



Национальный исследовательский  
Томский политехнический университет

# Механика 1.3

3.09.24; 8.11.24

Лектор - Козлов Виктор Николаевич,  
доцент отделения машиностроения ИШНПТ  
моб. тел. +7-913-812-58-34, [kovn@tpu.ru](mailto:kovn@tpu.ru)

**ВКС** 380 440 5794, **Пароль:** 1DepTr

Лекции – 24 часа,

**практические занятия** – 32 часа,

88 часов самостоятельной работы,

**расчётно-графические работы (РГР)**

всего 144 ч., 4 кредита. **Экзамен**

### 3.6.8 Расчеты при растяжении (сжатии)

#### 1. Расчеты на прочность

$$\sigma_{p(c)} = F/A \leq \sigma_{p(c)p} \cdot [\sigma_B] [\sigma_{-B}]$$

где  $\sigma_{p(c)}$  – фактическое напряжение на растяжение или сжатие;  $\sigma_{p(c)p}$  – допускаемое напряжение на растяжение или сжатие. Это неравенство называется **условием прочности**. С его помощью могут быть решены задачи следующих **трех типов**.

**2. Определение предельной (допускаемой) нагрузки** для детали с определенными размерами **поперечного сечения**  $A$  и **допускаемым** напряжением  $\sigma_p$ :  $F_p \leq A \cdot \sigma_p$ .

Группа сталей	Марка стали	Механические характеристики					
		$\sigma_B$ , МПа	$\sigma_T$ , МПа	$\sigma_{-1p}$ , МПа	$\sigma_{-1}$ , МПа	$\tau_{-1}$ , МПа	НВ
Углеродистые стали качественные	10	340-420	210	120-150	160-220	80-120	137
	20	420-500	250	120-160	170-220	100-130	156
	30	500-600	300	170-210	200-270	110-140	179
	40	580-700	340	180-240	230-320	140-190	187-217
	45	610-750	360	190-250	250-340	150-200	197-241
	50	640-800	380	200-260	270-350	160-210	207-241

$$A_1 = (\pi \cdot d_1^2) / 4 = (\pi \cdot 20^2) / 4 = 314 \text{ мм}^2; F_{1 \max} = \sigma_T \cdot A_1 = 360 \cdot 314 = 1130097 \text{ Н} = 113 \text{ кН.}$$

$$A_2 = (\pi \cdot d_2^2) / 4 = (\pi \cdot 30^2) / 4 = 707 \text{ мм}^2; F_{2 \max} = \sigma_T \cdot A_2 = 360 \cdot 707 = 254469 \text{ Н} = 254 \text{ кН.}$$

### 3.6.8 Расчеты при растяжении (сжатии) (продолжение 1)

#### 2. Расчеты на жесткость

В некоторых случаях **работоспособность** конструкции **определяют** не величиной предельной нагрузки или предельного напряжения, а **величиной предельной деформации**  $\Delta l_p$ . В этом случае по уравнению находят фактическую деформацию и сопоставляют ее с предельной:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} \leq \Delta l_p.$$

Это **неравенство** называют **условием жесткости**, а расчеты, проводимые по этому неравенству, – **расчетами на жесткость**.

**Пример** расчетов на **прочность** и **жесткость** при растяжении (сжатии)

Рассмотрим **ступенчатый брус** (рис. 1 а), нагруженный продольными силами  $F_1$  и  $F_2$ , для которого следует **определить во всех поперечных сечениях** бруса (стержня)

внутреннюю **продольную силу**  $F_R$  (рис. 1 б) и **напряжения**  $\sigma$  (рис. 1 в), **вертикальные перемещения**  $\delta$  (рис. 1 г). Результаты привести в **графическом виде**, построив **графики (эпюры)**  $F_R=f(l)$ ;  $\sigma=f(l)$  и  $\delta=f(l)$ .

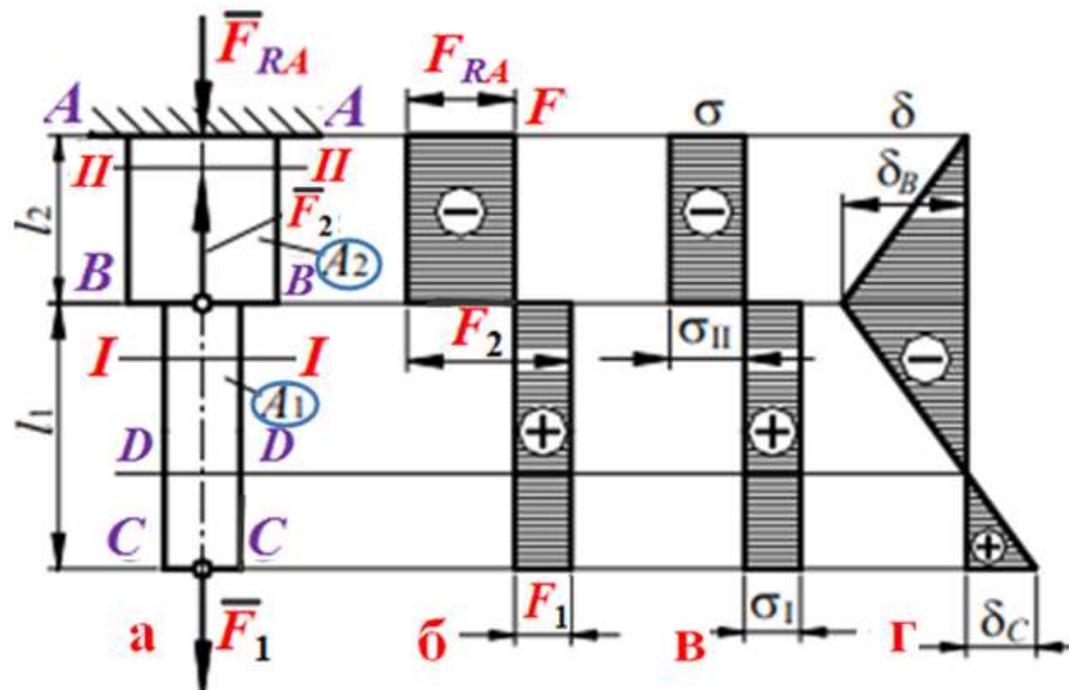


Рис. 1. Расчёт ступенчатого бруса

### 3.6.9 Расчеты на прочность и жесткость при растяжении

**Решение.** Для определения внутренних сил в поперечных сечениях бруса используем метод сечений. Мысленно разрежем брус по сечениям *I-I* и *II-II* (рис. 2 а, д, г).

Составим уравнение равновесия части стержня, расположенной ниже сечения *I-I* (рис. 2 д):  $\Sigma F_{y1} = F_{RI} - F_1 = 0$ , откуда:  $F_{RI} = F_1$ . Эти уравнения будут справедливы при изменении текущей координаты  $y_1$  в пределах от 0 до  $l_1$ , то есть при:  $0 \leq y_1 \leq l_1$ .

Уравнение равновесия части стержня, расположенной ниже сечения *II-II* (рис. 2 е):  $\Sigma F_{yII} = -F_{RII} + F_2 - F_1 = 0$ , откуда:  $F_{RII} = F_2 - F_1 = 0$ . Эти уравнения будут справедливы при:  $l_1 \leq y_1 \leq l_1 + l_2$ .

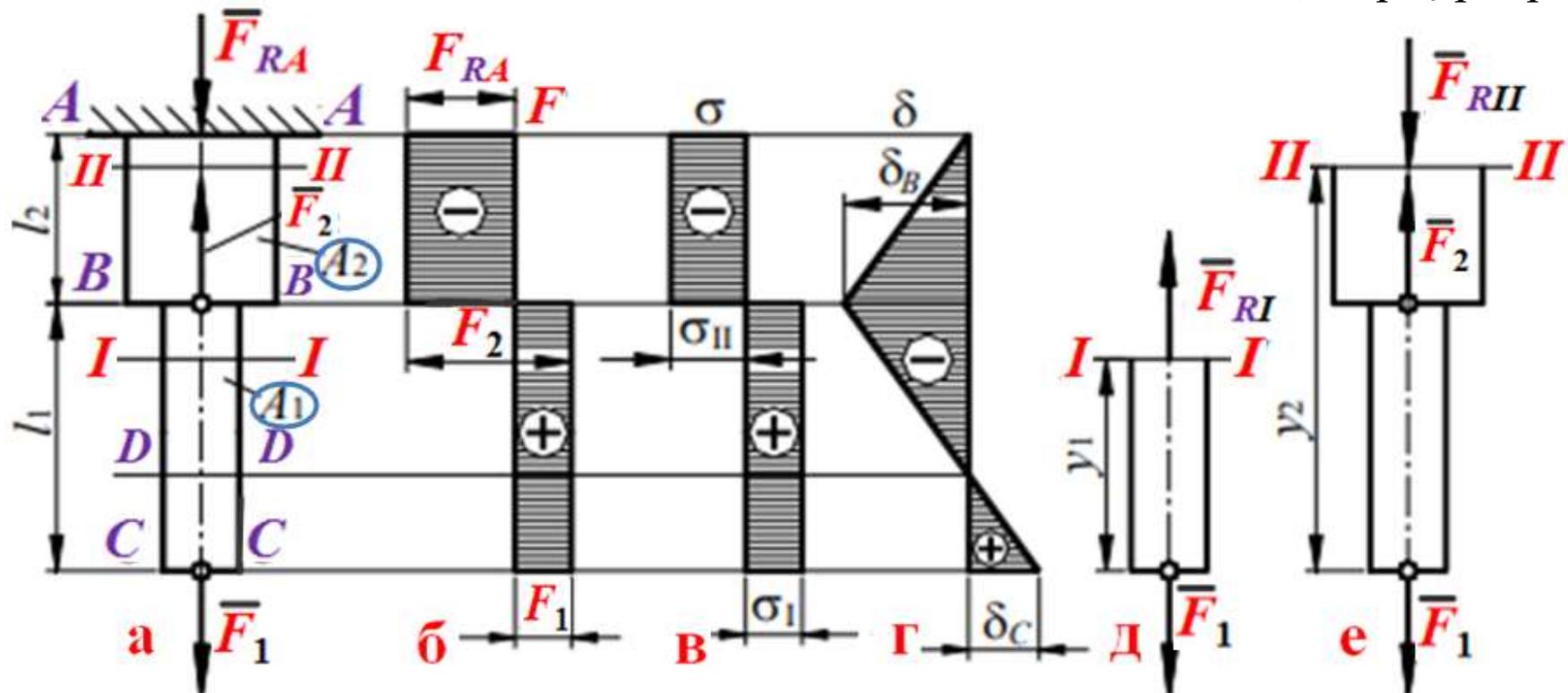


Рис. 2. Расчёт ступенчатого бруса:  $F_2 = 254$  кН;  $F_1 = 114$  кН;  $d_1 = 20$  мм;  $d_2 = 30$  мм.

$l_1 = 30$  мм;  $l_2 = 20$  мм;  $A_1 = (\pi d_1^2)/4 = (\pi \cdot 20^2)/4 = 314$  мм<sup>2</sup>;  $F_{1 \max} = \sigma_{\tau} \cdot A_1 = 360 \cdot 314 = 1130097$  Н = 113 кН

### 3.6.9 Расчеты на прочность и жесткость при растяжении (продолжение 1)

Выбрав масштаб  $\mu_F$  (Н/мм), строим эпюру продольных сил (рис. 2 б). При этом растягивающую продольную силу  $F_{RI}$  считаем положительной, сжимающую  $F_{RII}$  — отрицательной. В выбранном масштабе  $\mu_F$  строим эпюру продольных сил (рис. 2 б).

Напряжения  $\sigma$ : а) в сечениях нижней части стержня:  $\sigma_I = F_{RI}/A_1$  (растяжение);

б) в сечениях верхней части стержня:  $\sigma_{II} = F_{RII}/A_2$  (сжатие);

В выбранном масштабе  $\mu_\sigma$  (МПа/мм) строим эпюру напряжений (рис. 2 в).

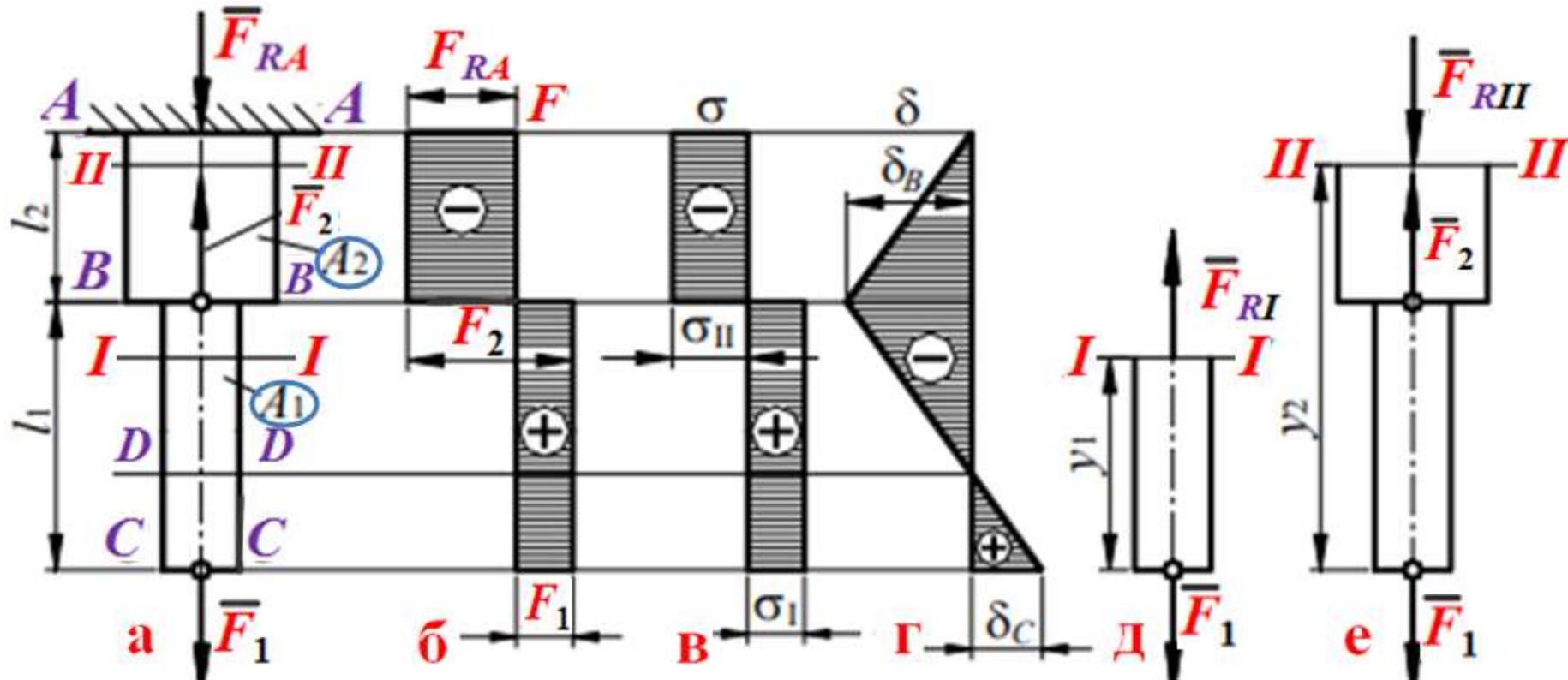


Рис. 2. Расчет ступенчатого бруса:  $F_2 = 254$  кН;  $F_1 = 114$  кН;  $d_1 = 20$  мм;  $d_2 = 30$  мм.  
 $l_1 = 30$  мм;  $l_2 = 20$  мм

### 3.6.9 Расчеты на прочность и жесткость при растяжении (продолжение 9)

Построить эпюры напряжений (рис.4в) и вертикальных перемещений (деформаций)  $\delta$  (рис.4 г),

3) эпюры напряжений  $\sigma$ : а) в сечениях **нижней** части стержня:  $\sigma_I = F_{RI}/A_1$  (растяжение) (рис.4 в) ;

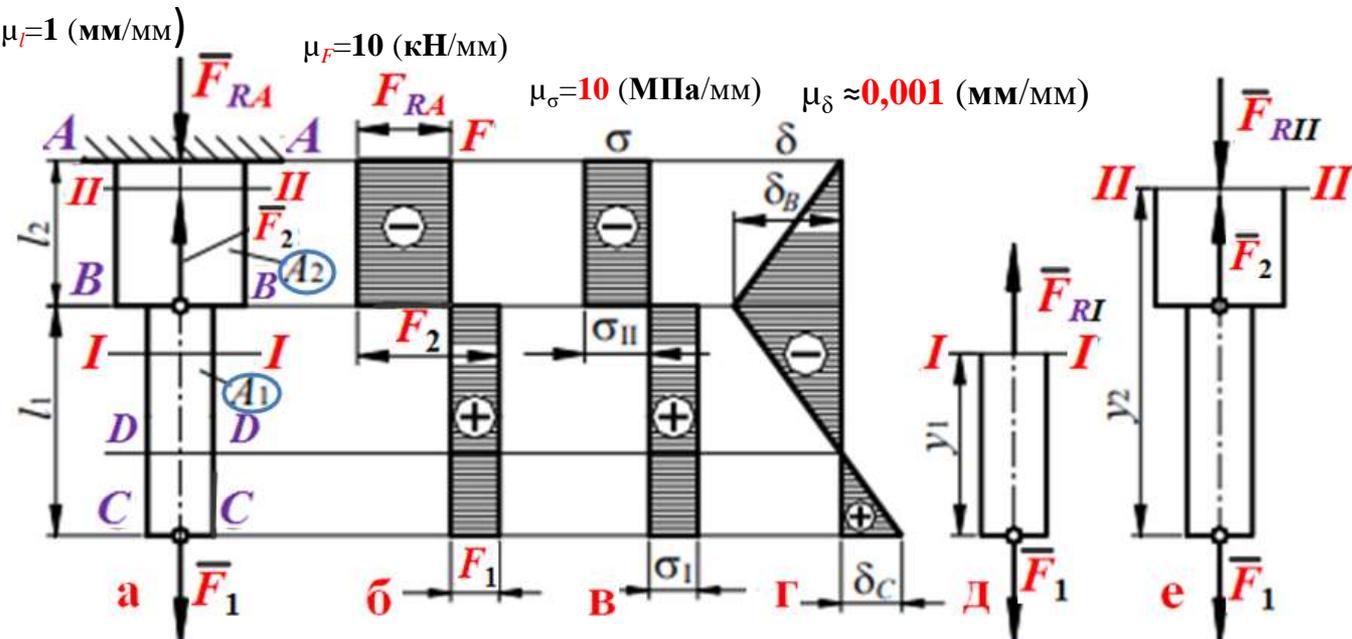
б) в сечениях **верхней** части стержня:  $\sigma_{II} = F_{RII}/A_2$  (сжатие) (рис.4 в) ;

4) эпюры деформаций  $\delta$ : а) Сечение **B-B** будет перемещаться **вверх**, поскольку **верхняя** часть стержня **сжимается**:  $\delta_B = (\sigma_{II} \cdot l_2)/E$  (сжимается, знак «минус» «-») (рис. 4 г), т.е.  $\delta_B = -(\sigma_{II} \cdot l_2)/E$ .

Сталь:  $E \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2 = 210 \text{ ГПа}$ .

б) Перемещение сечения **C-C** является алгебраической **суммой** перемещения сечения **B-B** ( $\delta_B$ ) и **удлинения** части стержня длиной  $l_1$ :  $\delta_C = \delta_B + \Delta l = \delta_B + (\sigma_I \cdot l_1)/E = (-\sigma_{II} \cdot l_2)/E + (\sigma_I \cdot l_1)/E$ .

В выбранном **масштабе**  $\mu_\delta$  (мм/мм) откладываем на эпюре значения  $\delta_C$  и  $\delta_B$  (рис. 4 г), **соединяем** полученные **точки прямыми** линиями, так как при действии сосредоточенных внешних сил **перемещения линейно** зависят от абсцисс (площади) сечений стержня, и получаем график (эпюру) перемещений.



Из **эпюры**  $\delta$  видно, что сечение **D-D** **не перемещается**, сечения, расположенные **выше** сечения **D-D**, **перемещаются вверх**, сечения, расположенные **ниже** сечения **D-D**, **перемещаются вниз**.

Рис. 4. Расчёт ступенчатого бруса:  $\sigma_I = +250$  МПа;  $\sigma_{II} = -300$  МПа;  $d_1 = 20$  мм;  $d_2 = 30$  мм.  $l_1 = 40$  мм;  $l_2 = 30$  мм

**ИДЗ-3 состоит из нескольких задач:**

- 1. Растяжение-сжатие ступенчатого бруса;**
- 2. Сдвиг;**
- 3. Кручение;**
- 4. Изгиб балки;**
- 5. Сложное сопротивление;**
- 6. Прочность материалов при переменных напряжениях.**

## 1. Растяжение-сжатие ступенчатого бруса

Стальной стержень находится под действием продольных сил (табл. 1).

- 1) Построить схему нагрузки бруса  $\mu_l = 1$  мм/мм;
- 2) эпюры внутренних продольных сил  $N (F)$   $\mu_N = \underline{\hspace{2cm}}$  Н/мм;
- 3) эпюры нормальных напряжений  $\sigma$  (МПа)  $\mu_\sigma = \underline{\hspace{2cm}}$  МПа/мм;
- 4) эпюры перемещений  $\lambda (\delta)$   $\mu_\delta = \underline{\hspace{2cm}}$  мм/мм; ( $\approx 0,001$  мм/мм).

Влиянием собственного веса стержня пренебречь. Модуль упругости стали  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа, длина  $l = 1$  м.

**Таблица 1.** Исходные данные к задаче 1 (растяжение-сжатие ступенчатого бруса) (по предпоследней цифре зачётной книжки )

Номер варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F_1$ , кН	20	25	10	55	25	10	30	45	35	20
$F_2$ , кН	25	15	50	15	45	35	10	25	50	30
$F_3$ , кН	40	40	45	30	30	25	45	20	25	25

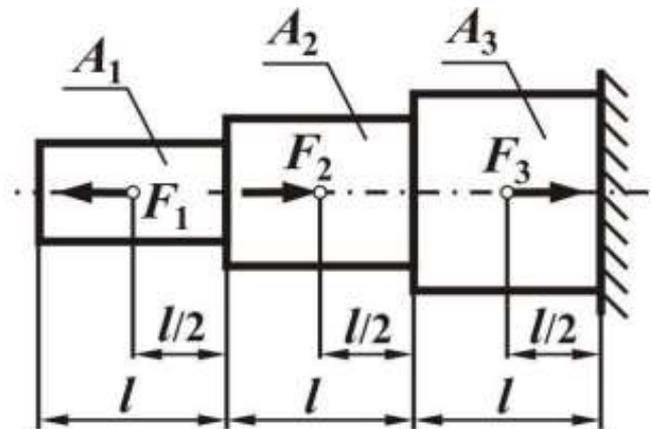
На схемах 0–9 центрами маленьких окружностей обозначены точки приложения

сил  $F_1, F_2, F_3$ .

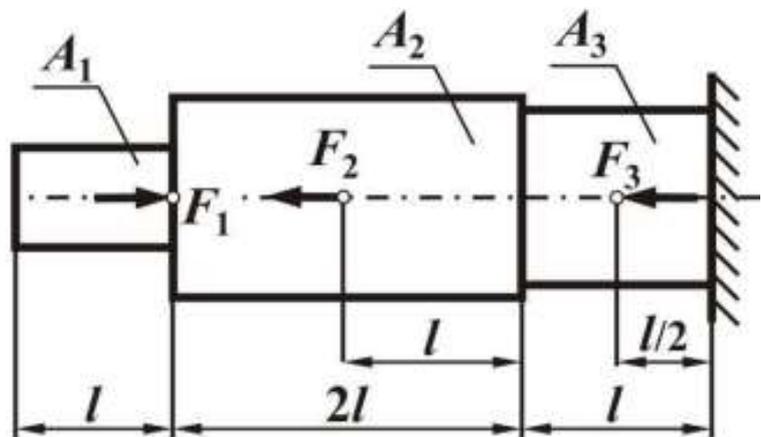
$F_1 = 10 \dots 55$  кН;  $F_2 = 10 \dots 55$  кН;  $F_3 = 20 \dots 45$  кН;

Схема 0

(по последней цифре зачётной книжки )

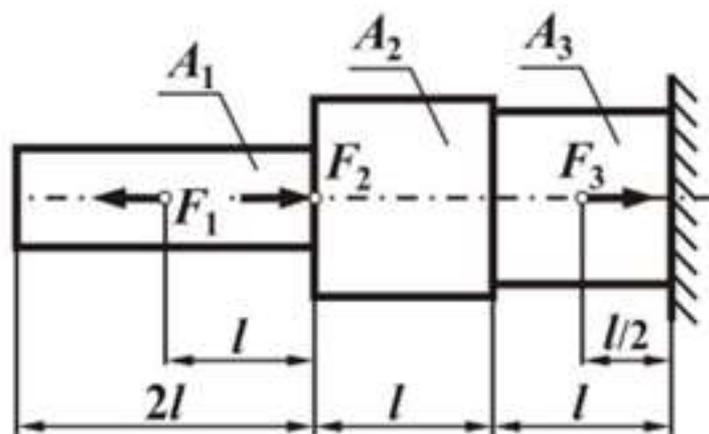


$$A_1 = 100 \text{ мм}^2, \quad A_2 = 200 \text{ мм}^2, \quad A_3 = 300 \text{ мм}^2.$$



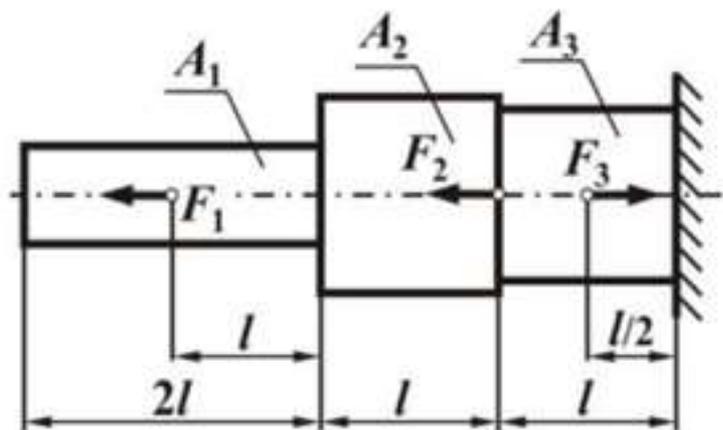
$$A_1 = 100 \text{ мм}^2, \quad A_2 = 300 \text{ мм}^2, \quad A_3 = 250 \text{ мм}^2.$$

Схема 9



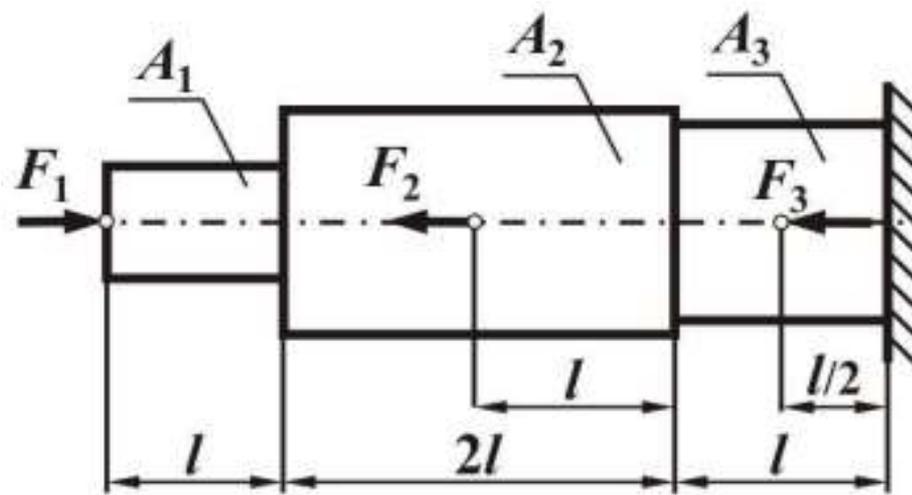
$$A_1 = 100 \text{ мм}^2, \quad A_2 = 200 \text{ мм}^2, \quad A_3 = 150 \text{ мм}^2.$$

Схема 1



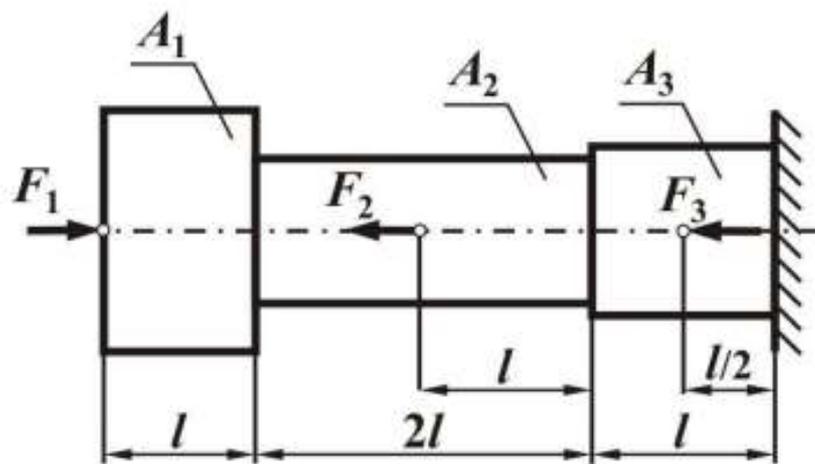
$$A_1 = 100 \text{ мм}^2, \quad A_2 = 300 \text{ мм}^2, \quad A_3 = 250 \text{ мм}^2.$$

Схема 2



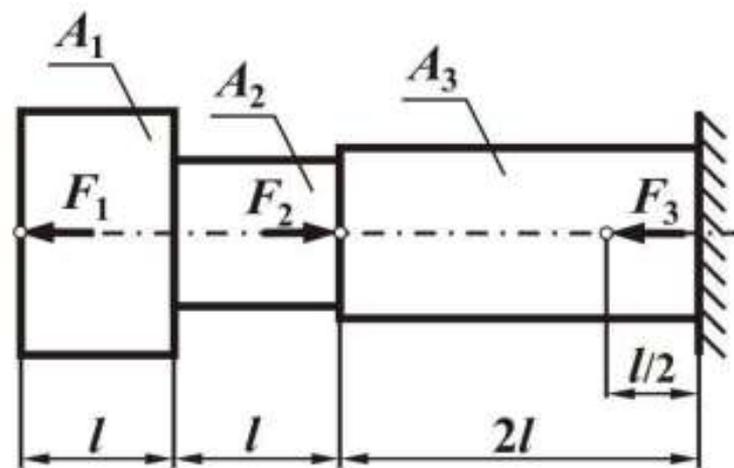
$$A_1 = 100 \text{ мм}^2, \quad A_2 = 300 \text{ мм}^2, \quad A_3 = 250 \text{ мм}^2.$$

Схема 3



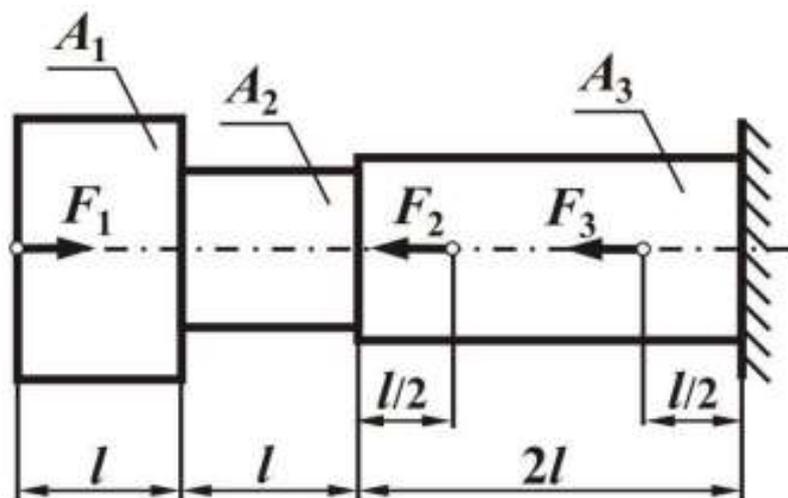
$$A_1 = 250 \text{ мм}^2, \quad A_2 = 100 \text{ мм}^2, \quad A_3 = 150 \text{ мм}^2.$$

Схема 4



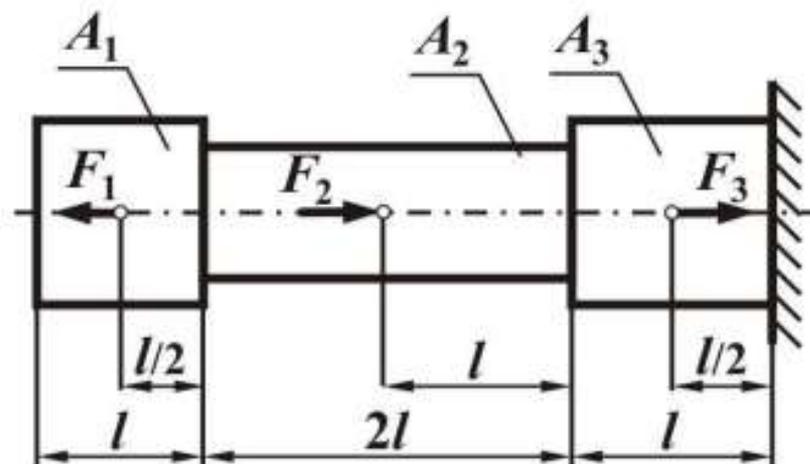
$$A_1 = 300 \text{ мм}^2, \quad A_2 = 150 \text{ мм}^2, \quad A_3 = 200 \text{ мм}^2.$$

Схема 5



$$A_1 = 300 \text{ мм}^2, \quad A_2 = 150 \text{ мм}^2, \quad A_3 = 200 \text{ мм}^2.$$

Схема 6



$$A_1 = 200 \text{ мм}^2, \quad A_2 = 100 \text{ мм}^2, \quad A_3 = 200 \text{ мм}^2.$$

Схема 7