

## Тема 5. АДАПТИВНЫЕ СИСТЕМЫ С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

1. Определение систем с переменной структурой.
2. Фазовые траектории систем второго порядка.
3. Построение фазового портрета систем с переменной структурой.
4. Применение СПС для обеспечения устойчивости при ограниченной информации о состоянии системы.

### 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

В предыдущих лекциях рассматривались вопросы применения линейных регуляторов для управления процессами в условиях действия внешних возмущений и не прерывного изменения параметров системы и объекта управления.

Задача ставилась таким образом: найти такой закон изменения передаточной функции  $W_1(p)$  (изменяемой части системы, или управляющего устройства УУ регулятора), а можно в более общем смысле сказать: найти такой закон управления, чтобы обеспечить постоянство передаточной функции системы  $\Phi(p)$  при изменении параметров возмущений и объекта управления. Рассматривая технические реализации метода самонастройки, мы убедились, что для этого необходимо применять те или иные усложнения регуляторов :

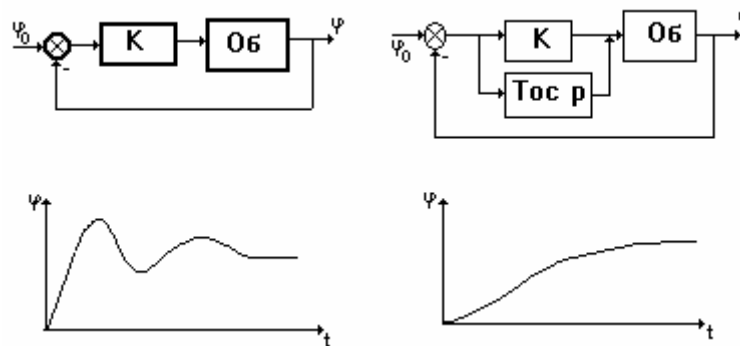
- 1) измерять все или основные возмущения, действующие на систему;
- 2) увеличивать коэффициент контура настройки до значительных величин;

### 3) значительно усложнять регулятор, вводя сложный замкнутый контур настройки.

В связи с этими усложнениями линейных регуляторов в последние годы обратились к поискам новых методов управления, основанных на применении нелинейных регуляторов. Развитие этих методов привело к построению самонастраивающихся систем с переменной структурой (СПС), которые позволяют при конечных значениях коэффициента усиления регулятора обеспечить нулевую ошибку регулирования без использования информации о внешних возмущениях и изменениях параметров объекта.

#### Рассмотрим кратко структуру СПС и основные принципы их построения.

До сих пор мы исходили из того, что структура УУ ( $W_1$ ) остается в процессе настройки неизменяемой, меняются лишь его параметры. Однако такой взгляд на проектирование регулятора не является единственным. Действительно, всегда можно ввести в структуру УУ такие функциональные элементы, которые во время протекания процесса управления меняют знак обратной связи, или скачком меняют коэффициенты усиления и т.д., т.е. меняют структуру системы. Можно предположить, что в такой системе удастся сочетать полезные качества каждой из совокупных структур, а может быть получить и новые свойства. Например, пусть имеются две структуры, которым соответствуют указанные переходные процессы:



Пусть ставится задача получить переходный процесс короче, чем во второй структуре, но без перерегулирования, как в первой. Если в некоторой точке переходного процесса,

где  $\varphi=A$  изменить структуру системы с первой на вторую, то цель будет достигнута. Структурная схема системы принимает вид:



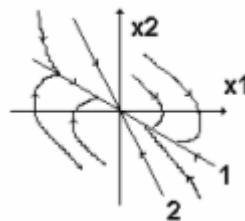
## 2. ФАЗОВЫЕ ТРАЕКТОРИИ СИСТЕМ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Анализ СПС очень удобно проводить, используя метод фазового пространства, т.к. он дает наглядное представление о работе системы. Напомним основные понятия этого метода. Состояние системы  $n$ -порядка в любой момент времени определяется значениями ее координат состояния. Точка в  $n$ -мерном пространстве, по осям которого отложены координаты системы, называется *изображающей точкой*, а пространство – *фазовым пространством*. Движение точки в фазовом пространстве характеризуется вектором фазовой скорости, который направлен по касательной к траектории в сторону движения точки. Длина вектора определяется скоростью изменения каждой из координат. Поэтому движение в фазовом пространстве является геометрическим аналогом движения нашей системы.

Установим связь между коэффициентами уравнения системы и характером фазовых траекторий. Уравнение системы возьмем 2-го порядка:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + a_2 \frac{dX}{dt} + a_1 X = 0 ; (1)$$

и рассмотрим фазовые портреты системы для различных значений корней характеристического уравнения:



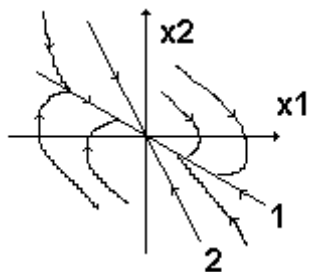
а) корни  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  действительные и отрицательные, причем  $\lambda_1 > \lambda_2$  ;  
тогда решение уравнения (1) имеет вид:

$$\begin{aligned} X_1 = X &= A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}; \\ X_2 = \frac{dX}{dt} &= A_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 t}; \end{aligned} \quad (2)$$

При  $A_2=0$ ; имеем:  $X_2 - \lambda_1 \cdot X_1 = 0$  т.е. движение идет по прямой 1.

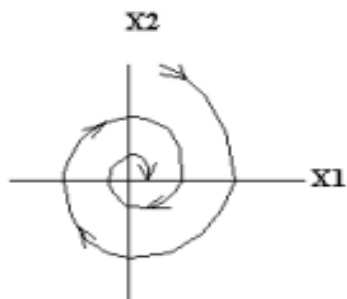
При  $A_1=0$ ; имеем:  $X_2 - \lambda_2 \cdot X_1 = 0$  т.е. движение идет по прямой 2.

Так как  $\lambda_1$  и  $\lambda_2 > 0$  , то траектории движения стягиваются к началу координат. Исключая из уравнений (2) параметр  $t$ , находим остальные траектории, которые будут касательны к прямой 1, т.к. при  $A_1$ , не равном нулю  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{X_2}{X_1} = \lambda_1$  при  $t$  , стремящемся к бесконечности.



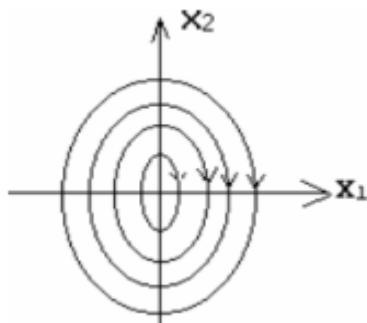
б) корни  $\lambda_1$  и  $\lambda_2 < 0$  и равны друг другу:

Движение по всем фазовым траекториям, в том числе и по прямой направлено к центру, что говорит об устойчивом характере движения.

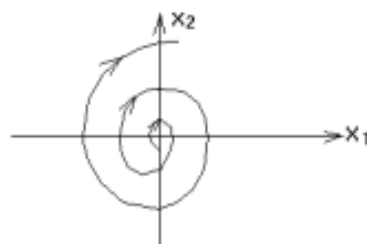


в) корни комплексные, реальная часть корней – отрицательная.

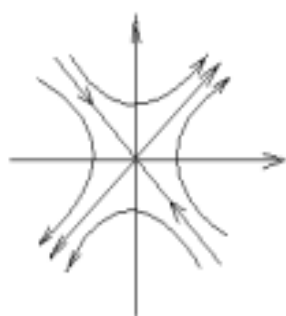
Движение идет по раскручивающейся спирали к центру, что говорит об устойчивом колебательном процессе.



г) корни мнимые, движение идет вокруг центральной точки, не приближаясь к ней. Это говорит о том, что система находится в автоколебательном режиме на границе устойчивости.



д) корни комплексные;  $\text{Re } \lambda_1$  и  $\text{Re } \lambda_2 > 0$  Система неустойчива, переходный процесс колебательный.



е)  $\lambda_1 < 0$ ,  $\lambda_2 > 0$ ;  $|\lambda_2| < |\lambda_1|$ . Имеется один устойчивый корень, поэтому фазовый портрет сочетает в себе и устойчивые и неустойчивые траектории. Движение по прямой **S** направлено к центру, но оставаться на этой устойчивой траектории система не может, потому что любое сколь угодно малое (в реальном смысле) возмущение выбивает рабочую точку с этой траектории. А вся остальная плоскость фазового портрета имеет неустойчивые траектории движения.

Задача управления сводится к перемещению изображающей точки из некоторой области фазового пространства по некоторой заданной траектории. Синтез САР по методу фазового пространства заключается в выборе такого управления, которое обеспечивает этот переход по желаемой траектории. Обратим внимание, что в неустойчивой системе **е)** имеются траектории, проходящие через центр координат, движение по которым является устойчивым. Назовем эти **S** траектории вырожденными. Если в начальный момент изображающая точка находилась на прямой **S**, то она асимптотически будет двигаться к началу координат. Но любое сколь угодно малое возмущение, всегда

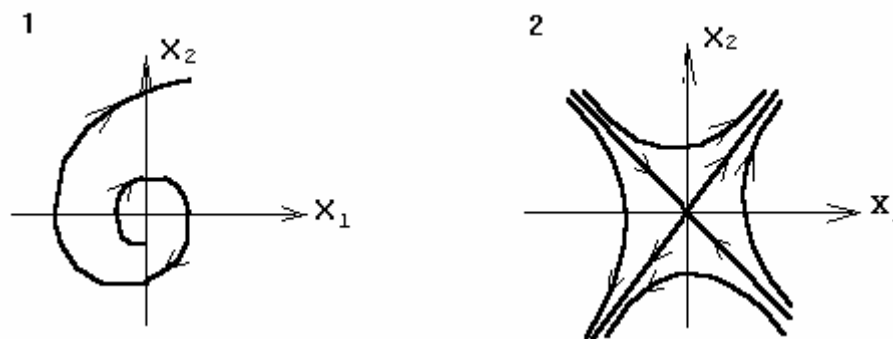
действующее в системе, выбивают точку с прямой  $S$  и в системе возникает неустойчивое движение.

Для любой системы большего порядка движение по траекториям, принадлежащим гиперплоскостям  $S$  назовем *вырожденным*. Эта особенность неустойчивых линейных САР позволяет наметить один из возможных принципов построения СПС.

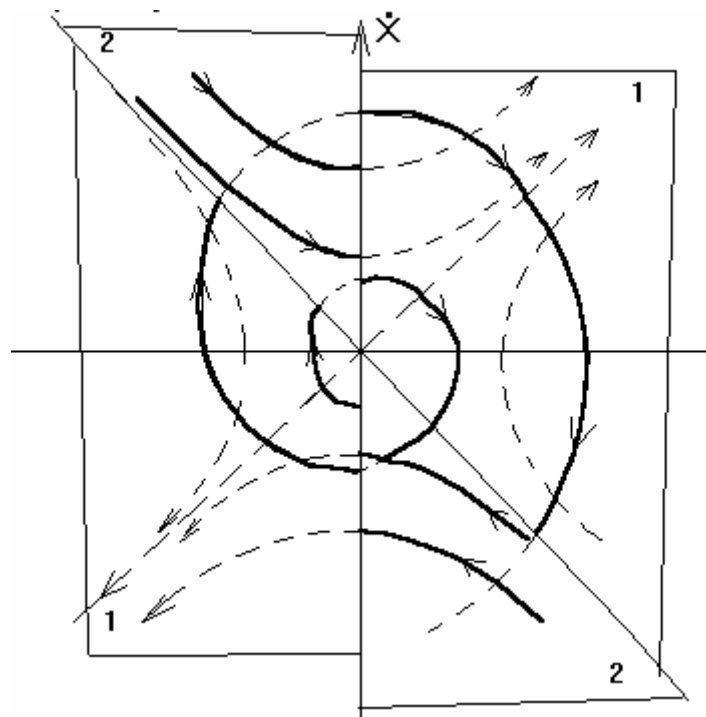
### 3. ПОСТРОЕНИЕ ФАЗОВОГО ПОРТРЕТА СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

Допустим, что решается задача максимального быстрогодействия системы. Тогда для синтеза лучше выбрать неустойчивые системы, у которых скорость нарастания процесса велика. Пусть имеем две линейные неустойчивые системы, причем в фазовом пространстве одной из них имеется гиперплоскость с устойчивым вырожденным движением. Поставим задачу выбрать такую последовательность переключений структур, чтобы любая траектория пересекала эту гиперплоскость и после попадания на нее в системе была включена структура с устойчивым вырожденным движением, т.е. СПС будет устойчива при любых начальных условиях.

Выберем последовательность изменения структур, чтобы любое движение системы было устойчиво.



Разобьем фазовую плоскость на два листа по оси  $X_2$  и линии  $S$ .

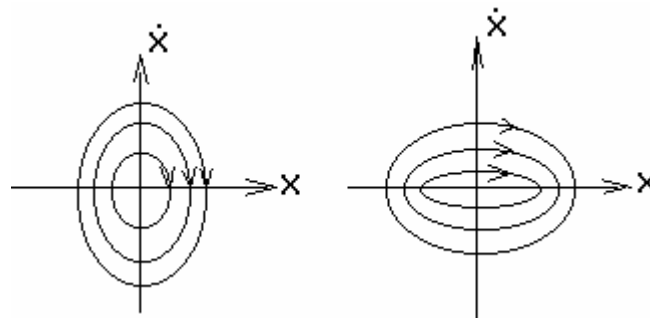


Пусть изображающая точка находится на листе 1, система имеет первую структуру, движение идет по раскручивающейся спирали. На листе 2 система должна двигаться по гиперболическим кривым (вторая структура).

Видно, что при движении система всегда попадает на прямую  $S$ , которая является устойчивой траекторией для второй структуры. Поэтому для любых начальных условий, начиная с некоторого момента  $t$  (времени попадания на  $S$ ) в системе возникает устойчивое движение.

Очевидно, что управляющее устройство УУ должно осуществлять переключения структуры на прямой  $S$  и оси ординат, при этом будет обеспечена аperiodическая устойчивость движения.

Другой пример, когда ни одна из переключаемых структур не имеет устойчивой гиперплоскости  $S$ .



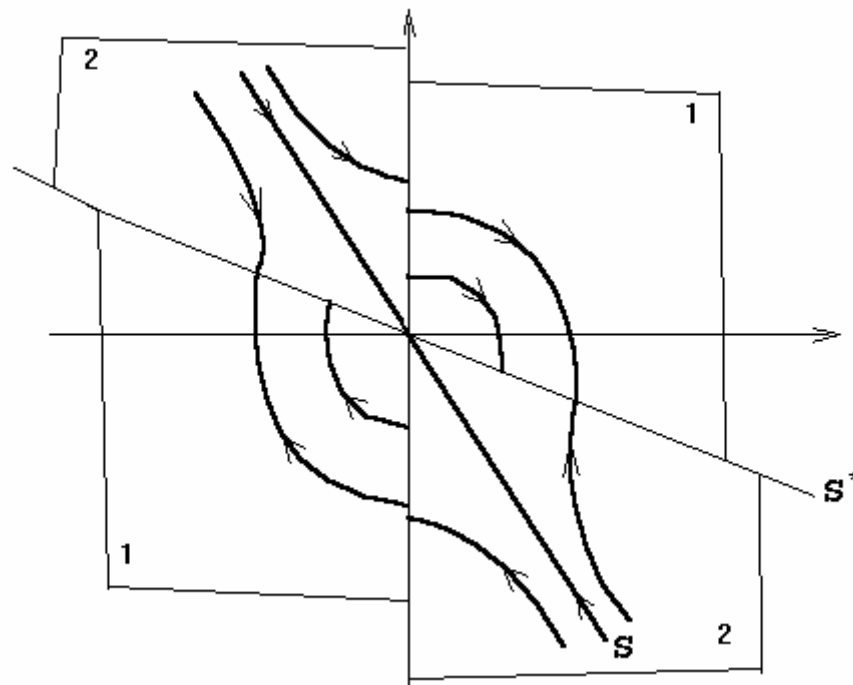
Изменение структуры происходит здесь на координатных осях.

Наиболее плодотворной идеей синтеза СПС оказалась идея создания *искусственных вырожденных движений*. В фазовом пространстве задается некоторая гиперплоскость  $S^*$ , движение в которой обладает желаемыми свойствами, причем траектории, лежащие на  $S^*$ , не принадлежат ни одной из структур. Последовательность изменения структур должна быть такой, чтобы изображающая точка всегда попадала на эту гиперплоскость  $S^*$ , а затем двигалась по ней. Тогда с момента попадания в системе будет существовать искусственное вырожденное движение, которое можно наделить рядом полезных свойств, не присущих ни одной из структур.

**Пусть имеем две структуры ( г, е ).**

Предположим, что изменение структуры осуществляется по оси ординат и прямой  $S^*$ , не принадлежащей ни одной из структур. Искусственная траектория заранее рассчитывается и задается, например, в виде прямой проходящей через центр. Уравнение этой прямой закладывается в память устройства переключения структур. Ось ординат и прямая  $S^*$  разбивают фазовую плоскость на два листа.

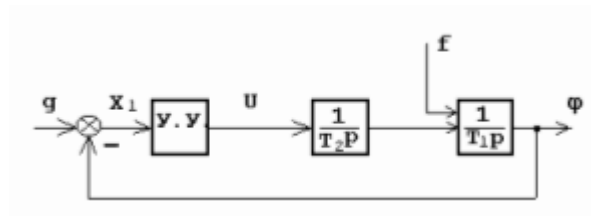




На листе 1 точка движется по эллиптическим кривым, а на листе 2 — по гиперболическим. Очевидно из любого начального положения точка попадает на прямую  $S^*$ . Если угловой коэффициент прямой больше углового коэффициента прямой  $S$ , то в окрестности  $S^*$  фазовые траектории будут направлены встречно. Тогда, попав на  $S^*$ , точка ее не покинет, т.е.  $S^*$  будет продолжением фазовой траектории.

#### 4. ПРИМЕНЕНИЕ СПС ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ОГРАНИЧЕННОЙ ИНФОРМАЦИИ О СОСТОЯНИИ СИСТЕМЫ

Рассмотрим систему второго порядка. Устойчивость в ней всегда можно обеспечить, если управление составить в виде комбинации сигнала ошибки и ее производной со своими коэффициентами передачи. Однако может оказаться, что получение точных значений производных затруднительно, зато легко можно получить информацию о знаке производной. Пусть задана система:



пусть  $g$  и  $f = \text{const}$ , т.е. исследуем устойчивость собственных движений.

Уравнения системы (без управляющего устройства УУ):

$$\frac{x}{U}(p) = \frac{-1}{T_2 p^2} \quad \text{или} : \quad \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -bU \quad \text{где} \quad b = \frac{1}{T_1 T_2} > 0$$

Обозначим  $x = x_1$ ;  $\frac{dx}{dt} = x_2$  и будем рассматривать систему: 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -bU \end{cases}$$

Имеем информацию о величине ошибки  $X_1$  и о знаке ее производной  $\text{Sgn}X_1$ .

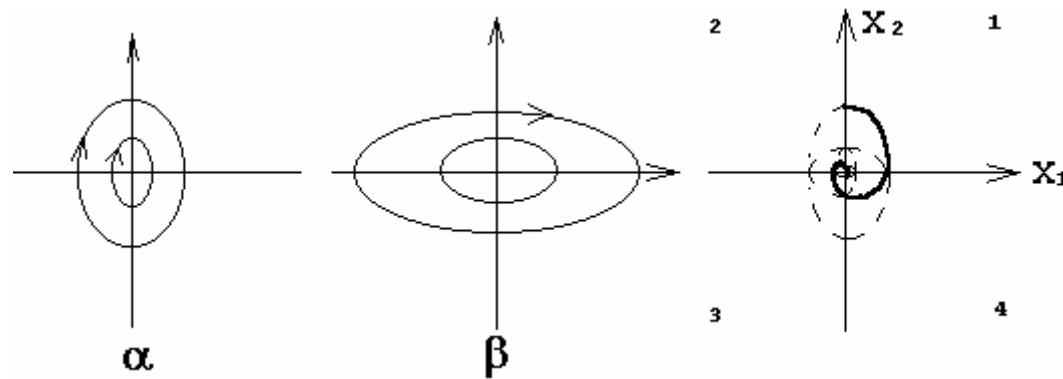
Следовательно, управляющее воздействие должно иметь вид:  $U = \alpha \cdot X_1$ ;  $\alpha = \text{const}$ .

При  $\alpha > 0$  система находится на границе устойчивости, при  $\alpha < 0$  система неустойчива, т.е. в рамках фиксированной структуры не удастся решить задачу об устойчивости системы.

Если изменять структуру, то выходная величина УУ будет равна либо  $\alpha \cdot X$ , либо,

$\beta \cdot X$ , где  $\alpha > \beta > 0$ ;  $\alpha, \beta = \text{const}$ .

Воспользуемся сшиванием фазовых траекторий:



т.е. если в 1 и 3 квадрантах иметь траектории 1-ой структуры, а во 2 и 4 квадрантах – второй, то система будет устойчива.

Структура должна меняться при изменении знаков координат  $X_1$  и  $X_2$  : если

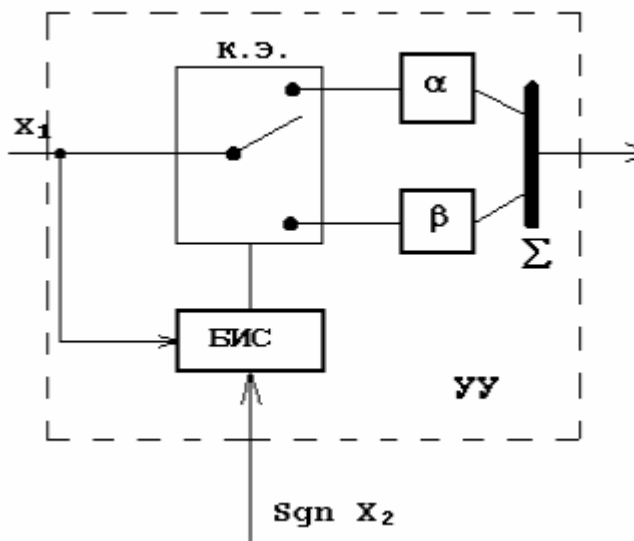
$$x_1 x_2 > 0 \text{ то } U = \alpha x$$

$$x_1 x_2 < 0 \text{ то } U = \beta x$$

Закон управления имеет вид:

$$U = \psi x_1 \text{ где } \psi = \begin{cases} \alpha, x_1 x_2 > 0 \\ \beta, x_1 x_2 < 0 \end{cases}$$

Таким образом, управляющее устройство УУ должно быть выполнено в следующем виде:



Таким образом, за счет сочетания линейных структур в СПС удастся получить новые свойства, не присущие ни одной из исходных структур.