону возрастания температуры;
$\frac{\partial t}{\partial n}$ – частная производная от температуры по нормали (скаляр).

Градиент температуры – это вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры и численно равный производной от температуры по этому направлению.

Закон теплопроводности Фурье: количество теплоты, передаваемое теплопроводностью через элементарную изотермическую поверхность вещества в направлении нормали, пропорционально градиенту температуры, площади и времени

$$d^2 Q_\tau = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF\,d\tau, \ Дж. \qquad (1)$$

Для сокращения записей здесь и дальше i_n опущен. Q_τ – вектор количества передаваемой теплоты, Дж; λ – коэффициент теплопроводности вещества, Вт/(м.К); знак минус в правой части указывает на противоположность направления векторов Q и $grad\,t$.

Поделив уравнение закона Фурье на $dF \cdot d\tau$, получают

$$\vec{q} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial \tau}, \ Вт/м^2; \qquad (2)$$

$\vec{q}$ – вектор плотности теплового потока; он направлен по нормали к изотермической поверхности, положительное направление его совпадает с направлением убывания температуры, так как теплота всегда передается из областей высоких температур в области низких температур. Таким образом, векторы $\vec{q}$ и $grad\,t$ лежат на одной прямой, но направлены в противоположные стороны. Векторы $\vec{q}$ и $\partial t/\partial n$ могут быть представлены через их компоненты по координатным направлениям: q_x, q_y, q_z и $\partial t/\partial x$, $\partial t/\partial y$, $\partial t/\partial z$.

Из (2) следует, что $\lambda = \frac{q}{\partial t/\partial n}, \frac{Вт}{м^2(К/м)} = \frac{Дж}{с \cdot м^2(К/м)}$, следовательно, коэффициент теплопроводности численно равен количеству теплоты, передаваемому теплопроводностью через единицу изотермической поверхности в направлении нормали в единицу времени при градиенте температуры, равном единице. Коэффициент λ зависит от природы вещества, его плотности, температуры, влажности и ряда других факторов. Наиболее надежно λ определяется экспериментально и приводится в виде таблиц в справочной литературе.

Порядок величин λ: газы – 0,6 ÷ 0,006; жидкости – 0,7 ÷ 0,07; теплоизоляционные и строительные материалы – 0,023 ÷ 2,9; металлы – 15 ÷ 400 Вт/(м.К).

Понятия о температурном поле, градиенте температуры и закон теплопроводности Фурье являются исходными для последующего рассмотрения переносов теплоты теплопроводностью и при конвективном теплообмене.

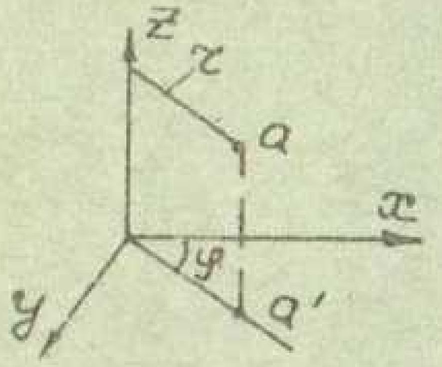
Входящий в уравнения закона Фурье и плотности теплового потока градиент температуры $\partial t/\partial n$ (а по существу это поле градиентов температуры $\partial t/\partial n = f(F, \tau)$ на интересующих изотермических поверхностях или границах F в зависимости от времени, в общем случае находится взятием производной от уравнения температурного поля $t = f(x, y, z, \tau)$ по нормали к изотермической поверхности (или границе). Явная форма этой функции определяется путем решения дифференциального уравнения теплопроводности.

Дифференциальное уравнение теплопроводности

Дифференциальное уравнение теплопроводности – это математическое выражение закона сохранения и превращения энергии для изохорного процесса переноса теплоты теплопроводностью.

При постоянных λ, ρ, C в декартовых координатах (x , y , z)

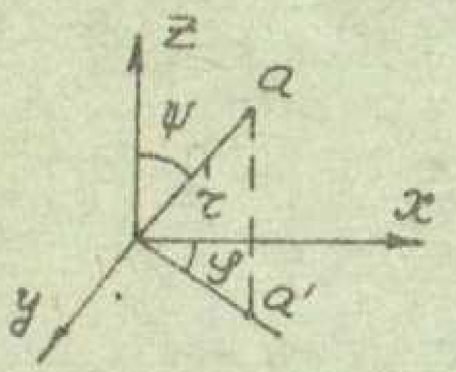
$$\frac{\partial t}{\partial \tau}=\frac{\lambda}{c\rho}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)+\frac{q_v}{c\rho}, \qquad (3)$$



$a=\lambda/c\rho$, м^2/с – коэффициент температуропроводности;

$q_v=Q_v/V$, Вт/м^3 – удельная мощность внутренних источников (стоков) теплоты.

В цилиндрических координатах (r , φ , z)



$$\frac{\partial t}{\partial \tau}=a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)+\frac{q_v}{c\rho}. \qquad (4)$$

В сферических координатах (r , φ , ψ)

$$\frac{\partial t}{\partial \tau}=a\left[\frac{\partial^2 t}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial t}{\partial r}+\frac{1}{r^2\sin^2\psi}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{r^2\sin\psi}\frac{\partial}{\partial\psi}\left(\sin\psi\frac{\partial t}{\partial\psi}\right)\right]+\frac{q_v}{c\rho}. \qquad (5)$$

Условия однозначности для задач теплопроводности

Условия однозначности представляют описание всех частных особенностей процесса; используются для определения постоянных, появляющихся при интегрировании дифференциального уравнения; они включают:

а) г е о м е т р и ч е с к и е условия – форма и размеры тела;

б) ф и з и ч е с к и е условия – теплофизические свойства (ТФС) тела λ , C , ρ и кроме того q_v ;

в) н а ч а л ь н ы е условия (для нестационарных процессов) – закон распределения температуры в теле в начальный момент времени

$$t_н=f(x,y,z,\tau=0);$$

$$t_н=const \qquad \text{– простейший случай;}$$

г) г р а н и ч н ы е условия – закон теплового взаимодействия с внешней средой на границах тела.

Граничные условия могут быть четырех родов:

I рода – известно распределение температуры на поверхности тела (стенки):

$$t_c=f(x,y,z,\tau); \quad t_c=const \qquad \text{– простейший случай;}$$

II рода – известно распределение плотности теплового потока на поверхности стенки:

$$q_c=f(x,y,z,\tau); \quad q_c=const \qquad \text{– простейший случай;}$$

Ш рода – известны температура окружающей среды и закон теплообмена тела с окружающей средой. Например, часто теплообмен на границах выражается конвективным з а к о н о м Н ь ю т о н а – Р и х м а н а , согласно которому количество теплоты, передаваемое путем конвективной теплоотдачи между стенкой и жидкостью, пропорционально разности температур между ними, площади и времени:

$d^2Q=\alpha(t_c-t_ж)dF\,d\tau$, Дж (6) – в дифференциальной форме;

$Q=\bar{\alpha}(\bar{t}_c-\bar{t}_ж)F\tau$, Дж (7) – в интегральной форме.

Относя уравнение (6) к $dF\cdot d\tau$, получают:

$$q=\alpha(t_c-t_ж), \quad Вт/м^2. \qquad (8)$$

α – коэффициент конвективной т е п л о о т д а ч и , Вт/(м^2.К).

К о э ф ф и ц и е н т т е п л о о д а ч и – это количество теплоты, передаваемое конвективной теплоотдачей на единице площади поверхности в секунду на градус разности температур между стенкой и жидкостью; он зависит от рода жидкости, характера ее движения, формы и размеров поверхности, температурных условий процесса и ряда других факторов. Возможна иная запись соотношения для плотности теплового потока при конвективном теплообмене:

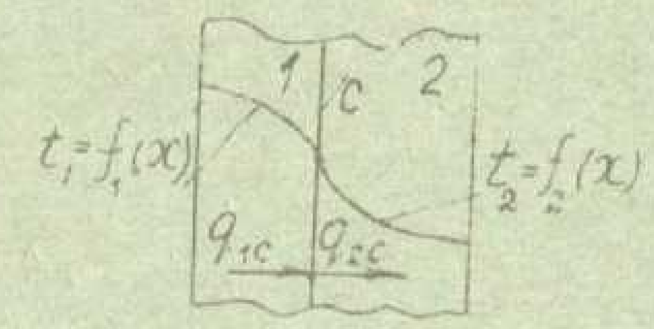
$$q=\frac{t_c-t_ж}{1/\alpha}=\frac{t_c-t_ж}{R_\alpha}, \quad \text{где } R_\alpha=1/\alpha \quad ,(м^2.К)/Вт.$$

R_α – в н е ш н е е термическое сопротивление.

С учетом (8) и (2) граничное условие Ш рода запишется в виде

$$-\lambda(\partial t/\partial n)_c=\alpha(t_c-t_ж). \qquad (9)$$

IУ рода – при идеальном контакте двух тел в точках по поверхности соприкосновения тел равны температуры, а также плотности теплового потока:



$$\left.\begin{aligned} t_{1c}=t_{2c}; \quad q_{1c}=q_{2c};\\ \lambda_1(\partial t_1/\partial n)_c=\lambda_2(\partial t_2/\partial n)_c.\end{aligned}\right\}(10)$$

Индекс " С " – по поверхности соприкосновения.

Общие положения по решению задач теплопроводности

1. Дифференциальное уравнение теплопроводности в системе координат, удобной для рассмотрения процесса теплопроводности в теле данной формы, должно быть конкретизировано для условий поставленной задачи. Формулируются условия однозначности.

2. Далее оно интегрируется. Условия однозначности используются для определения постоянных интегрирования. В результате находится уравнение температурного поля $t = f(x, y, z, \tau)$ в явной форме.

3. Градиенты температуры $\partial t / \partial n$ определяются взятием производной от $t = f(x, y, z, \tau)$ по нормалям к изотермическим поверхностям.

4. Интегрированием уравнения Фурье (I) по F и τ определяется количество передаваемой теплоты Q.

Основываясь на этих общих положениях, студент с помощью рекомендуемой учебной литературы изучает решение задач стационарной и нестационарной теплопроводности, предусмотренных программой. Результаты решения ряда таких задач приводятся в представленных ниже таблицах. Уяснение результатов решений и отработка навыков использования их в инженерных расчетах осуществляется самостоятельно при проработке разделов курса, а также на лабораторно-практических занятиях под руководством преподавателя, при самостоятельной работе над выполнением домашних заданий, при подготовке к текущему контролю самостоятельной работы, к экзаменам и т.д.

Приводимые в других разделах настоящего пособия справочно-информационные материалы предназначены для той же цели: сконцентрировать внимание изучающего курс "Теплопередача" или "Тепломассообмен" на наиболее важных результатах по основным разделам – на их закреплении с помощью рекомендуемой литературы и путем решения задач, а также при подготовке к любым формам контроля.

В качестве предварительного замечания к рассмотрению конкретных вопросов отметим следующее: значительный интерес представляет изучение любых процессов тепломассопереноса в телах, каналах и системах плоской, цилиндрической и сферической формы, поскольку именно к таким формам преимущественно могут быть отнесены элементы теплоэнергетического и промтеплоэнергетического оборудования, а также элементы оборудования или технологии во всех отраслях промышленности.

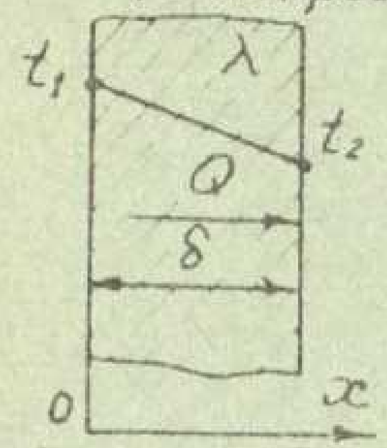
---

[1], с.7-24; [2], с.6-14; [6], с.6-16; [5], с. 115-129

Теплопроводность и теплопередача при стационарном режиме

Схема (1) | Математическая постановка задачи (2) | Результаты решения (3)

Теплопроводность неограниченной пластины



$\frac{d^2t}{dx^2} = 0;$

при $x = 0$: $t = t_1$;

при $x = \delta$: $t = t_2$

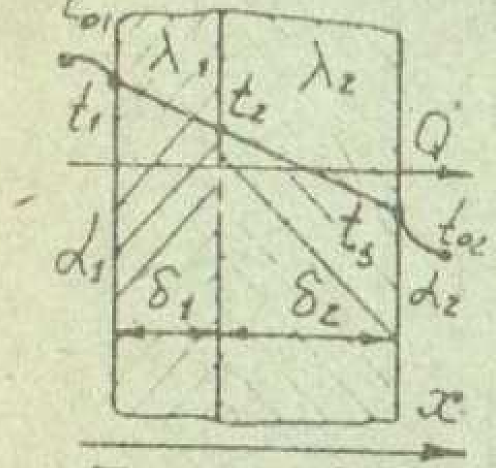
$t_x = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\delta} x$; $Q = \frac{\lambda F}{\delta}(t_1 - t_2)$, Вт;

$q = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2)$, $\frac{Вт}{м^2}$;

Внутреннее термическое сопротивление:

$R = \frac{\delta}{\lambda F}$, $\frac{K}{Вт}$; $R' = \frac{\delta}{\lambda}$, $\frac{м^2 K}{Вт}$

Теплопередача неограниченной 2^х слойной пластины



$q = \alpha_1(t_{01} - t_1)$,

$q = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_1 - t_2)$,

. . . .

$q = \alpha_2(t_3 - t_{02})$

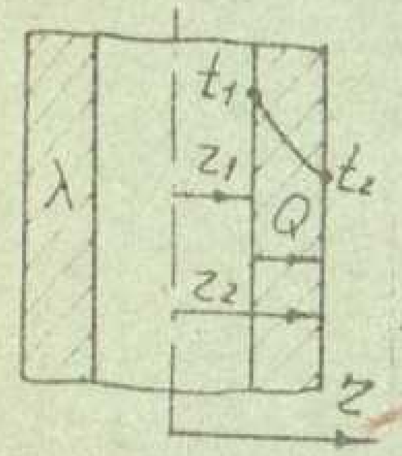
$q = K_{пл}(t_{01} - t_{02})$, $\frac{Вт}{м^2}$; $t_x = t_{01} - q \sum R_x$;

где $K_{пл} = \frac{1}{\sum R} = \frac{1}{1/\alpha_1 + \delta_1/\lambda_1 + \delta_2/\lambda_2 + 1/\alpha_2}$, $\frac{Вт}{м^2 K}$;

Внешние термические сопротивления:

$R_{\alpha_1} = \frac{1}{\alpha_1}$; $R_{\alpha_2} = \frac{1}{\alpha_2}$, $\frac{м^2 K}{Вт}$

Теплопроводность неограниченной цилиндрической стенки



$\frac{d^2t}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dt}{dr} = 0$;

при $r = r_1$: $t = t_1$;

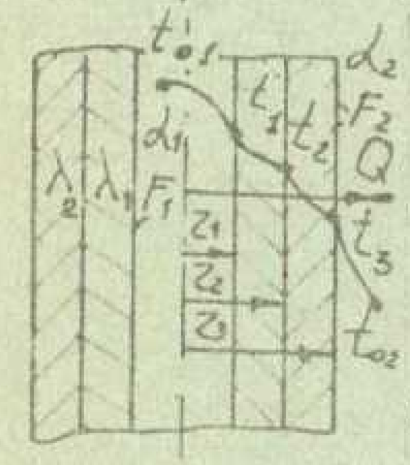
при $r = r_2$: $t = t_2$

$t_r = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\ln r_2/r_1} \ln r/r_1$; $Q = \frac{2\pi\lambda\ell}{\ln r_2/r_1}(t_1 - t_2)$, Вт

Внутреннее термическое сопротивление:

$R = \frac{1}{2\pi\lambda\ell} \ln\frac{r_2}{r_1}$, $\frac{K}{Вт}$

Теплопередача неограниченной 2^х слойной цилиндрической стенки



$Q = \alpha_1 F_1 (t_{01} - t_1)$,

$Q = \frac{2\pi\lambda_1\ell(t_1 - t_2)}{\ln r_2/r_1}$,

. . . .

$Q = \alpha_2 F_2 (t_3 - t_{02})$

$Q = K_ц(t_{01} - t_{02})$, Вт; $t_r = t_{01} - Q \sum R_r$;

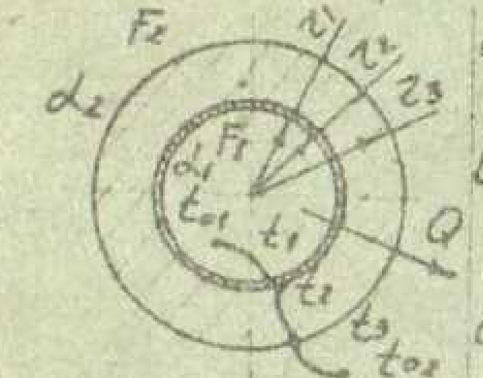
где $K_ц = \frac{1}{\sum R} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_1\ell}\ln\frac{r_2}{r_1} + \ldots + \frac{1}{\alpha_2 F_2}}$, $\frac{Вт}{K}$;

Внешние термические сопротивления

$R_{\alpha_1} = \frac{1}{\alpha_1 F_1}$; $R_{\alpha_2} = \frac{1}{\alpha_2 F_2}$, $\frac{K}{Вт}$

1	2	3

Теплопередача 2-х слойной сферической стенки



$Q = \alpha_1 F_1 (t_{01} - t_1)$,

$Q = \dfrac{4\pi\lambda_1 (t_1 - t_2)}{1/r_1 + 1/r_2}$,

. . . .

$Q = \alpha_2 F_2 (t_3 - t_{02})$

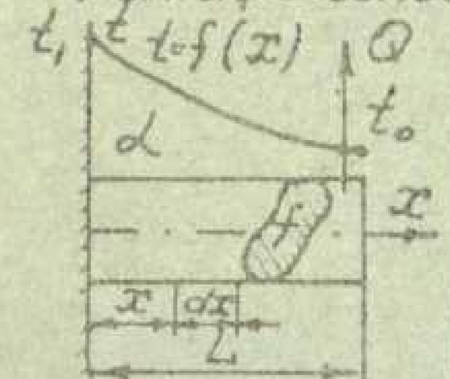
$Q = K_{сф}(t_{01} - t_{02})$, Вт; $t_r = t_{01} - Q\Sigma R_r$;

где $K_{сф} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1 F_1} + \dfrac{1}{4\pi\lambda_1}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right) + \ldots + \dfrac{1}{\alpha_2 F_2}}$, $\dfrac{Вт}{К}$;

Внутренние термические сопротивления:

$R_{\lambda_1} = \dfrac{1}{4\pi\lambda_1}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$; $R_{\lambda_2} = \dfrac{1}{4\pi\lambda_2}\left(\dfrac{1}{r_2} - \dfrac{1}{r_3}\right)$, $\dfrac{К}{Вт}$

Теплопроводность стержня, обогреваемого с одного конца



$\dfrac{d^2\vartheta}{dx^2} - m\vartheta = 0$;

при $x = 0$: $t = t_1$;

$L = \infty$: $t = t_0$;

$L \neq \infty$: $t = t_L$

$L = \infty$: $\vartheta = \vartheta_1 e^{-mx}$; $Q = \lambda m \vartheta_1 f$, Вт; $\vartheta = t - t_0$;

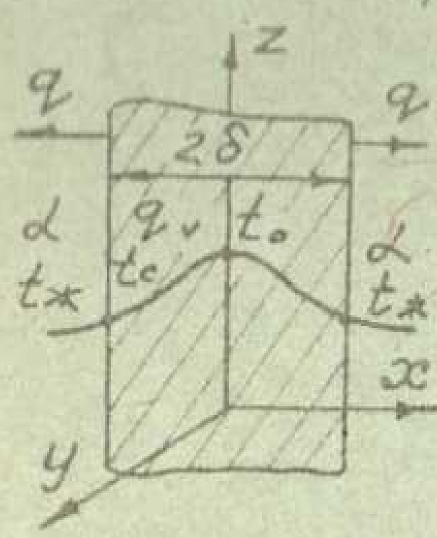
$L \neq \infty$: $\vartheta = \vartheta_1 \dfrac{ch[m(L-x)]}{ch(mL)}$; $m = \sqrt{\dfrac{\alpha U}{\lambda f}}$;

$Q = \lambda m \vartheta_1 f\, th(mL)$, Вт; U и f - периметр и площадь поперечного сечения

Теплопроводность при наличии внутренних источников теплоты

Схема	Математическая формулировка задачи	Результаты решения
1	2	3

Теплопроводность пластины



$\dfrac{d^2 t}{dx^2} = -\dfrac{q_v}{\lambda}$;

при $x = 0$: $\left(\dfrac{dt}{dx}\right)_{x=0} = 0$;

при $x = \delta$:

$\alpha(t_c - t_ж) = -\lambda\left(\dfrac{dt}{dz}\right)_{x=\delta}$

$t = -\dfrac{q_v x^2}{2\lambda} + C_1 x + C_2$ – общее решение;

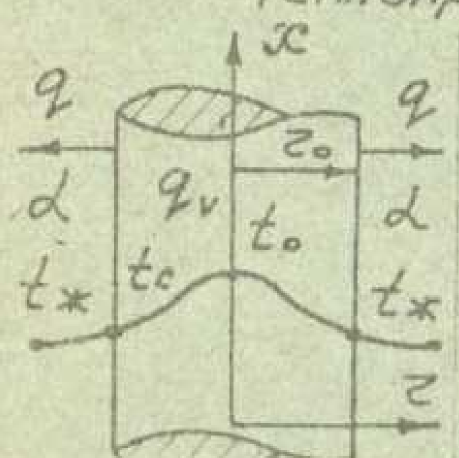
$t = t_ж + \dfrac{q_v\delta}{\alpha} + \dfrac{q_v\delta^2}{2\lambda}\left(1 - \dfrac{x^2}{\delta^2}\right)$ – при граничных условиях III рода;

$t = t_ж + \dfrac{q_v\delta^2}{2\lambda}\left(1 - \dfrac{x^2}{\delta^2}\right)$ – при граничных условиях I рода.

Плотность теплового потока

$q = q_v \delta$, $\dfrac{Вт}{м^2}$ – с одной стороны

Теплопроводность цилиндрического стержня



$\dfrac{d^2 t}{dr^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{dt}{dr} = -\dfrac{q_v}{\lambda}$;

при $r = 0$: $\left(\dfrac{dt}{dr}\right)_{r=0} = 0$;

при $r = r_0$:

$\alpha(t_0 - t_ж) = -\lambda\left(\dfrac{dt}{dr}\right)_{r=r_0}$

$t = -\dfrac{q_v r^2}{4\lambda} + C_1 \ln r + C_2$ – общее решение;

$t = t_ж + \dfrac{q_v r_0}{2\alpha} + \dfrac{q_v r_0^2}{4\lambda}\left(1 - \dfrac{r^2}{r_0^2}\right)$ – при граничных условиях III рода;

$t = t_ж + \dfrac{q_v r_0^2}{4\lambda}\left(1 - \dfrac{r^2}{r_0^2}\right)$ – при граничных условиях I рода;

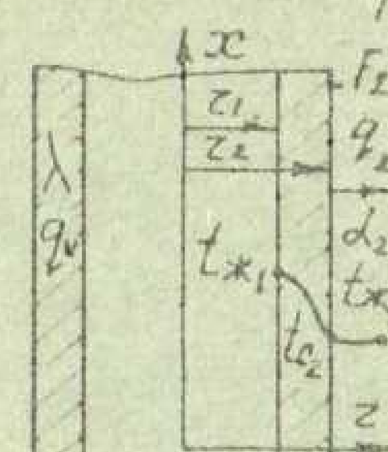
Плотность теплового потока

$q = q_v \dfrac{r_0}{2}$; $\dfrac{Вт}{м^2}$ – на поверхности

[1], с.24-50; [2], с.15-52; [6], с.6-18; [5], с.129-137

1	2	3

Теплопроводность трубы



$\dfrac{d^2 t}{dr^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{dt}{dr} = -\dfrac{q_v}{\lambda}$;

а) охлаждение по наружной поверхности

при $r = r_1$: $\left(\dfrac{dt}{dr}\right)_{r=r_1} = 0$;

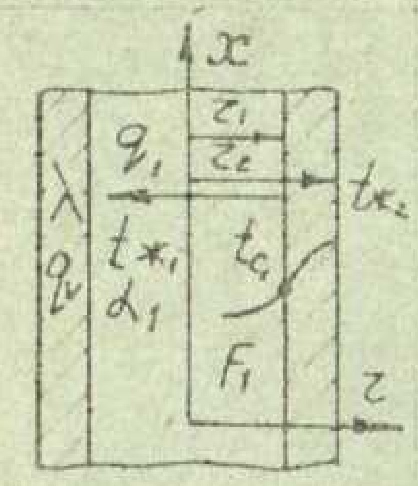
при $r = r_2$:

$\alpha_2(t_{c_2} - t_{ж_2}) = -\lambda\left(\dfrac{dt}{dr}\right)_{r=r_2}$

$t = -\dfrac{q_v r^2}{4\lambda} + C_1 \ln r + C_2$ – общее решение;

$t = t_{ж_2} + \dfrac{q_v r_2}{2\alpha_2}\left[1 - \left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2\right] + \dfrac{q_v r_2^2}{4\lambda} \times \left[1 + \left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2 2\ln\dfrac{r}{r_2} - \left(\dfrac{r}{r_2}\right)^2\right]$;

$q_2 = \dfrac{q_v V}{F_2}$, $\dfrac{Вт}{м^2}$ на поверхности F_2



б) охлаждение по внутренней поверхности

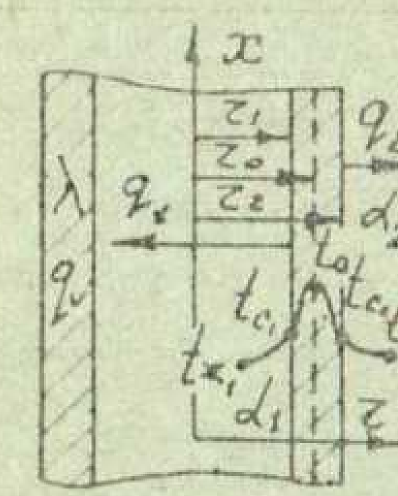
при $r = r_2$: $\left(\dfrac{dt}{dr}\right)_{r=r_2} = 0$;

при $r = r_1$:

$\alpha_1(t_{c_1} - t_{ж_1}) = \lambda\left(\dfrac{dt}{dr}\right)_{r=r_1}$

$t = t_{ж_1} + \dfrac{q_v r^2}{2\alpha_1}\left[\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right] + \dfrac{q_v r_2^2}{4\lambda} \times \left[2\ln\dfrac{r}{r_1} + \left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2 - \left(\dfrac{r}{r_2}\right)^2\right]$;

$q_1 = \dfrac{q_v V}{F_1}$, $\dfrac{Вт}{м^2}$ – на поверхности F_1.



в) охлаждение по внутренней и наружной поверхностям

при $r = r_0$: $\left(\dfrac{dt}{dr}\right)_{r=r_0} = 0$;

$r = r_1$: $\alpha_1(t_{c_1} - t_{ж_1}) = \lambda\left(\dfrac{dt}{dr}\right)_{r=r_1}$;

$r = r_2$: $\alpha_2(t_{c_2} - t_{ж_2}) = -\lambda\left(\dfrac{dt}{dr}\right)_{r=r_2}$

Используя граничные условия, определяют r_0 и C_1, C_2 для общего решения.

Плотность теплового потока на поверхностях

$q_1 = \dfrac{q_v V_1 \big|_{r_1}^{r_0}}{F_1}$; $q_2 = \dfrac{q_v V_2 \big|_{r_0}^{r_2}}{F_2}$, $\dfrac{Вт}{м^2}$

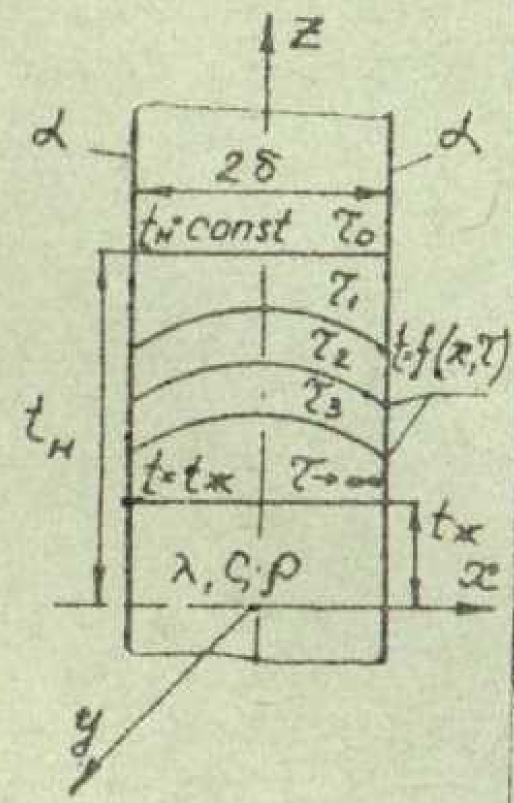
Изучив изложенный здесь кратко раздел "теплопроводность при стационарном режиме", рекомендуется составить развернутый реферат по разделу, в котором следует дать обоснования (выводы) каждого из приведенных соотношений, а также решения других задач и вопросов, предусмотренных программой. Во всех случаях необходимо подчеркивать техническую сущность задачи, физическую суть процессов теплообмена внутри тела и на его границах, допущения и ограничения, используемые при математической постановке задачи и в ходе её решения.

[1], с.58-66; [2], с.15-52; [6], с.18; [5], с.129-137

Теплопроводность при нестационарном режиме

Схема	Математическая постановка задачи	Результаты решения

Охлаждение (нагревание) неограниченной пластины



$$\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}=a\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2};$$

$\vartheta=t-t_ж$;

$\vartheta_н=t_н-t_ж=const$;

а) на оси:

$$\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)_{x=0}=0;$$

б) на поверхности:

$$\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)_{x=\delta}=\pm\lambda\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)_{x=\delta}$$

$$\theta=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\sin\mu_n}{\mu_n+\sin\mu_n\cos\mu_n}\cos(\mu_n X)\exp(-\mu_n^2 Fo);$$

$\theta=\frac{\vartheta}{\vartheta_н}=\frac{t-t_ж}{t_н-t_ж}$ – безразмерная избыточная температура;

$X=\frac{x}{\delta}$ – безразмерная координата;

$Fo=\frac{a\tau}{\delta^2}$ – число Фурье;

$Bi=\frac{\alpha\delta}{\lambda}$ – число Био;

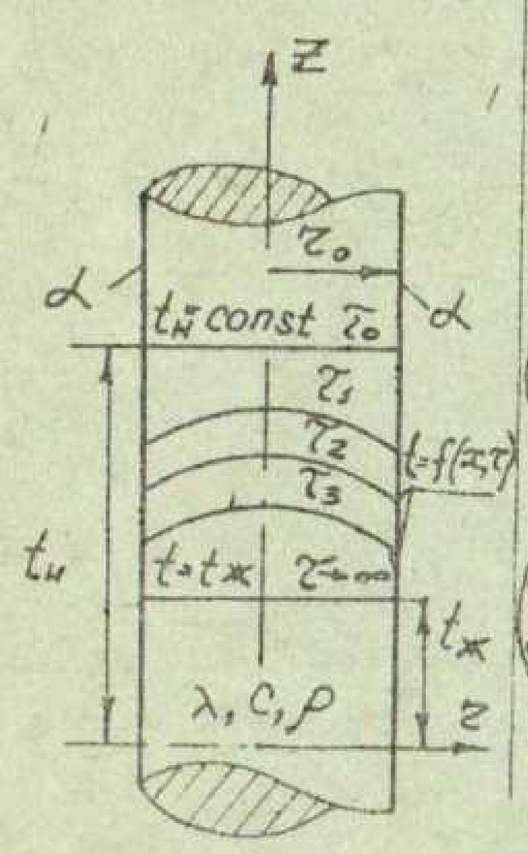
$\mu_n=f(Bi)$ – корни характеристического уравнения $ctg\,\mu=\frac{1}{Bi}\mu\rightarrow\mu_n$.

$$\bar\theta=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\sin^2\mu_n\exp(-\mu_n^2 Fo)}{\mu_n^2+\mu_n\sin\mu_n\cos\mu_n};$$

$Q/Q_п=1-\bar\theta\rightarrow Q$.

При $Fo\geq0{,}3$ ряды ограничиваются первым членом

Охлаждение (нагревание) неограниченного цилиндра



$$\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}=a\left(\frac{\partial^2\vartheta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\vartheta}{\partial r}\right);$$

$\vartheta_н=t_н-t_ж=const$;

а) на оси:

$$\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial r}\right)_{r=0}=0;$$

б) на поверхности:

$$\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial r}\right)_{r=r_0}=-\frac{\alpha}{\lambda}\vartheta_{r=r_0}$$

$$\theta=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n[J_0^2(\mu_n)+J_1^2(\mu_n)]}J_0(\mu_n R)\exp(-\mu_n^2 Fo);$$

$R=r/r_0$ – безразмерная координата;

$Fo=\frac{a\tau}{r_0^2}$ – число Фурье;

$Bi=\frac{\alpha r_0}{\lambda}$ – число Био;

μ_n – корни характеристического уравнения для цилиндра.

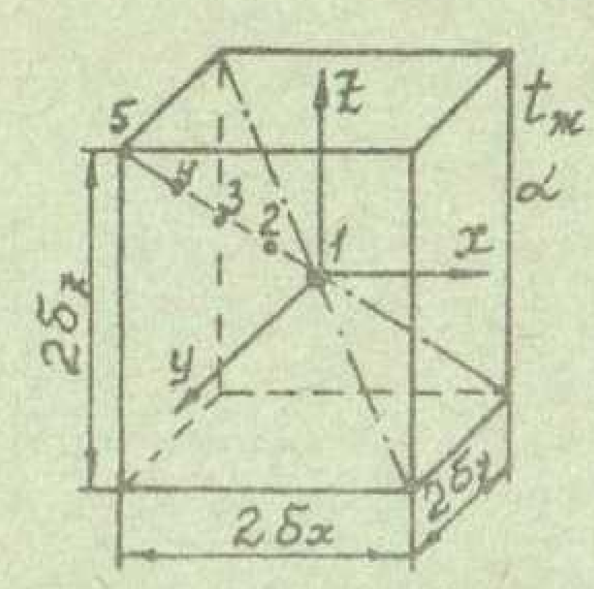
$$\bar\theta=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4Bi^2}{\mu_n^2(\mu_n^2+Bi^2)}\exp(-\mu_n^2 Fo);$$

$Q/Q_п=1-\bar\theta\rightarrow Q$.

При $Fo\geq0{,}25$ ряды ограничиваются первым членом

[1], с. 66-87; [2], с. 53-73; [6], с. 20-21; [5], с. 137-151

Охлаждение (нагревание) прямоугольного параллелепипеда



Прямоугольный параллелепипед образован пересечением трех безграничных пластин конечной толщины $2\delta_x$, $2\delta_y$, $2\delta_z$; известен материал его, т.е. ТФС ρ, λ, c. Начальные условия, $\tau=0$: $t(x,y,z)=t_0=const$. Охлаждение (нагревание) происходит при граничных условиях третьего рода: $t_ж, \alpha$ (одинаковы для всех поверхностей). Найти: θ_i, Q для момента τ. Решение имеет вид:

$$\theta_{X,Y,Z}=\theta_X\theta_Y\theta_Z,$$

где

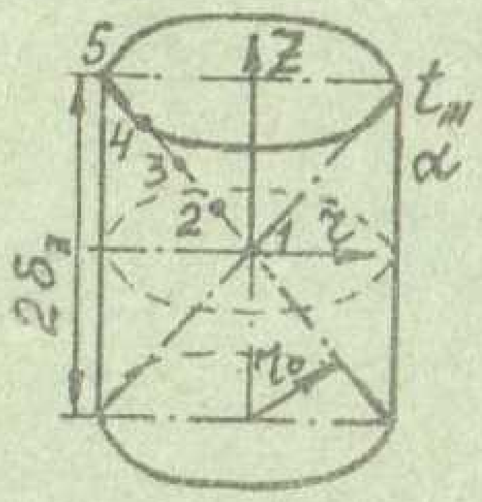
$$\theta_X=f_X(X,Bi_{\delta_x},Fo_{\delta_x});\ \theta_Y=f_Y(Y,Bi_{\delta_y},Fo_{\delta_y});\ \theta_Z=f_Z(Z,Bi_{\delta_z},Fo_{\delta_z}),$$

$$X_1=\frac{x_1}{\delta_x}=\frac{0}{\delta_x}=0;\ Y_1=\frac{y_1}{\delta_y}=\frac{0}{\delta_y}=0;\ Z_1=\frac{z_1}{\delta_z}=\ldots;\ldots;X_4=\frac{x_4}{\delta_x}=\frac{(3/4)\delta_x}{\delta_x}=0{,}75;\ и\ т.д.$$

$$\theta_{X,Y,Z}=\frac{t_{x,y,z}-t_ж}{t_0-t_ж}\rightarrow t_{x,y,z};$$

$$Q/Q_п=1-\bar\theta_{X,Y,Z};\ Q_п=c\rho V(t_0-t_ж),\ Дж;\ \bar\theta_{X,Y,Z}=\bar\theta_X\bar\theta_Y\bar\theta_Z.$$

Охлаждение (нагревание) цилиндра конечной длины



Цилиндр конечной длины образован пересечением неограниченных цилиндра диаметром $2r_0$ и пластины толщиной $2\delta_z$; известен материал его, т.е. ТФС ρ, λ, c. Начальные условия $\tau=0$: $t(x,y,z)=t_0=const$. Охлаждение (нагревание) происходит при граничных условиях III рода: $t_ж, \alpha$ (одинаковы для всех поверхностей).

Найти: θ_i, Q для момента τ. Решение имеет вид: $\theta_{R,Z}=\theta_R\theta_Z$,

где

$$\theta_R=f_R(R,Bi_{r_0},Fo_{r_0});\ \theta_Z=f_Z(Z,Bi_{\delta_z},Fo_{\delta_z});$$

$$R_1=\frac{r_1}{r_0}=\frac{0}{r_0}=0;\ Z_1=\frac{z_1}{\delta_z}=\frac{0}{\delta_z}=0;\ \ldots;\ R_4=\frac{r_4}{r_0}=\frac{(3/4)r_0}{r_0}=0{,}75;\ Z_4=\frac{z_4}{\delta_z}=0{,}75.$$

$$\theta_{R,Z}=\frac{t_{r,z}-t_ж}{t_0-t_ж}\rightarrow t_{r,z};$$

$$Q/Q_п=1-\bar\theta_{R,Z};\ Q_п=c\rho V(t_0-t_ж),\ Дж.\ \bar\theta_{R,Z}=\bar\theta_R\bar\theta_Z.$$

[1], с. 87-89; [6], с. 21; [2], с. 74-76; [5], с. 137-151

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

Исходя из определения конвективного теплообмена (см.с.5) локальная плотность теплового потока при конвективном теплообмене

$$\vec{q} = \vec{q}_т + \vec{q}_к = -\lambda \nabla t + \rho \vec{w} h$$

в любой точке жидкости для каждого момента времени однозначно определяется, если известны поля температуры, удельной энтальпии и скорости.

Конвективный перенос теплоты в самой жидкости отражается на теплоотдаче между жидкостью и стенкой, которая вычисляется с использованием закона Ньютона-Рихмана и баланса теплоты в пристенном слое жидкости:

$$q_c = \alpha (t_c - t_ж) = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)_{y=0}, \quad \alpha = -\frac{\lambda}{t_c - t_ж}\left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)_{y=0}.$$

Для определения полей температуры, энтальпии, компонент вектора скорости и дальнейших расчетов компонент вектора плотности теплового потока необходимо использовать следующие дифференциальные уравнения.

Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена

Уравнение энергии – представляет собой закон сохранения энергии для движущейся среды. При умеренных скоростях течения, когда работа внешних сил и кинетическая энергия потока малы по сравнению с его энтальпией, это уравнение, отнесенное к единице объема, имеет вид

$$\rho\left(\frac{\partial h}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial h}{\partial x} + w_y \frac{\partial h}{\partial y} + w_z \frac{\partial h}{\partial z}\right) = \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z}\right)\right] + q_v.$$

Для несжимаемой жидкости принимают, что $h = \int_T c_p dT$, тогда в предположении $c_p = const$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{1}{c_p \rho}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z}\right)\right] + \frac{q_v}{c_p \rho}.$$

Левые части этих уравнений представляют полное приращение или (субстанциональные производные от h и t), а правые – составляющие этого приращения: энергия внутренних источников теплоты в жидкости и приращение теплоты от изменения компонент вектора плотности теплового потока по соответствующим координатам.

Уравнения движения Навье-Стокса являются выражением закона сохранения количества движения (второго закона механики) при изотермическом течении вязкой жидкости. В проекциях сил на координатные оси x, y, z для несжимаемой жидкости ($\rho = const$, $\mu = const$) эти уравнения имеют вид:

$$\rho \frac{Dw_x}{d\tau} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2}\right),$$

$$\rho \frac{Dw_y}{d\tau} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2}\right),$$

$$\rho \frac{Dw_z}{d\tau} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2}\right).$$

Левые части этих уравнений представляют произведение массы единицы объема на компоненту вектора ускорения (субстанциональная производная от компоненты вектора ускорения по соответствующей координате), правые – действующие на единицу объема жидкости силы: гравитационные, давления и вязкостные.

Для движения жидкости с теплообменом следует учитывать зависимость плотности от температуры, так как возможность появления свободной конвекции определяется неоднородностью поля температуры и, как следствие, плотности (в первом слагаемом правой части $\rho \neq const$!).

Уравнение сплошности представляет закон сохранения вещества для потока жидкости; для несжимаемых жидкостей оно имеет вид

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0.$$

Условия однозначности для процессов КТО

Они дают математическое описание всех частных особенностей рассматриваемого явления и состоят из:

1) геометрических условий, характеризующих форму и размеры тела или системы, в которой протекает процесс;

2) физических условий, характеризующих физические свойства среды;

3) временных или начальных условий, характеризующих особенности процесса в начальный момент времени (для стационарных процессов эти условия отпадают);

4) граничных условий, характеризующих особенности протекания процесса на границах жидкости: в них должны быть заданы граничные значения зависимых (искомых) переменных или их производных.

Например, $\alpha(t_c - t_ж) = -\lambda(\partial t / \partial n)_c$ – граничные условия III рода.

Система дифференциальных уравнений совместно с условиями однозначности представляет математическую формулировку краевой задачи.

---

[1], с.108-128; [6], с.22-28; [2], с.108-122

Уравнения подобия

$$\left.\begin{aligned} Nu &= f_1(X_c, Y_c, Pr, Re, Gr); \\ \theta &= f_2(X, Y, Pr, Re, Gr); \\ W_x &= f_3(X, Y, Pr, Re, Gr); \\ W_y &= f_4(X, Y, Pr, Re, Gr); \\ Eu &= f_5(X, Y, Pr, Re, Gr). \end{aligned}\right\}$$

– частный случай структуры уравнений подобия полей теплоотдачи, температуры и компонент вектора скорости и давления при одномерном изотермическом течении несжимаемой жидкости вдоль вертикальной плоской стенки.

$Nu = \frac{\alpha l_0}{\lambda}$ – число Нуссельта, характеризует теплоотдачу;

$Re = \frac{w_0 l_0}{\nu}$ – число Рейнольдса, характеризует соотношение сил инерции и вязкости;

$Gr = \frac{g \beta \vartheta_c l_0^3}{\nu^2}$ – число Грасгофа, характеризует соотношение подъемных сил и сил вязкости;

$Pr = \frac{\nu}{a}$ – число Прандтля, характеризует ТФС жидкости;

$Eu = \frac{p}{\rho_0 w_0^2}$, – число Эйлера, характеризует соотношение сил давления и инерционных сил;

$X = \frac{x}{l_0}$; $Y = \frac{y}{l_0}$; $\theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_c}$; $W_x = \frac{w_x}{w_0}$; $W_y = \frac{w_y}{w_0}$ – безразмерные координаты, избыточная температура, компоненты вектора скорости.

Теорема Кирпичева–Гухмана о подобии явлений

1. Подобные процессы должны быть качественно одинаковыми, т.е. они должны иметь одинаковую физическую природу и описываться одинаковыми по форме записи дифференциальными уравнениями.

2. Условия однозначности подобных процессов должны быть одинаковыми во всем, кроме числовых значений размерных постоянных, содержащихся в этих условиях.

3. Одноименные определяющие числа подобия подобных процессов должны иметь одинаковое числовое значение.

---

[1], с.129–146; [6], с.28–39; [2], с.122–142

Правила моделирования

Моделирование – изучение на моделях физических процессов, протекающих в промышленном оборудовании (в образце).

Теория моделирования устанавливает:

1) каковы требования к модели и протекающим в ней процессам движения и теплообмена;
2) как следует проводить опыты, обработку и обобщение результатов моделирования;
3) на какие процессы допустимо распространять результаты моделирования.

Опираясь на теорию подобия (теорему Кирпичева–Гухмана о подобии явлений), теория моделирования устанавливает следующее.

1. Модель и протекающие в ней процессы должны быть подобны промышленному объекту и протекающим в нем процессам, а именно:
   - в модели должны быть осуществлены процессы одной физической природы с процессами в образце, описываемые одинаковыми по форме записи дифференциальными уравнениями;
   - в модели должны быть осуществлены условия однозначности, одинаковые во всем с условиями однозначности в образце, кроме числовых значений размерных постоянных, содержащихся в этих условиях;
   - в модели определяющие числа подобия должны быть равны одноименным определяющим числам подобия в образце.
2. В опытах должны быть измерены или найдены из таблиц все величины, входящие в числа подобия.
3. Эти измерения должны быть обработаны для каждого опыта в виде соответствующих чисел подобия.
4. Обобщение зависимостей определяемых чисел подобия от определяющих чисел подобия выполняется в виде уравнений подобия.
5. Полученные уравнения подобия могут быть использованы при расчетах определяемых чисел подобия в процессах, протекающих в промышленном оборудовании, которое отвечает условиям подобия с моделью и её процессами.

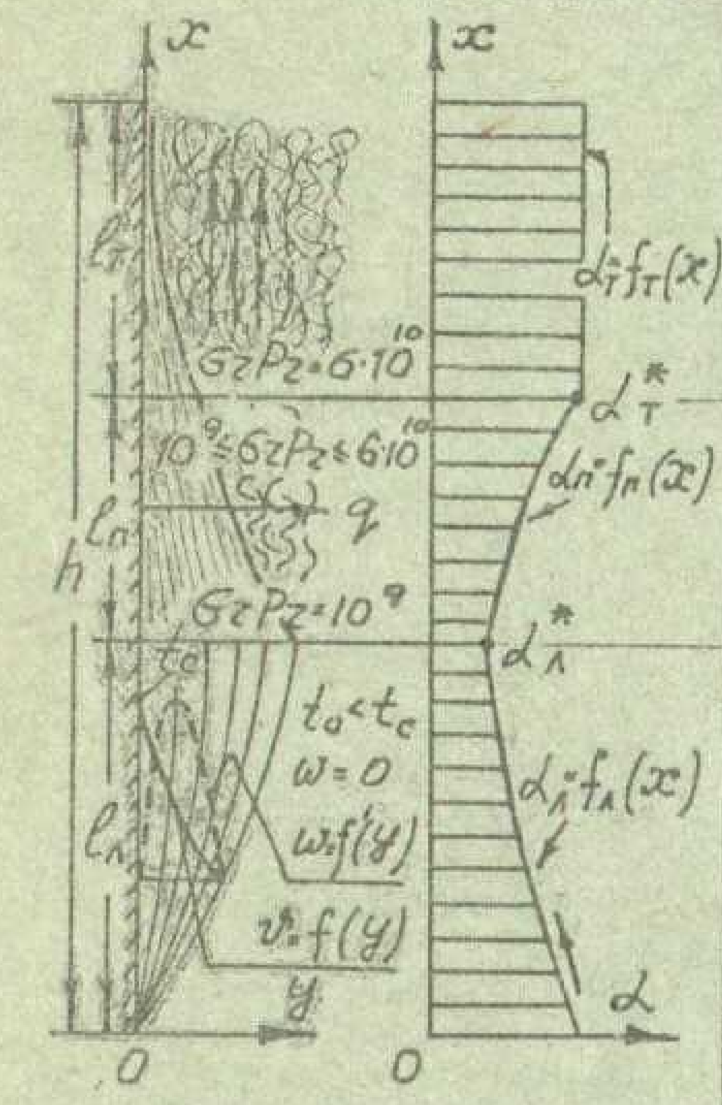
---

[1], с.129–146; [6], с.28–39; [2], с.122–142

Теплоотдача при свободной конвекции

Свободная конвекция - такой случай движения, когда источником его являются массовые силы, действующие на каждый элемент жидкости. $Nu = f(Gr, Pr, L_1, L_2 \ldots)$

Теплоотдача при свободном движении жидкости в большом объеме



$Nu_{ж,x} = 0{,}15(Gr_{ж,x} Pr_ж)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0{,}25} \rightarrow \alpha_T$; $Gr Pr > 6\cdot10^{10}$

$\alpha_T = \bar{\alpha}_T = const.$

$Gr_{ж,x} = \frac{g\beta \vartheta x^3}{\nu^2}$ - число Грасгофа

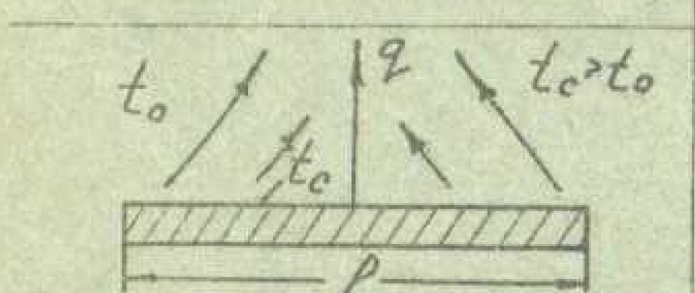
$\bar{\alpha}_n = \frac{\alpha_\Lambda^* + \alpha_T^*}{2}$; $Gr Pr = 10^9 \div 6\cdot10^{10}$

$Nu_{ж,x} = c(Gr_{ж,x} Pr_ж)^{0{,}25} \left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0{,}25} \rightarrow \alpha_\Lambda$;

$\bar{Nu}_{ж,h} = c^*(Gr_{ж,h} Pr_ж)^{0{,}25} \left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0{,}25} \rightarrow \bar{\alpha}_\Lambda$; $Gr Pr = 10^3 \div 10^9$

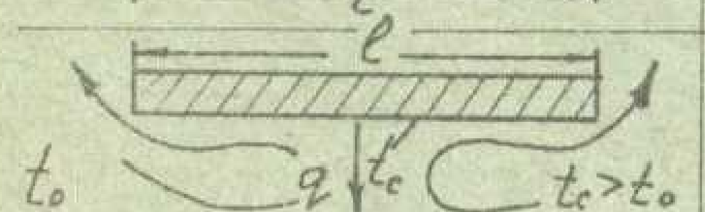
	$q_c = const$	$t_c = const$
c	0,60	0,55
c*	0,75	0,73

Средняя теплоотдача по всей пластине: $\bar{\bar{\alpha}} = \frac{\bar{\alpha}_\Lambda \ell_\Lambda + \bar{\alpha}_n \ell_n + \bar{\alpha}_T \ell_T}{h}$; $Gr Pr > 6\cdot10^{10}$

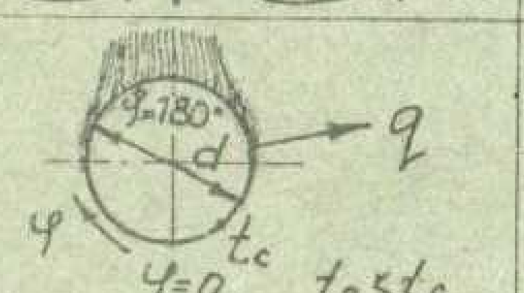


$\bar{Nu}_{ж,\ell} = 0{,}54(Gr_{ж,\ell} Pr_ж)^{0{,}25} \rightarrow \bar{\alpha}_\Lambda$; $Gr Pr = 10^4 \div 10^9$

$\bar{Nu}_{ж,\ell} = 0{,}14(Gr_{ж,\ell} Pr_ж)^{\frac{1}{3}} \rightarrow \bar{\alpha}_T$; $Gr Pr > 10^9$



$\bar{Nu}_{ж,\ell} = 0{,}27(Gr_{ж,\ell} Pr_ж)^{0{,}25} \rightarrow \bar{\alpha}_\Lambda$; $Gr Pr = 10^4 \div 10^9$



гр-прау

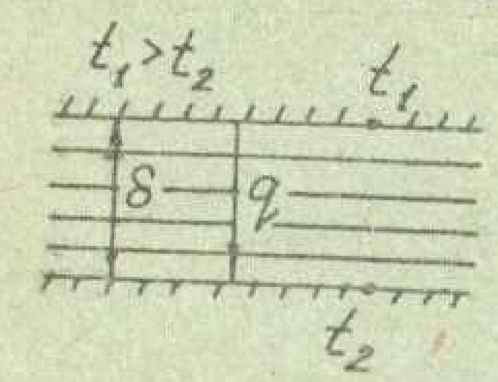
$\bar{Nu}_{ж,d} = 0{,}47(Gr_{ж,d} Pr_ж)^{0{,}25} \rightarrow \alpha_\Lambda$; $Gr Pr = 10^4 \div 10^9$

$\bar{Nu}_{ж,d} = 0{,}1(Gr_{ж,d} Pr_ж)^{\frac{1}{3}} \rightarrow \bar{\alpha}_\Lambda$; $Gr Pr > 10^9$

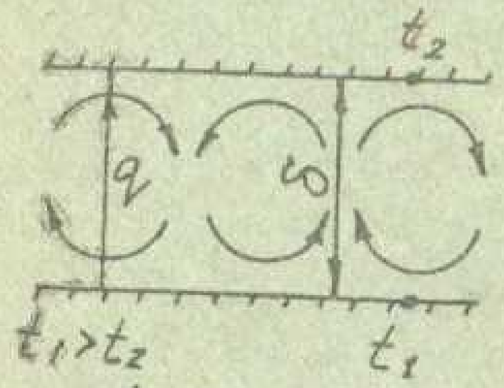
турб

[1], с.201-208; [6], с.39-47; [9], с.50-61

Теплоотдача при естественной конвекции в ограниченных объемах



Конвекции нет; $q = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2)$, $\frac{Вт}{м^2}$

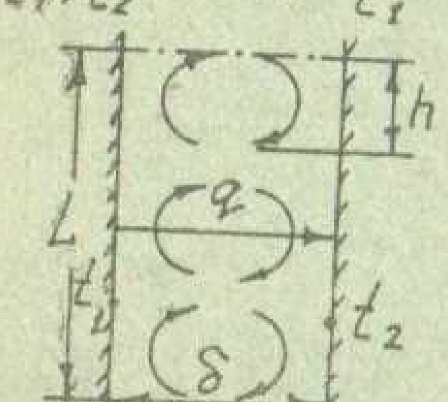


$Nu_\delta = 1$ - конвекция отсутствует, при $Ra_\delta \le 1740$;

$Nu_\delta = 1 + 1{,}44\left(1 - \frac{1740}{Ra_\delta}\right)$, при $1740 < Ra_\delta \le 4\cdot10^3$;

$Nu_\delta = 0{,}24\, Ra_\delta^{0{,}25}$, при $4\cdot10^3 < Ra_\delta < 3\cdot10^6$;

$Nu_\delta = 0{,}113\, Ra_\delta^{0{,}3}$, при $3\cdot10^6 < Ra_\delta < 10^{10}$; $Ra = Gr Pr$ - число Релея

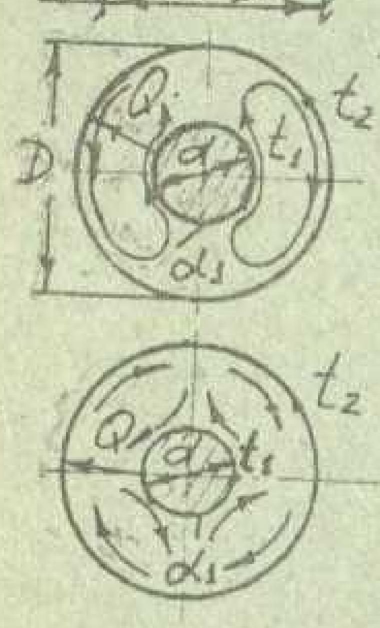


Воздух

$\bar{Nu}_\delta = 0{,}18\, Gr_\delta^{0{,}25} \left(\frac{L}{\delta}\right)^{-\frac{1}{9}} Pr^{-\frac{1}{4}} \rightarrow \bar{\alpha}_\Lambda$, $Gr_\delta = 2\cdot10^4 \div 2\cdot10^5$;

$\bar{Nu}_\delta = 0{,}065\, Gr_\delta^{0{,}33} \left(\frac{L}{\delta}\right)^{-\frac{1}{9}} Pr^{-\frac{1}{3}} \rightarrow \bar{\alpha}_T$, $Gr_\delta = 2\cdot10^5 \div 10^7$

Горизонтальные цилиндрические слои газа и жидкости



газы

$Nu = f\left(Ra; \frac{D}{d} \ldots\right)$; $\bar{Nu}_{d,k} = 0{,}316\left(\frac{D}{d}\right)^{-0{,}1} Ra_{d,k}^{0{,}25} \rightarrow \bar{\alpha}_1$,

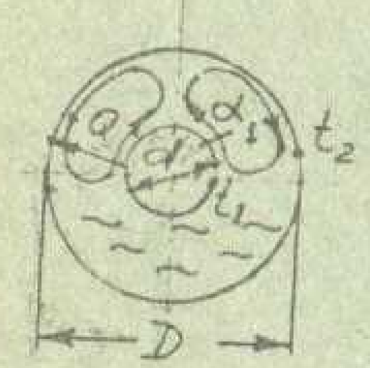
при $1{,}62\cdot10^3 \left(\frac{D}{d}\right)^{-0{,}4} \left(\ln\frac{D}{d}\right)^4 \le Ra_{d,k} \le 10^8$;

$0{,}1 \le \frac{d}{D} \le 0{,}84$; „K" - по температуре корпуса D;

$Q = \alpha_1 (t_1 - t_2) F_1$, Вт;

F_1 - поверхность внутреннего тела

Сферические слои газа



жидкости

$\bar{Nu}_{d,k} = 0{,}316\left(\frac{d}{D}\right)^{0{,}133} Ra_{d,k}^{0{,}289} \rightarrow \bar{\alpha}_1$,

при $587{,}5\left(1 - \frac{d}{D}\right)^{-3{,}46} \left(\frac{d}{D}\right)^{-0{,}46} \le Ra_{d,k} \le 10^{10}$;

$0{,}118 \le \frac{d}{D} \le 0{,}605$; $Pr \approx 0{,}7$;

$Q = \bar{\alpha}_1 (t_1 - t_2) F_1$, Вт;

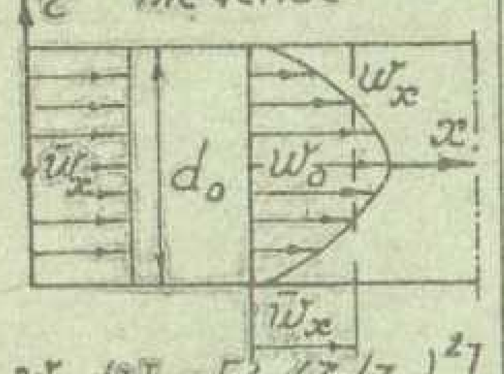
F_1 - поверхность внутреннего тела

[6], с.47-52; [1], с.208-210; [9], с.50-61

Теплоотдача при вынужденном движении жидкости в трубах и каналах

Ламинарное течение в круглых трубах, $Re = \frac{\bar{w} d_0}{\nu} < 2\cdot 10^3$

Изотермическое течение



$w_x/w_0 = [1-(r/r_0)^2]$

$\bar{w}_x/w_0 = 0,5$

$l_{т.н} = 0,55 d_0 Pe$ – участок тепловой стабилизации, $t_c = const$;
$l_{т.н} = 0,70 d_0 Pe$ – то же, $q_c = const$.
$Gr\cdot Pr \geq 8\cdot 10^5$ – вязкостно-гравитационный режим; $Gr Pr < 8\cdot 10^5$ – вязкостный режим;
$Gr = g\beta \Delta t d^3/\nu^2$; $\Delta t = |t_c - t_0|$; t_0 – температура жидкости на входе в трубу; ТФСЖ – по $t = 0,5\,(t_0 + t_c)$.

Если $Gr\cdot Pr \geq 8\cdot 10^5$, то

$$\overline{Nu}_{жd} = 0,15 Re_{жd}^{0,33} Pr_ж^{0,33} (Gr_{жd} Pr_ж)^{0,1} (Pr_ж/Pr_c)^{0,25} \bar{\varepsilon}_l;\ q_c = const.$$

Если $Gr\cdot Pr < 8\cdot 10^5$ и $l < l_{т.н}$ (короткая труба), то

$$\overline{Nu}_{ж(x)x} = 0,33 Re_{ж(x)x}^{0,5} Pr_{ж(x)}^{0,43} (Pr_{ж(x)}/Pr_{c(x)})^{0,25} (x/d)^{0,1};\ \bar{\alpha} = 1,4\alpha_{x=l}.$$

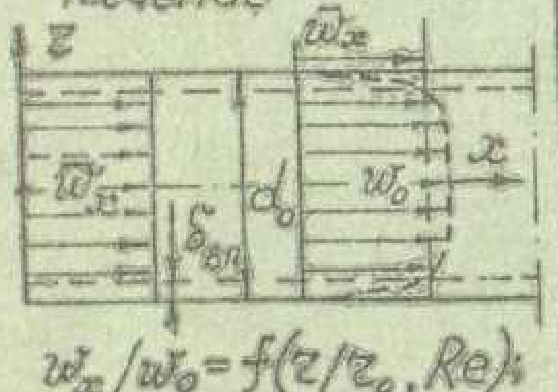
Если $Gr\cdot Pr < 8\cdot 10^5$, а $l > l_{т.н}$ (длинная труба), то

$$\overline{Nu}_d = 1,55 (Pe_d\, d/l)^{\frac{1}{3}} (\mu_c/\mu_ж)^{-0,14} \bar{\varepsilon}_l \text{ – при } t_c = const;$$

$\left(\frac{1}{Pe}\frac{l}{d}\right) < 0,01$ и $0,07 \leq \mu_c/\mu_ж < 1500$; $Pe_d = \frac{\bar{w} d_0}{a}$ – число Пекле;
где $t = t_c \pm 0,5 \Delta\bar{t}_{сл}$ – определяющая температура (+ при $t_c < t_ж$);
$\varepsilon_l = 0,10 \left(\frac{1}{Re}\frac{l}{d}\right)^{-1/7} / \left(1 + 2,5\frac{1}{Re}\frac{l}{d}\right)$ – при $\left(\frac{1}{Re}\frac{l}{d}\right) < 0,1$ [см. график в учебнике]; $q_c = \bar{\alpha}\Delta\bar{t}_{сл}$;
учет $(\mu_c/\mu_ж)^{-0,14}$ – только для капельной жидкости.

Турбулентное течение в круглых трубах, $Re = \frac{\bar{w} d_0}{\nu} > 10^4$

Изотермическое течение



$w_x/w_0 = f(r/r_0, Re)$;
$\bar{w}_x/w_0 = 0,8 \div 0,9$

$l_{т.н} = (10\div 15) d_0$ – участок тепловой стабилизации.

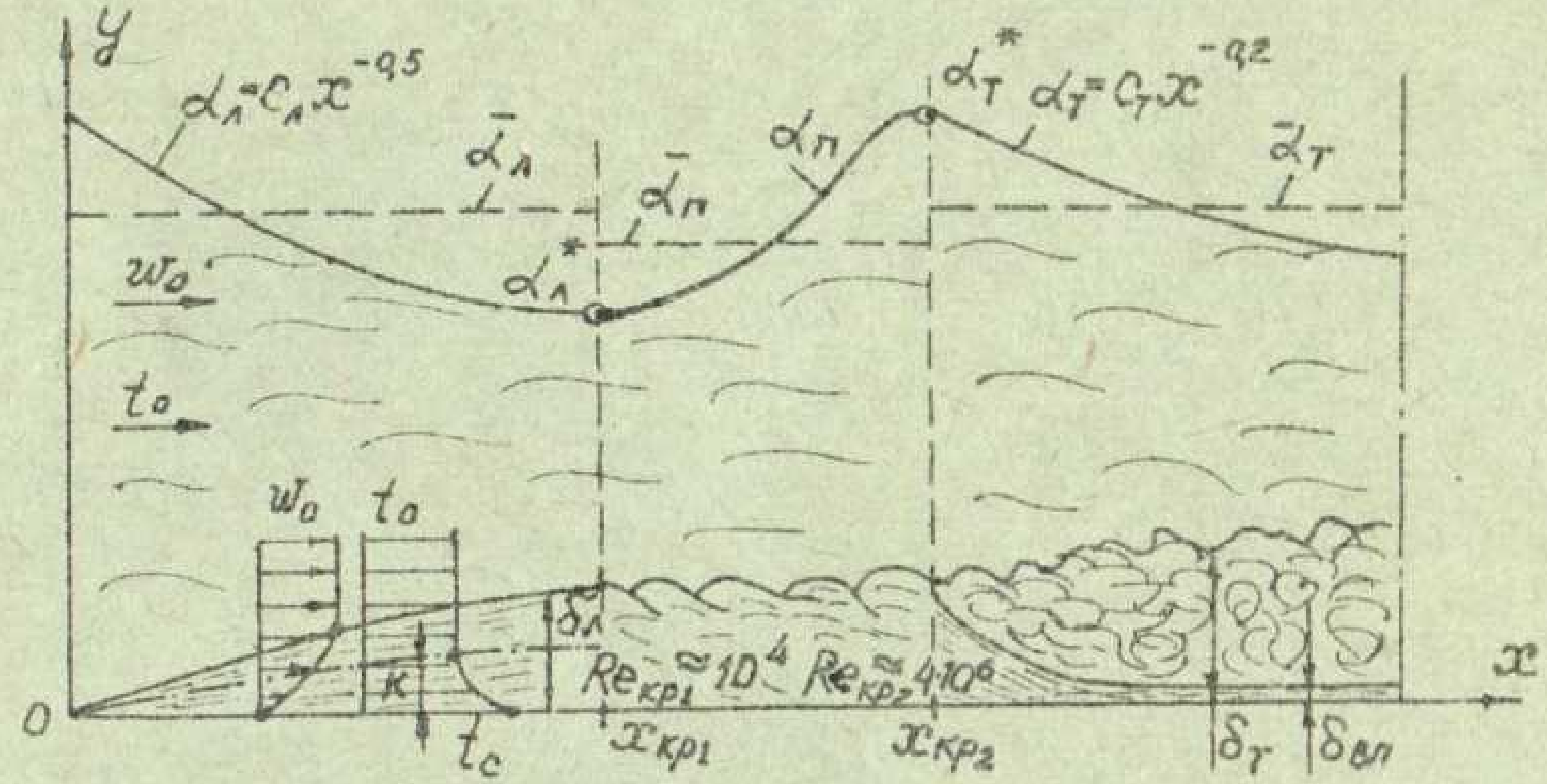
$$\overline{Nu}_{жd} = 0,021 Re_{жd}^{0,8} Pr_{жd}^{0,43} \left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25} \bar{\varepsilon}_l;$$

$\bar{\varepsilon}_l = f\left(\frac{l}{d}, Re\right)$ – в справочниках;
$\varepsilon = 1$ – при $\frac{l}{d} \geq 50$.

[1], с. 173–188; [4], с. 164; [5], с. 163–169

Теплоотдача при вынужденном движении жидкости вдоль пластин

Вынужденное движение возникает под действием вентиляторов, насосов и т.д. $Nu = f(Re, Pr, \ldots)$



Область ламинарного течения.

$Re < 10^4$:

$$Nu_{ж,x} = 0,33 Re_{ж,x}^{0,5} Pr_ж^{0,33} \left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25};\ [t_c = const] \longrightarrow \alpha_л.$$

$$Nu_{ж,x} = \varepsilon_t\, 0,33 Re_{ж,x}^{0,5} Pr_ж^{0,33} \left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right);\ [t_c \neq const] \longrightarrow \alpha_л.$$

При $\vartheta_c = t_c(x) - t_0 = Ax^m \longrightarrow \bar{\alpha}_л = 2\frac{m+1}{2m+1}\alpha_{x=l}$ | $m = 0\ (t_c = const)$; $m = 0,5\ (q_c = const)$; $m = 1,0\ (\vartheta_c = Ax)$.

Область турбулентного течения

$Re \geq 4\cdot 10^6$:

$$Nu_{ж,x} = 0,0296 Re_{ж,x}^{0,8} Pr_ж^{0,43} \left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25}, \longrightarrow \alpha_т.$$

$$\overline{Nu}_{ж,l} = 0,037 Re_{ж,l}^{0,8} Pr_ж^{0,43} \left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25} \longrightarrow \bar{\alpha}_т$$

Переходная область

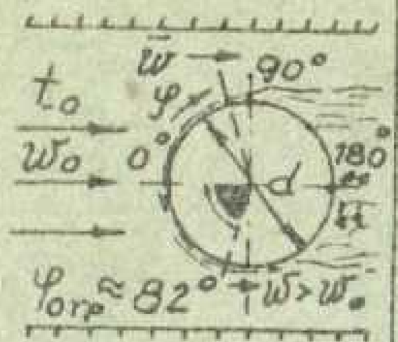
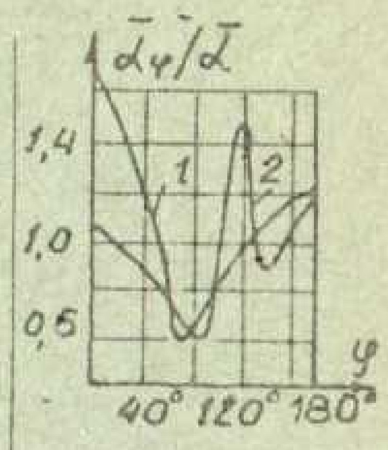
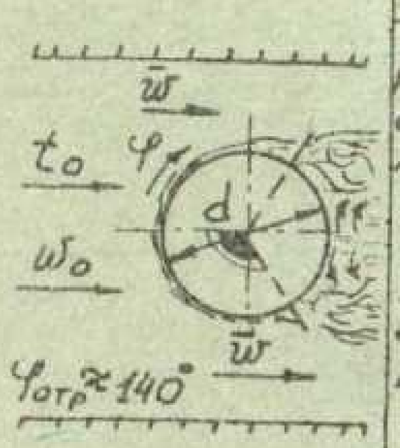
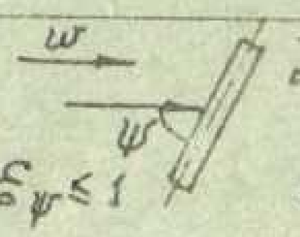
$10^4 < Re < 4\cdot 10^6$: ———— $\bar{\alpha}_п = \frac{\alpha_л^* + \alpha_т^*}{2}$

Для всей пластины

$Re > 4\cdot 10^6$: $\bar{\bar{\alpha}} = \frac{\bar{\alpha}_л l_л + \bar{\alpha}_п l_п + \bar{\alpha}_т l_т}{l}$ || При полностью турбулентном пограничном слое расчет только по формулам для $\alpha_т$ и $\bar{\alpha}_т$

[1], с. 155–173; [2], с. 167–175; [4], с. 172–173; [5], с. 173–174

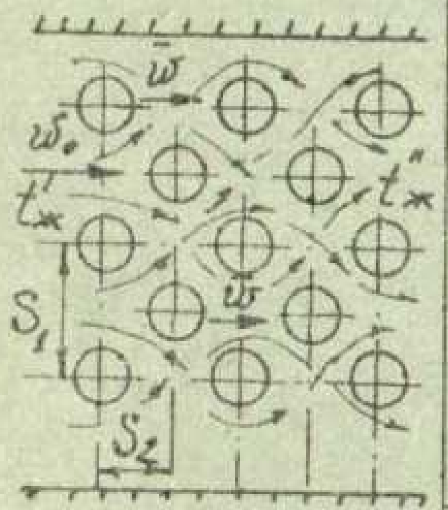
Теплоотдача при вынужденном поперечном омывании одиночных труб

	$Re=\frac{\bar{w}d}{\nu}=5\div10^3$ $Re=10^3\div2\cdot10^5$ отрыв ламинарного п.с. 1	$\overline{Nu}_{ж,d}=0{,}5Re_{ж,d}^{0,5}Pr_ж^{0,38}\left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25}\to\bar{\alpha}$ $\overline{Nu}_{ж,d}=0{,}25Re_{ж,d}^{0,6}Pr_ж^{0,38}\left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25}\to\bar{\alpha}$	
	$Re=3\cdot10^5\div2\cdot10^6$ отрыв турбулентного п.с. 2	$\overline{Nu}_{ж,d}=0{,}023Re_{ж,d}^{0,8}Pr_ж^{0,37}\left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25}\to\bar{\alpha}_T$	
	Влияние угла набегания потока ψ на трубу	$Nu_\psi=\overline{Nu}\,\varepsilon_\psi$; $\varepsilon_\psi=1-0{,}54\cos^2\psi$; $\varepsilon_\psi\le1$ 	$\bar{\alpha}_\psi=f(Re,Pr,\psi)$, $30°\le\psi\le90°$

Теплоотдача при вынужденном поперечном омывании пучков труб

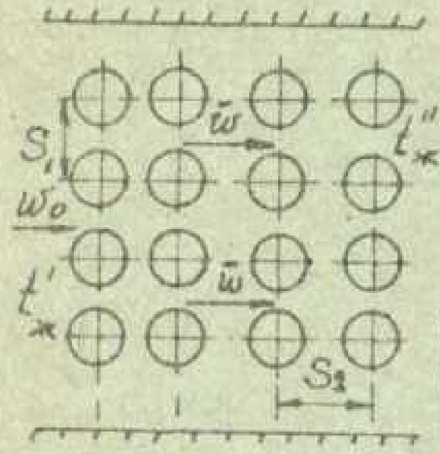
$Nu=f\left(Re, Pr, \frac{S_1}{d}, \frac{S_2}{d},\ldots\right)$; $Re=\frac{\bar{w}d}{\nu}$; $\bar{w}$ - средняя скорость в узком сечении пучка.

Шахматные пучки

	$Re<10^3$ (ламинарн.)	$\overline{Nu}_{ж,d}=0{,}56Re_{ж,d}^{0,5}Pr_ж^{0,36}\left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25}\to\bar{\alpha}_3$
	$Re=10^3\div10^5$ (смешанный), $S_1/d=1{,}3\div2{,}6$, $S_2/d=0{,}61\div3{,}9$, $\frac{S_1/d}{S_2/d}=0{,}33\div3{,}4$	$\overline{Nu}_{ж,d}=0{,}41Re_{ж,d}^{0,6}Pr_ж^{0,33}\left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25}\varepsilon_S\to\bar{\alpha}_3$; $\varepsilon_S=(S_1/S_2)^{1/6}$ - при $S_1/S_2<2$; $\varepsilon_S=1{,}12$ - при $S_1/S_2\ge2$
$\bar{\alpha}_1<\bar{\alpha}_2<\underbrace{\bar{\alpha}_3=\bar{\alpha}_4=\bar{\alpha}_5\ldots}_{const}$ $\bar{\alpha}_1=0{,}6\bar{\alpha}_3$ $\bar{\alpha}_2=0{,}7\bar{\alpha}_3$	$Re=10^5\div10^6$ (турбул.), $S_1/d=1{,}2\div2{,}5$, $S_2/d=0{,}9\div1{,}5$	$\overline{Nu}_{ж,d}=0{,}021Re_{ж,d}^{0,84}Pr_ж^{0,36}\left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25}\to\bar{\alpha}_3$

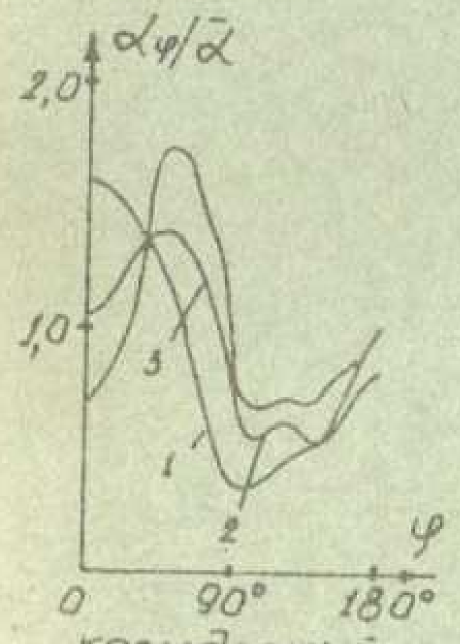
[1], с. 192-200; [5], с. 175-176

Коридорные пучки

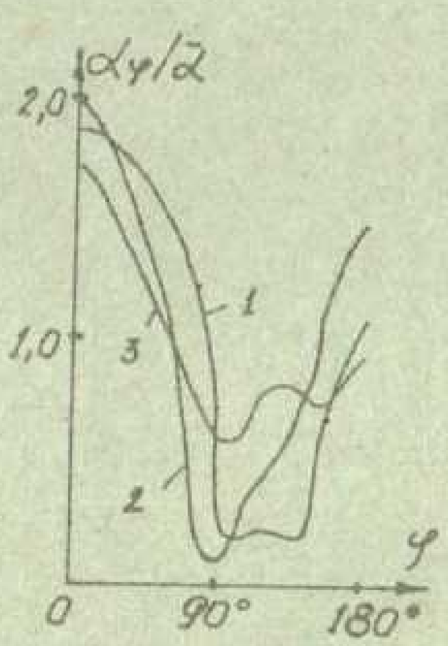
	$Re<10^3$ (лам.)	$\overline{Nu}_{ж,d}=0{,}56Re_{ж,d}^{0,5}Pr_ж^{0,36}\left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25}\to\bar{\alpha}_3$
	$Re=10^3\div10^5$, $Pr=0{,}7\div500$, $\frac{S_2}{d}=1{,}24\div4{,}04$ (смешанн.)	$\overline{Nu}_{ж,d}=0{,}26Re_{ж,d}^{0,65}Pr_ж^{0,33}\left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25}\left(\frac{S_2}{d}\right)^{-0,15}\to\bar{\alpha}_3$
$\bar{\alpha}_1<\bar{\alpha}_2<\underbrace{\bar{\alpha}_3=\bar{\alpha}_4\ldots}_{const}$ $\bar{\alpha}_1=0{,}6\bar{\alpha}_3$ $\bar{\alpha}_2=0{,}9\bar{\alpha}_3$	$Re=10^5\div10^6$ (турб.), $S_1/d=1{,}3\div2{,}5$, $S_2/d=1{,}3\div2{,}3$	$\overline{Nu}_{ж,d}=0{,}020Re_{ж,d}^{0,84}Pr_ж^{0,36}\left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25}\to\bar{\alpha}_3$

Тесные пучки

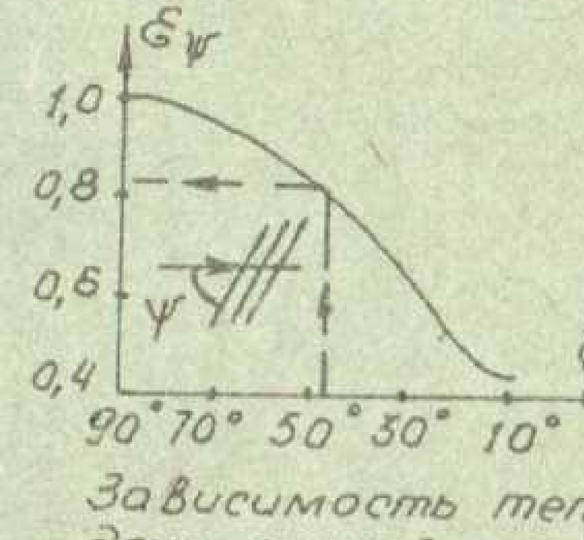
$Re_к=10\div150$, $Re_ш=10\div200$, S_1/d и $S_2/d<1{,}25$	$\overline{Nu}_{ж,d}=c\,Re_{ж,d}^{0,33}Pr_ж^{0,33}\left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25}\to\bar{\alpha}_3$; $c=1{,}2$ - для коридорных пучков, $c=1{,}8$ - для шахматных пучков



коридорный пучок



шахматный пучок



Зависимость теплоотдачи пучков труб от угла атаки

$$\bar{\bar{\alpha}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\bar{\alpha}_i F_i}{\sum_{i=1}^{n}F_i}$$ — осредненное значение α для всего пучка;

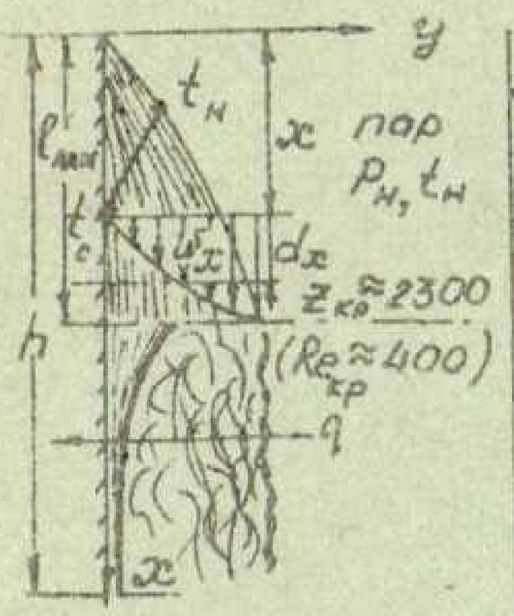
при $F_1=F_2=\ldots=F_n$

$$\bar{\bar{\alpha}}=\frac{\alpha_1+\alpha_2+(n-2)\bar{\alpha}_3}{n}$$

[1], с. 196-200; [5], с. 175-176

Теплоотдача при пленочной конденсации пара

На вертикальной пластине в области ламинарного течения ($z \le 2300$)



$\bar\alpha_н = 0{,}943 \sqrt[4]{\dfrac{g\rho^2 r \lambda^3}{\mu(t_н - t_c)x}}$ - по теории Нуссельта;

$\lambda, \rho, \nu, \mu, Pr_н$ - для конденсата по $t_н$.

$\bar\alpha = \bar\alpha_н \varepsilon_t \varepsilon_\nu$, где $\varepsilon_t, \varepsilon_\nu$ - поправки;

$Re_н = 0{,}95 Z_н^{0{,}78} \varepsilon_t$ - в безразмерной форме;

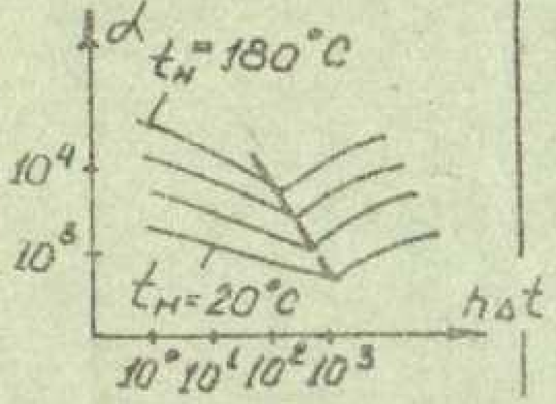
$Re_н = \dfrac{\bar\alpha \Delta t h}{r \rho \nu} \to \bar\alpha$; $Z_н = Ga^{\frac{1}{3}} \dfrac{\lambda \Delta t}{r \rho \nu}$ - приведенная высота пластины;

$Ga = (gh^3)/\nu^2$ - число Галилея.

При наличии турбулентного течения ($z_н > 2300$) для всей пластины с учетом накопления конденсата

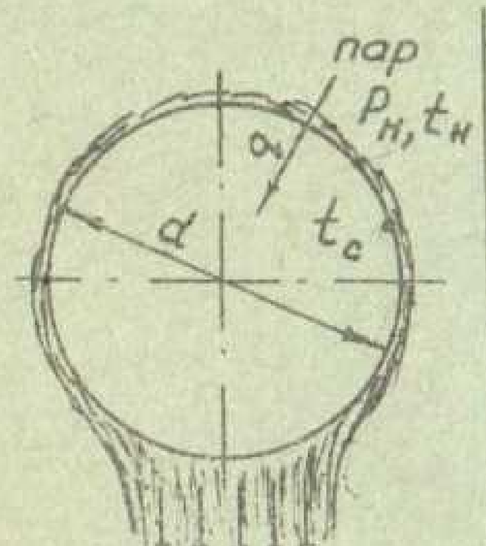
$$Re_н = \left[89 + 0{,}024 Pr_н^{0{,}5} \left(\frac{Pr_н}{Pr_c}\right)^{0{,}025} (z - 2300)\right]^{4/3} \to \bar\alpha_T$$

- с учетом влияния температуры на ТФСЖ.



Номограмма для расчета среднего коэффициента теплоотдачи на всей пластине высотой h.

При конденсации на горизонтальных трубках



$g_x = g \cos\varphi$;

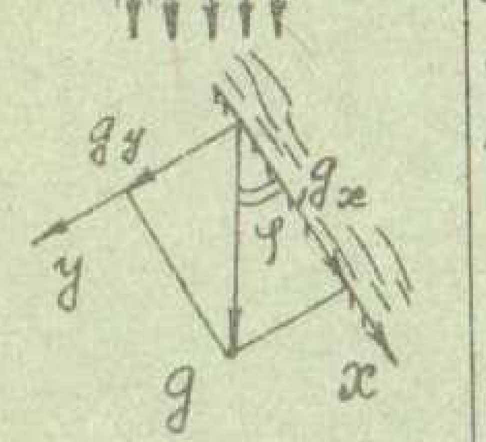
$\bar\alpha_\varphi = 0{,}943 \sqrt[4]{\dfrac{r\rho^2 g \cos\varphi \lambda^3}{\mu(t_н - t_c)x}}$ - наклонная стенка;

$\bar\alpha_\varphi = \bar\alpha_N \sqrt[4]{\cos\varphi}$;

$\bar\alpha_N = 0{,}728 \sqrt[4]{\dfrac{\rho^2 g \lambda^3 r}{\mu(t_н - t_c)d}}$ - горизонтальная трубка, ряд трубок.

С учетом скорости пара

$$\frac{\bar\alpha}{\bar\alpha_N} = \left(1 + 3{,}62\, \mathcal{H}^4 \frac{Fr}{Pr K}\right)^{\frac{1}{4}};\quad 10^{-2} < \mathcal{H}^4 \frac{Fr}{Pr K} < 8,$$



где $Fr = w_п^2/(gd)$ - число Фруда; $w_п$ - скорость набегающего на трубу пара;

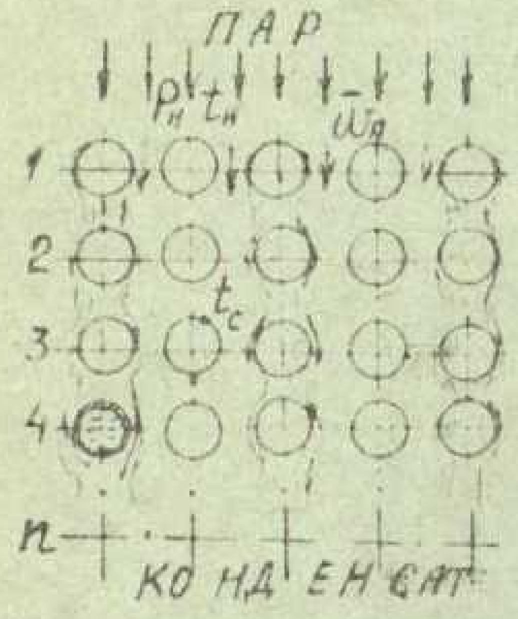
$K = r/(c_p \Delta t)$ - число Кутателадзе;

$\Delta t = t_н - t_c$; $\mathcal{H} = 0{,}9[1 + (Pr K/R)^{1/3}]$;

$R = (\rho_ж \mu_ж / \rho_п \mu_п)^{1/2}$.

[1], с. 226-244; [5], с. 188-191

При конденсации на пучках труб



В [5] приведена одна из многих методик расчета среднего значения коэффициента теплоотдачи при конденсации пара на горизонтальных пучках труб. Скорость конденсирующегося пара изменяется по глубине пучка. Для первого ряда пучка, омываемого сверху вниз насыщенным паром, среднюю теплоотдачу рекомендуется вычислять по эмпирической формуле

$$\frac{\bar\alpha_1}{\bar\alpha_н} = 25{,}7 \left(\frac{\rho_п \bar w_п^2}{g \rho_ж d}\right)^{0{,}08} \left(\frac{\bar\alpha_н d}{\lambda}\right)^{-0{,}5},$$

где $\bar\alpha_н = 0{,}725 \sqrt[4]{\dfrac{\lambda^3 g(\rho_ж - \rho_п) r}{\nu \Delta T d}} \cdot \varepsilon_t$;

$\bar\alpha_н$ - средний коэффициент теплоотдачи при конденсации неподвижного пара;

$\bar w_п$ - средняя скорость пара в узком сечении горизонтального ряда труб.

(Ограничения: $p = (0{,}032 \div 0{,}89) \cdot 10^5$ Па; $\Delta T = 0{,}6 \div 12$ °C; $Re_п = \rho_п \bar w_п d / \mu_п = 46 \div 864$; среднее объемное содержание воздуха в паре - не более 0,017 %).

Для всего пучка горизонтальных труб, имеющего постоянное по высоте проходное сечение (для пара), средний коэффициент теплоотдачи рекомендуется вычислять по соотношению

$$\frac{\bar\alpha}{\bar\alpha_1} = \frac{0{,}84(1 - \varkappa)}{(1 - \varkappa^{0{,}84}) n^{0{,}07}}.$$

$\bar\alpha_1$ - коэффициент теплоотдачи для первого ряда пучка;

$(1 - \varkappa)$ - степень конденсации пара; $(1 - \varkappa) = (G_{вх} - G_{вых})/G_{вх}$;

$G_{вх}$ и $G_{вых}$ - массовый расход пара на входе и выходе из пучка;

n - число рядов труб по высоте коридорного пучка или п о л о в и н а числа рядов труб шахматного пучка.

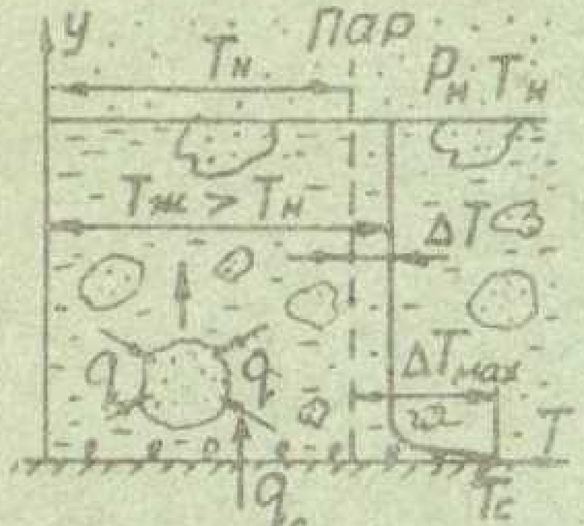
Другие методики расчета см.: [3], с.169-173; [7], с.121-124; [8], с.42-44.

Расчет промышленных конденсаторов производят зачастую с учетом результатов их непосредственных испытаний ([7], с.124).

[1], с.226-244; [2], с.341-368; [5], с. 188-191

Теплоотдача при кипении жидкостей

Пузырьковое кипение в большом объеме (свободное движение жидкости)



Предпосылки кипения: перегрев жидкости ($\Delta T = T_м - T_н$); наличие центров парообразования (частицы, микрошероховатости поверхности); перенос теплоты от поверхности нагрева в жидкость, из неё – парообразованием в паровые пузыри.

Физические факторы, влияющие на кипение: минимальный радиус пузырька $R_{кр}$; отрывной диаметр пузырька d_o; частота отрыва пузырьков и плотность теплового потока $q = f(\Delta T, \ldots)$, давление P, скорость движения жидкости w.

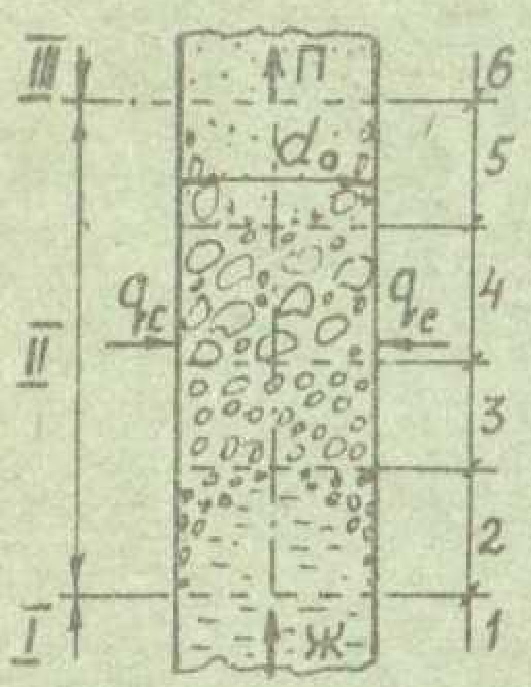
Расчет α при пузырьковом кипении в большом объеме

$$Nu_* = f(Re_* Pr); \quad Nu_* = \frac{\alpha l_*}{\lambda_ж} \to \alpha; \quad Re_* = \frac{w_{кип} l_*}{\nu_ж},$$

где $w_{кип} = q_c/(r \rho_п)$, м/с – условная скорость парообразования;
$l_* = f(P_н)$ – в таблицах.

$$Nu_* = C Re_*^n Pr^{1/3}; \left\| \begin{array}{l} \text{если } Re_* < 0{,}01, \text{ то } C = 0{,}0625,\ n = 0{,}5; \\ \text{если } Re_* > 0{,}01, \text{ то } C = 0{,}125,\ n = 0{,}65. \end{array} \right.$$

Пузырьковое кипение в трубах



Области: I – конвективного теплообмена, $T_c \le T_н$, $h_ж < h'$;
II – испарительная, $T_c > T_н$, $h' < h_{см} < h''$;
III – подсушка влажного пара $T_c > T_н$, $h' < h_{см} < h''$.

Участки: 1 – экономайзерный;
2 – кипение недогретой жидкости;
3 – эмульсионное течение;
4 – пробковое течение;
5 – стержневое течение; } объемное кипение;
6 – подсушка влажного пара.

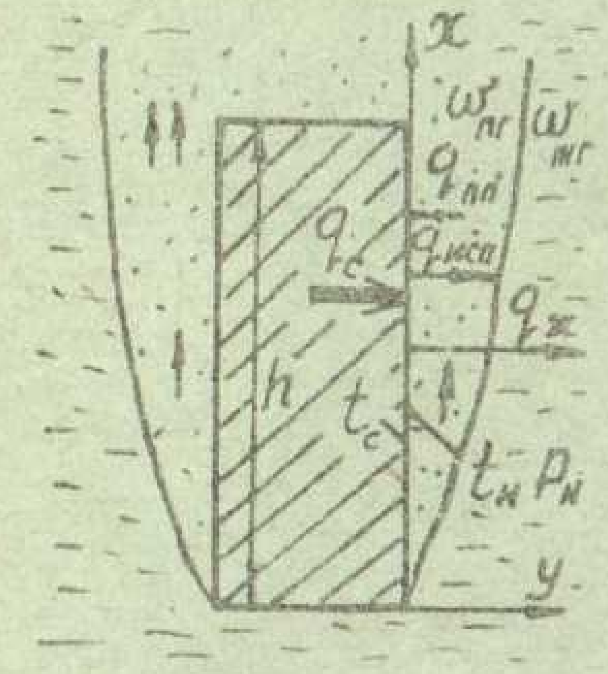
Расчет α при кипении в трубах (вынужденное течение)

$$\frac{\alpha}{\alpha_w} = \frac{4\alpha_w + \alpha_q}{5\alpha_w - \alpha_q} \ \text{– при } 0{,}5 \le \frac{\alpha_q}{\alpha_w} \le 2; \left\| \begin{array}{l} \alpha = \alpha_w \ \text{– при } \alpha_q/\alpha_w < 0{,}5; \\ \alpha = \alpha_q \ \text{– при } \alpha_q/\alpha_w > 2. \end{array} \right.$$

α_q – теплоотдача при кипении в большом объеме (при свободном движении);
α_w – теплоотдача при течении в трубах однофазной жидкости без кипения.

Теплоотдача при пленочном кипении

Этот вид кипения характеризуется высокими ΔT и низкими α.



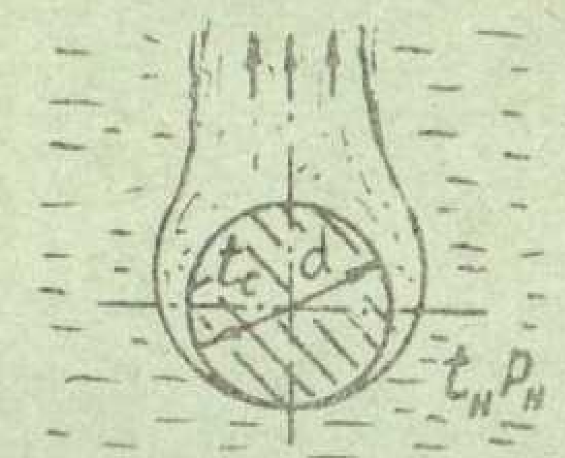
Ламинарное течение пленки, $(Ar Pr)_{пг} \le 2 \cdot 10^7$,

$$w_{пг} = w_{жг}$$

$$\alpha = C \sqrt[4]{\frac{r g \lambda_п^3 \rho_п (\rho_ж - \rho_п)}{\mu_п (t_c - t_н) l}},$$

$C = 0{,}943$, $l = h$ – для вертикальной стенки,
$C = 0{,}72$, $l = d$ – для горизонтального цилиндра.

Турбулентное течение пленки, $(Ar Pr)_{п} \ge 2 \cdot 10^7$



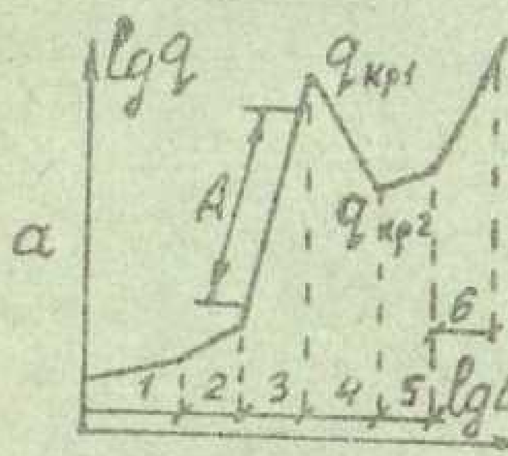
$$Nu_г = 0{,}25 (Ar Pr)_{пг}^{1/3}; \quad Nu_г = \frac{\alpha l}{\lambda} \to \alpha;$$

$$Ar = Ga \frac{\rho_ж - \rho_п}{\rho_п} = \frac{g l^3}{\nu_п^2} \cdot \frac{\rho_ж - \rho_п}{\rho_п} \ \text{– число Архимеда.}$$

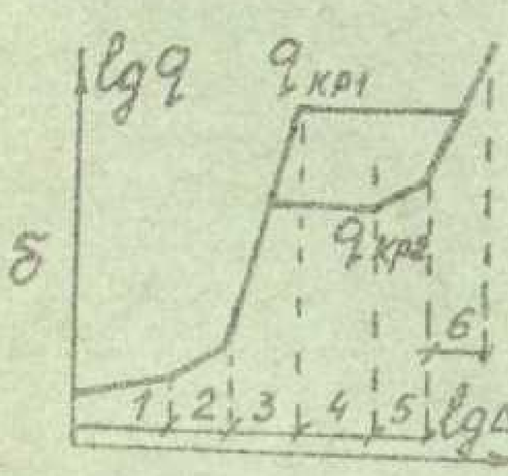
Определяющая температура $t_г = 0{,}5(t_c + t_н)$;
определяющий размер:
$l = h$ – для вертикальной стенки,
$l = d$ – для горизонтального цилиндра.

Кризисы кипения в большом объеме

а



б



$$q_{кр1} = K_1 r \sqrt{\rho_п} \sqrt[4]{g \sigma (\rho_ж - \rho_п)}, \quad K_1 \approx 0{,}14;$$

$$q_{кр2} = K_2 r \rho_п \sqrt[4]{g \sigma (\rho_ж - \rho_п)/\rho_ж^2}, \quad K_2 \approx 0{,}11\text{–}0{,}14.$$

Участок A – развитое пузырьковое кипение, высокие значения α и низкие ΔT.

а – кривая кипения при "паровом" обогреве поверхности кипения (паром, газом), $q = f_q(\Delta T)$;

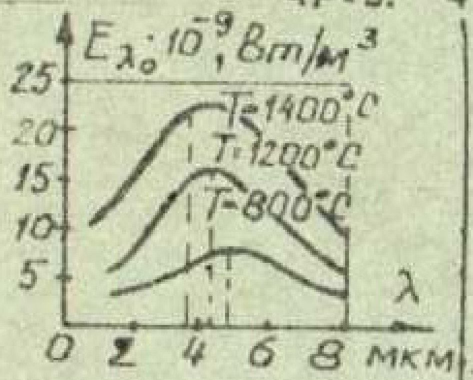
б – кривая кипения при "электрическом" обогреве поверхности кипения (электро- или ядерный обогрев), $\Delta T = f_{\Delta T}(q)$.

---

[1], с. 250–282; [10]; [5], с. 178–188

Теплообмен излучением (законы)

Тепловое излучение – процесс распространения внутренней энергии излучающего тела путем электромагнитных волн.
Законы – для равновесного излучения абсолютно черного тела.
$Q_{рез.} = Q_{соб.} - Q_{погл.}$ или $Q_{рез.} = Q_{эф.} - Q_{пад.}$



Закон Планка

$E_{\lambda_0} = \left[\lambda^5\left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1\right)\right]^{-1} \cdot c_1, \ \frac{Вт}{м^3}$ – зависимость спектральной плотности излучения от температуры и длины волны.

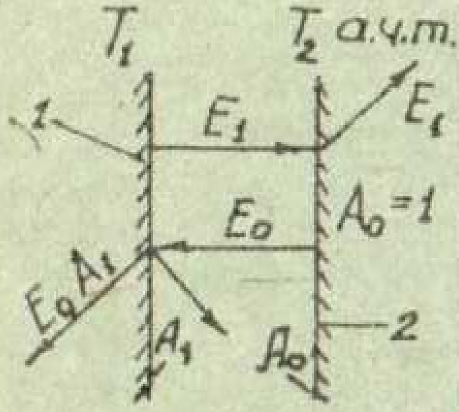
Закон Вина

$\lambda_{E\lambda_0 \max} \approx \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{T}$, м – зависимость длины волны, на которую приходится максимум спектрального излучения, от температуры.

Закон Стефана - Больцмана

$E_0 = \sigma T^4$, где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2 \cdot$ К^4);
$E_0 = c_0 (T/100)^4$, где $c_0 = 5{,}67$, Вт/(м$^2 \cdot$ К^4) – зависимость плотности интегрального излучения E_0 от температуры.

Закон Киркгофа



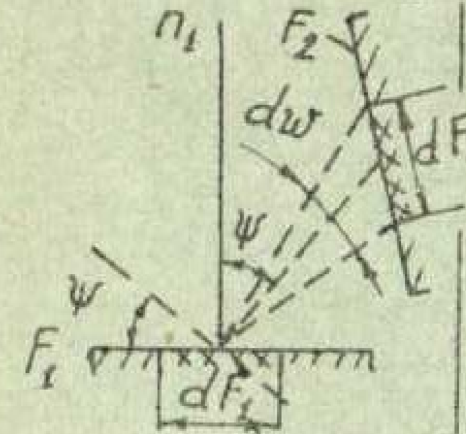
$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \dots = E_0 = f(T)$;

$\left(\frac{E_1}{A_1}\right)_\lambda = \left(\frac{E_2}{A_2}\right)_\lambda = \dots = E_{\lambda_0} = f(\lambda, T)$

$\frac{E}{E_0} = \frac{C}{C_0} = \varepsilon$ – степень черноты; $A = \varepsilon$

– отношение энергии излучения к энергии поглощения не зависит от природы тел и равно энергии излучения абсолютно черного тела при той же температуре.

Закон косинусов Ламберта



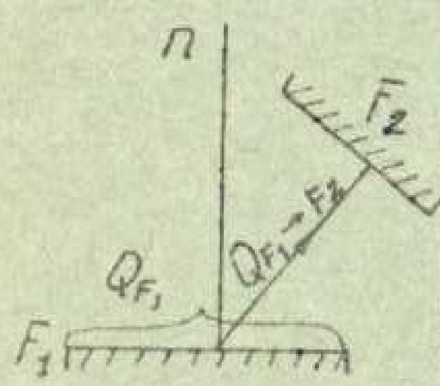
$dE_\psi = \frac{E}{\pi} \cos\psi \, d\omega$;

$dE_{\lambda\psi} = \frac{E_\lambda}{\pi} \cos\psi \, d\omega$ – для спектрального излучения;

$\frac{E}{\pi}$ – яркость излучения

– энергия излучения по заданному направлению ψ пропорциональна пространственному углу $d\omega$ и $\cos\psi$ (угла между нормалью к точке излучения и рассматриваемым направлением излучения).

Средний угловой коэффициент излучения φ



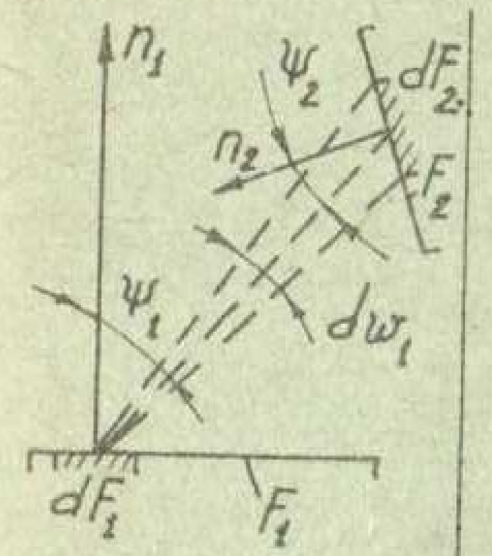
$\bar{\varphi}_{F_1 \to F_2} = \frac{Q_{F_1 \to F_2}}{Q_{F_1}}$

Он характеризует часть потока эффективного излучения, которая падает с 1-го тела на 2-ое, по отношению к полному потоку эффективного излучения 1-го тела.

[1], с. 312-325; [2], с. 421-435; [6], с. 53-60

Потоки излучения с поверхности F_1 на поверхность F_2

Угловые коэффициенты



Элементарный $d\varphi_{dF_1 \to dF_2} = \frac{\cos\psi_1 \cos\psi_2}{\pi r^2} dF_2$;

Локальный $\varphi_{dF_1 \to F_2} = \int_{F_2} \frac{\cos\psi_1 \cos\psi_2}{\pi r^2} dF_2$;

Средний $\bar{\varphi}_{F_1 \to F_2} = \frac{1}{F_1} \int_{F_1}\int_{F_2} \frac{\cos\psi_1 \cos\psi_2}{\pi r^2} dF_1 dF_2$

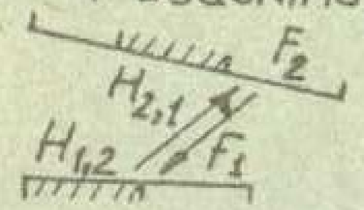
$$Q_{F_1 \to F_2} = Q_{F_1} \bar{\varphi}_{F_1 \to F_2}$$

Метод поточной алгебры для расчетов $\bar{\varphi}_{1,2}$

$H_{1,2} = \varphi_{1,2} F_1$; $H_{2,1} = \varphi_{2,1} F_2$; $H_{1,2} = H_{2,1}$; $H_{ij} \Rightarrow \varphi_{ij} = \frac{H_{ij}}{F_i}$.

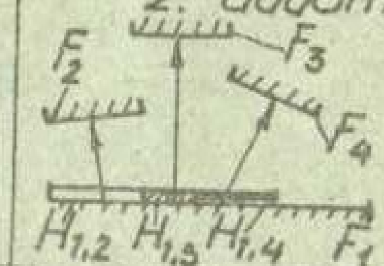
Свойства взаимных поверхностей

1. Взаимности



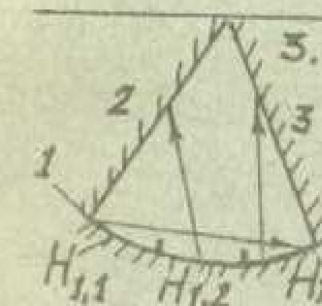
$H_{2,1} = H_{1,2}$

2. аддитивности



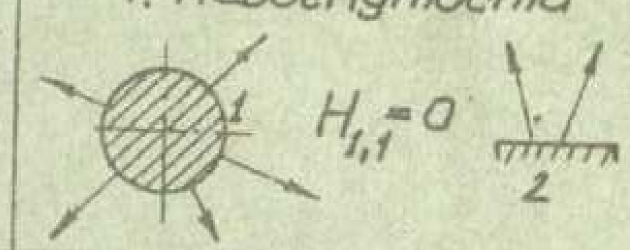
$H_{1,2} + H_{1,3} + H_{1,4} + H_{1,1} = H_{1(2,3,4,1)}$

3. замыкаемости



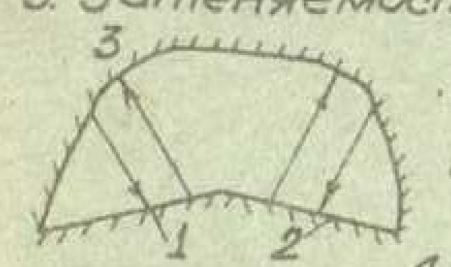
$H_{1,1} + H_{1,2} + H_{1,3} = F_1$;
$H_{2,1} + H_{2,2} + H_{2,3} = F_2$;
$H_{3,1} + H_{3,2} + H_{3,3} = F_3$

4. невогнутости



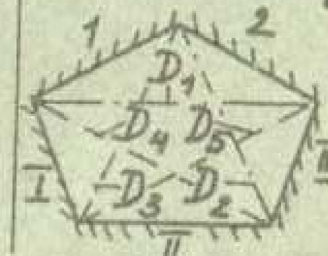
$H_{1,1} = 0$ $H_{2,2} = 0$

5. затеняемости



$H_{1,2} = 0$;
$H_{2,1} = 0$

6. полного делителя



$F_{D_1} = H_{1,I} + H_{1,II} + H_{1,III} + H_{2,I} + H_{2,II} + H_{2,III}$;
$F_{D_2} = \dots$
и.т.д.

Для систем с n поверхностями

1. Количество искомых взаимных поверхностей – n^2;
2. Количество условий для взаимных поверхностей:
   а). замыкаемости – n;
   б). взаимности – $(n^2 - n)/2$;
   в). невогнутости – n_H;
   г). затеняемости – n_3;
   д). полного делителя – n_D;

$$n^2 - \left(n + \frac{n^2 - n}{2} + n_H + n_3 + n_D\right) = Z;$$

если $Z = 0$, система разрешима алгебраическим путем и находятся все n^2 H_{ij} и n^2 φ_{ij}.

[5], с. 92-117; [1], с. 357-359; [6], с. 61-67

Расчет теплообмена излучением

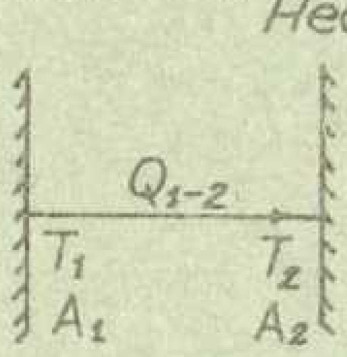
Метод сальдо основан на исследовании лучистого теплообмена с помощью величин, характеризующих конечные эффекты теплообмена между телами данной излучающей системы.

$X_i = \sum_{k=1}^{n} Q_{эф\,k}\varphi_{ki} - Q_{эф\,i}$; $Q_{1-2} = Q_{эф1}\varphi_{12} - Q_{эф2}\varphi_{21}$;

$Q_{эф\,k} = X_k\left(\frac{1}{A_k}-1\right) + Q_{ок}$; φ_{ki} определяется методом поточной алгебры.

$Q_{ок} = \sigma T_k^4 F_k$; $\sum X_i = 0$;

Неограниченные системы с $n=2$



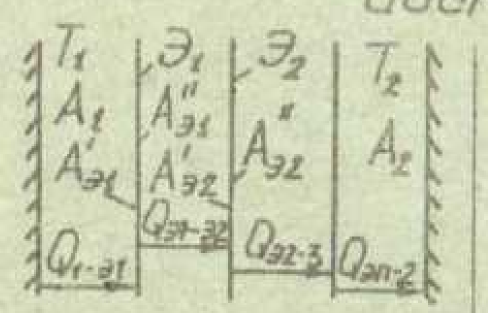
$$Q_{1-2} = A_n \sigma F\left(T_1^4 - T_2^4\right),\ Вт;$$

$$A_n = \frac{1}{\frac{1}{A_1}+\frac{1}{A_2}-1}$$

$$Q_{1-2} = A_n \sigma F_1\left(T_1^4 - T_2^4\right),\ Вт;$$

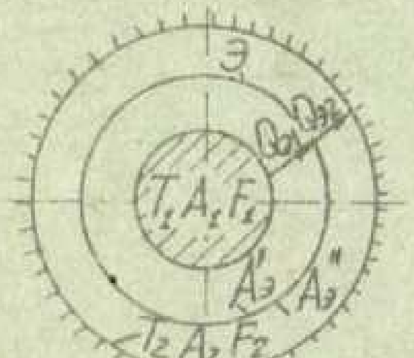
$$A_n = \frac{1}{\frac{1}{A_1}+\frac{F_1}{F_2}\left(\frac{1}{A_2}-1\right)}$$

Системы с $n=2$ и экранами



$$Q_{1-2} = A_n^{(пэ)}\sigma F\left(T_1^4 - T_2^4\right),\ Вт;$$

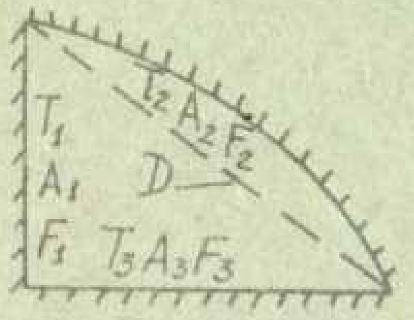
$$A_n^{(пэ)} = \frac{1}{\sum_{1}^{n}\frac{1}{A_{ni}}}$$



$$Q_{1-2}^{(э)} = A_n^{(э)}\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right),\ Вт;$$

$$A_n^{(э)} = \frac{1}{\sum_{1}^{n}\frac{1}{A_{ni_j}F_i}},\ n\text{ - число экранов.}$$

Системы с $n \geq 3$



$$X_1 = \sum_{k=1}^{n} Q_{эф\,k}\varphi_{k1} - Q_{эф\,1};$$

$$X_2 = \sum_{k=1}^{n} Q_{эф\,k}\varphi_{k2} - Q_{эф\,2};$$

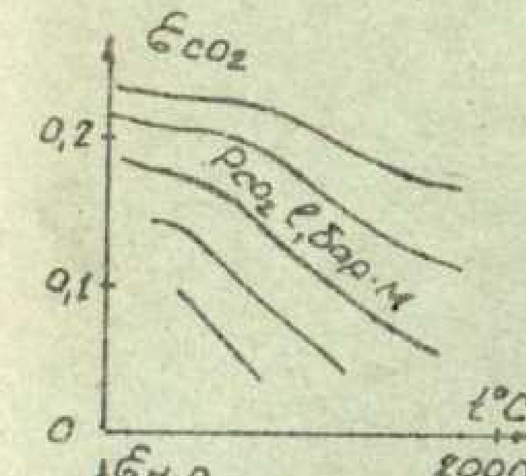
$$X_3 = \sum_{k=1}^{n} Q_{эф\,k}\varphi_{k3} - Q_{эф\,3}$$

[5], с. 92-117; [1], с. 328-329; [6], с. 67-75

Теплообмен излучением в поглощающей и излучающей среде

Технически важные излучающие газы CO_2, H_2O, SO_2

Степень черноты газа $\varepsilon_г = (E_г/E_0)_T = \frac{f(T,P,\ell)}{f'(T)} = \varphi(T,P,\ell)$

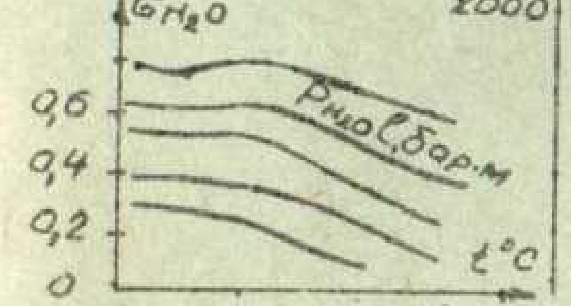


P - парциальное давление излучающего газа;

ℓ - средняя оптическая толщина слоя, „длина луча";

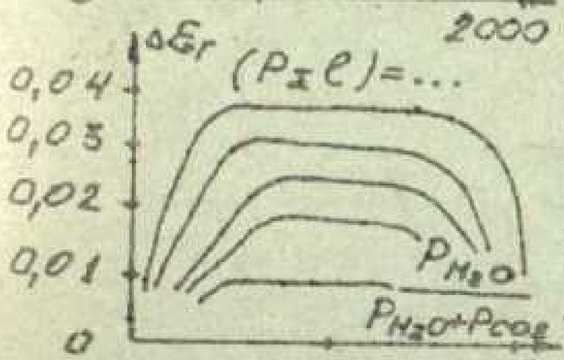
$\ell = 0{,}9(4V/F_c)$, м - для камер типа топок;

$\ell = 1{,}08d[(S_1S_2/d_2) - 0{,}785]$, м - для межтрубного пространства пучков трубок;



$\ell = 0{,}60d$, м - сфера диаметром d, куб со стороной d;

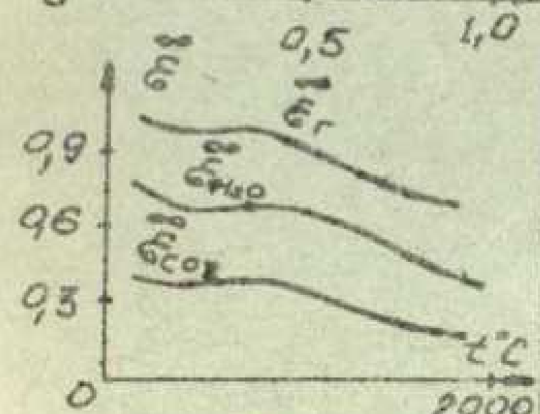
$\ell = 0{,}90d$, м - неограниченный цилиндр.



Степень черноты смеси газов

$\varepsilon_г = \varepsilon_{CO_2} + \varepsilon_{H_2O} - \Delta\varepsilon_г$;

$\Delta\varepsilon_г$ - поправка на взаимопоглощение газов вследствие наложения полос излучения; $P_\Sigma = P_{CO_2} + P_{H_2O}$.



Предельная степень черноты газов

$\overline{\varepsilon}$ - это степень черноты „бесконечно толстого" слоя газов ($\overline{\varepsilon}_{CO_2}$, $\overline{\varepsilon}_{H_2O}$, $\overline{\varepsilon}_г$), когда дальнейшее увеличение толщины слоя не приводит к увеличению его степени черноты. Для смеси:

$\overline{\varepsilon}_г = \overline{\varepsilon}_{H_2O} + \overline{\varepsilon}_{CO_2} - \Delta\overline{\varepsilon}_г < 1$.

Лучистый теплообмен между газом и стенкой

$Q_{г-с} = \varepsilon_{n\,г-с}\,\sigma F_c\left(\overline{\varepsilon}_г T_г^4 - \overline{\varepsilon}_{г,с} T_c^4\right)$, Вт;

$\varepsilon_{n,г-с} = \frac{1}{(1/\varepsilon_{г,\Delta\lambda}) + (1/\varepsilon_c) - 1}$; $\varepsilon_{г,\Delta\lambda} = \varepsilon_г/\overline{\varepsilon}_г$ -

относительная степень черноты газа;

$\varepsilon_г = \varepsilon_{CO_2} + \varepsilon_{H_2O} - \Delta\varepsilon_г$, при $T_г$;

$\overline{\varepsilon}_г = \overline{\varepsilon}_{CO_2} + \overline{\varepsilon}_{H_2O} - \Delta\overline{\varepsilon}_г$, при $T_г$; $\overline{\varepsilon}_{г,с} = \ldots$ - при T_c;

F_c - поглощающая поверхность стенки;

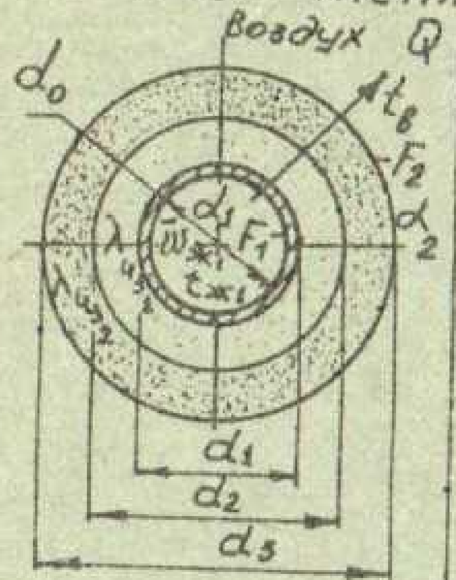
ε_c - для поверхности стенки.

[1], с. 360-373; [2], с. 444-463; [6], с. 75-84

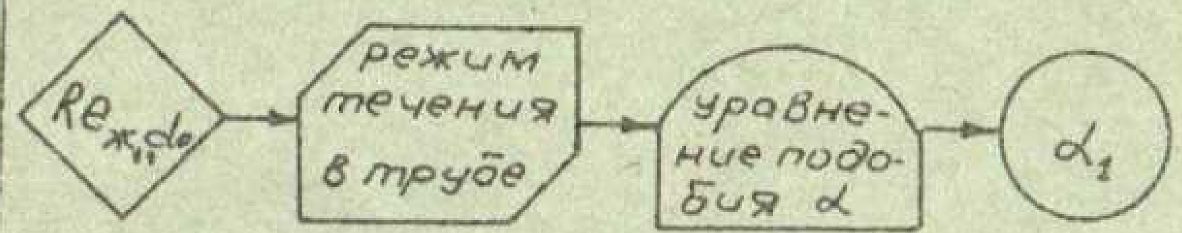
Теплопередача со сложным теплообменом

Совместный процесс лучистого теплообмена и процесса теплопроводности или конвекции, а также всех трех видов переноса теплоты, называют сложным теплообменом.

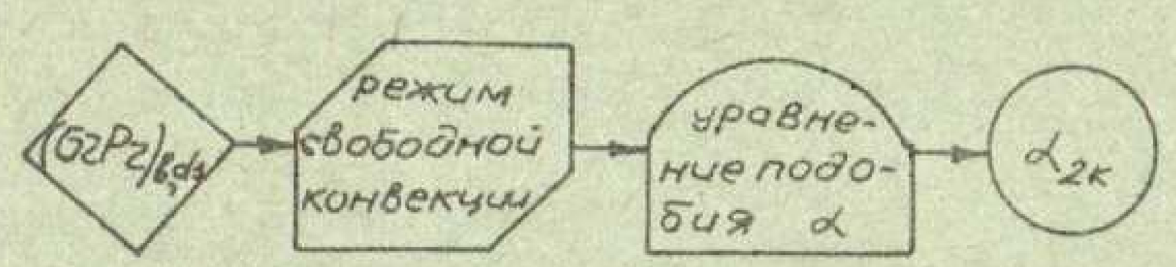
Расчет теплопотерь паропроводов, трубопроводов



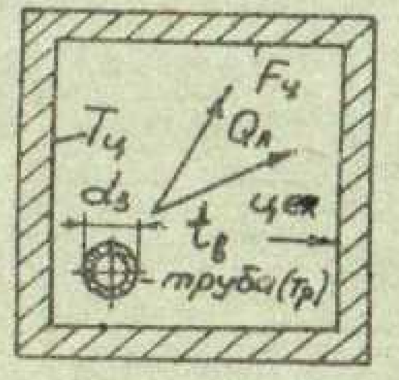
$$Q = K(t_{ж_1} - t_в),\ Вт; \quad K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_м l}\ln\frac{d_1}{d_0} + \ldots + \frac{1}{\alpha_2 F_2}},\ \frac{Вт}{К}$$



$$\alpha_2 = \alpha_{2э} = \alpha_{2к} + \alpha_{2л}:$$



К расчету $\alpha_{2л}$

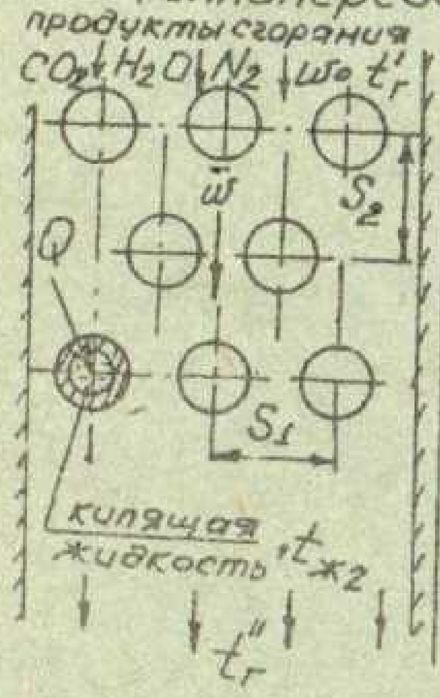


$$\alpha_{2л} = \frac{Q_{л(тр-ч)}}{F_{тр}(t_{тр} - t_ч)},\ \frac{Вт}{м^2 К};$$

$$Q_{л(тр-ч)} = A_{п,тр-ч}\,\sigma F_{тр}\,(T_{тр}^4 - T_ч^4),\ Вт;$$

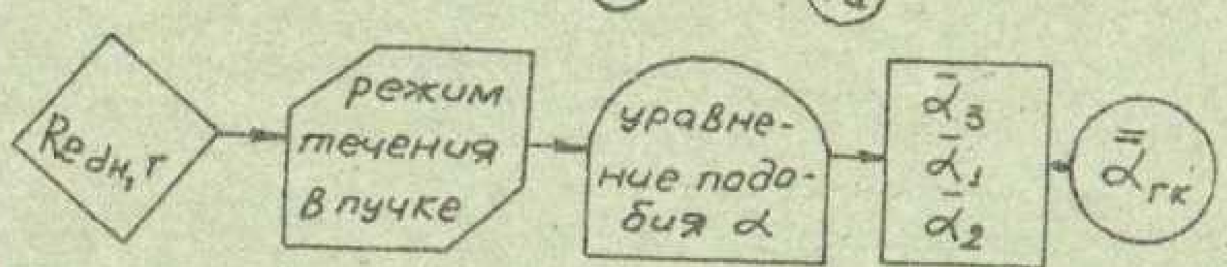
$$F_{тр} = F_2; \quad A_{п,тр-ч} = \frac{1}{\frac{1}{A_{тр}} + \frac{F_{тр}}{F_ч}\left(\frac{1}{A_ч} - 1\right)} \approx A_{тр}$$

Теплопередача в пучках труб (в трубах кипение)



$$Q = KF(\bar{t}_г - t_{ж_2}),\ Вт; \quad K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}},\ \frac{Вт}{м^2 К};$$

$$\alpha_1 = \alpha_{гэ} = \alpha_{гк} + \alpha_{гл};$$



$\alpha_{гл}$: по P_{CO_2}, P_{H_2O}, $l_л$, $\bar{t}_г$ и t_c $\rightarrow \varepsilon_г, \varepsilon_{г,с}$,

$\bar{\bar{\varepsilon}}_г, \bar{\bar{\varepsilon}}_{г,с} \rightarrow \alpha_{гл} = \dfrac{q_{гс}}{\bar{t}_г - t_c}$; $\alpha_2 = \alpha_{кип}(\ldots \alpha_w; \alpha_q; \alpha_q/\alpha_w \rightarrow \alpha_2)$

При вычислении α_1 и α_2 для соответствующих поверхностей зачастую необходимы их температуры t_{c1} и t_{c2}, которые неизвестны. Это обусловливает необходимость задаваться ими в интервале средних температур жидкостей, омывающих поверхности $\bar{t}_{ж1}$ и $\bar{t}_{ж2}$, и вести расчет методом последовательных приближений. Задавались температурами t_{c1} и t_{c2}, (а при необходимости и температурой на границе раздела изоляционных слоев, например, на паропроводе, трубопроводе, газоходе), вычисляют α_1, α_2, K, Q – в первом приближении. Далее проверяется соответствие фактических температур $t_{c1}^ф$ и $t_{c2}^ф$ принятым t_{c1} и t_{c2}. Для этой цели используется соотношение

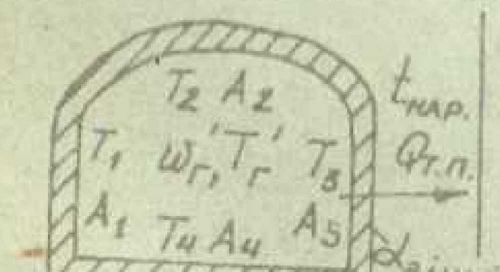
$$t_{ci}^ф = t_{жi} - Q R_{\Sigma,i},$$

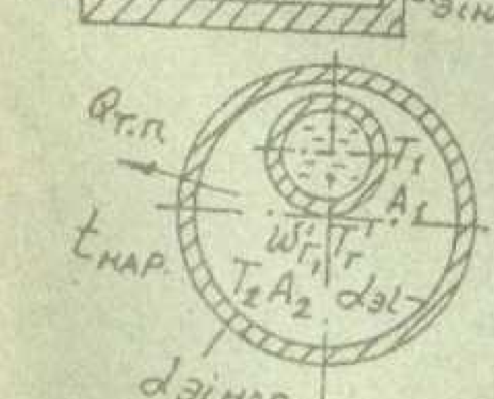
где $i = 1, 2$; $R_{\Sigma,i}$ – суммарное термическое сопротивление от жидкости с $t_{жi}$ до поверхности с искомым α_1 или до поверхности с α_2.

Итерационный процесс следует закончить, если достигнуто удовлетворительное согласование принятых температур поверхностей с полученными при проверке, а найденные при этом значения α_1, α_2, K и Q можно считать практически близкими к истине.

Теплопередача при сложном теплообмене стенок канала, имеющих неодинаковую температуру, когда в канале движется диатермичный газ

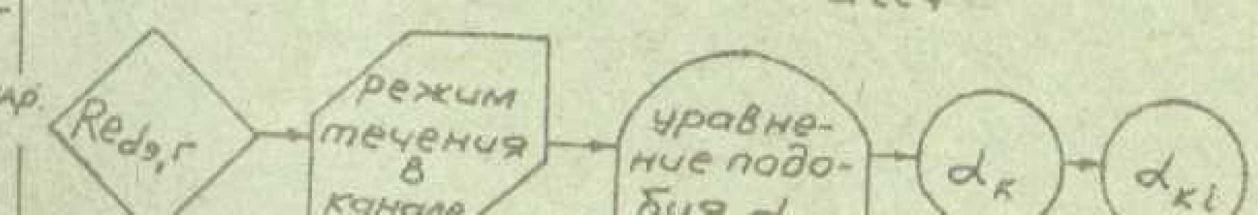
Теплообмен каждой стенки по внутренней поверхности





$$Q_i = Q_{кi} + Q_{лi}:$$

$$Q_{кi} = \alpha_{кi}(T_i - \bar{T}_г)F_i,\ Вт; \quad d_э = \frac{4 f_{сеч}}{U_{сеч}};$$



$Q_{лi} = Q_{рез i} = X_i$ (методы поточной алгебры и сальдо);

$$\alpha_{эi} = \frac{Q_i}{(T_i - \bar{\bar{T}}_г)F_i},\ \frac{Вт}{м^2 К};$$ в плоском варианте:

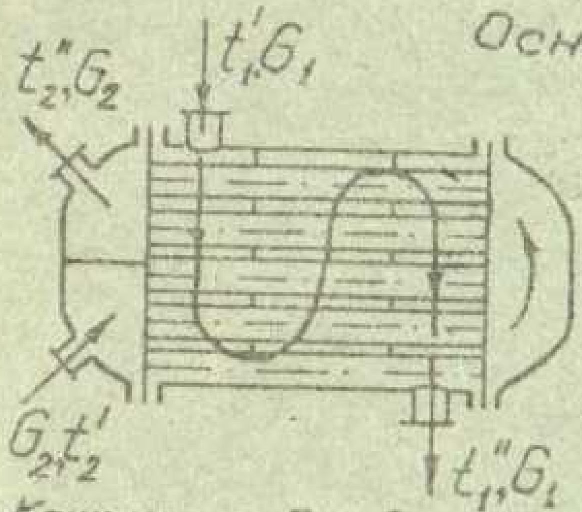
$$K_i = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{эi}} + \left(\frac{\delta}{\lambda}\right)_i + \frac{1}{\alpha_{эi\,нар.}}},\ \frac{Вт}{м^2 К}; \quad Q_{т.п.} = K_i(\bar{t}_г - t_{нар})F_i,\ Вт$$

[1], с.373-378; [2], с.466-468; [6], с.84-94

Рекуперативные теплообменные аппараты

Теплообменный аппарат – устройство, в котором осуществляется передача теплоты от одного теплоносителя к другому.

Рекуперативный Т.О.А. – греющий и нагреваемый теплоносители протекают в нем одновременно и теплота передается через разделяющую их стенку (поверхность нагрева).



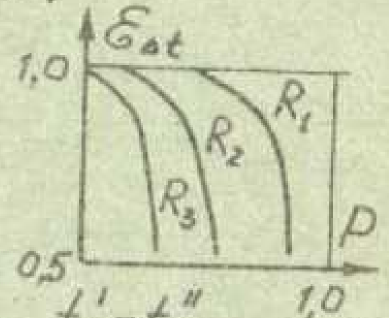
Кожухотрубный горизонтальный двухходовой

Основные соотношения для расчета

$$Q = G_1(h_1' - h_1'') = G_2(h_2'' - h_2'),\ Вт;$$

$$\Delta\bar{t} = \varepsilon_{\Delta t}\,\Delta\bar{t}_{противот.};$$

$$\Delta\bar{t}_{противот.} = \frac{(t_1' - t_2'') - (t_1'' - t_2')}{\ln\dfrac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}};$$



$$\varepsilon_{\Delta t} = f(P, R, схемы);\ P = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_2'};\ R = \frac{t_1' - t_1''}{t_2'' - t_2'};$$

$$K = \frac{1}{1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2};\ Вт/(м^2\cdot К) \text{ – для плоских поверхностей нагрева;}$$

$$K_1 = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1 \pi d_1} + \dfrac{1}{2\pi\lambda}\ln\dfrac{r_2}{r_1} + \dfrac{1}{\alpha_2 \pi d_2}},\ \frac{Вт}{п.м.К};\ K = \frac{K_1}{F_{1расч}},\ \frac{Вт}{м^2 К} \text{ – для трубчатых;}$$

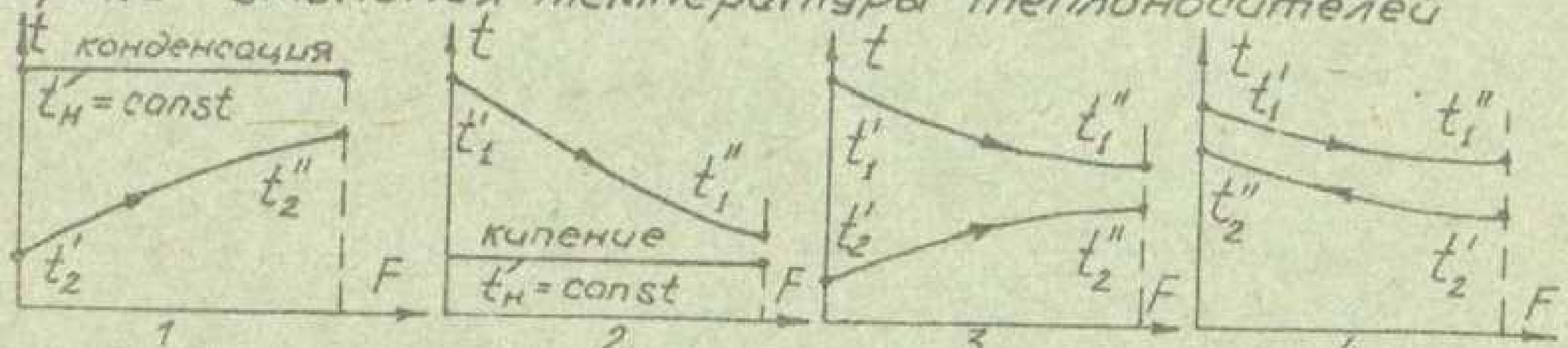
$F_{1расч.} = \pi d_{расч} \cdot 1$, $м^2/п.м.$ – поверхность нагрева погонн. метра трубки; $d_{расч.}$ – расчетный диаметр трубок, м – со стороны минимального коэффициента теплоотдачи (α_1 или α_2);

$Q = K\,\Delta\bar{t}\,F$, Вт $\longrightarrow$ F, $м^2$;

$F = \pi d_{расч.}\,\ell n$, $м^2$ $\longrightarrow$ $\ell = \dfrac{F}{\pi d_{расч.} n}$, м – длина трубок (при известном n);

$n = \dfrac{F}{\pi d_{расч.} \ell}$, шт. – количество трубок (при известной их длине ℓ).

Графики изменения температуры теплоносителей



При отсутствии изменения агрегатного состояния теплоносителей (графики 3,4) и $c_p \approx const$ уравнение теплового баланса: $Q = G_1 c_{p1}(t_1' - t_1'') = G_2 c_{p2}(t_2'' - t_2')$, Вт. Или $Q = C_1(t_1' - t_1'') = C_2(t_2'' - t_2')$, Вт. $C_1 = G_1 c_{p1}$, $C_2 = G_2 c_{p2}$, Дж/К – водяные эквиваленты; G, кг/с; c_p, Дж/(кг·К).

[1], с. 379–394; [4], с. 537–572

ЛИТЕРАТУРА

1. Исаченко В.П. и др. Теплопередача: Учебник для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.
2. Теория тепломассообмена: Учебник для вузов / Под ред. А.И.Леонтьева. – М.: Высш.школа, 1979. – 495 с.
3. Краснощеков Е.А., Сукомел А.С. Задачник по теплопередаче: Уч.пособие для вузов. – 4-е изд., перераб. – М.: Энергия, 1980. – 288 с.
4. Теплотехнический справочник, т.2. – Изд.2-е перераб. – М.: Энергия, 1976. – 896 с.
5. Тепло- и массообмен. Теплотехнический эксперимент: Справочник / Под общ. ред. В.А.Григорьева и В.М.Зорина. – М.: Энергоиздат, 1982. – 512 с.
6. Ляликов А.С. Теплопередача со сложным теплообменом. Уч.пособие. Томск, изд. ТПИ им.С.М.Кирова, 1982. – 96 с.
7. Исаченко В.П. Теплообмен при конденсации. – М.: Энергия, 1977. – 240 с.
8. Шкловер Г.Г., Мильман О.О. Исследование конденсаторных устройств паровых турбин. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 240 с.
9. Уонг Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров.: Пер. с англ.: Справочник. – М.: Атомиздат, 1979. – 216 с.
10. Кутепов А.М. и др. Гидродинамика и теплообмен при парообразовании: Уч.пособие для втузов. – 3-е изд., испр. – М.: Высш.шк., 1986. – 448 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

(раздаточный материал)

Составитель Анатолий Сергеевич Ляликов

Технический редактор Н.А.Вихорь

Подписано к печати 23.02.87.
Формат 60х84/16. Бумага
Плоская печать. Усл.печ.л. 2,27. Уч.-изд.л. 2,05.
Тираж 500 экз. Заказ . Бесплатно.
Ротапринт ТПИ. 634004, Томск, пр.Ленина, 30.