ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Н.С. Кравченко, О.Г. Ревинская

МЕТОДЫ

ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ И ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТЕЙ В УЧЕБНОМ ЛАБОРАТОРНОМ ПРАКТИКУМЕ

Издание второе, переработанное

Издательство Томского политехнического университета 2015 ББК 22.3; 22.12 УДК 53.08; 004.9 К 78

Кравченко Н.С.

К 78 Методы обработки результатов измерений и оценки погрешностей в учебном лабораторном практикуме: учебное пособие; издание второе / Н.С. Кравченко, О.Г. Ревинская; Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2015. – 90 с.

ISBN

Материалы, представленные в пособии, позволяют обосновать методику оценки погрешностей экспериментальных результатов в курсе общей физики технических и классических университетов. Пособие предназначено для студентов младших курсов, приобретающих начальные навыки в области экспериментальных исследований.

Изложенная методика опирается на элементы теории вероятности и математической статистики, а также математического анализа. В пособии описаны методы количественного и графического представления экспериментальных результатов. Для практического применения изложенных методов даны рекомендации по использованию электронных таблиц на примере MS Excel 2010.

УДК 53.08; 004.9 ББК 22.3; 22.12

Рецензент

доктор физико-математических наук, доцент Томского государственного университета *С.И.Борисенко* доктор физико-математических наук, профессор Томского государственного педагогического университета *Ю.П.Кунашенко*

ISBN

- © ГОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», 2015
 © Н.С. Кравченко, О.Г. Ревинская, 2015
- © Оформление. Издательство Томского политехнического университета, 2015

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ ДЛЯ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ НА ПРИМЕРЕ MS EXCEL 2010

Электронные таблицы MS Excel представляют собой одну из широко распространенных специализированных компьютерных программ, позволяющих существенно автоматизировать и облегчить выполнение расчетов и построение графических зависимостей.

Расположение данных и отображение результатов

Рабочая область в MS Excel представляет собой таблицу из большого числа ячеек, расположенных по строкам и столбцам. Строки и столбцы нумеруются автоматически: строки – с помощью арабских цифр, начиная с единицы; а столбцы – с помощью латинских букв. Номера строк и столбцов расположены слева и сверху от рабочей области, соответственно. Каждая ячейка однозначно определяется ее адресом, состоящим из номера столбца и номера строки. Например, на рис. 17 курсор находится в столбце с именем С и строке с номером 5, то есть в



Рис. 17. Ячейка электронной таблицы MS Excel

ячейке С5.

Ячейка считается активной, если в ней расположен курсор. Активная ячейка выделяется жирной рамкой. Номера строки и столбца активной ячейки выделены другим цветом. Слева над таблицей расположено небольшое окно «Имя», в котором автоматически указывается адрес (имя) активной ячейки (рис. 17). Название окна появится в виде всплывающей подсказки при наведении на него курсора мыши.

	🚔 🛃 🍤	- (° - -	К	нига1 - М	icrosoft Excel				x
Фа	йл Глав	ная Вставк	а Разметка	с Формул	пы Данные	Рецензиро	Вид 🛆	? - đ	23
Bcr	авить 🖋	Calibri	• 11 ⊈• A ▲ • A	• А [•] Выра	≣ авнивание ▼	% Іисло т	и Ячейки	Σ + A7 	- -
Буфе	ер обмена		рифт	5	-			Редактиров	sa
	87		(= × •	Jx 1,2	/	1		1	Ť
	Α	В	С	D	E	F	G	Н	
1									
2		1,25							
3		1,26							
4		1,31							
5		1,28							
6		1,32							
7		1,27							
8									
9									
10									-
14 4	▶ Ы Ли	ст1 Лист	2 / ЛистЗ	/ 🔁 /	• 1			▶	I
Вво	д 🛅					凹 100%(Э — —		:

Рис. 18. Размещение однотипных данных в столбце В

Многие встроенные функции применяются либо к столбцу, либо к строке, поэтому однотипные данные в электронных таблицах удобно располагать либо в одном и том же столбце, либо в одной и той же строке. В русифицированных версиях MS Excel для отделения дробной части числа используется запятая (рис. 18).

Введенные или рассчитанные значения удобно отображать в определенном виде, который можно настроить следующим образом.

Над интересующей Вас ячейкой правой клавишей мыши вызовите контекстное меню (рис. 19), в котором выберите пункт «Формат ячей-ки». По умолчанию обычно используется формат «Общий». Для корректного отображения числовых данных следует выбрать формат «Числовой», указав необходимое количество десятичных знаков после запятой на вкладке «Число» диалогового окна «Формат ячеек».



Рис. 19. Назначение ячейке числового формата отображения данных

Для более комфортной работы с электронной таблицей рекомендуется в некоторых ее ячейках вводить поясняющий текст, позволяющий лучше ориентироваться в имеющихся данных. Для таких ячеек удобнее использовать формат «Текстовый» (рис. 20).



Рис. 20. Назначение ячейке текстового формата отображения данных

Расчеты

На основе внесенных в электронную таблицу данных можно выполнять математические расчеты.

Для этого в ячейку, в которой предполагается расположить результат вычислений, необходимо ввести формулу в соответствии со следующими правилами:

1) формула начинается со знака «равно» (=);

2) формула записывается в строку с явным указанием всех математических операций (+ – сложение; – – вычитание; * – умножение; / – деление; ^ – возведение в степень);

3) все математические операции производятся над адресами (именами) ячеек.

Например, необходимо найти площадь основания прямоугольного параллелепипеда по данным расположенным в строке 3 (рис. 21). Для этого в ячейку E3 введем следующую формулу:

=B3*C3

Нажав Enter (ввод), увидим результат вычислений в ячейке E3.



Рис. 21. Ввод формулы в ячейку ЕЗ

Непосредственно над таблицей помимо поля «Имя» также расположено поле «Строка формул», перед которой расположен значок *fx*. Если в активной (выделенной) ячейке расположено введенное пользователем число или текст, то в строке формул отображается то же значение, что и в ячейке таблицы (рис. 18, рис. 20). Если в активную ячейку введена формула (и ввод завершен), то в строке формул отображается соответствующая формула, а в ячейке – результат вычислений (рис. 21).

Если аналогичные расчеты необходимо выполнить и для других строк в таблице, то достаточно записать формулу для одной строки, а затем воспользоваться механизмом протягивания. На рамке, выделяющей активную ячейку, справа внизу имеется жирный квадратик. Протягивание рамки активной ячейки за этот квадратик позволяет распространить записанные в активной ячейке действия на необходимое количество ячеек. Так, потянув за квадратик ячейки E3 на рис. 21, можно применить ту же формулу к ячейкам E4, E5 ... E8 (рис. 22). При этом в каждой из этих ячеек формула автоматически записывается через ячейки той же строки. Перемещаясь по ячейкам (после протягивания) можно заметить, что в ячейке E3 записана формула =B3*C3, а в ячейке E5 – формула =B5*C5.



Рис. 22. Использование механизма протягивания для внесения в соседние ячейки таблицы аналогичных формул

При протягивании адреса в формулах меняются следующим образом: 1) при протягивании вниз увеличивается номер строки; 2) при протягивании вправо увеличивается номер столбца.

Адрес (имя) ячейки можно принудительно зафиксировать, так чтобы при протягивании номер строки (или столбца) не изменялся. Для этого в MS Excel используется знак \$. Если необходимо зафиксировать строку, знак \$ ставится перед номером строки (например, E\$5). Если необходимо зафиксировать столбец, знак \$ ставится перед номером столбца (например, \$E5). Если необходимо зафиксировать ячейку пол-

	💕 🛃 🍠	• (°" - ∓	Приложен	ие - Micro	soft Exce	ł			
Φε	айл Главн	на Вставк	Размет Фор	му Даннь	Рецен	Вид	۵ 🕜	- 6	23
Bc	Гавить 🛷	Д Шрифт т	Выравниван •	% ие Число *	А Стили	нейки Ячейки	Σ 	- 97- - 84-	
Буф	еробмена	34					Редакт	ирован	ие
	H3		0	<i>f</i> _x =G3-	HŞ1				×
	F	G	Н		J		K	L	F
1	Вес эталон	на (г)	10,54						
2		Вес тела (<u>г)</u>						
3		10,52	-0,02						
4		10,56	0,02						
5		10,48	-0,06						
6		10,60	0,06						
7		10,55	0,01						
8									
9									
10									-
11									
12	L b bl Duv	т1 Лист	2 /Пист2	/ 💝 / 🗔	4				
	Ср	еднее: 0,00	Количе	ство: 5 Су	мма: 0,01	L 🔳		100%	:

Рис. 23. Фиксирование номера строки ячейки H1 для предотвращения его изменения при протягивании по строкам формулы, записанной в ячейку H3

ностью, знак \$ ставится дважды, и перед номером строки, и пред номером столбца (например, \$E\$5).

В следующем примере рассчитывают, насколько отличается каждое значение из столбца G от значения, расположенного в ячейке H1. Для этого в ячейку H3 запишем формулу

=G3-H1

Так как данные расположены в столбце, необходимо будет протянуть формулу, написанную в ячейке H3, вниз. Это приведет к изменению номеров строк во всех ячейках формулы. А по условиям задачи из значений, расположенных в столбце G, необходимо вычитать только ячейку H1. Поэтому, перемещая курсор по строке формул, в написанной формуле зафиксируем строку в ячейке H1

=G3-H\$1

После протягивания получим результаты, представленные на рис. 23.

Формулы могут также содержать числовые константы. Число π часто встречается в расчетах, поэтому в MS Excel введена стандартная функция для обозначения этой константы:

	💕 🛃 🄊 •	(24 + ∓	Прилож	сение	- Micro	soft Exce	el l		• X	
Фа	ил Главна	Вставк	Размет Ф	орму	Даннь	Рецен	Вид	۵ 🕜	- 6	23
	<u> </u>	A	≣		%	A		Σ	• <mark>8</mark> 7 •	
Ba	авить	Шрифт	Выравнив	ание	Число	Стили	Ячейки	₽	- #1-	
	÷ 💜	Ψ.	*		*	Ŧ	*	2	*	
Буфе	ер обмена 🖷							Редакт	ирован	ие
	E3		- (f _x	=4/3	*пи()*	A3^3			~
	Α	В	С		D	E		F	G	E
1	Сферическо	ое тело								
2	Радиус (см)	Площад	ь (см ²	²)	Объем	(см ³)			
3	1,24		4,83	31		7,98	364			
4										
5				- /*						
14 4	• • Лист	1 Лист	га Дист	3 / 8						
Гот	ово 🛅					100% (Э—	_0_	÷) .::

Рис. 24. Пример формулы, содержащей число π

Тогда формула, содержащая число π, может быть записана, например, как на рис. 24 (см. строку формул).

Использование встроенных функций

В электронных таблицах MS Excel большое количество встроенных функций. Правила написания некоторых из них приведены в таблице 9.

Кроме этого в электронных таблицах существует ряд функций, которые применяются сразу к нескольким ячейкам. Например, функция СУММ позволяет вычислить сумму значений, расположенных в нескольких ячейках одного столбца или строки. Функция СРЗНАЧ позволяет вычислить, соответственно, среднее арифметическое значение по данным расположенным в нескольких ячейках одного столбца или строки.

Например, если данные, по которым необходимо вычислить среднее, расположены в столбце В, необходимо сначала выбрать (сделать активной) ячейку, в которую предполагается поместить результат. На рис. 25 искомое среднее значение будем располагать в ячейке В9.

Выберите на расположенной в верхней части окна MS Excel панели инструментов «Формулы» раскрывающуюся панель «Библиотека функций», а на этой панели – кнопку «Вставить функцию» (рис. 26, а).

Таблица 9

Математическая функция	Правила написания в MS Excel
х (модуль)	ABS(x)
arccos x	ACOS(x)
arcsin <i>x</i>	ASIN(x)
arctg x	ATAN(x)
$\cos x$	COS(x)
sin x	SIN(x)
e ^x	EXP(x)
$\ln x$	LN(x)
lg x	LOG10(<i>x</i>)
tg x	TAN(x)
радианы → градусы	ГРАДУСЫ(x)
\sqrt{x}	КОРЕНЬ(х)
градусы → радианы	РАДИАНЫ(x)
<i>a x</i>	СТЕПЕНЬ(<i>a</i> ; <i>x</i>)

Правила записи в MS Excel некоторых математических функций

Здесь *х* – адрес одной из ячеек таблицы или математическое выражение.



Рис. 25. Выбор ячейки для размещения результата вычислений



Рис. 26. Последовательность операций при выполнении вычислений с использованием стандартных функций MS Excel на примере функции СРЗНАЧ

В появившемся дополнительном окне «Мастер функций» можно увидеть все встроенные в MS Excel функции (рис. 26, б). Они расположены по категориям (см. поле «Категория»). Функция СРЗНАЧ относится к категории «Статистические». Для выбранной функции в нижней части окна выводится пояснение о ее назначении. Выбрав нужную функцию, нажмите на кнопку «ОК».

Каждой встроенной функции соответствует определенное количество полей, которые необходимо заполнить, чтобы функция работала правильно. Это происходит в окне «Аргументы функции», которое появляется после того, как Вы выбрали функцию.

	💕 🛃 🦻) - (° - -	Приложен	ние - Micro	soft Excel		
Фа	айл Гла	вна Вставк	Размет Фор	ому Даннь	Рецен: Ви	ид 🗠 🕜	- 6 X
	f _x	4	1]		
Библ фун	лиотека О ікций т	пределенные имена *	Зависимос формул	ти Вычисле	ние		
	B9	•		f _x =CP3	внач(в2:в7	7)	~
	Α	В	С	D	E	F	G 🚍
1		а (см)					^
2		1,52					
3		1,53					
4		1,51					
5		1,52					
6		1,54					
7		1,51					
8	Среднее	значение:					
9		1,522					
10							-
14 4	Г►Ы Л	ист1 / Лист	2 ЛистЗ	2/	◀		▶ 1
Гот	ово 🛅				100% —		+ ""

Рис. 27. Результат использования стандартной функции СРЗНАЧ для вычисления среднего значения по данным, расположенным в столбце В

Для функции СРЗНАЧ (в большинстве случаев) достаточно заполнить только одно поле «Число1» (рис. 26, в). Справа от этого поля расположен элемент управления в виде цветного квадрата. Этот элемент позволяет непосредственно в таблице указать ячейки, к которым нужно применять данную функцию. После нажатия на этот элемент (цветной квадрат) окно «Аргументы функции» сворачивается до размеров поля «Число1», а данные в электронной таблице становятся хорошо видны. С помощью мыши охватите ячейки, по данным которых нужно вычислить среднее значение. Номера выбранных ячеек автоматически отобразятся в поле «Число1». Если выбраны ячейки B2, B3, ... B7, то в поле будет записано B2:B7 (рис. 26, г). После этого вновь нажмите на управляющий элемент в виде цветного квадрата, чтобы восстановить прежний вид окна «Аргументы функции», и нажмите кнопку «ОК» для завершения операции.

В результате (рис. 27) в ячейке В9 появится посчитанное среднее, а в строке формул:

=CP3HA4(B2:B7)

Чтобы получить тот же результат, можно написать этот же текст в строке формул (вручную).

Аналогично используют функцию СУММ, вычисляющую сумму значений, расположенных в нескольких ячейках (рис. 28). В отличие от функции СРЗНАЧ функция СУММ относится к категории «Математические».

	💕 🛃 🕨	? - (≅ - -	Приложе	ние - Micro	soft Excel		
Фа	айл Гла	авна Вставк	Размет Фој	рму Даннь	Рецен: В	ид 🗠 🕜	- 6 23
	f _x	2	٠				
Библ фун	лиотека (ікций т	Определенные имена т	Зависимос формул	ти Вычисле	ение		
	DS) -		fx =CVI	MM(D2:D8))	¥
	С	D	E	F	G	Н	
1		Количеств	о частиц				
2		2					
3		4					=
4		12					
5		45					
6		31					
7		10					
8		Суммарно	е количето	во частиц			
9		104					
10							•
		Лист1 / Лист	2 ЛистЗ				
Гот	ово 📔				100% 😑		— 🕂 "į

Рис. 28. Результат использования стандартной функции СУММ для вычисления суммы значений, расположенных в столбце D

Функция КВАДРОТКЛ вычисляет сумму квадратов отклонений от среднего для указанного набора данных. Если в таблицу внесены данные, соответствующие измерениям некоторой величины x, то результат применения функции КВАДРОТКЛ к этим данным эквивалентен вычислениям по формуле $\sum_{i} (\tilde{x} - x_i)^2$, где \tilde{x} – среднее арифмети-

ческое значение измеряемой величины. Данную функцию можно найти в категории «Статистические».

При обработке экспериментальных данных необходимо учитывать коэффициенты статистических распределений. В MS Excel имеется большое количество встроенных функций, позволяющих рассчитывать различные характеристики статистических распределений.

При расчетах погрешности экспериментальных результатов обычно применяют коэффициенты Стьюдента $t_{\alpha n}$. Встроенная функция СТЬЮДРАСПОБР позволяет получить нужные коэффициенты для заданного числа степеней свободы N и вероятности p:



Рис. 29. Результат использования стандартной функции СТЬЮДРАСПОБР для вычисления коэффициента Стьюдента

Если в расчетах погрешности используются экспериментальные данные n опытов, то число степеней свободы определяется как N = n - 1. Если для данной серии опытов известна доверительная вероятность α , то вероятность $p = 1 - \alpha$. Тогда коэффициент Стьюдента для n опытов при доверительной вероятности α в MS Excel можно рассчитать следующим образом:

=СТЬЮДРАСПОБР (1 – α; *n* – 1)

Пример использования данной функции для 5 опытов при доверительной вероятности 0,95 (95%) приведен на рис. 29. Функция может быть вызвана как для фиксированных значений

=CTЬЮДРАСПОБР(1-0,95;5-1)

так и для значений, расположенных в ячейках таблицы. Если значение α хранится в ячейке B8, а значение *n* хранится в ячейке B7, тогда тот же результат можно получить, записав

=СТЬЮДРАСПОБР(1-В8;В7-1)

Пример расчета погрешности

Пусть в эксперименте измеряли линейные размеры параллелепипеда с целью определить его объем. Высота h, длина a и ширина b измерялись по 3 раза с помощью штангенциркуля с ценой деления нониуса 0,1 мм. В результате чего были получены следующие результаты (см. таблицу 3, стр. 41):

i	а, мм	<i>b</i> , мм	<i>h</i> , мм
1	12,7	12,7	14,8
2	12,7	12,8	14,9
3	12,7	12,9	14,7



Рис. 30. Вычисление средних значений линейных размеров параллелепипеда по экспериментальным данным

Расположим эти данные в электронной таблице MS Excel в столбцах A, B и C (рис. 30). Оставив место на поясняющие подписи, в ячейках A7, B7 и C7 вычислим соответствующие средние арифметические значения. Для этого в ячейку A7 записываем =CP3HA4(A2:A4)

и протягиваем ее на ячейки В7 и С7 (рис. 30).

Для расчета среднеквадратичного отклонения каждой из измеренных величин необходимо просуммировать квадраты разности между каждым измеренным значение и средним арифметическим. Например,

для величины *а* нужно найти значение $\sum_{i=1}^{3} (\tilde{a} - a_i)^2$, где a_i – это изме-

ренные значения. Используем для этого встроенную функцию КВАДРОТКЛ. В ячейке А9 запишем (рис. 31): =КВАДРОТКЛ(А2:А4)



Рис. 31. Вычисление суммы квадратов отклонений и среднеквадратичного отклонения для измеренных в эксперименте линейных размеров параллелепипеда

Среднеквадратичное отклонение $\tilde{\sigma}_a$ вычисляется следующим об-

разом:
$$\tilde{\sigma}_a = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \sum_{i=1}^3 (\tilde{a} - a_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{3 \cdot 2} \sum_{i=1}^3 (\tilde{a} - a_i)^2}$$
. Так как сумма

квадратов уже посчитана в ячейке А9, то для вычисления среднеквадратичного отклонения необходимо вычислить корень из значения А9 деленного на 6:

=КОРЕНЬ(А9/6)

Запишем эту формулу в ячейку А10.

Выделив и протянув ячейки А9 и А10 вправо, получим сумму квадратов и среднеквадратичное отклонение для двух других измеренных в эксперименте величин (рис. 31)

Далее необходимо рассчитать случайную погрешность многократных измерений, которая для величины *а* вычисляется по формуле

$$\Delta a_{C\Pi} = t_{\alpha n} \cdot \widetilde{\sigma}_a,$$

где $t_{\alpha n}$ – коэффициент Стьюдента. Для n = 3 (три измерения) и доверительной вероятности $\alpha = 0,95$ получим коэффициент Стьюдента в ячейке C12

=СТЬЮДРАСПОБР(1-0,95;3-1)

А в ячейках A13, B13, C13 рассчитаем случайные погрешности многократных измерений для величин *a*, *b*, *h*, соответственно (рис. 32):

=A10*C12



Рис. 32. Вычисление случайной погрешности многократных измерений линейных размеров параллелепипеда

В этом эксперименте все три величины *a*, *b*, *h* измерялись одним и тем же прибором – штангенциркулем с ценой деления нониуса d = 0,1 мм. Поэтому погрешность однократных измерений Δ_{ou} всех трех величин будет одинаковой и рассчитывается с учетом доверительной вероятности $\alpha = 0,95$ как

 $\Delta_{OH} = d \cdot \alpha = 0.1 \cdot 0.95 = 0.095$ MM.

Данную величину нетрудно рассчитать в уме, но для большей наглядности также внесем эти вычисления в электронную таблицу: цену деления прибора d – в ячейку B14, доверительную вероятность α – в ячейку B15, а результат вычисления ошибки однократных измерений по формуле =B14*B15 – в ячейку C16 (рис. 33).

Для каждой измеряемой величины необходимо рассчитать полную погрешность. Для величины *a* это следует сделать по формуле $\Delta a = \sqrt{\Delta a_{CT}^2 + \Delta_{OH}^2}$. Запишем эту формулу в ячейку A18 в виде: =КОРЕНЬ(A13^2+\$C16^2)



Рис. 33. Вычисление полной погрешности измерений линейных размеров параллелепипеда

У ячейки С16, в которой расположена погрешность однократных измерений, зафиксируем номер строки и протянем вправо (по столбцам), чтобы получить погрешность Δb и Δh измерений двух других величин *b* и *h* (рис. 33).

Искомый объем тела рассчитывают, используя средние значения \tilde{a} , \tilde{b} , \tilde{h} каждой измеренной величины (в обозначениях, используемых на рисунках $\tilde{a} = \langle a \rangle$, $\tilde{b} = \langle b \rangle$ и $\tilde{h} = \langle h \rangle$):

$$\langle V \rangle = \langle a \rangle \cdot \langle b \rangle \cdot \langle h \rangle.$$

	🚰 🛃 🍠 • (≝ - -	П	ример - Мі	crosoft Exce	el			x
Фа	айл Главная	Вставка Р	азметка стр	ан Формуль	Данные	Рецензиро	вані Вид	1 🛆 🕜 🗆	er X3
	AI 👗 🕺	rial Cyr	× 10 ×	= = =	ि भ	исловой 🔹	A	Σ	· Â7 -
Вста	авить - Х	к <i>к</i> ч-	A A		• <u>a</u> • • •	₽ ~ % 000	Стили	Ячейки	* # 1 -
	- 🧭 🗄	🗄 🗶 🌺 🕇	<u>A</u> -			,00,00 0,	*	· Q*	·
Буфе	еробм 🖫	Шрифт	- Fai	Выравниван	ние 🖫	Число 🗔		Редан	ктиро
	F20	- (0	f _x	=B20*KO	РЕНЬ((А1	8/A7)^2+(B1	l8/B7)^2	+(C18/C7)^2) ~
	А	B	С	D	E	F	G	Н	- -
13	0,0000	0,2484	0,2484	Δсл					_
14	d =	0,1	MM						
15	α =	0,95							
16			0,095	∆ои Погрес	иность од	нократных и	измерени	ий	
17	Δa	Δb	Δh						
18	0,0950	0,2660	0,2660	Погрешно	сть измер	ений			
19									
20	Объем (мм ³):	2405,888		Погрешнос	:ть (мм ³):	68,499			-
14 4	। ▶ № Лист1	Лист2	Лист3 🦯 🕈]/	I	4	1111		
Гот	ово 🛅					100	% 🗩		- + ";;



Рис. 34. Вычисление абсолютной и относительной погрешности измерения объема параллелепипеда (погрешности косвенных измерений)

Запишем эту формулу в ячейку В20 в виде: =А7*В7*С7 Погрешность объема рассчитывается по формуле (как погрешность косвенных измерений, см. стр. 41):

$$\Delta V = \langle V \rangle \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{\langle a \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{\langle b \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\langle h \rangle}\right)^2}$$

Все необходимые для расчета по этой формуле значения расположены в таблице следующим образом: $\langle a \rangle - в$ ячейке A7, $\langle b \rangle - в$ ячейке B7, $\langle h \rangle - в$ ячейке C7, $\langle V \rangle - в$ ячейке B20, $\Delta a - в$ ячейке A18, $\Delta b - в$ ячейке B18, $\Delta h - в$ ячейке C18. Поэтому в ячейку F20 запишем формулу для расчета погрешности объема в виде (рис. 34, а):

=B20*KOPEHЬ((A18/A7)^2+(B18/B7)^2+(C18/C7)^2)

Относительная погрешность (в процентах):

$$\delta = \frac{\Delta V}{\langle V \rangle} \cdot 100\% \; .$$

Эту формулу запишем в ячейку F21 в виде (рис. 34, б): =F20/B20*100

Согласно результатам вычислений окончательный результат необходимо округлить до десятков (до первой значащей цифры в по-грешности) и записать в виде:

$$V = (2410 \pm 70) \text{ мм}^3$$

Это также можно выполнить в электронной таблице MS Excel с помощью встроенной функции ОКРУГЛ(число;порядок), использование которой нетрудно освоить самостоятельно.

Построение графических зависимостей

В MS Excel существует встроенный мастер диаграмм, который позволяет не только строить диаграммы и графики различных видов, но и выполнять сглаживание экспериментальных результатов.

Рассмотрим построение графика с помощью MS Excel на примере зависимости координат тела при прямолинейном движении на плоскости y = f(x). Пусть в эксперименте выполнялись измерения координат тела x и y в различные моменты времени t. Результаты измерений представлены в таблице 10.

Таблица 10

Результаты измерений координат *x* и *y* при прямолинейном движении тела на плоскости

х, м	0,4	1,5	2,5	3,5	4,6	5,5	6,5	7,5	8,4	9,5	10,7	11,7	13	13,5
у, м	3,5	4,1	4,9	5,3	5,3	6,4	7,2	7,5	7,9	8,9	9,1	10,6	11	11,1

В этом примере используются те же данные, что и при описании метода средней, метода наименьших квадратов и графического метода (см. таблицы 5, 7, 8, стр. 49, 53, 54, соответственно).

Поместите эти данные во вторую и третью строки электронной таблицы (рис. 35). Выделите (с помощью мыши или клавиатуры) ячейки, в которых расположены значения: B2, C2, ... O2, B3, C3, ... O3 (B2:O3).

Из расположенных над таблицей панелей инструментов выберите панель «Вставка», на которой расположена раскрывающаяся панель кнопок «Диаграммы» (рис. 35).

После нажатия на кнопку «Диаграммы» появится дополнительная панель кнопок (рис. 36, а), на которой выберите тип диаграммы «Точечная» как показано на рисунке. Этот тип диаграммы позволяет откладывать по обеим осям различные данные. Тип «График» позволяет задавать значения только по вертикальной оси, поэтому редко подходит для отображения результатов эксперимента. Для каждого типа диаграммы существует несколько видов, которые отображаются на дополнительной панели при выборе типа диаграммы. В нашем примере будет использован вид (рис. 36, а), при котором точки графика не соединяются между собой.

	<u>i</u>	9 - 0	- -	При	мер пос	троени	ія графи	іка зависі	имости	y(x) -	Microsoft E	xcel				٢.
Фа	ійл	Главная	Вста	вка 🛛	Разметка	страни	ицы с	Формулы	Дан	ные	Рецензир	ование	Вид	i 🛛 🕄	- 6	23
		Таблица	Рисино	► Карти		Лиа	п	Спаркла	йны	E CDE3	Гиперссы		4	Ω		
табл	лица *	таолица	гисуно	к карти	шка 斗	-	*	*		cpes	TWITEPCEB	JING .	*	*		
	Табл	ицы	И	ллюстра	ции				4	Фильтр	Ссылкі	и				
		B2	-	0	f_x	0,4										*
	А	В	С	D	E	F	G	Н		J	K	L	M	N	0	E
1																
2	Х, М	0,4	1,5	2,5	3,5	4,6	5,5	6,5	7,5	8,4	4 9,5	10,7	11,7	7 13	13,5	
3	у, м	3,5	4,1	4,9	5,3	5,3	6,4	7,2	7,5	7,9	9 8,9	9,1	10,6	5 11	11,1	-
14 4	• • •	Лист1	Лист	2 / Лис	т3 🦯 🐮	1/									•	1
Гот	080	2		0	реднее:	7,2 K	оличест	во: 28	Сумма:	201,6		100%	Θ-		•) .:

Рис. 35. Выбор данных для построения диаграммы





Рис. 36. Выбор типа диаграммы (а); результат вставки точечной диаграммы (б)

В результате в электронной таблице появится диаграмма (рис. 36, б), которая (как правило) нуждается в дополнительных настройках.





Рис. 37. Добавление наименования горизонтальной оси координат

После вставки диаграммы расположенная над таблицей панель инструментов автоматически дополняется группой панелей «Работа с диаграммами». На одной из них - на панели инструментов «Конструктор» расположена кнопка «Выбрать данные», после нажатия на которую появляется дополнительное диалоговое окно «Выбор источника данных», позволяющее регулировать, из каких строк или столбцов будут использоваться данные для построения графика. Так как перед вставкой диаграммы мы выделили область таблицы, где расположены необходимые для построения графика данные, то они и используются (автоматически) при построении диаграммы в данном примере. Если данные на диаграмме отображаются неправильно, можно вызвать диалоговое окно «Выбор источника данных» с помощью кнопки «Выбрать данные» и отрегулировать (добавить, изменить, удалить) строки или столбцы, значения из которых будут отображаться на диаграмме. В нашем случае данные отображаются правильно, поэтому в использовании этих кнопок нет необходимости.



Рис. 38. Удаление условных обозначений

Для выполнения других настроек перейдите к панели инструментов «Макет». Панель инструментов «Макет» содержит несколько раскрывающихся списков и панелей (рис. 36–39), с помощью которых можно задать подписи осей и всей диаграммы, отрегулировать расположение легенды, линий сетки и т.д.



Рис. 39. Добавление вертикальных линий сетки



а

Формат оси		8 ~
Параметры оси	Параметры оси	
Число	минимальное значение: 💿 авто 🔘 фиксированное 0,0	
Заливка	максимальное значение: 💿 авто 💿 фиксированное 14	
Цвет линии	цена основных делений: 💿 авто 💿 фиксированное 2	
Тип линии	цена промежуточных делений: 💿 авто 🔘 фиксированное 1,0	
Тень	обратный порядок значений	
Свечение и сглаживание	погарифмическая шкала Основная: 10	
Формат объемной фигуры	Цена деления: нет	
Rupapureaure	Отображать на диаграмме	
Быравнивание	Основные: наружу 🔽	
	Промежуточные: нет	
	 Вертикальная ось пересекает: Автовыбор 	
	◎ <u>З</u> начение оси: 0,0	
	Максимальное значение по оси	
		Закрыть
	б	

Рис. 40. Изменение параметров горизонтальной оси координат

Для того чтобы подписать наименование и единицы измерения величин, откладываемых по осям координат, используют раскрывающийся список «Названия осей» (группа «Подписи») на панели инструментов «Макет». После выбора в раскрывающемся списке «Названия осей» пункта «Название основной горизонтальной оси» и подпункта «Название под осью» (рис. 37, а) ниже горизонтальной оси появится редактируемое поле «Название оси». В это поле введите «х, м» (рис. 37, б). Ввод завершается после однократного щелчка мыши вне данного поля. Аналогично в качестве названия основной вертикальной оси введите «у, м».

Так как на графике будет отображаться только одна экспериментальная зависимость, нанесение на диаграмму условных обозначений (легенды) теряет смысл. Поэтому в раскрывающемся списке «Легенда» (в группе «Подписи») выберите пункт «Нет» (рис. 38). Если на графике изображают несколько кривых, то с помощью раскрывающегося списка «Легенда» можно регулировать расположение и другие параметры отображения условных обозначений.

Раскрывающийся список «Сетка» из группы «Оси» позволяет управлять отображением вертикальных и горизонтальных линий сетки. Горизонтальные линии сетки отображаются на графике по умолчанию, поэтому в раскрывающемся списке «Сетка» выберите пункт «Вертикальные линии сетки по основной оси» и подпункт «Основные линии сетки» (рис. 39, а). В результате график примет вид, изображенный на рис. 39, б.

Каждый элемент диаграммы имеет контекстное меню, с помощью которого также можно регулировать его отдельные параметры.

Так, например, диапазон значений, откладываемых по осям на графике по умолчанию всегда шире, чем те данные, по которым он построен. *Измените шкалу* горизонтальной оси. Для этого на одной из цифр, подписанных вдоль горизонтальной оси, щелкните правой клавишей мыши для вызова контекстного меню, в котором выберем пункт «Формат оси» (рис. 40, а).

Появится дополнительное диалоговое окно «Формат оси» (рис. 40, б). В разделе «Параметры оси» этого окна в поля «Минимальное значение» и «Максимальное значение» вместо значений 0 и 15 введите 0 и 14 соответственно, а значение поля «Цена основных делений» задайте равным 2. Нажмите кнопку «Закрыть».

Аналогично для вертикальной оси задайте минимальное значение равным 2, максимальное 12, а цену основных делений 2.



Рис. 41. График зависимости y = f(x), построенный с помощью диаграммы MS Excel (тип «Точечная»)

В результате получится график, вид которого изображенном на рис. 41.

Контекстное меню позволяет также *построить сглаживающую кривую*. Для этого щелкните правой клавишей мыши на одной из точек графика, в появившемся контекстовом меню выберите пункт «Добавить линию тренда» (рис. 42, а).

В результате появится дополнительное диалоговое окно «формат линии тренда» (рис. 42, б). В этом окне можно настроить тип и параметры сглаживающей кривой. В разделе «Параметры линии тренда» доступны шесть типов сглаживания. В эксперименте, результаты которого обрабатываются в данном примере, изучалось прямолинейное движение тела на плоскости, поэтому зависимость y = f(x) должна носить линейный характер. Поэтому выберите тип линии тренда «Линейная» (рис. 42, б).



а

Параметры линии тренда	Параметры линии тренда
Цвет линии	Построение линии тренда (аппроксимация и сглаживание)
Тип линии	📝 💿 Экспоненциальная
Тень Свечение и сглаживание	🖉 🖲 Динейная
	📈 💿 Логарифмическая
	😥 💿 Полиномиальная Степень: 2 🔄
	💭 💿 <u>С</u> тепенная
	💭 🔘 Линейная <u>ф</u> ильтрация <u>Т</u> очки: 2 崇
	Название аппроксимирующей (сглаженной) кривой
	 автоматическое: Линейная (Ряд 1) другое:
	Прогноз
	вп <u>е</u> ред на: 0,0 периодов <u>н</u> азад на: 0,0 периодов
	пересечение кривой с осью Y в точке: 0,0
	показывать уравнение на диаграмме поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации (R^2)
	Закрыть

Рис. 42. Добавление сглаживающей кривой



Рис. 43. График зависимости y = f(x), построенный с помощью диаграммы MS Excel (тип «Точечная»), и аналитический вид соответствующей линейной зависимости

В нижней части этого окна отметьте «галочкой» поле «Показать уравнение на диаграмме» и нажмите кнопку «Закрыть».

Коэффициенты сглаживающей прямой (линии тренда) рассчитываются по методу наименьших квадратов.

В результате получится график в виде, представленном на рис. 43.

Диаграммы MS Excel имеют большое количество настраиваемых параметров. Работу с этими параметрами можно освоить самостоятельно, опираясь на принципы описанные выше.

৵%%%%%%

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кортнев А.В., Рублев Ю.В., Куценко А.Н. Практикум по физике. М.: Издательство «Высшая школа», 1965. 568 с.

2. Кунце Х.-И. Методы физических измерений: Пер. с нем. М: Мир, 1989. 216 с.

3. Савчук В.П. Обработка результатов измерений. Физическая лаборатория. Ч. 1. Одесса: ОНПУ, 2002. 54 с.

4. Горбоконенко В.Д., Шикина В.Е. Метрология в вопросах и ответах. Ульяновск: УлГТУ, 2005. 196 с.

5. Сергеев А.Г. Метрология. М: Логос, 2005. 272 с.

6. Корнелл П. Анализ данных в Excell. Просто как дважды два / П. Корнелл; пер. с англ. М.: Эксмо, 2006. 224 с.

7. Симонович С.В., Евсеев Г.А., Алексеев А.Г. Специальная информатика: Учебное пособие. М.: АСТ-Пресс Книга, 2004. 480 с.

8. Информатика. Базовый курс / Симонович С.В. и др. СПб: Издательство «Питер», 2000. 640 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Виды измерений	4
Погрешности измерений	7
МЕТОДЫ ОЦЕНКИ СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ	
РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ РАЗЛИЧНОГО ВИДА	11
Свойства случайных величин	11
Случайные погрешности прямых многократных измерений	15
Нормальное распределение непрерывной случайной величины	15
Истинное значение и погрешность измеряемой	
физической величины	19
Распределение Стьюдента	22
Случайная погрешность многократных измерений (выводы)	25
Погрешность однократных измерений	
Равномерное распределение случайных величин	
Совместный учет случайной ошибки многократных и	
однократных измерений	
Погрешность прямых равноточных измерений (выводы)	31
Ошибки косвенных измерений	
Погрешность косвенных измерений (выводы)	36
Представление результатов эксперимента с учетом погрешност	ГИ
	38
Приближенные вычисления результата косвенных измерений	
без учета погрешностей	38
Правила округления при записи результата измерений	39
Пример расчета, оценки погрешности и записи результатов	
экспериментальных исследований	.41
ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ	45
Графическое представление результатов эксперимента	
Получение аналитических зависимостей	
Графический метод получения параметров	
аналитической зависимости	49
Аналитические методы получения параметров функциональной	
зависимости	52

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ ЛЛЯ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ В К	
ОБЩЕЙ ФИЗИКИ НА ПРИМЕРЕ MS EXCEL 2010	
Расположение данных и отображение результатов	58
Расчеты	61
Использование встроенных функций	65
Пример расчета погрешности	71
Построение графических зависимостей	76
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	87

Учебное издание

КРАВЧЕНКО Надежда Степановна РЕВИНСКАЯ Ольга Геннадьевна

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ И ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТЕЙ В УЧЕБНОМ ЛАБОРАТОРНОМ ПРАКТИКУМЕ

Учебное пособие

Научный редактор *доктор физ.-мат. наук,* профессор В.Ф. Пичугин Компьютерная верстка О.Г. Ревинской Дизайн обложки

Подписано к печати ____.2015. Формат 60х84/16. Бумага «Классика». Печать XEROX. Усл.печ.л. 5,12. Уч.-изд.л. 4,63. Заказ . Тираж 100 экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет Система менеджмента качества Томского политехнического университета сертифицирована NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту ISO 9001:2008



калательство тту. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30 Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru