



Национальный исследовательский
Томский политехнический университет

Механика 1.3

3.09.24;

Лектор - Козлов Виктор Николаевич,
доцент отделения машиностроения ИШНПТ

моб. тел. +7-913-812-58-34, kovn@tpu.ru

ВКС 380 440 5794, **Пароль:** 1DepTr

Лекции – 24 часа,

практические занятия – 32 часа,

88 часов самостоятельной работы,

расчётно-графические работы (РГР)

всего 144 ч., 4 кредита. **Экзамен**

2. **Динамический** анализ механизмов. Аналитический метод силового расчета механизмов. Исследование методом планов сил

Рассмотрим метод, позволяющий некоторые задачи **динамики** механизмов свести к задачам **статики**. К числу таких задач относится определение **реакций в кинематических парах** механизма при его **движении**, а также **уравновешивающих сил** или **уравновешивающих моментов**.

Если влиянием **сил инерции** можно **пренебречь** (тихоходные машины), то указанные задачи решаются методами статики. Однако в большинстве случаев приходится **принимать во внимание динамический** характер возникающих в механизмах **усилий**, и тогда прибегают к помощи **кинетостатики**. Для этого должны быть известны **массы** и **моменты инерции** всех **подвижных** звеньев механизма, а также **законы движения** его **ведущих звеньев**, что необходимо для определения сил инерции и моментов сил инерции.

Присоединив силы инерции к **заданным силам** и **реакциям связей**, действующим на звенья механизма, на основании **принципа Даламбера** получаем возможность применить ко всей совокупности указанных сил известные из статики условия равновесия. В **первом приближении кинетостатический** расчет механизма выполняется **без учета сил трения**.

2.1 Кинестатический расчет механизма

Силовой анализ включает в себя:

– изучение влияния **внешних сил**, сил **веса звеньев**, сил **трения** и сил **инерции** на **звенья** механизма, на элементы звеньев, **кинематические пары** и **неподвижные опоры**;

– установление способов **уменьшения динамических нагрузок**, возникающих при движении механизма.

Все силы, действующие на механизм, можно разделить на **две группы**:

1. Внешние силы – силы, приложенные к механизму, не зависящие от строения, массо-габаритных характеристик самого механизма:

а) **движущие** силы – F_d – силы, вызывающие движение. Передаются механизму **ведущим** звеном, их **работа** принимается **положительной**: $A_d > 0$.

б) силы **производственного сопротивления** – $F_{пс}$, – силы, для преодоления которых предназначен механизм, **работа** этих сил **отрицательна** $A_{пс} < 0$.

2. Силы, присущие самому механизму:

а) силы **вредного сопротивления** – $F_{вс}$, например, **силы трения** в кинематических парах. Тогда все силы **сопротивления** $F_c = F_{пс} + F_{вс}$;

б) **силы тяжести** – $F_G \equiv (G)$, $G = mg$;

в) **силы инерции** – $F_i = -ma_s$.

Аналогично **силам** классифицируются и **моменты**.

2.1 Кинетостатический расчет механизма(продолжение)

Силовой анализ механизмов может быть:

- **Статический** – не учитываются силы инерции звеньев, дополнительные силы, возникающие в процессе движения (например, кориолисовы).
- **Динамический** – учитываются как **статические**, так и **динамические** нагрузки.

Методы, применяемые при выполнении силового анализа можно разделить на две основные **группы**:

1. Аналитические.
2. Графоаналитические.

Типичные задачи, решаемые при выполнении силового анализа, следующие:

1. Определение **усилий**, действующих на **звенья** механизма.
2. Определение **реакций** в кинематических парах.
3. Определение **уравновешивающей силы** или **уравновешивающего момента**.
4. Определение **КПД** механизма.

Краткое объяснение **некоторых** методы.

Аналитический метод силового расчета механизмов

Среди аналитических методов широкое распространение получил метод расчета на основе обыкновенных **дифференциальных уравнений равновесия** твердых тел. Сущность метода: применение к решению задач динамики **плоских** механизмов **уравнений статики** – уравнений равновесия в форме Даламбера:

$$\begin{cases} \sum F_X = 0, \\ \sum F_Y = 0, \\ \sum M_Z = 0. \end{cases}$$

2.1 **Кинестатический** расчет механизма (продолжение)

В приведенных **уравнениях** под силами **F** и моментами **M** понимаются все **внешние силы и моменты, силы тяжести и реакции** в **кинематических парах**, подлежащие определению. Подобные уравнения должны быть **составлены для всех звеньев механизма и решены совместно**. В результате для механизма с **n подвижными** звеньями решается **система $3n$ уравнений**. В исходном виде такая система **применяется** для механизмов с **малыми** (или **мало меняющимися**) **скоростями** движения звеньев, когда можно **пренебречь инерциальными** составляющими.

Для того **чтобы** механизм находился в **равновесии** под воздействием **внешних сил**, к **одному из звеньев** механизма **должна быть приложена уравновешивающая сила F_y или уравновешивающая пара сил**, характеризуемая ее моментом **M_y** – уравновешивающим моментом. Эту силу или момент обычно считают **приложенными к ведущему звену**, которое либо **получает энергию**, требуемую для движения механизма, **извне**, как это имеет место у механизмов **рабочих машин**, либо **отдает ее**, как это имеет место у механизмов **двигателей**.

Если же в каждом уравнении добавить инерциальные составляющие, то каждое звено и механизм в целом можно считать находящимся в **мгновенном равновесном состоянии** (иногда называют **замороженное состояние, квазиравновесное**). В таком случае эта **система уравнений равновесия** называется **системой уравнений кинестатики**. Для выполнения **кинестатических** расчетов необходимо знать **законы движения** звеньев, поскольку в уравнения входят **инерционные** нагрузки, т.е. **кинематический анализ** должен быть выполнен.

2.1 Кинестатический расчет механизма (продолжение)

Решение систем уравнений **кинетостатики** в общем случае, когда необходимо получить зависимости **реакций** от **времени** или **положения** механизма, может быть весьма затруднительным, поскольку **инерциальные составляющие сил** зависят от **линейных ускорений**, а **моменты** – от **угловых ускорений**, которые в свою очередь, являются достаточно сложными тригонометрическими **нелинейными функциями**. В результате **даже для простейшего шарнирного четырехзвенного механизма** (с одной присоединенной **группой Ассур 2-го класса**) необходимо решить систему **9** в общем случае **нелинейных** уравнений. Но решение приведенных систем **можно упростить**. Для этого рассмотрим **реакции в кинематических парах**:

– в каждой кинематической паре **5 класса** подлежат определению **две неизвестных** величины (рис. 1):

- во **вращательной** паре (рис. 1 а) **известна точка** приложения силы – **центр вращательной пары**, но **неизвестны величина и направление**;
- в **поступательной** паре (рис. 1 б) **известна линия действия** (направление) – **перпендикулярно поверхности контакта**, но **неизвестны величина и точка приложения K (h_i)**;

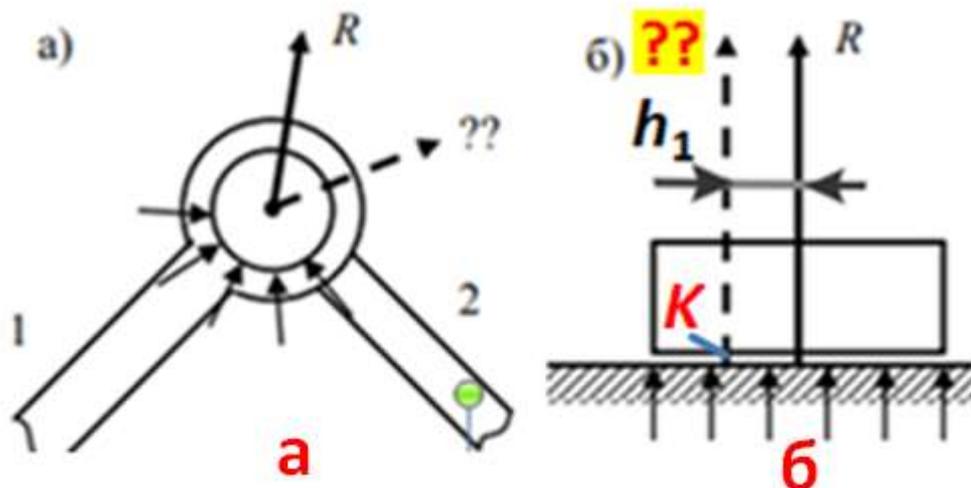


Рис. 1. К определению **реакций** в кинематических парах **5-го класса**

2.1 Кинестатический расчет механизма(продолжение).

- во **вращательной** паре (рис. 1 а) **известна** точка приложения силы – **центр вращательной пары**, но **неизвестны величина и направление**;
- в **поступательной** паре (рис. 1 б) **известна** линия действия (направление) – **перпендикулярно поверхности контакта**, но **неизвестны величина и точка приложения $K (h_i)$** ;

– в каждой кинематической паре **4- го класса** (рис. 2) **подлежит определению** одна **неизвестная** величина – **численное значение реакции**, так как **точка приложения известна** (точка контакта поверхностей или кривых) и **линия действия также известна** (вдоль **общей нормали** к контактирующим поверхностям). Таким образом, общее **число неизвестных**, подлежащих определению $2P_5 + P_4$. Общее количество **линейно-независимых** уравнений, которые могут быть **составлены $3n$** , где n – число **подвижных** звеньев. Известно, что **система решается**, если количество **неизвестных равно числу уравнений**: $3n = 2P_5 - P_4$, а это уравнение Чебышева для группы Ассур: $W = 3n - 2P_5 - P_4$.

Следовательно, **группы Ассур** являются **статически определяемыми системами**, и **полную систему уравнений статики** или **кинетостатики** для механизма **можно разбить на ряд подсистем**, которые **решаются последовательно**.

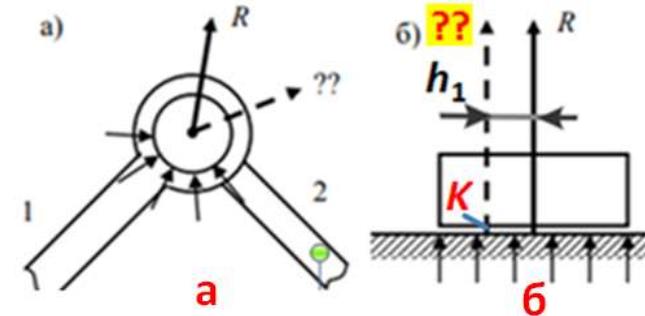
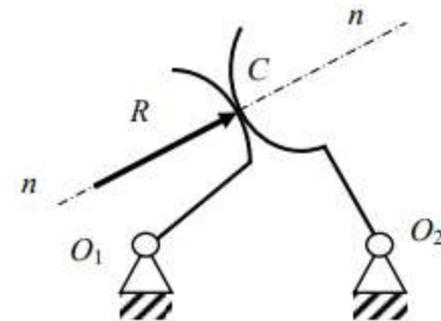


Рис. 1. К определению **реакций** в кинематических парах **5-го класса**

Рис. 2. К определению **реакций** в кинематических парах **4-го класса**



2.1 Кинестатический расчет механизма (продолжение). № 1 объяснений расчёта

Силовой расчет методом планов

Целью силового расчета является определение **усилий**, действующих на звенья механизма (**внешние силы**), давлений (**реакций**) в кинематических парах (**внутренние силы**), определение **уравновешивающего момента** (или силы), приложенного к **начальному механизму**, определение **коэффициента полезного действия** (КПД) механизма.

Порядок выполнения **силового расчета** рычажных механизмов **методом планов сил** на примере **силового расчета шестизвенного кулисного** механизма (Рис. 3).

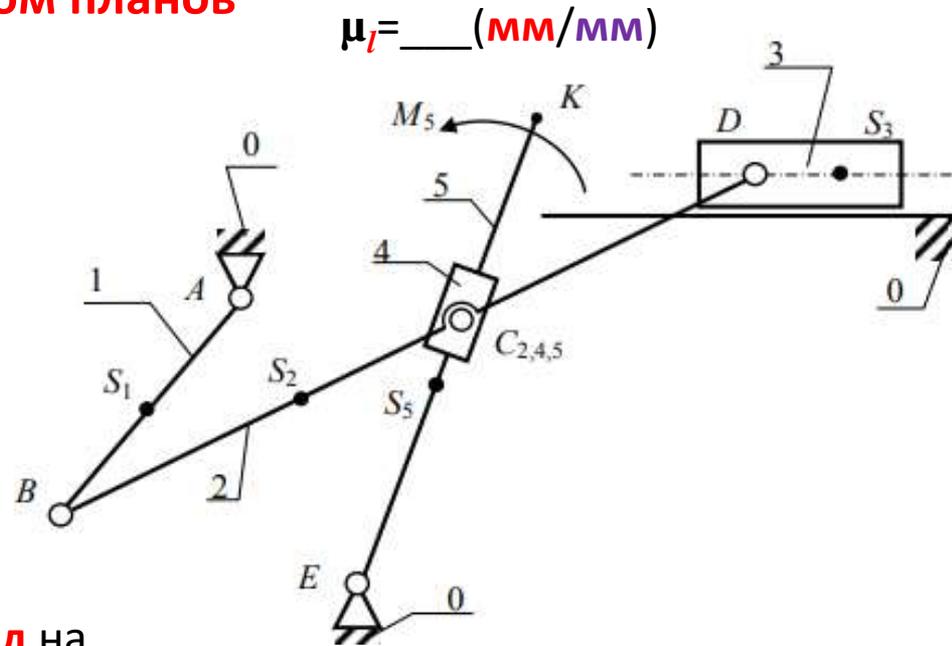


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

1) По заданным размерам в **масштабе** μ_l (**мм реалн/мм чертежа**) вычерчивается механизм.

2) Силовому расчету всегда предшествуют структурный и кинематический анализ.

Данный механизм содержит:

– **пять подвижных** звеньев: 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – ползун, 4 – камень, 5 – кулиса-коромысло;

– **семь кинематических пар пятого класса**: **пять вращательных** – $V_{0,1}$, $V_{1,2}$, $V_{2,3}$, $V_{4,2}$, $V_{5,0}$ и **две поступательные** – $P_{3,0}$, $P_{4,5}$. **Начальный механизм** с вращательной кинематической парой $V_{0,1}$ состоит из звена 1 и стойки 0.

2.2 Силовой расчет методом планов (продолжение). № 2

Механизм содержит **две структурные группы** (**группы Ассура**) **2-го класса**:
группа 2–3 [$B_{1,2} - B_{2,3} - П_{3,0}$] (**второго вида**);
группа 4–5 [$B_{2,4} - П_{4,5} - B_{5,0}$] (**третьего вида**).

3) Силовой расчет начинают с последней группы и заканчивают расчетом **начального механизма**. В данном примере силовой расчет должен быть проведен в такой последовательности:

- 1) расчет **группы 4–5**;
- 2) затем **группы 2–3**;
- 3) расчет **начального механизма 1–0**.

Рассмотрим порядок силового расчета **без учета трения** в кинематических парах.

Силы, действующие на звенья механизма

4) Рабочим звеном данного механизма является **звено 5**, к которому приложено **полезное** (производственное) **сопротивление M_5** , определяющееся из графика для данного положения механизма. Помимо заданного момента полезного сопротивления (или заданных сил), **учтем силы тяжести, силы и моменты инерции** звеньев.

$$\mu_l = \text{---} (\text{мм/мм})$$

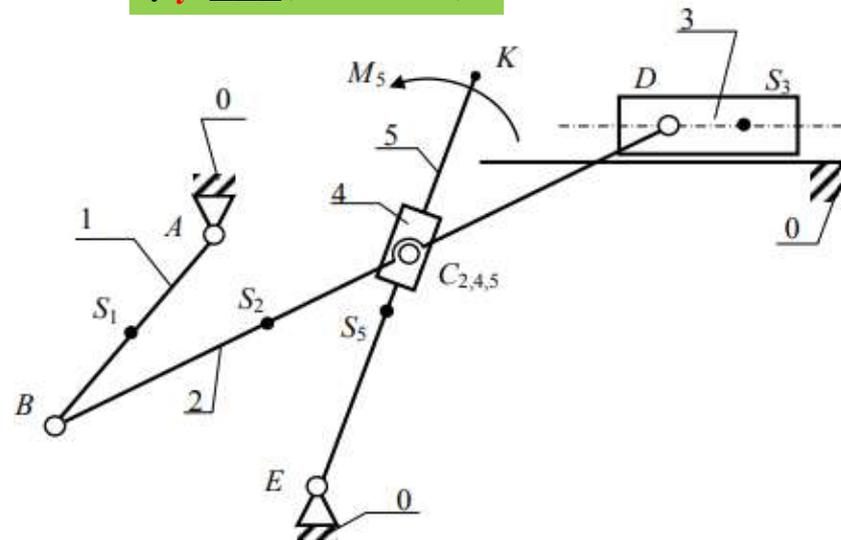


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

Силы, действующие на звенья механизма

5) Пусть **массы** звеньев будут m_1, m_2, m_3, m_5 . Массой **камня кулисы** m_4 пренебрегаем, так как она мала по сравнению с массами остальных звеньев. Отдельными силами и моментами в оценочных расчетах можно пренебрегать, если в суммарной нагрузке они не превышают 5%.

Вес звеньев:

$$F_{G1} = g \cdot m_1 = 9,81 m_1 \text{ Н}; \quad F_{G2} = g \cdot m_2 = 9,81 m_2 \text{ Н};$$

$$F_{G3} = g \cdot m_3 = 9,81 m_3 \text{ Н}; \quad F_{G5} = g \cdot m_5 = 9,81 m_5 \text{ Н}.$$

Величины **сил инерции** звеньев:

$$F_{i1} = m_1 \cdot a_{S1} = \text{_____ Н}; \quad F_{i2} = m_2 \cdot a_{S2} = \text{_____ Н};$$

$$F_{i3} = m_3 \cdot a_{S3} = \text{_____ Н}; \quad F_{i5} = m_5 \cdot a_{S5} = \text{_____ Н};$$

где $a_{S1}, a_{S2}, a_{S3}, a_{S5}$ – **ускорения центров масс**, определяемые из **плана ускорений**.

6) **Силы тяжести** и **силы инерции** приложены в **центрах масс звеньев**, т. е. в точках S_1, S_2, S_3, S_5 . **Силы тяжести** всегда направлены к центру Земли, т. е. вертикально вниз. **Силы инерции** направлены **противоположно ускорениям центров масс** (это **главные векторы сил инерции**). Поэтому для большей точности и наглядности на листе, где выполняется **силовой расчет**, следует привести планы **скоростей** и **ускорений**.

$$\mu_l = \text{_____ (мм/мм)}$$

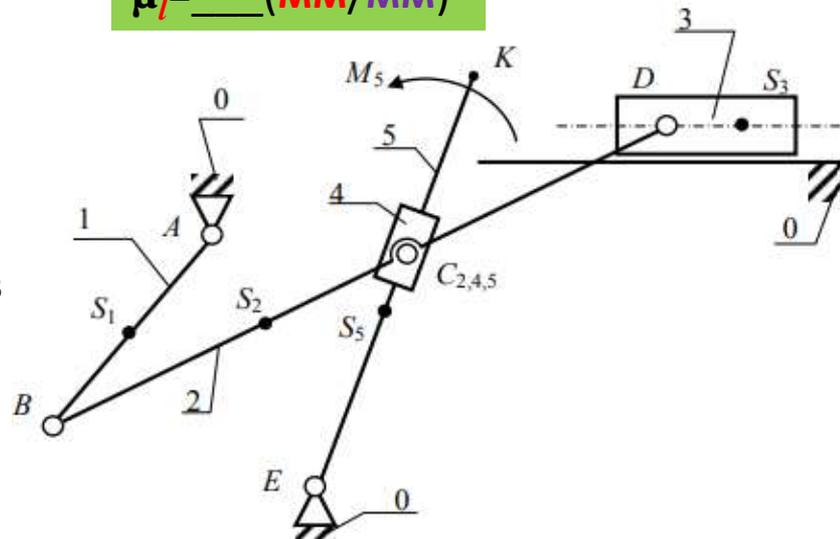


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

Силы, действующие на звенья механизма

7) Главные **моменты сил инерции** определяются по формуле $M_i = J_S \cdot \epsilon$ Н·м, где J_S – **момент инерции массы звена** относительно **оси**, проходящей через **центр масс**, **кг·м²**; ϵ – **угловое ускорение** звена, определенное ранее из кинематического исследования, **1/с²**.

В нашем примере $M_{i1} = 0$, так как при **угловой скорости** $\omega_1 = \text{const}$ **угловое ускорение** $\epsilon_1 = 0$, а также $M_{i3} = 0$ – **поступательное движение звена 3** ($\epsilon_3 = 0$), остальные: $M_{i2} = J_{S2} \cdot \epsilon_2$ Н·м; $M_{i3} = J_{S3} \cdot \epsilon_3$ Н·м.

8) **Моменты сил инерции направлены противоположно угловым ускорениям ϵ .**

Порядок **силового расчета методом планов сил**:

1. Вычерчивается в **масштабе** группа Ассура в **положении**, для которого выполняется силовой расчет.
2. Расставляются **внешние силы и моменты**, действующие на звенья группы (только **учитываемые** при силовом расчете).
3. Расставляются **неизвестные реакции** во **внешних кинематических парах**.
4. Составляется **уравнение равновесия группы** в **форме сил**, после анализа которого, а в некоторых случаях и **дополнительного нахождения** составляющих **реакций**, строится план сил.

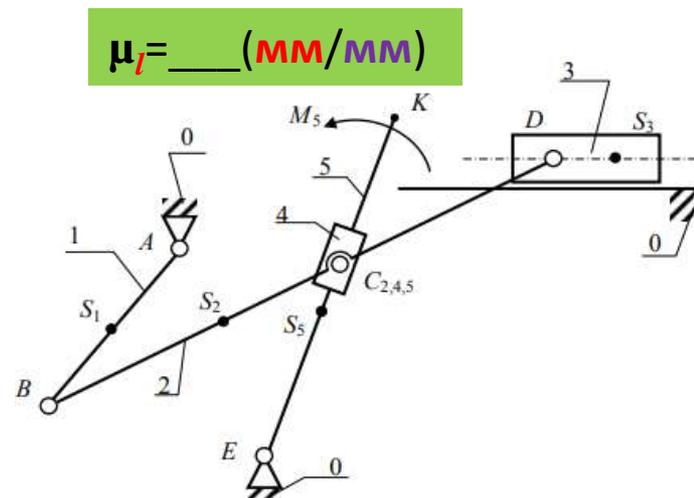


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

2.2.1 Силовой расчет группы 4–5 [В_{2,4} – П_{4,5} – В_{5,0}] № 5

4.1) Силовой расчет группы 4–5 [В_{2,4} – П_{4,5} – В_{5,0}]

К звеньям группы (рис. 4) приложены:

- $M_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ Н·м, **момент производственного** сопротивления;
- $M_{i5} = \underline{\hspace{2cm}}$ Н·м, **момент сил инерции** звена 5; $M_{i5} = J_5 \cdot \epsilon_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ Н·м;
- $F_{i5} = \underline{\hspace{2cm}}$ Н, **сила инерции** звена 5; $F_{i5} = m_5 \cdot a_{S5} = \underline{\hspace{2cm}}$ Н;
- $F_{G5} = \underline{\hspace{2cm}}$ Н, **сила тяжести** звена 5; $F_{G5} = m_5 \cdot g = \underline{\hspace{2cm}}$ Н;
- $F_{R2,4} = \underline{\hspace{2cm}}$ Н; и $F_{R0,5} = \underline{\hspace{2cm}}$ Н – **силы реакции** во **внешних кинематических парах** (в шарнире E и шарнире C_{4,5}).

4.2) Внешние кинематические пары вращательные, поэтому **реакции** будут проходить **через центры шарниров C и E**. Это **один из параметров** реакции как **силы**, **два других** – **модуль** и **направление** – **неизвестны** и подлежат определению.

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,4} + \bar{F}_{G5} + \bar{F}_{i5} + \bar{F}_{R0,5} = 0. \quad (1)$$

4.3) При составлении уравнения равновесия в форме сил рекомендуется придерживаться **следующих правил**:

- а) начинать** уравнение и **заканчивать** его **неизвестными** реакциями;
- б) записать** силы, действующие на **одно** звено, а затем – на **другое**.

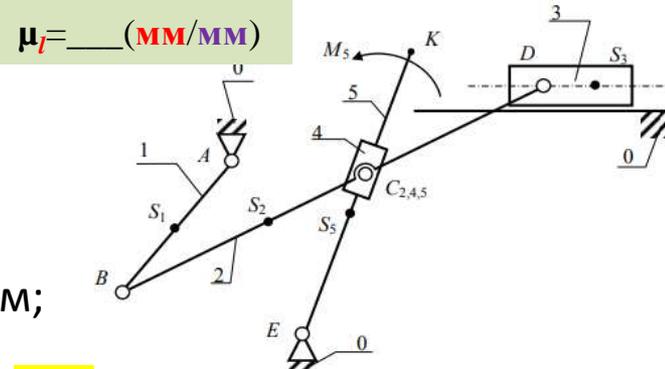


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

$$\mu_f = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (мм/мм)}$$

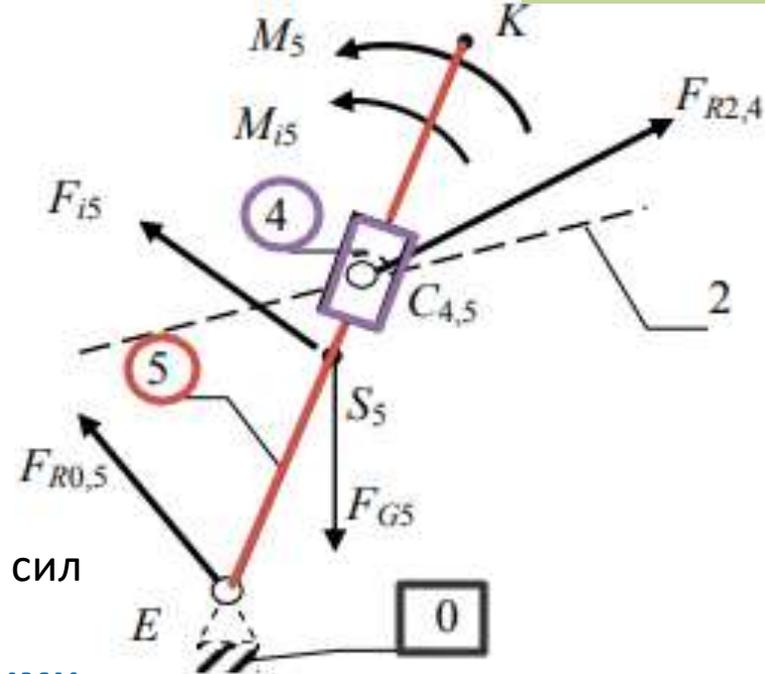


Рис. 4. Схема нагружения группы 4-5

4.4) Т.к. реакции $F_{R2,4}$ и $F_{R0,5}$ неизвестны ни по величине, ни по направлению, поступим следующим образом. Рассмотрим отдельно взятое звено 4 (камень кулисы) (рис. 5 а). На него действуют две силы: реакция со стороны звена 2 – $F_{R2,4}$ и со стороны звена 5 – $F_{R5,4}$. Реакция $F_{R2,4}$ во вращательной кинематической паре проходит через центр шарнира C_4 (давление второго звена на четвертое). Реакция $F_{R5,4}$ в поступательной кинематической паре (давление пятого на четвертое) перпендикулярна направляющей (рис. 5 а).

4.5) Звено 4 находится в равновесии под действием двух сил, это означает, что силы равны по величине, противоположны по направлению и проходят через одну и ту же точку, т.е. $F_{R2,4} = -F_{R5,4}$, приложены к точке C_4 и перпендикулярны звену 5 (рис. 5 б).

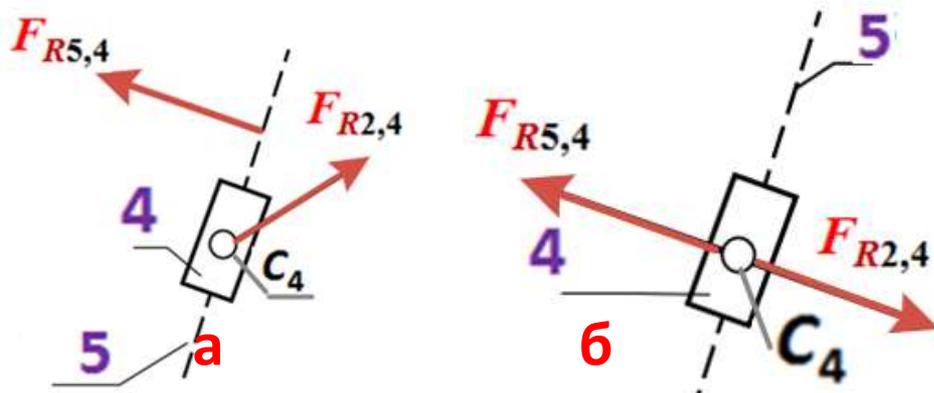


Рис. 5. Силовые факторы, действующие на камень кулисы группы 4-5

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,4} + \bar{F}_{G5} + \bar{F}_{i5} + \bar{F}_{R0,5} = 0. \quad (1)$$

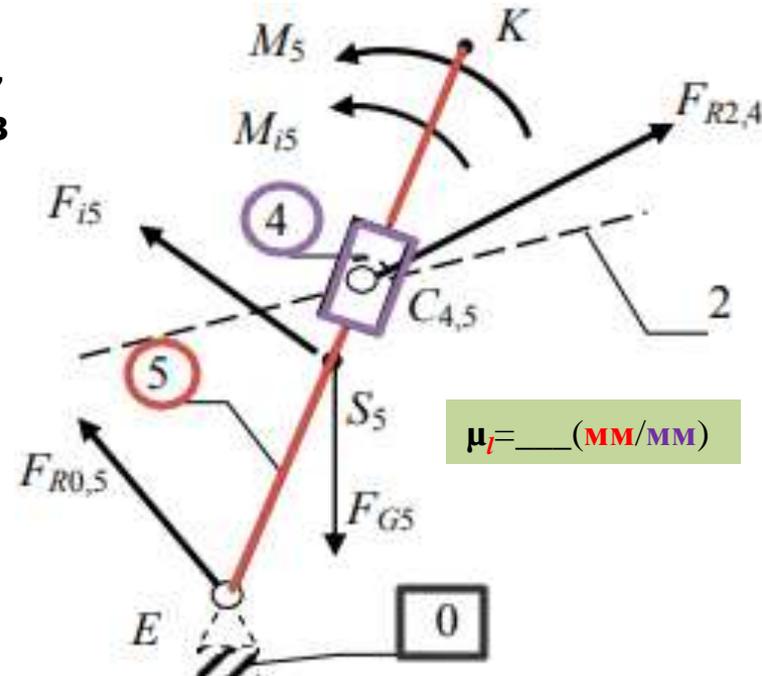


Рис. 4. Схема нагружения группы 4-5

4.6) Рассмотрим звено 5 (рис. 6). В точке С₅ звена будет приложена реакция $F_{R4,5}$, перпендикулярная к звену ($F_{R4,5} = -F_{R5,4}$), которую найдем из уравнения равновесия звена 5 (уравнение моментов относительно точки E):

$$M_E = M_5 + M_{i5} - F_{R4,5} \cdot l_{CE} - F_{G5} \cdot h_1 + F_{i5} \cdot h_2 = 0, \quad (2)$$

$$F_{R4,5} = \frac{M_5 + M_{i5} - F_{G5} \cdot h_1 + F_{i5} \cdot h_2}{l_{CE}}. \quad (3)$$

где l_{CE} – действительное расстояние от С до E (переменная);

h_1, h_2 – плечи сил, определяются по чертежу с учетом масштаба μ_1 (Н/мм).

$$(h_1 = \bar{h}_1 \cdot \mu_1, \\ h_2 = \bar{h}_2 \cdot \mu_1).$$

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,4} + \bar{F}_{G5} + \bar{F}_{i5} + \bar{F}_{R0,5} = 0. \quad (1)$$

$$\mu_1 = \text{---} (\text{мм/мм})$$

$$\mu_1 = \text{---} (\text{мм/мм})$$

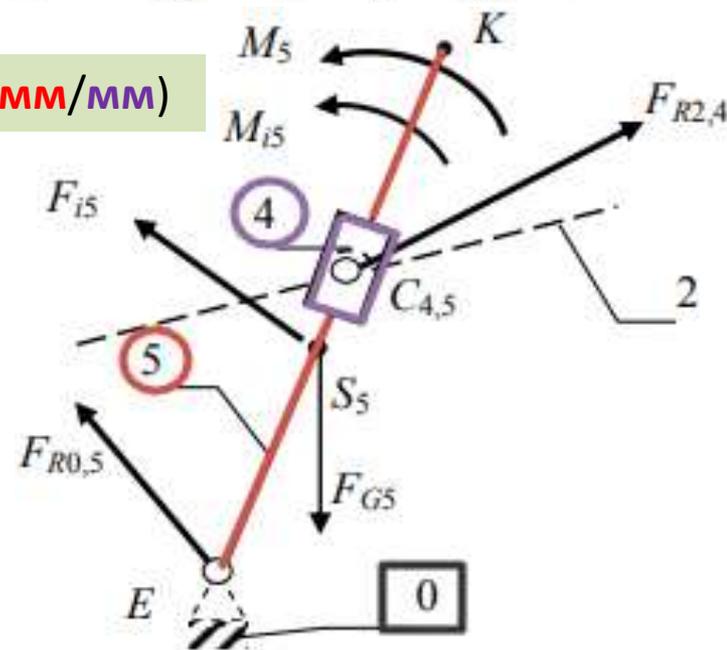
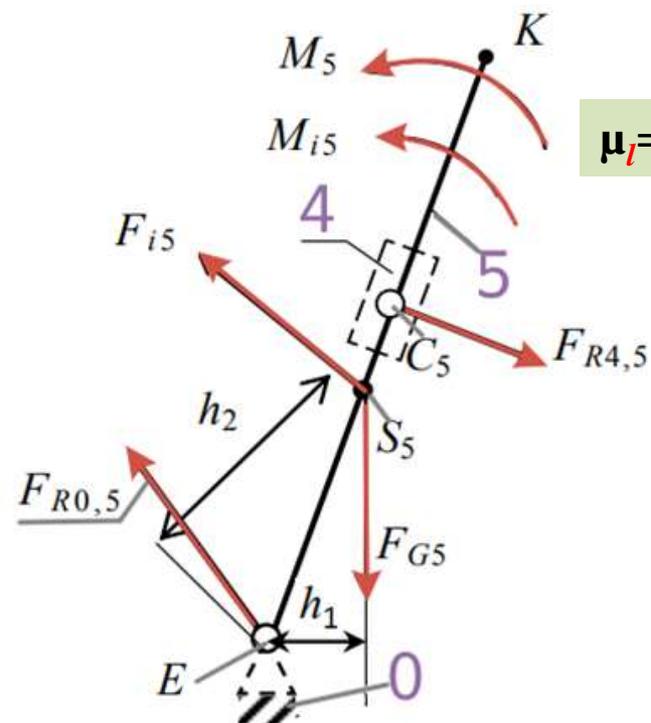


Рис. 4. Схема нагружения группы 4-5

Рис. 6. Схема нагружения звена 5

2.2.1 Силовой расчет группы 4–5 [В_{2,4} – П_{4,5} – В_{5,0}] (продолжение). № 8

Если при решении уравнения (3) $F_{R4,5}$ получится **отрицательной**, следовательно, её направление противоположно. Так как $F_{R4,5} = -F_{R5,4}$, а $F_{R5,4} = -F_{R2,4}$, то $F_{R4,5} = -F_{R2,4}$.

4.7 а) На основании уравнения (1) строится план сил группы 4–5 (рис. 7) из любой точки (например, из точки **а**), применяя масштабный коэффициент сил μ_F (Н/мм).

$$F_{R4,5} = \frac{M_5 + M_{i5} - F_{G5} \cdot h_1 + F_{i5} \cdot h_2}{l_{CE}} \quad (3)$$

Он выбирается **самостоятельно**: чем **больше величина наибольшей сил**, тем **больше** его величина, чтобы хватило места на листе для построения **плана сил**.

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,4} + \bar{F}_{G5} + \bar{F}_{i5} + \bar{F}_{R0,5} = 0 \quad (1)$$

$\mu_l = \underline{\hspace{2cm}}$ (мм/мм)

Из **плана сил** (рис. 7) найдем

$$F_{R0,5} = -F_{R0,5} \cdot \mu_F = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Н.}$$

$\mu_F = \underline{\hspace{2cm}}$ Н/мм).

$\mu_l = \underline{\hspace{2cm}}$ (мм/мм)

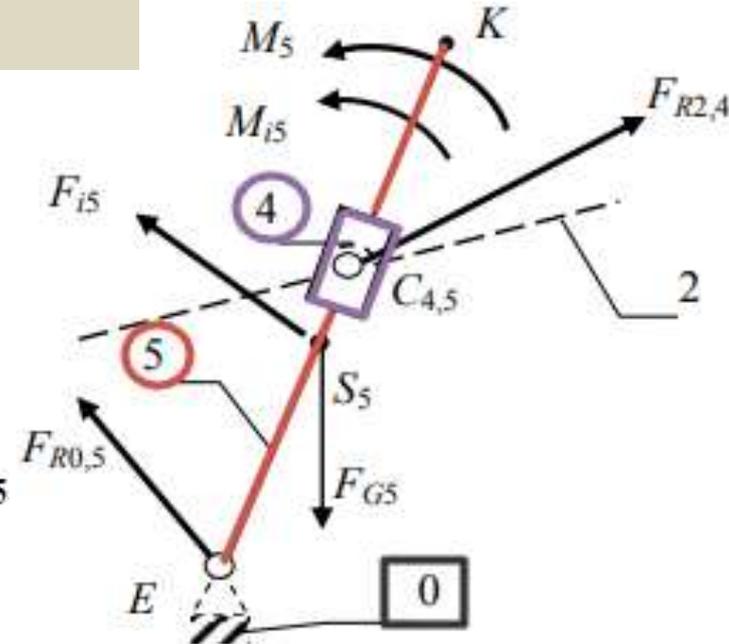
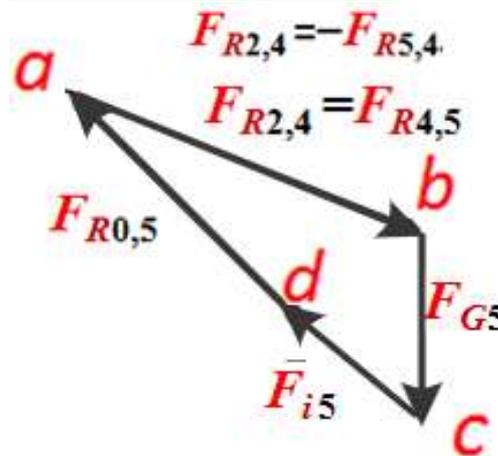
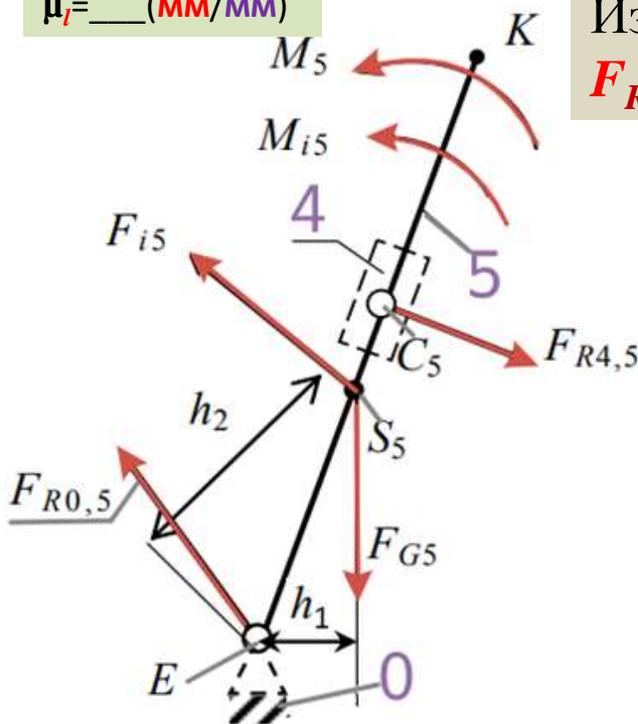


Рис. 7. План сил группы 4-5

Рис. 4. Схема нагружения группы 4-5

2.2.1 Силовой расчет группы 4-5 [$B_{2,4} - П_{4,5} - B_{5,0}$] (продолжение). № 9

4.7 б) Силовой расчет этой группы можно выполнить и по-другому. Разложить реакцию $F_{R0,5}$ на составляющие, направленные по звену $F^n_{R0,5}$ и перпендикулярно ему: $F^\tau_{R0,5}$, т.е. $\bar{F}_{R0,5} = \bar{F}^n_{R0,5} + \bar{F}^\tau_{R0,5}$.

Тогда уравнение (1) примет вид (4):

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,4} + \bar{F}_{G5} + \bar{F}_{i5} + \bar{F}_{R0,5} = 0. \quad (1) \rightarrow \sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,4} + \bar{F}_{G5} + \bar{F}_{i5} + \bar{F}^\tau_{R0,5} + \bar{F}^n_{R0,5} = 0. \quad (4)$$

4.7 в) Тангенциальная составляющая $F^\tau_{R0,5}$ определяется из уравнения моментов относительно точки С. Зная направление реакции $F_{R2,4}$, как было доказано выше, на основании уравнения (4) строится план сил, из которого определится реакция $F_{R0,5}$ и $F_{R2,4}$.

$$\mu_f = \text{---} (\text{мм/мм})$$

Из плана сил (рис. 7) найдем

$$F_{R0,5} = -F_{R0,5} \cdot \mu_f \text{ и } F_{R2,4}$$

$$\mu_f = \text{---} \text{ Н/мм}.$$

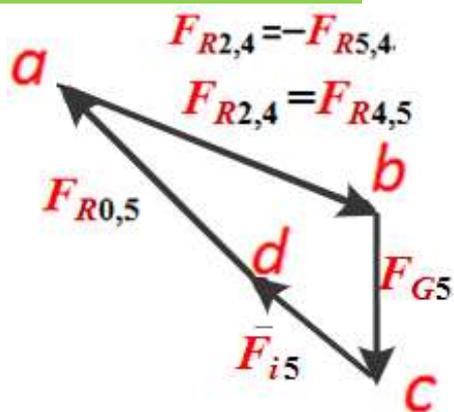


Рис. 7. План сил группы 4-5

$$\mu_f = \text{---} (\text{мм/мм})$$

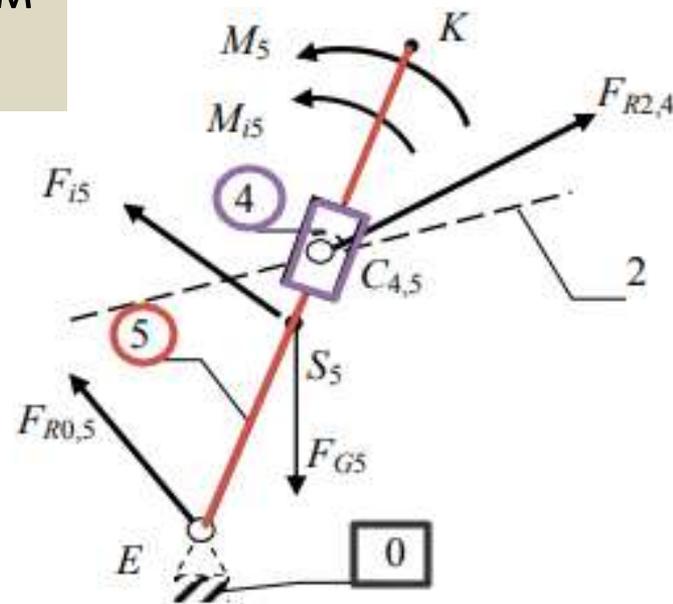


Рис. 4. Схема нагружения группы 4-5

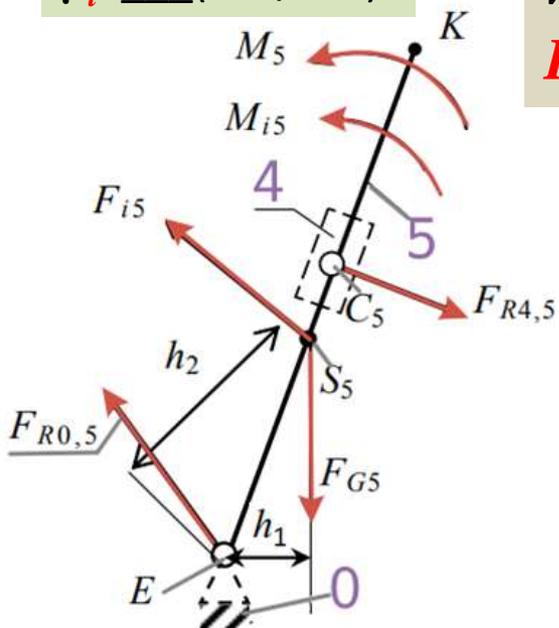


Рис. 6. Схема нагружения звена 5

2.2.2 Силовой расчет группы 2–3 [$B_{1,2} - B_{2,3} - П_{4,5}$] № 10

4.8) Рассмотрим группу Ассур 2–3. К звеньям группы приложены: $F_{i2} = \underline{\hspace{1cm}}$ Н, сила инерции звена 3; $F_{G2} = \underline{\hspace{1cm}}$ Н, сила тяжести звена 2; $F_{R4,2} = \underline{\hspace{1cm}}$ Н – силы реакции в кинематической паре со стороны звена 4 (в шарнире B); $M_{i2} = \underline{\hspace{1cm}}$ Н·м, момент сил инерции звена 2; $F_{G3} = \underline{\hspace{1cm}}$ Н, сила тяжести звена 3; $F_{i3} = \underline{\hspace{1cm}}$ Н, сила инерции звена 3.

Это **внешние** силовые факторы, **известные** по **величине**, **направлению** и **точкам приложения** (для **сил**). **Внешней силой для этой группы** будет теперь $F_{R4,2}$ – реакция в кинематической паре $B_{4,2}$, **найденная** при расчете предыдущей группы. Проставим неизвестные реакции во **внешних** кинематических парах: $F_{R1,2}$ проходит через центр шарнира B (направление **неизвестно**) и $F_{R0,3}$ **перпендикулярна направляющей** (точка приложения N **неизвестна**). Уравнение **равновесия группы 2–3** в форме сил:

$$\mu_i = \underline{\hspace{1cm}} (\text{мм/мм})$$

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R1,2} + \bar{F}_{i2} + \bar{F}_{G2} + \bar{F}_{R4,2} + \bar{F}_{G3} + \bar{F}_{i3} + \bar{F}_{R0,3} = 0. \quad (5)$$

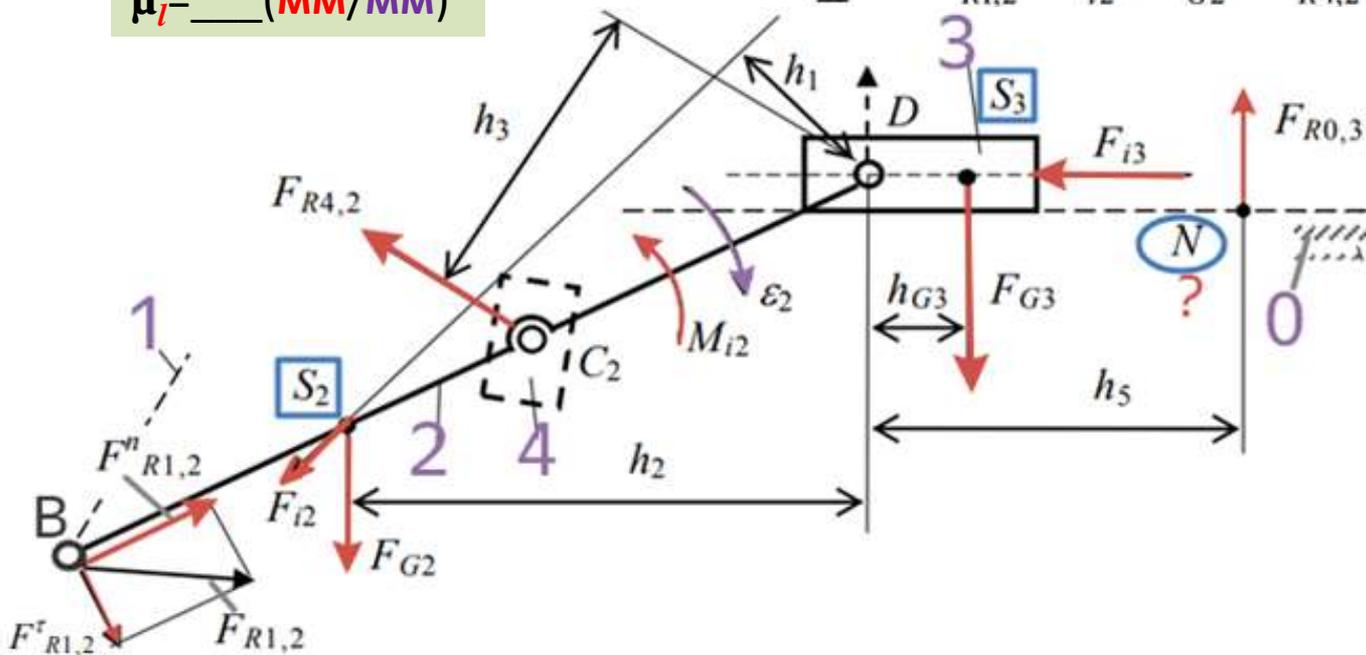


Рис. 8. Схема нагружения группы 4-5

4.9) Разложим реакцию $F_{R1,2}$ на составляющие, направленные **вдоль** звена ($F_{R1,2}^n$) и **перпендикулярно** ему ($F_{R1,2}^τ$), т.е. $\bar{F}_{R1,2} = \bar{F}_{R1,2}^n + \bar{F}_{R1,2}^τ$. (6)

Тогда уравнение (5) примет вид:

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R1,2}^n + \bar{F}_{R1,2}^τ + \bar{F}_{i2} + \bar{F}_{G2} + \bar{F}_{R4,2} + \bar{F}_{G3} + \bar{F}_{i3} + \bar{F}_{R0,3} = 0. (7)$$

Реакцию $F_{R1,2}$ найдем из **уравнения моментов** равновесия **звена 2**:

$$M_D = F_{R1,2}^τ \cdot l_{BD} + F_{i2} \cdot h_1 + F_{G2} \cdot h_2 - F_{R4,2} \cdot h_3 + M_{i2} = 0, (8)$$

отсюда
$$F_{R1,2}^τ = \frac{-F_{i2} \cdot h_1 - F_{G2} \cdot h_2 + F_{R4,2} \cdot h_3 - M_{i2}}{l_{BD}}. (9)$$

$\mu_i = \text{---} (\text{мм}/\text{мм})$

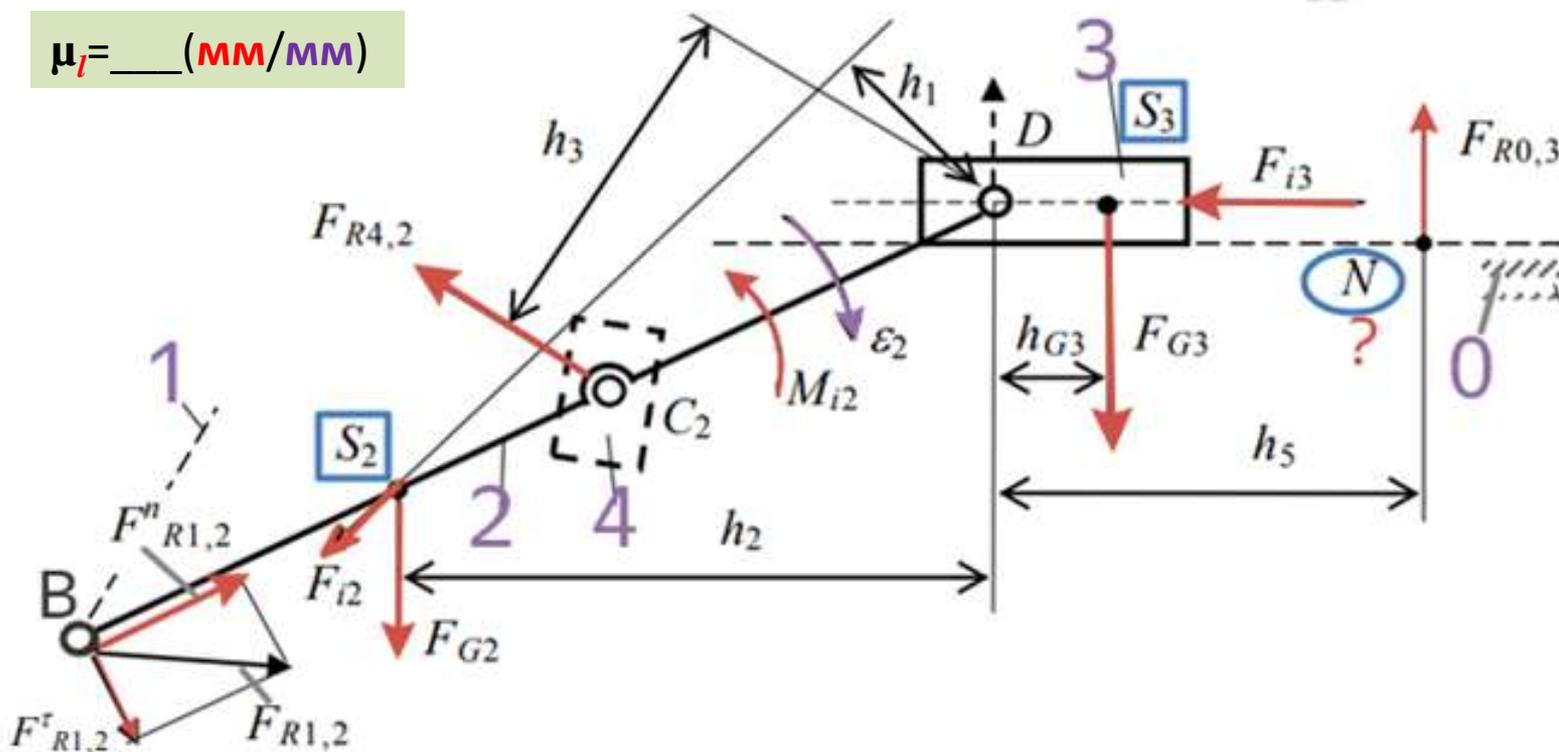


Рис. 8. Схема нагружения группы 4-5

2.2.2 Силовой расчет группы 2–3 [$B_{1,2} - B_{2,3} - П_{4,5}$] (продолжение). № 12

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R1,2}^n + \bar{F}_{R1,2}^{\tau} + \bar{F}_{i2} + \bar{F}_{G2} + \bar{F}_{R4,2} + \bar{F}_{G3} + \bar{F}_{i3} + \bar{F}_{R0,3} = 0. (7)$$

4.10) В соответствии с уравнением (7), учитывая направления $F_{R0,3}$ и $F_{R1,2}$ в выбранном масштабе μ_F (Н/мм), строим **план сил** (рис. 9). Точка **a** – начало построения плана, из которой откладывается вектор $F_{R1,2}^{\tau}$, затем F_{i2} , F_{G2} , $F_{R1,2}$, F_{G3} , F_{i3} . Из конца вектора F_{i3} проводим направление вектора $F_{R0,3}$, а из точки **a** проводим направление вектора $F_{R1,2}^n$. Так как $\Sigma F=0$, многоугольник сил должен быть **замкнутым**, точка **h** пересечения линий действия даст положение конца вектора $F_{R0,3}$ и определит величину вектора $F_{R1,2}^n$. Соединив точки **h** и **b**, получим полный вектор $F_{R1,2}$.

Из плана сил получим : $F_{R1,2} = \bar{F}_{R1,2} \cdot \mu_F = \bar{h}b \cdot \mu_F$
 $F_{R0,3} = \bar{F}_{R0,3} \cdot \mu_F = \bar{g}h \cdot \mu_F$

$$\mu_l = \text{---} (\text{мм/мм})$$

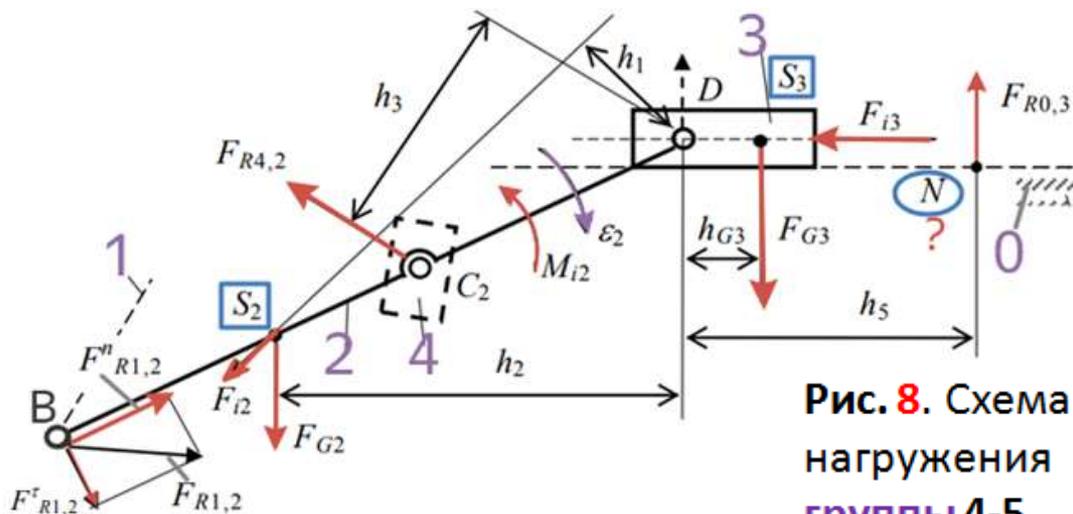


Рис. 8. Схема нагружения группы 4-5

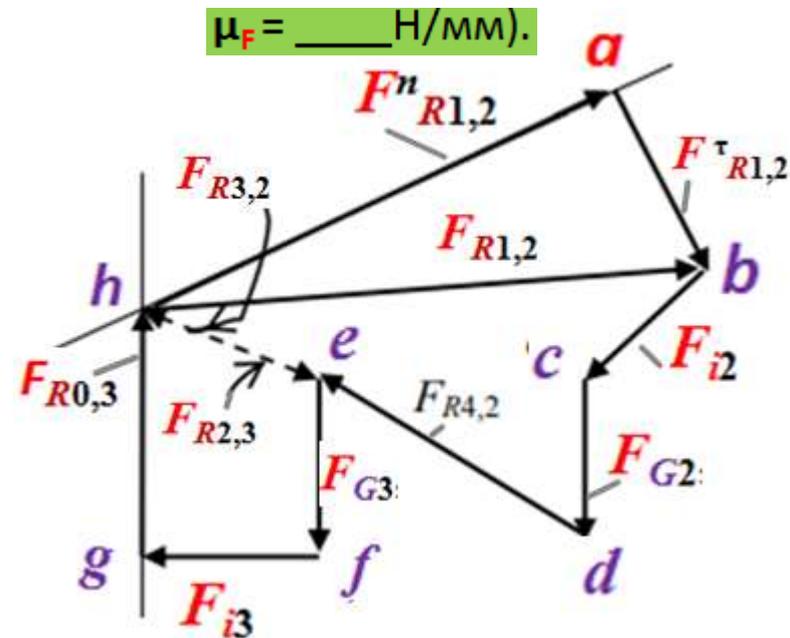


Рис. 9. План сил группы 2-3

2.2.2 Силовой расчет группы 2–3 [B_{1,2} – B_{2,3} – П_{4,5}] (продолжение). №13

4.11) Для определения реакции $F_{R2,3}$ или $F_{R3,2}$ во внутренней кинематической паре $B_{2,3}$ (шарнир D) составим уравнение равновесия звена 2. Со стороны звена 3 на звено 2 будет действовать сила $F_{R3,2}$, тогда

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R1,2} + \bar{F}_{i2} + \bar{F}_{G2} + \bar{F}_{R4,2} + \bar{F}_{R3,2} = 0. \quad (10)$$

4.12 а) На плане сил это будет отрезок eh (рис. 9): $F_{R3,2} = \overline{eh} \cdot \mu_F = \dots \text{Н.}$

4.12 б) Получим тот же результат, если рассмотрим звено 3:

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{G3} + \bar{F}_{i3} + \bar{F}_{R0,3} + \bar{F}_{R3,2} = 0; \quad F_{R2,3} = -F_{R3,2}.$$

4.13) Таким образом, из плана сил найдены реакции во всех кинематических парах группы 2–3: $FR1,2$, $FR2,3$, $FR3,0$.

$$\mu_f = \text{---} (\text{мм/мм})$$

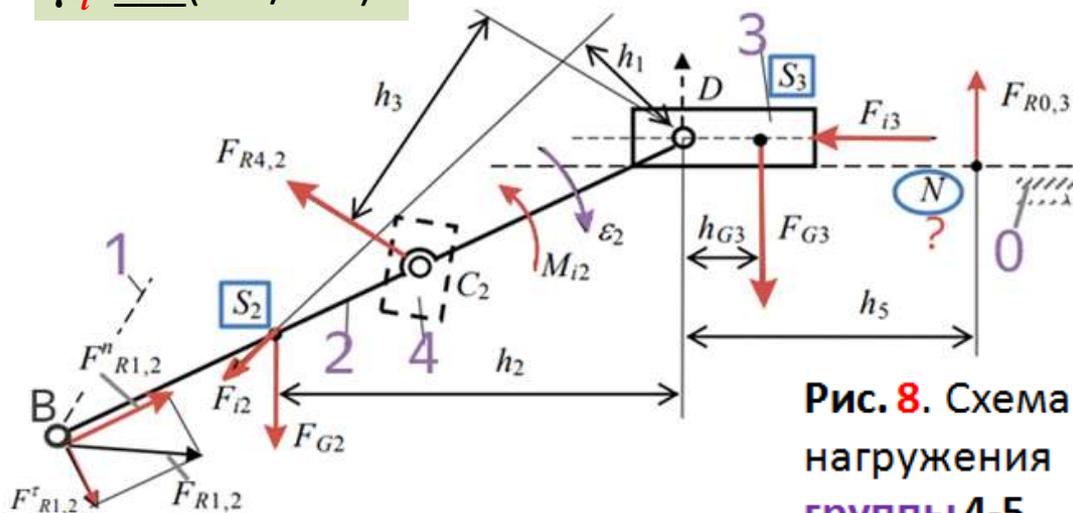


Рис. 8. Схема нагружения группы 4-5

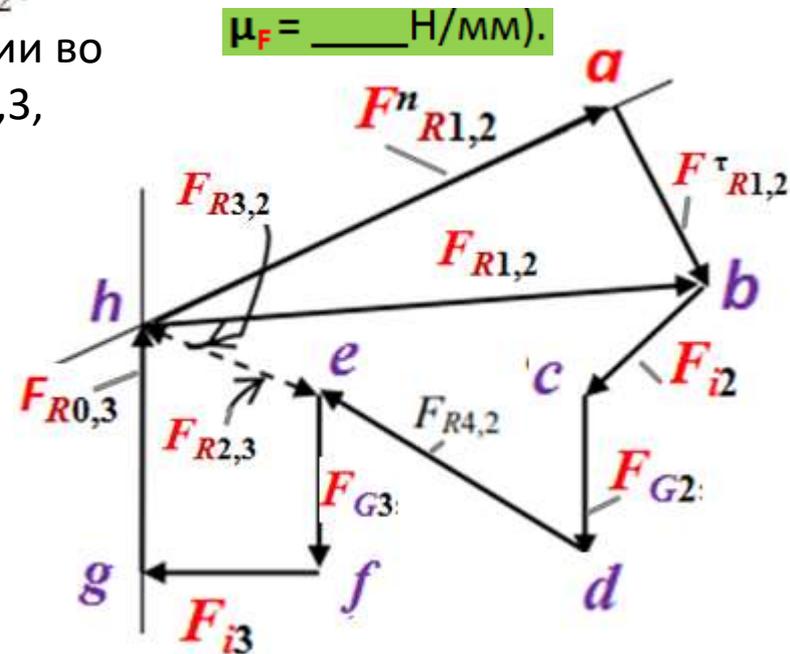


Рис. 9. План сил группы 2-3

2.2.2 Силовой расчет группы 2–3 [$B_{1,2} - B_{2,3} - П_{4,5}$] (продолжение). №14

4.14) Найдем точку приложения реакции $F_{R0,3}$ (точку N) в **поступательной** кинематической паре $П_{0,3}$, для чего составим уравнение равновесия **звена 3** (ползуна) в форме **моментов**. В данном случае силы F_{i3} и $F_{R2,3}$ проходят через центр **шарнира** D , тогда для **звена 3 момент сил относительно** точки D :
(здесь $h_4 = h_{G3}$ на рис. 8)

$$M_D = F_{R0,3} \cdot h_5 - F_{G3} \cdot h_4 = 0, \quad (11)$$

отсюда

$$h_5 = \frac{F_{G3} \cdot h_4}{R_{0,3}} = \dots \text{ мм.} \quad (12)$$

4.15) Если $h_4=0$, то и $h_5=0$, т. е. **векторы** всех **сил** и **давлений** в кинематической паре будут проходить через одну и ту же точку – центр **шарнира** D .

4.16) При необходимости учесть **силы трения** расчет ведется, как правило, **методом последовательных приближений**, за **начальное** приближение берется расчет **без учета** сил трения.

$$\mu_F = \text{___ Н/мм}.$$

$$\mu_f = \text{___ (мм/мм)}$$

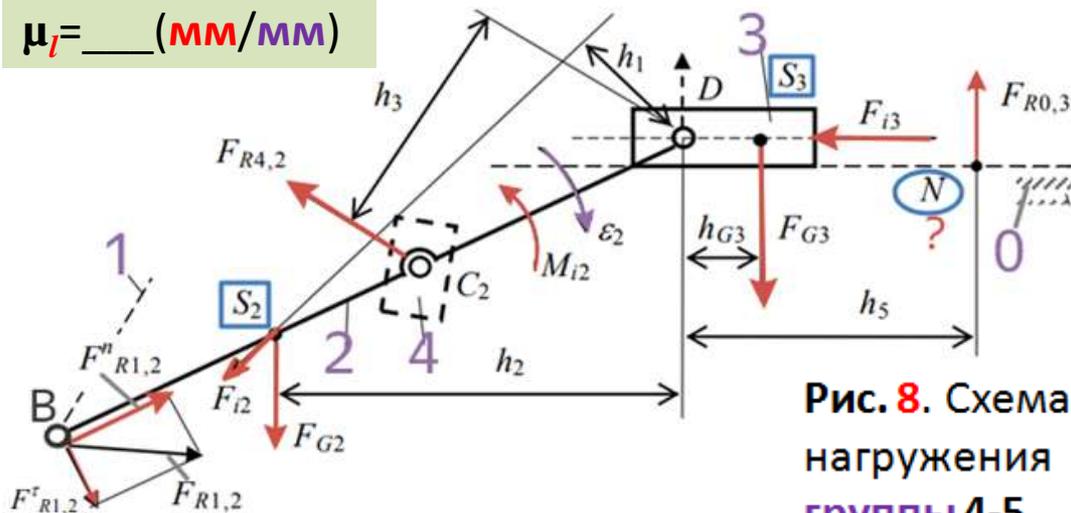


Рис. 8. Схема нагружения группы 4-5

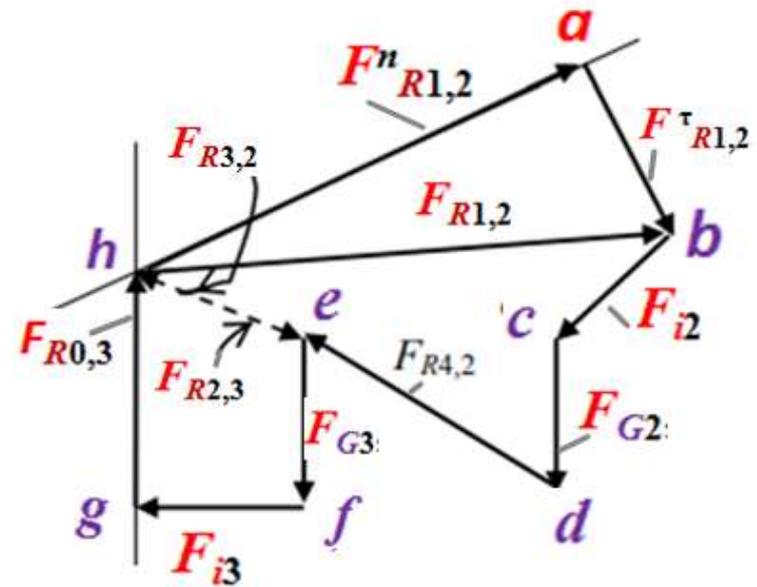


Рис. 9. План сил группы 2-3

2.2.3 Силовой расчет начального механизма (группы 0–1) [B_{0,1}] № 15

4.17) Начальным механизмом является кривошип 1, образующий со стойкой 0 вращательную кинематическую пару B_{0,1} (см. рис. 3). Силовой расчет в этом случае сводится к определению реакции в кинематической паре F_{R0,1} и величины уравнивающей силы F_b либо уравнивающего момента M_b, что определяется схемой привода.

4.18) Определим уравнивающую силу F_b, приложенную по касательной к точке B (перпендикулярно звену AB). Схема действия сил показана на рис. 10 а. К кривошипу 1 приложены силы: F_{R2,1} = ... Н, реакция в шарнире B – давление со стороны звена 2, полученное из расчета предыдущей группы; F_{G2} = ... Н, вес звена 1; F_{i1} = ... Н – сила инерции звена 1. Пусть уравнивающая сила F_b приложена в точке B и линия действия её перпендикулярна (в начальном приближении!) кривошипу 1 (перпендикулярно звену AB). Уравнивающую силу F_b найдем из уравнения моментов относительно шарнира A (чтобы момент от сил реакции в шарнире A F_{R0,1} был равен 0):

$$M_A = F_b \cdot AB + F_{G1} \cdot h_1 - F_{R2,1} \cdot h_2 = 0, \quad (13)$$

отсюда рассчитываем уравнивающую силу F_b:
$$F_b = \frac{-F_{G1} \cdot h_1 + F_{R2,1} \cdot h_2}{AB} = \dots \text{ Н.} \quad (14)$$

4.19) Плечи сил h₁, h₂ определяются из чертежа (рис. 10 а).

μ_l = ___ (мм/мм)



Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

μ_l = ___ (мм/мм)

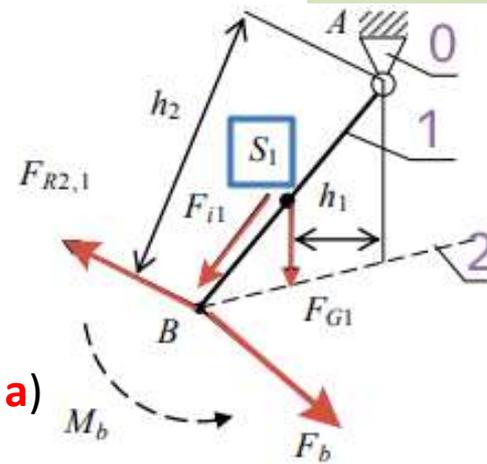


Рис. 10. Начальный механизм (группа 0-1) 22

2.2.3 Силовой расчет начального механизма (группы 0–1) [В_{0,1}] № 16

4.20) Реакцию $F_{R0,1}$ в кинематической паре

$B_{0,1}$ (в шарнире А) определим из условия

равновесия звена 1: $\sum \bar{F} = \bar{F}_b + \bar{F}_{R2,1} + \bar{F}_{i1} + \bar{F}_{G1} + \bar{F}_{R0,1} = 0$. (15)

4.21) Строим план сил (рис. 10 б, начало построения – точка а), отсюда найдем $F_{R0,1}$:

(реакция $F_{R0,1}^*$ – если приложен

уравновешивающий момент M_b , а не сила F_b !!!)

$$F_{R0,1} = \bar{f}a \cdot \mu_F = \dots \text{ Н.} \quad (16)$$

4.22) Если к начальному механизму будет приложен уравновешивающий момент M_b

(показан на рис. 10 а пунктиром, его направление можем задать произвольно, с

учетом предполагаемого направления составим уравнения равновесия), то его

величина и направление также определятся из уравнения равновесия кривошипа:

$$M_A = M_b + F_{G1} \cdot h_1 - F_{R2,1} \cdot h_2 = 0, \quad (17)$$

отсюда $M_b = F_{R2,1} \cdot h_2 - F_{G1} \cdot h_1 = \dots \text{ Н.} \quad (18)$

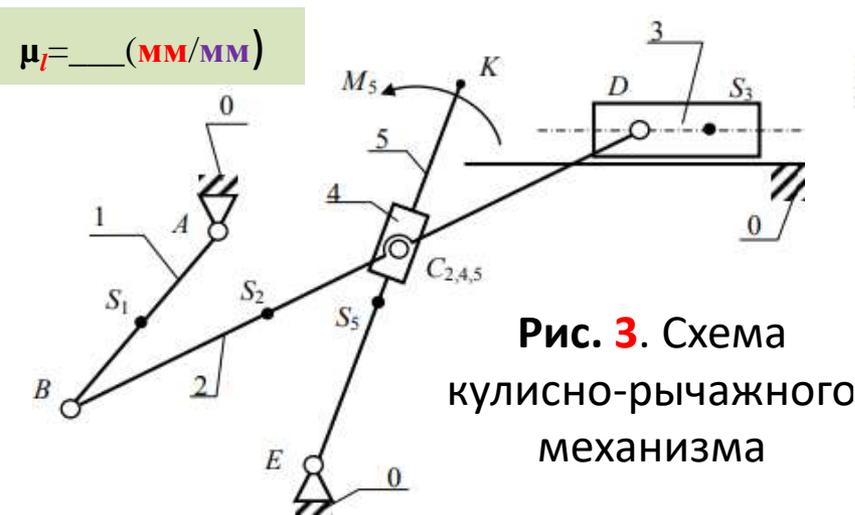


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

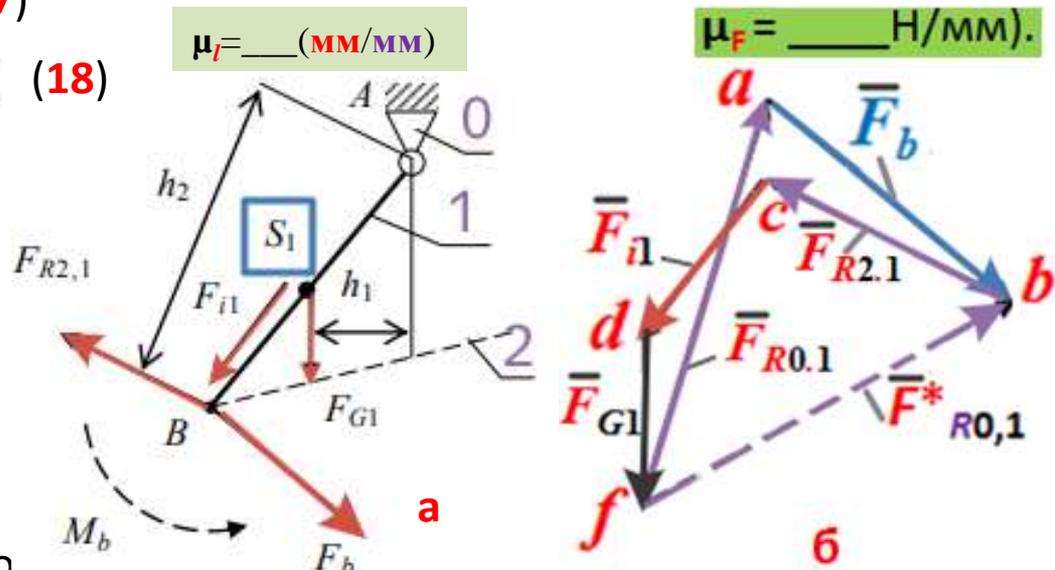


Рис. 10. Начальный механизм

а – схема; б – план сил

2.2.3 Силовой расчет начального механизма (группы 0–1) [В_{0,1}] № 17

h_1, h_2 – действительные значения плеч **действующих сил** для механизма!

4.23) Если после подстановки в уравнение (18) момент M_b получится **отрицательным** F_{G1} , следовательно, направление его будет **противоположным первоначально предположенному**.

4.24) Реакция в кинематической паре $F^*_{R0,1}$ в этом случае определится из уравнения

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,1} + \bar{F}_{i2} + \bar{F}_{G1} + \bar{F}^*_{R0,1} = 0. \quad (19)$$

4.25) Из **плана сил** (рис. 10 б) найдем $F^*_{R0,1}$: $F^*_{R0,1} = \bar{f}b \cdot \mu_F = \dots \text{Н.}$ (20)
(если приложен **уравновешивающий** момент M_b)

$$\mu_l = \underline{\hspace{2cm}} (\text{мм/мм})$$

$$\mu_f = \underline{\hspace{2cm}} (\text{мм/мм})$$

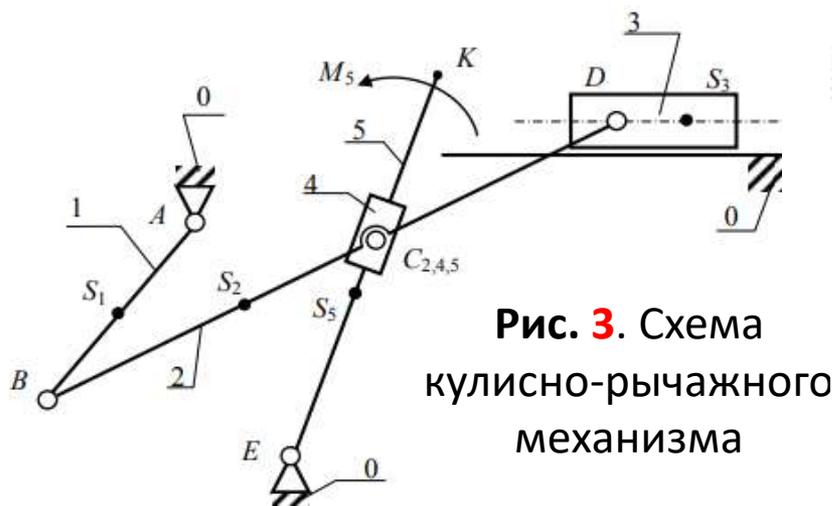


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

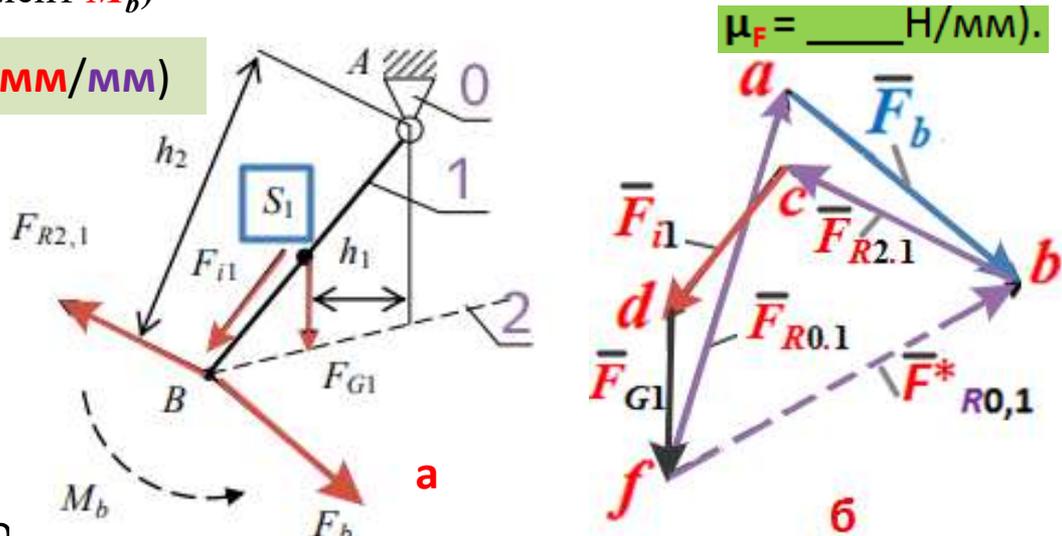


Рис. 10. Начальный механизм

а – схема; б – план сил

2.2.3 Силовой расчет начального механизма (группы 0–1) [В_{0,1}] № 18

Величина реакции в шарнире А может существенно отличаться, а от этого будут зависеть размеры цапф (подшипников). Если вал кривошипа получает вращение через соединительную муфту, то к нему будет приложен момент и при силовом расчете следует определять величину уравнивающего момента M_b .

Если вал кривошипа получает вращение через зубчатое зацепление, то в этом случае на кривошип будет действовать уравнивающая сила F_b , приложенная в полюсе зацепления, и будет направлена по линии зацепления.

При передаче вращения посредством цепной или ременной передачи уравнивающая сила будет направлена по ветви цепи или ремня.

Из (13) и (17): $M_b = F_b \cdot l_{AB}$, или $F_b = \frac{M_b}{l_{AB}}$. (21)

$\mu_l = \text{---} (\text{мм}/\text{мм})$

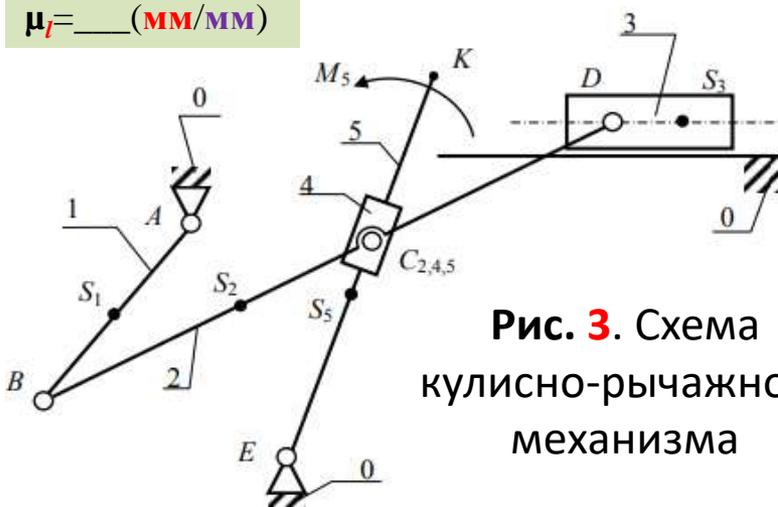


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

$$M_A = F_b \cdot AB + F_{G1} \cdot h_1 - F_{R2,1} \cdot h_2 = 0, \quad (13)$$

$$F_b = \frac{-F_{G1} \cdot h_1 + F_{R2,1} \cdot h_2}{AB} = \dots \text{ Н.} \quad (14)$$

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_b + \bar{F}_{R2,1} + \bar{F}_{i1} + \bar{F}_{G1} + \bar{F}_{R0,1} = 0. \quad (15)$$

$$F_{R0,1} = \bar{f}a \cdot \mu_F = \dots \text{ Н.} \quad (16)$$

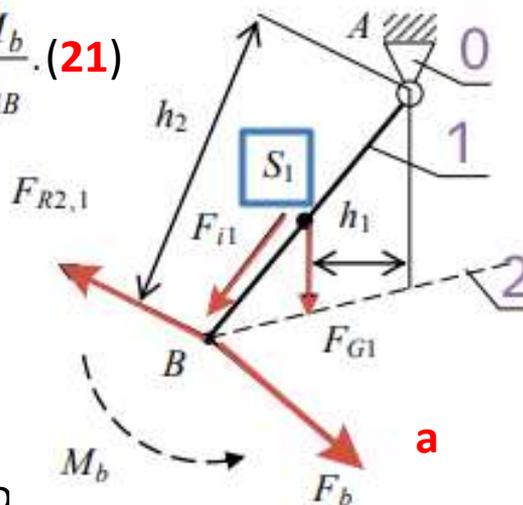
$$M_A = M_b + F_{G1} \cdot h_1 - F_{R2,1} \cdot h_2 = 0, \quad (17)$$

$$M_b = F_{R2,1} \cdot h_2 - F_{G1} \cdot h_1 = \dots \text{ Н.} \quad (18)$$

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,1} + \bar{F}_{i2} + \bar{F}_{G1} + \bar{F}_{R0,1}^* = 0. \quad (19)$$

$$F_{R0,1}^* = \bar{f}b \cdot \mu_F = \dots \text{ Н.} \quad (20)$$

$\mu_l = \text{---} (\text{мм}/\text{мм})$



$\mu_F = \text{---} \text{ Н}/\text{мм}$

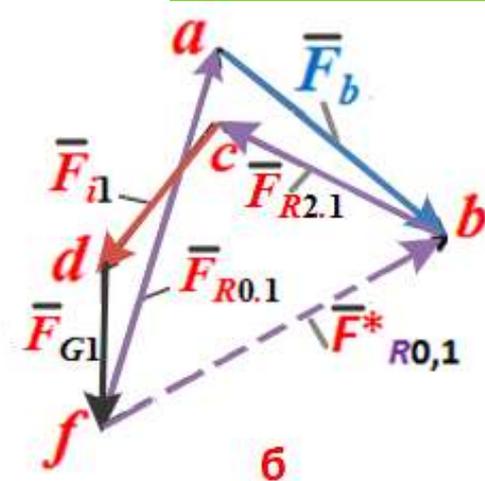


Рис. 10. Начальный механизм

а – схема; б – план сил