



Национальный исследовательский
Томский политехнический университет

Механика 1.3

3.09.24;

Лектор - Козлов Виктор Николаевич,
доцент отделения машиностроения ИШНПТ

моб. тел. +7-913-812-58-34, kovn@tpu.ru

ВКС 380 440 5794, **Пароль:** 1DepTr

Лекции – 24 часа,

практические занятия – 32 часа,

88 часов самостоятельной работы,

расчётно-графические работы (РГР)

всего 144 ч., 4 кредита. **Экзамен**

3.6.1. Испытания на растяжение (продолжение 2) ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1

Диаграмма растяжения $\sigma = f(\epsilon)$ характеризует свойства испытуемого материала и носит название **условной** диаграммы **растяжения**, так как **напряжения** σ и **относительные удлинения** ϵ вычисляют соответственно по отношению к **первоначальной площади сечения** и **первоначальной длине**. **Условная диаграмма** растяжения образца из **малоуглеродистой стали** (рис. 3.13)

характеризуется следующими **четырьмя** отличительными **участками**.

Участок I соответствует **упругим деформациям** материала образца.

На этом участке для **пластичных** материалов имеет место **прямая пропорциональная** зависимость между **напряжениями** и **деформациями**, называемая **законом Гука** (прямая **OA**): $\sigma = E \cdot \epsilon$.

Коэффициент пропорциональности **E** называется **модулем продольной упругости**

или **модулем упругости первого рода**. Он имеет размерность **напряжений (МПа)** и характеризует способность материала **сопротивляться упругой деформации** при **растяжении** и **сжатию**. Величину **модуля продольной упругости (модуля Юнга (Young Y))** для различных материалов определяют экспериментально и приводят в справочниках.

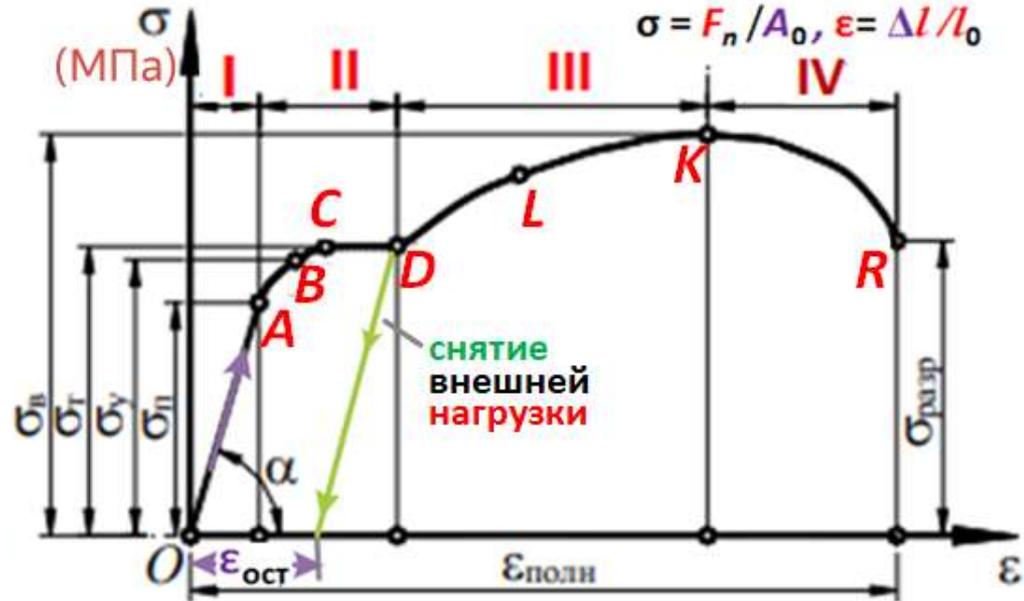


Рис. 3.13. Условная диаграмма растяжения пластичного образца

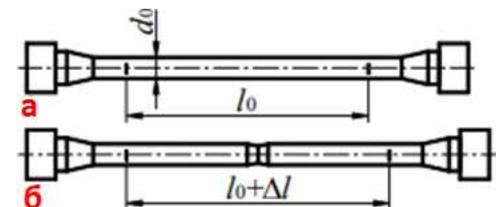


Рис. 3.12. Образец для испытания осевым растяжением

3.6.1. Испытания на растяжение (продолжение 3)

Участок II начинается **после** точки **A**, когда диаграмма становится **криволинейной**.

Однако **до** точки **B** деформации **остаются упругими**, то есть **при разгрузке** образец **восстанавливает** свою **первоначальную форму** и **размеры**. При дальнейшем увеличении нагрузки **за** точкой **B** появляются **неупругие деформации**

В точке **C** начинается процесс **деформации** детали **без увеличения** внешней **нагрузки**. Этот процесс называется **процессом текучести** материала.

Участок III (**DLK**) характерен **увеличением** нагрузки, при которой происходит **дальнейшая деформация** образца. Этот участок называется **зоной упрочнения**. **Заканчивается** участок

при **достижении максимальной** нагрузки, воспринимаемой образцом (точка **K**).

Участок IV **начинается** в точке **K** и **заканчивается** **разрушением** образца в точке **R**. Этот участок носит название **зоны разрушения** образца. **Деформация** образца на этом участке характерна **образованием шейки** и **удлинением** образца за счет **ее утонения** (рис. 3.12, б).

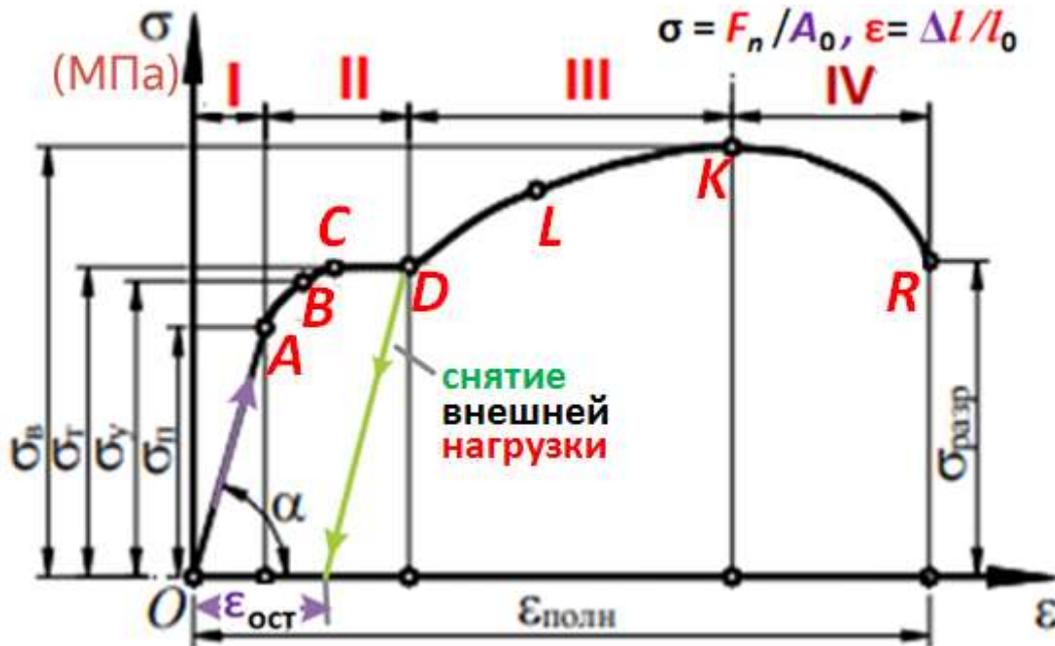


Рис. 3.13. Условная диаграмма растяжения пластичного образца

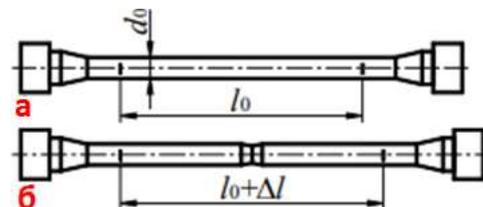


Рис. 3.12. Образец для испытания осевым растяжением

3.6.1. Испытания на растяжение (продолжение 4)

Диаграмма растяжения хрупких материалов показана на рис. 3.14, где отклонение от закона Гука начинается при малых значениях деформирующей силы. Эта диаграмма не имеет площадки текучести. Образцы разрушаются при очень малой остаточной деформации $\epsilon_{\text{ост}}$ без образования шейки (рис. 3.12, б).

Модуль деформации относится к относительным изменениям размеров, тогда как модуль упругости описывает способность материала вернуться к своей исходной форме после деформации. Сталь: $E \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 210 \text{ ГПа}$ (титан $E \approx 100 \text{ ГПа}$, $G = 40 \text{ ГПа}$; свинец $E \approx 0,18 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; резина $E = 2 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$); модуль сдвига (модуль упругости второго рода, модуль жёсткости) $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа} = 80 \text{ ГПа}$; коэффициент Пуассона $\mu (\nu) = 0,24 - 0,28$; $\sigma_{\text{в}} = 550 \text{ МПа}$; $\sigma_{\text{т}} = 360 \text{ МПа}$. нормальное напряжение $\sigma = E \cdot \epsilon$; касательное напряжение $\tau = G \cdot \gamma$, где γ – угол сдвига (относительный сдвиг): $\gamma = \Delta x / h$ (рис. 3.15).

Нормальное напряжение σ считается положительным, если направлено от сечения (растяжение); касательное напряжение τ считается положительным, если для совмещения нормали к сечению с направлением τ её необходимо повернуть по часовой стрелке;

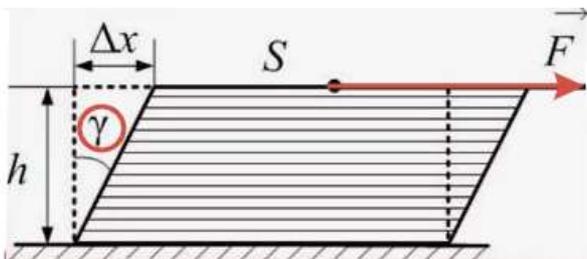


Рис. 3.15. Деформация сдвига

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

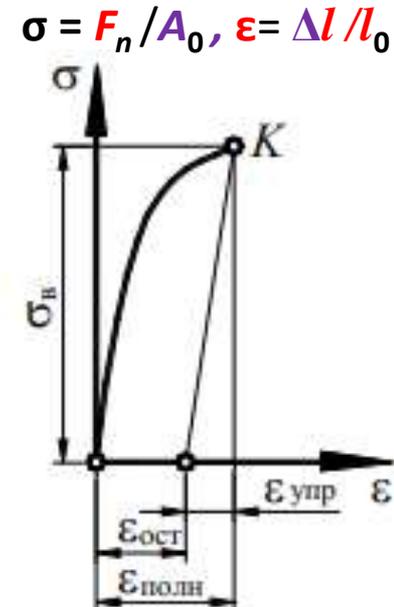


Рис. 3.14. Условная диаграмма растяжения хрупкого образца

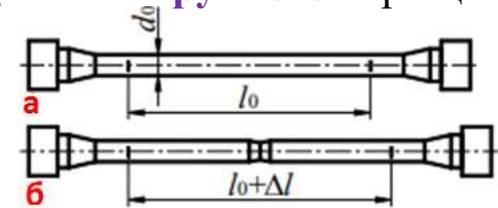


Рис. 3.12. Образец для испытания осевым растяжением

3.6.1. Испытания на растяжение (продолжение 5)

Нормальное напряжение σ считается **положительным**, если направлено **от сечения (растяжение)**; **касательное** напряжение τ считается **положительным**, если для совмещения **нормали** к **сечению** с **направлением τ** её необходимо повернуть **по часовой стрелке**;

Если образец был **нагружен до напряжения, большего предела упругости**, например, до напряжения, соответствующего точке **S** диаграммы на **рис. 3.16, а** затем **нагрузка будет снята**, то **пластическая часть деформации останется**. При этом происходит **увеличение предела текучести** при следующем **растяжении**. Если материал **нагружать снова**, то **пластическая деформация** увеличится, **но в меньшей степени**, чем при **первичном однократном нагружении**. Явление **повышения предела пропорциональности** и **снижения пластичности** материала при **повторных нагружениях** называется **наклепом**.



Диаграмма растяжения для малоуглеродистой стали и чугуна

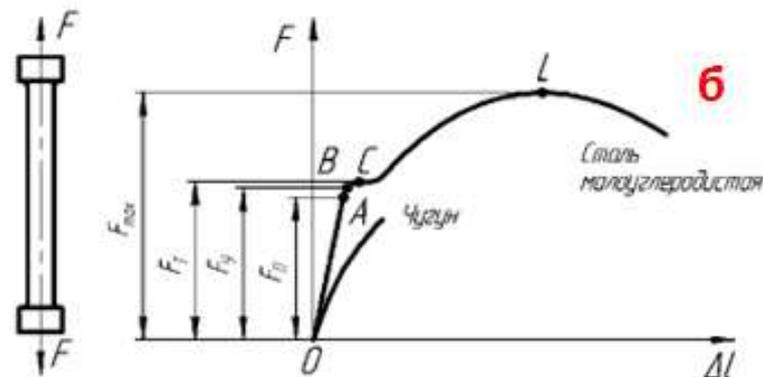


Рис. 3.16. Напряжения при осевом растяжении пластичной малоуглеродистой стали (а) и сравнение влияния пластичности на вид диаграммы (б)

3.6.2. Испытания на сжатие

Во избежание искривления металлические образцы, подлежащие испытанию на сжатие, выполняют в виде коротких цилиндров высотой $h \leq 3d$ или кубиков. Применение очень коротких образцов также нежелательно, так как развивающиеся по торцам образца силы трения препятствуют его расширению, в результате чего образец принимает бочкообразную форму (рис. 3.17). Результаты испытания на сжатие зависят от величины сил трения и поэтому цилиндрические образцы целесообразнее кубических.

Образцы на сжатие испытывают на специальных прессах или универсальных разрывных машинах.

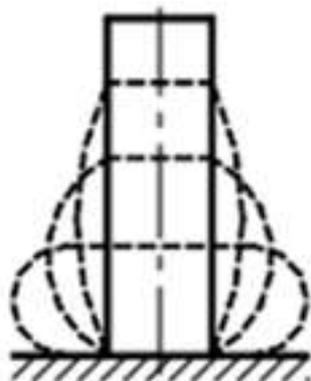


Рис. 3.17. Бочкообразная форма при сжатии

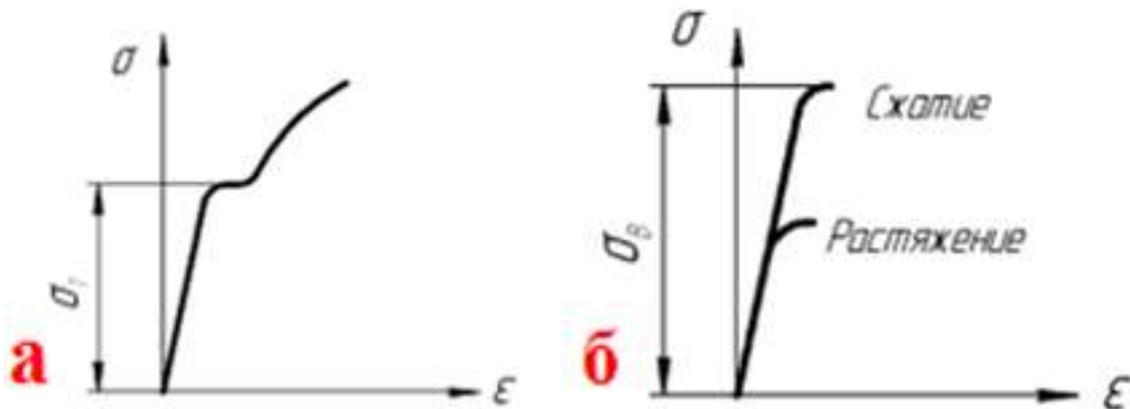


Рис. 3.18. Диаграмма сжатия пластичной стали (а) и хрупкого материала (б)

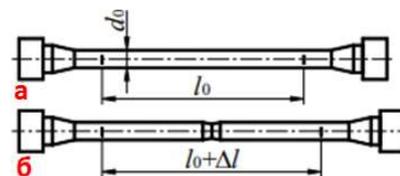


Рис. 3.12. Образец для испытания осевым растяжением

3.6.2. Испытания на сжатие (продолжение)

Диаграмма сжатия образца из **пластического** материала показана на **рис. 3.19, а**. В **начальной части** диаграмма сжатия совпадает с **диаграммой растяжения** (линия **OABCD**). После точки **D** материал образца **расплющивается**, и **сжимающая сила быстро возрастает**. Модуль упругости **первого рода**, а также **пределы пропорциональности, упругости и текучести** у **малоуглеродистой стали** при **растяжении** и **сжатии** можно считать **совпадающими**. На **рис. 3.19, в** представлен вид **малоуглеродистого стального образца до сжатия** и **после сжатия** на специальном испытательном станке.

Диаграмма сжатия образца из **хрупкого** материала показана на **рис. 3.19, б**. Основными характеристиками **хрупкого** материала при **сжатии** является **предел прочности**, обозначаемый $\sigma_{в.с}$ (**временный сжатия**), и **относительная остаточная деформация** при разрушении $\epsilon_{ост}$.

На **рис. 3.19, г** изображен образец из **хрупкого** материала, **разрушенный при сжатии**.

Предел прочности при **сжатии хрупких** материалов оказывается **значительно выше**, чем при **растяжении**, то есть **хрупкие материалы сопротивляются сжатию** значительно лучше, чем **растяжению**. Например, предел прочности на **растяжение** инструментального твёрдого сплава ВК8 (очень твёрдый, но **хрупкий**) $\sigma_{в} = 780$ МПа, а на **сжатие** в **5,4 раза больше** – $\sigma_{в.с} = \sigma_{-в} = 4200$ МПа.

Качественно **диаграмма сжатия хрупкого** материала **аналогична** диаграмме его **растяжения**.

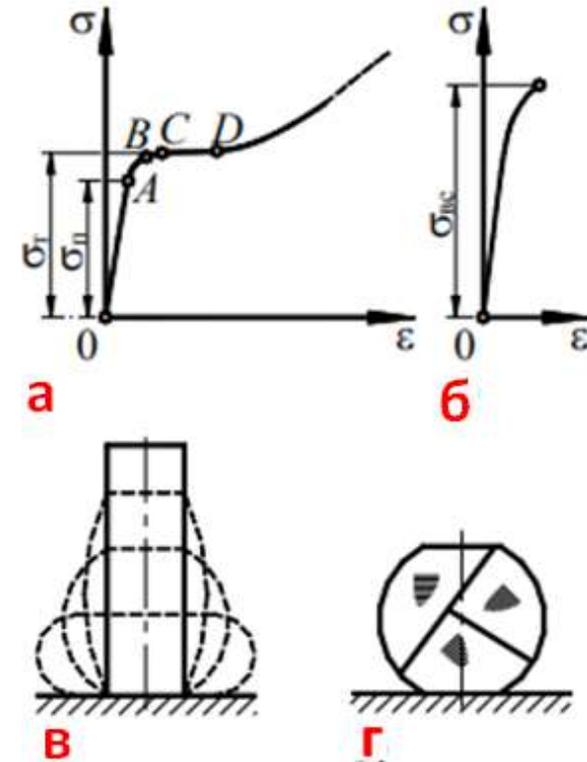


Рис. 3.19. Условная диаграмма сжатия

3.6.3 Механические характеристики материалов

В соответствии с диаграммой растяжения вводят **основные** характеристики **материала**:

1. Отношение **растягивающего усилия** в точке **A** к **первоначальной площади** поперечного сечения стержня называется **пределом пропорциональности**: $\sigma_n = F_A / A_0$. До предела пропорциональности сохраняет силу закон Гука.
2. Отношение **растягивающего усилия** в точке **B** к **первоначальной площади** поперечного сечения стержня называется **пределом упругости**: $\sigma_y = F_B / A_0$. Предел упругости – такое **напряжение**, до которого материал сохраняет свои **упругие свойства** (величина относительной остаточной деформации не превышает 0,005%). Для многих материалов разница между пределом пропорциональности и пределом упругости очень мала.

3. Отношение **растягивающего усилия** в точке **C** к **первоначальной площади** поперечного сечения стержня называется **пределом текучести**: $\sigma_T = F_C / A_0$. **Предел текучести** – такое **напряжение**, при котором происходит **рост деформации без увеличения нагрузки**. Для ряда материалов, **не имеющих** на диаграмме **выраженной площадки текучести**, вводят понятие **условного предела текучести**, под которым подразумевают **напряжение**, вызывающее **остаточную деформацию**, равную **0,2%** ($\sigma_{T0,2}$, $\sigma_{0,2}$).

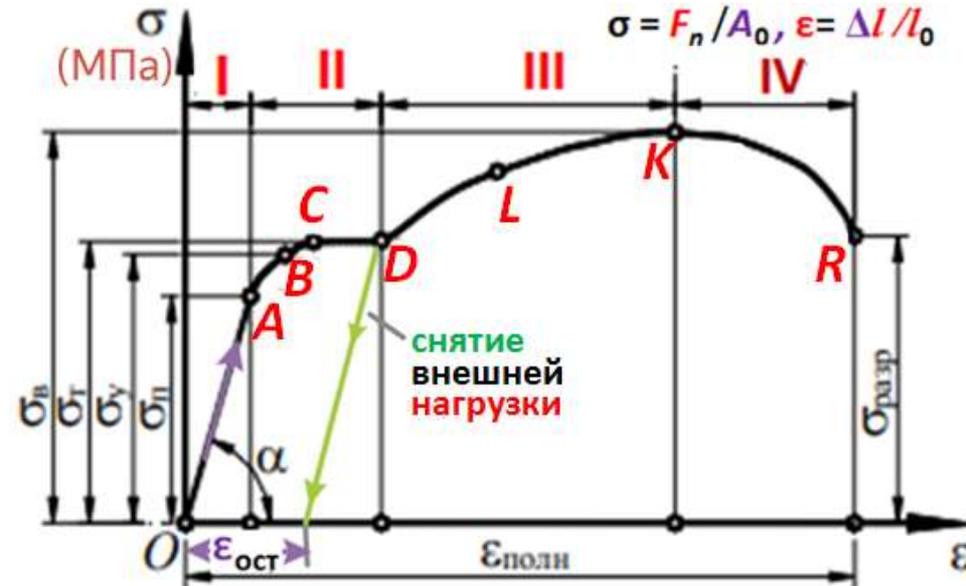


Рис. 3.13. Условная диаграмма растяжения пластического образца

3.6.3 Механические характеристики материалов (продолжение 1)

4. Отношение **наибольшей нагрузки** к **первоначальной площади** поперечного сечения стержня называется **пределом прочности**, или **временным сопротивлением**: $\sigma_B = F_{\max} / A_0$. ($\sigma_{B(пч)}$). **Предел прочности** обозначают: при **растяжении** $\sigma_{B.p}$; при **сжатии** $\sigma_{B.c}$. Предел прочности соответствует **максимальному напряжению**, возникающему в образце **до его разрушения**.

Диаграммой растяжения можно воспользоваться для определения **модуля упругости E**. На диаграмме растяжения (рис. 3.13) **прямолинейный** участок, соответствующий **закону Гука**, наклонен **под углом α** к горизонтальной оси. Отметим текущее напряжение σ и соответствующее ему **относительное удлинение ϵ** . Тогда тангенс угла наклона участка **OA**: $\text{tg} \alpha = \sigma / \epsilon$. Из соотношения, выражающего **закон Гука**, получим: $E = \sigma / \epsilon$. Следовательно, **модуль упругости** материала численно равен **тангенсу угла наклона**

к горизонтали **прямолинейного участка OA** диаграммы растяжения.

За характеристику **прочности хрупких материалов**, как и в случае растяжения, принимается **временное сопротивление**. Подставив в формулу $\sigma = E \cdot \epsilon$ значение величин ϵ и σ получим: $\Delta l = (F \cdot l_0) / (E \cdot A)$, т.е. **абсолютное удлинение** (укорочение) стержня при **растяжении** (сжатии) **прямо пропорционально растягивающей** (сжимающей) силе, **первоначальной длине** стержня и **обратно пропорционально модулю упругости E** и **площади поперечного сечения A**.



Рис. 3.13. Условная диаграмма растяжения пластичного образца

3.6.3 Механические характеристики материалов (продолжение 2)

Произведение $E \cdot A$ называют **жесткостью поперечного сечения** при **растяжении** (сжатии). Для **ступенчатых** стержней (рис. 3.18) полное **изменение длины** бруса определяется как **алгебраическая сумма деформаций** его **отдельных частей**, в пределах которых E , F_n и A постоянны:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta l_i = \sum \frac{F_{n_i} l_i}{E_i A_i}$$

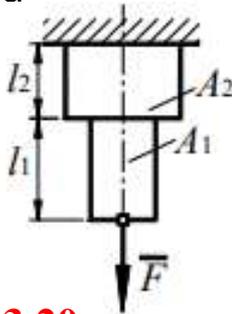


Рис. 3.20.

Изменение длины ступенчатого бруса

Например, для ступенчатого стержня согласно рис. 3.20 имеем:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{F_{n1} l_1}{E_1 A_1} + \frac{F_{n2} l_2}{E_2 A_2}, \text{ где } F_{n1} = F_{n2} = F.$$

3.6.4 Явление наклепа

Если при **нагрузении** образца не был превышен **предел упругости**, то при **разгрузении** все **деформации** полностью **исчезнут** и при **повторном нагружении** этот образец будет себя вести **так же**, как и при **первом нагружении** (рис. 3.21).

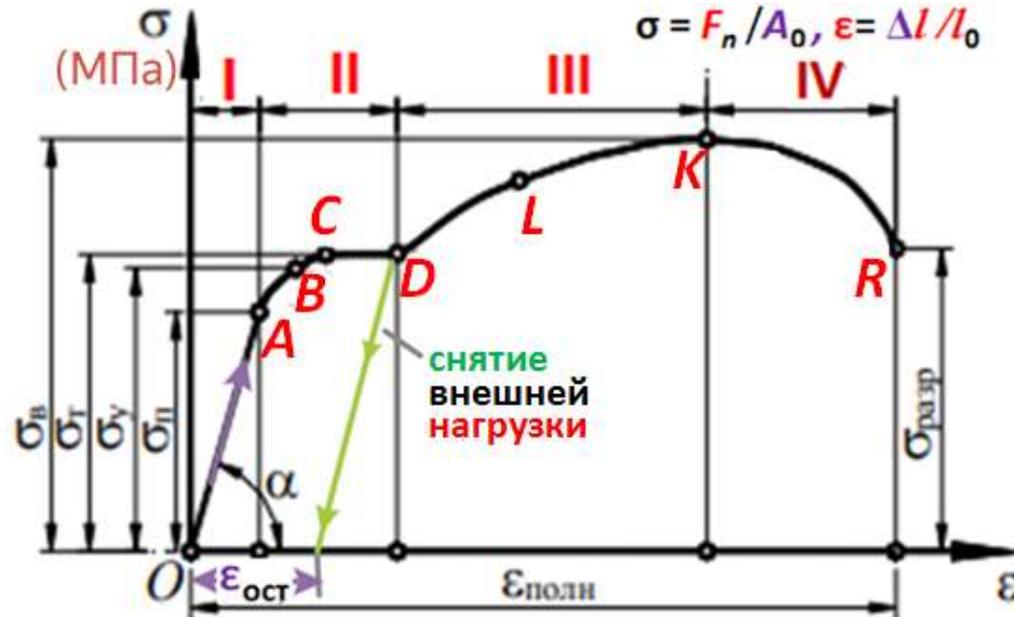


Рис. 3.21. **Условная диаграмма растяжения пластичного образца**

3.6.4 Явление наклепа (продолжение 1)

Если образец был нагружен до напряжения, большего предела упругости, например, до напряжения, соответствующего точке S диаграммы на рис. 3.21, а затем нагрузка будет снята, то пластическая часть деформации останется. При этом происходит увеличение предела текучести при следующем растяжении. Если материал нагружать снова, то пластическая деформация увеличится, но в меньшей степени, чем при первичном однократном нагружении.

Явление **повышения** предела пропорциональности и **снижения** пластичности материала при **повторных** нагружениях называется **наклепом**.

Наклеп во многих случаях является **нежелательным** явлением, так как **наклепанный** металл становится **более хрупким**. Наклеп можно устранить при помощи специальной термической обработки (отжиг, отпуск).

Однако в ряде других случаев **наклеп полезен** и его создают **искусственно** (методы **поверхностной пластической деформации – ППД**), например, в деталях, подвергающихся воздействию переменных нагрузок. Но переход к развитию трещин при **ППД** очень незначительный и капризный, зависит от многих факторов.

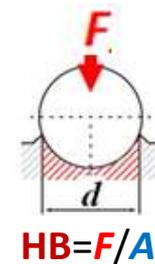


Рис. 3.22. Напряжения при повторных осевых растяжениях

3.6.5 Твердость 3.6.5 Твердость

Твердостью называют способность материала **сопротивляться** механическому проникновению в него **другого тела**. Твердость определяют различными способами, и соответственно существуют различные величины, характеризующие твердость. Наиболее широкое распространение получили испытания **твердости по Бринеллю** и по **Роквеллу**.

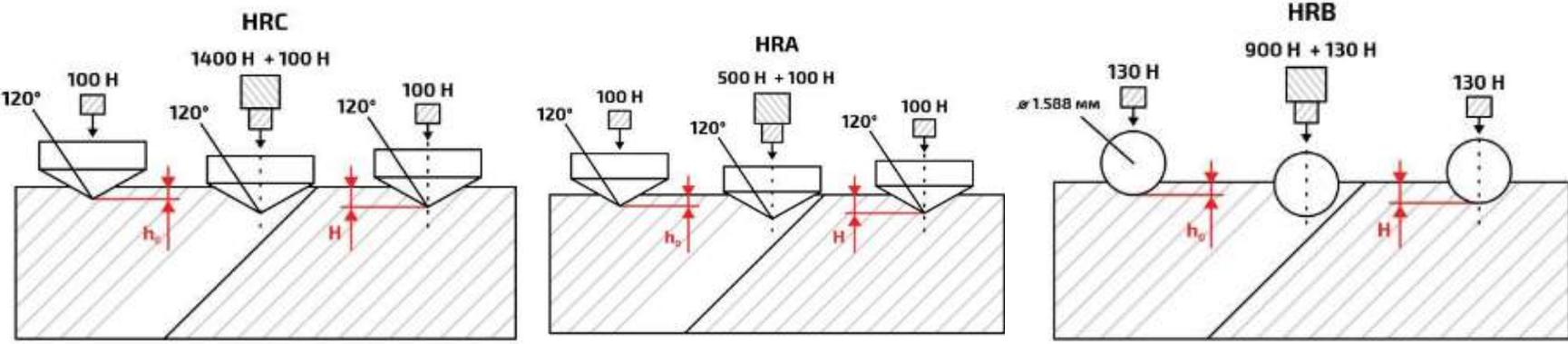
Твердость по **Бринеллю** определяют **вдавливанием закаленного шарика** в испытуемый материал. Величина, характеризующая твердость или **число твердости по Бринеллю (НВ)**, представляет **отношение силы F** , с которой вдавливается шарик, к **поверхности A лунки, оставшейся после вдавливания** на испытуемом материале: **$НВ = F/A$** .



При испытании по **Роквеллу** в материал вдавливают **острый алмазный наконечник**. Твёрдость обозначается **HR**, где **H** - hardness, а **R** - **Rockwell**. Твёрдость вычисляется по формуле $HR = 100 - k \cdot d$, где **d** — **глубина вдавливания алмазного конуса** после **снятия основной нагрузки**, а **k** — коэффициент. Максимальная твёрдость по Роквеллу соответствует **HR 100**. **3-й буквой** в обозначении идёт наименование **типа шкалы**, напр. **HRA, HRB, HRC** и т.д.



HRC



3.6.5 Твердость (продолжение 1)

1) Алмазным конусом с общей нагрузкой **150 кгс**. Твердость измеряется по шкале **C** и обозначается **HRC** (например, 62 HRC). Метод позволяет определять твердость закаленной и отпущенной сталей, материалов средней твердости, поверхностных **слоев толщиной более 0,5 мм**;

2) Алмазным конусом с общей нагрузкой **60 кгс**. Твердость измеряется по шкале **A**, **совпадающей со шкалой C**, и обозначается **HRA**. Применяется для оценки твердости очень твердых материалов, **тонких поверхностных слоев** (0,3 ... 0,5 мм) и тонколистового материала;

3) **Стальным шариком** с общей нагрузкой **100 кгс**. Твердость обозначается **HRB** и измеряется **по шкале B**. Так определяют твердость **мягкой (отожженной) стали** и **цветных сплавов**.

Наиболее твёрдыми материалами являются две аллотропные модификации **углерода** — **лонсдейлит**, который **твёрже** алмаза в **полтора раза** и **фуллерит** с превышением **твёрдости** алмаза в **два раза**. Однако среди распространённых веществ по-прежнему самым твёрдым является алмаз.

Твердость измеряется **не менее 3 раз** на одном образце, затем выводится среднее значение. **Преимущество** метода **Роквелла** по сравнению с методами **Бринелля** и **Виккерса** заключается в том, что **значение твердости** по методу Роквелла **фиксируется непосредственно стрелкой индикатора**, при этом **отпадает необходимость в оптическом измерении** размеров отпечатка.

Числом твердости можно пользоваться в производственных условиях для определения механических характеристик материала. Так, по **числу твердости** можно с достаточной степенью точности **определить предел текучести**, временное сопротивление и **предел упругости**.

Для углеродистой термически не обработанной **стали** связь между **числом твердости** и **временным сопротивлением** может быть выражена следующей зависимостью:

$$\sigma_B = (0,35 - 0,4) \text{HB}.$$

В справочной литературе приведены таблицы, устанавливающие **зависимость** между числами твердости по Бринеллю и Роквеллу ($34\text{HRC} \approx 340\text{HB}$).

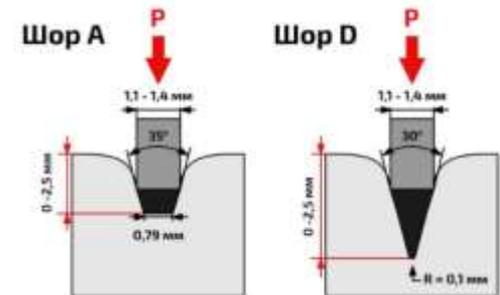
3.6.5 Твердость (продолжение 2)

Метод Виккерса - самая широкая по охвату шкала, **твёрдость** определяется **по площади отпечатка**, оставляемого **четырёхгранной алмазной пирамидкой**, вдавливаемой в поверхность. Обозначается **HV**, где Н — Hardness (твёрдость, англ.), V — Vickers (Виккерс, англ.). **После снятия нагрузки** измеряется **диагональ отпечатка**. Число твердости по Виккерсу обозначается символом **HV** с указанием нагрузки **P** и **времени выдержки** под нагрузкой, причем **размерность** числа твердости (кгс/мм²) **не ставится**.

Продолжительность выдержки индентора под нагрузкой для **сталей 10 -15 с**, а для **цветных металлов – 30 с**. Преимущества метода Виккерса по сравнению с методом Бринелля заключается в том, что методом Виккерса можно испытывать материалы **более высокой твердости** из-за применения алмазной **пирамиды**.



Твёрдость по Шору (Метод вдавливания)— твёрдость определяется **по глубине проникновения** в материал специальной **закаленной стальной иглы** (индентора) под действием **калиброванной пружины**. В данном методе измерения используется прибор — дюрометр. Обычно метод Шора используется для определения твердости низкомодульных материалов (**полимеров**).



Метод **Шора**, предполагает **12 шкал** измерения. Чаще всего используются варианты **A** (для мягких материалов) или **D** (для более **твердых**). Твёрдость, определённая по этому методу, обозначается буквой используемой шкалы, записываемой после числа с указанием метода. В качестве примера, можно привести резину в покрышке колеса легкового автомобиля, которая имеет твердость примерно 70А, а школьный ластик — примерно 50А.

3.6.5 Твердость (продолжение 3)

Твёрдость по Шору (Метод отскока) — метод определения твёрдости очень твёрдых материалов, преимущественно металлов, по высоте, на которую после удара отскакивает специальный боёк, падающий с определённой высоты. Твердость по этому методу Шора оценивается в условных единицах, пропорциональных высоте отскакивания бойка. Обозначается HSx, где H — Hardness, S — Shore и x — латинская буква, обозначающая тип использованной при измерении шкалы.

Метод Либу (твёрдомеры). Это самый широко применяемый на сегодня метод в мире, твёрдость определяется как отношение скоростей до и после отскока бойка от поверхности. Обозначается HL, где H — Hardness (твёрдость, англ.), L — Leeb (Либ, англ.), а 3-й буквой идёт обозначение типа датчика, напр. HLD, HLC и т.д.

При использовании данного метода падающий нормально к поверхности исследуемого материала боек сталкивается с поверхностью и отскакивает. Предполагается, что боек не подвергается необратимой деформации.



Шкала твёрдости минералов Мооса (склерометры царапающие) – метод определения твёрдости минералов путём царапания одного минерала другим, для сравнительной диагностики твёрдости минералов между собой по системе мягче-твёрже. Испытываемый минерал либо не царапается другим минералом (эталоном Мооса или склерометром) и тогда его твёрдость по Моосу выше, либо царапается - и тогда его твёрдость по Моосу ниже. Шкала Мооса — определяет, какой из десяти стандартных минералов царапает тестируемый материал, и какой материал из десяти стандартных минералов царапается тестируемым материалом.

ШКАЛА ТВЁРДОСТИ МООСА

МИНЕРАЛ	ТВЁРДОСТЬ
ТАЛЬК	1
ГИПС	2
КАЛЬЦИТ	3
ФЛЮОРИТ	4
АПАТИТ	5
ОРТОКЛАЗ	6
КВАРЦ	7
ТОПАЗ	8
КОРУНД	9
АЛМАЗ	10

Для **ножей** твердость определяется по шкале HRC, которая фактически заканчивается на 70 единицах, так как большая твердость ножа не позволяет им полноценно пользоваться из-за снижения ударной вязкости, повышения хрупкости и т.д. Эта система была самой распространенной в XX веке.

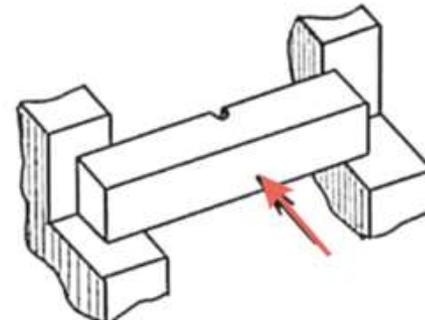
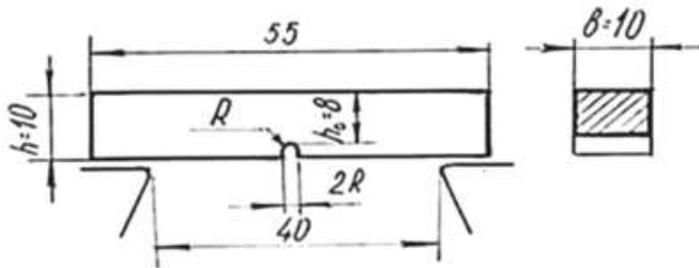
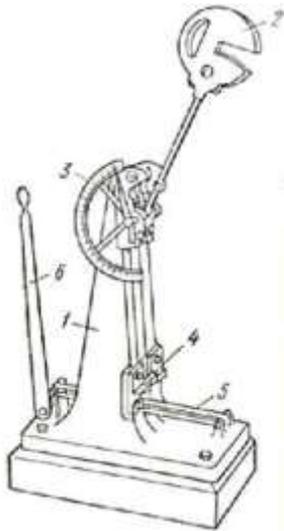
3.6.6 Ударная вязкость

3.6.6 Ударная вязкость

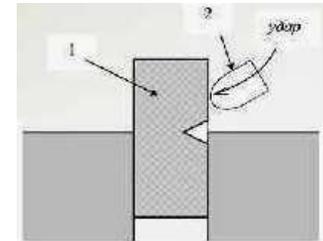
Ударной вязкостью называют величину, характеризующую способность материала сопротивляться действию ударных нагрузок. Меру сопротивления удару определяют на специальных испытательных **копрах**, на которых при помощи **маятника** разрушаются образцы. Ударную вязкость a (a_k) определяют как отношение **работы**, затраченной на **разрушение** образца A_p (Дж) к **площади его поперечного сечения A в месте надреза** (см^2): $a = A_p / A$ (Дж/см²) (кгс·м/см²) ($\approx 50-300$). 1 Дж = 0,1 кгс·м. (МДж/м²) $A_p = Q \cdot (H-h)$, где Q – **вес маятника**; H и h – **высота до** и **после** удара. $KCU > KCV > KCT$ (при разл. геометрии разреза) **Менаже, Шарпи**

Ударная вязкость

В практике склонность металла к трещинообразованию проверяют испытанием на ударную вязкость, и оценка происходит по уровню поглощения энергии удара по образцу. Образец представляет собой брусок с небольшой выточкой (концентратором). При ударе по такому образцу массивным маятником с обратной стороны выточки доводят образец до появления трещин или разрушения.



по **Изоду**
(динсат)



Величины механических характеристик основных конструкционных материалов приведены в соответствующих **справочниках**. Описанные выше испытания материалов с целью получения их механических характеристик проведены по методикам, строго регламентированным **ГОСТами** и **ведомственными нормами**. Механические характеристики материалов зависят от многих **факторов**, в числе которых можно назвать, например, **химический состав** и **технология получения** материалов, **виды термической обработки** и обработки резанием, условия эксплуатации и др.

3.6.7 Допускаемые напряжения и запасы прочности

Допускаемое напряжение – это **максимально возможное напряжение**, при котором обеспечивается **достаточная прочность** и **необходимая долговечность** детали.

Экспериментально определенные **механические характеристики** и **принимаемые для расчета нагрузки** в большинстве случаев **отличаются от фактически** существующих.

Многие факторы, оказывающие влияние на действительную прочность, **не поддаются непосредственному предварительному учету**, так как носят **случайный характер** и прогнозировать их трудно. Часть факторов не может быть учтена **из-за отсутствия исчерпывающих данных о физической сущности** происходящих явлений. Чтобы деталь обладала необходимой **надежностью**, необходимо создать **требуемый запас прочности** по отношению к экспериментально определенным величинам **предельных напряжений**, при которых может **разрушиться** деталь или возникнуть **пластическая деформация**.

Таким образом: $\sigma_p = \sigma_{пр} / S_p = \sigma_{пр} / n_3$,

где σ_p – допускаемое напряжение;

S_p (n_3) – регламентированный нормами проектирования **коэффициент запаса прочности** или **коэффициент безопасности**;

$\sigma_{пр}$ – предельное напряжение материала.

В качестве **исходной величины** для определения **предельных напряжений** выбирают одну из нормативных механических характеристик материала:

- а)** для **пластичных** материалов при **статическом** нагружении – предел **текучести** σ_T ;
- б)** для **хрупких** материалов при **статическом** нагружении – **временное сопротивление** σ_B ;
- в)** для любых материалов при **циклическом** изменении нагрузки – предел **выносливости** (предел **усталости**) σ_r .

3.6.7 Допускаемые напряжения и запасы прочности (продолжение 1)

Величина регламентированного коэффициента безопасности S_p определяется на основе существующего опыта эксплуатации данной группы механизмов, машин, приборов.

Общий коэффициент безопасности S_p обычно рассматривают как **произведение** частных коэффициентов безопасности: $S_p = S_{p1} \cdot S_{p2} \cdot \dots \cdot S_{pn} = S_p$.

При выполнении проверочных расчетов должно быть выполнено условие: $S > S_p$, где S – **фактически существующий** коэффициент безопасности.

Каждый из частных коэффициентов безопасности **отражает влияние** на прочность деталей **какого-либо фактора** или группы взаимозависимых факторов. Учет тех или иных факторов зависит от требований, которые предъявляются к расчету, а также от назначения и условий работы рассчитываемых деталей. Обычно при определении коэффициента безопасности учитывают **степень надежности материала**, **точность расчетной схемы**, **степень динамичности нагрузки** и величину **возможной перегрузки**, **степень ответственности** детали, **условия работы** детали, **наличие концентраторов напряжения** и т.д. Количество учитываемых факторов и соответствующих им частных коэффициентов колеблется от одного до десяти.

Значения коэффициентов безопасности обычно принимают **на основании опыта конструирования** и **эксплуатации машин** определенного типа.

В литературе имеются рекомендации по использованию одним, тремя, пятью и даже десятью частными коэффициентами безопасности. **Обычно** рекомендуется пользоваться **тремя частными** коэффициентами: $S_p = S_{p1} \cdot S_{p2} \cdot S_{p3}$.

3.6.7 Допускаемые напряжения и запасы прочности (продолжение 2)

$$S_p = S_{p1} \cdot S_{p2} \cdot S_{p3}$$

где S_{p1} – коэффициент, учитывающий **точность расчетной схемы**; при **повышенной** точности расчета: $S_{p1}=1,2-1,5$; при наличии **упрощений** и **допущений**, снижающих точность расчета: $S_{p1}=2-3$;

S_{p2} – коэффициент, учитывающий **неоднородность** материала и его **чувствительность к шероховатости** и **качеству обработанной поверхности**; S_{p2} в расчетах по **пределу текучести** при действии **статических** нагрузок можно принимать по нижеприведенной таблице (без учета влияния абсолютных размеров) **в зависимости от отношения предела текучести к пределу прочности**.

$\frac{\sigma_T}{\sigma_B}$	0,45-0,55	0,55-0,70	0,70-0,90
S_{p2}	1,2-1,5	1,4-1,8	1,7-2,2

При расчете по пределу прочности для **малопластичных** и **хрупких** материалов величину S_{p2} принимают: **а)** для **малопластичных** материалов (высокопрочные стали при низком отпуске) $S_{p2}=2-3$; **б)** для **хрупких** материалов $S_{p2}=3-4$; **в)** для **весьма хрупких** материалов $S_{p2}=4-6$. При расчете на **усталость** $S_{p2}=1,5-2,0$, **увеличивая** его для материала с **пониженной однородностью** (например, для литья) и для деталей **больших размеров** до **3,0** и более;

S_{p3} – коэффициент, учитывающий **условия работы** и **степень ответственности** детали; обычно $S_{p3}=1,0-1,5$.

Выбор допускаемого напряжения определяет эксплуатационные и **экономические** характеристики механизма или машины.

1. Расчеты на прочность

Для обеспечения работоспособности детали необходимо, чтобы **фактически существующее напряжение** растяжения (сжатия) **не превышало допустимого**. **Напряжение** в расчетном сечении растянутого (сжатого) стержня $\sigma = F/A$. Для оценки прочности стержня необходимо сопоставить действующее напряжение с допустимым:

$$\sigma_{p(c)} = F/A \leq \sigma_{p(c)p} \cdot [\sigma_{\text{в}}] [\sigma_{\text{-в}}]$$

где $\sigma_{p(c)}$ – **фактическое** напряжение на **растяжение** или **сжатие**; $\sigma_{p(c)p}$ – **допускаемое напряжение** на растяжение или сжатие. Это неравенство называется **условием прочности**. С его помощью могут быть решены задачи следующих **трех типов**.

1. Расчет на прочность **существующей конструкции** с определенными размерами. При этом **определяют напряжения** в деталях конструкции и **их величину** сравнивают с **допустимым напряжением**. Такой расчет носит название **поверочного**.
2. Определение **предельной** (допускаемой) **нагрузки** для детали с определенными размерами **поперечного сечения** A и **допускаемым** напряжением σ_p : $F_p \leq A \cdot \sigma_p$.
3. Определение **площади** поперечного сечения стержня по **заданной** продольной силе и **допускаемому** напряжению: $A \geq F/\sigma_p$.

Такие расчеты называют расчетами на прочность.

3.6.8 Расчеты при растяжении (сжатии)

1. Расчеты на прочность

$$\sigma_{p(c)} = F/A \leq \sigma_{p(c)p} \cdot [\sigma_B] [\sigma_{-B}]$$

где $\sigma_{p(c)}$ – фактическое напряжение на растяжение или сжатие; $\sigma_{p(c)p}$ – допускаемое напряжение на растяжение или сжатие. Это неравенство называется **условием прочности**. С его помощью могут быть решены задачи следующих **трех типов**.

2. Определение предельной (допускаемой) нагрузки для детали с определенными размерами **поперечного сечения A** и **допускаемым** напряжением σ_p : $F_p \leq A \cdot \sigma_p$.

Группа сталей	Марка стали	Механические характеристики					
		σ_B , МПа	σ_T , МПа	σ_{-1p} , МПа	σ_{-1} , МПа	τ_{-1} , МПа	НВ
Углеродистые стали качественные	10	340-420	210	120-150	160-220	80-120	137
	20	420-500	250	120-160	170-220	100-130	156
	30	500-600	300	170-210	200-270	110-140	179
	40	580-700	340	180-240	230-320	140-190	187-217
	45	610-750	360	190-250	250-340	150-200	197-241
	50	640-800	380	200-260	270-350	160-210	207-241

$$A_1 = (\pi \cdot d_1^2) / 4 = (\pi \cdot 20^2) / 4 = 314 \text{ мм}^2; F_{1 \max} = \sigma_T \cdot A_1 = 360 \cdot 314 = 1130097 \text{ Н} = 113 \text{ кН.}$$

$$A_2 = (\pi \cdot d_2^2) / 4 = (\pi \cdot 30^2) / 4 = 707 \text{ мм}^2; F_{2 \max} = \sigma_T \cdot A_2 = 360 \cdot 707 = 254469 \text{ Н} = 254 \text{ кН.}$$

2. Расчеты на жесткость

В некоторых случаях **работоспособность** конструкции **определяют** не величиной предельной нагрузки или предельного напряжения, а **величиной предельной деформации** Δl_p . В этом случае по уравнению находят фактическую деформацию и сопоставляют ее с предельной:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} \leq \Delta l_p.$$

Это **неравенство** называют **условием жесткости**, а расчеты, проводимые по этому неравенству, – **расчетами на жесткость**.

Пример расчетов на **прочность**

и **жесткость** при растяжении (сжатии)

Рассмотрим **ступенчатый брус** (рис. 1 а), нагруженный продольными силами F_1 и F_2 , для которого следует **определить во всех поперечных сечениях бруса (стержня)**

внутреннюю **продольную силу** F_R (рис. 1 б) и **напряжения** σ (рис. 1 в), **вертикальные перемещения** δ (рис. 1 г). Результаты привести в **графическом виде, построив графики (эпюры) $F_R=f(l)$; $\sigma=f(l)$ и $\delta=f(l)$.**

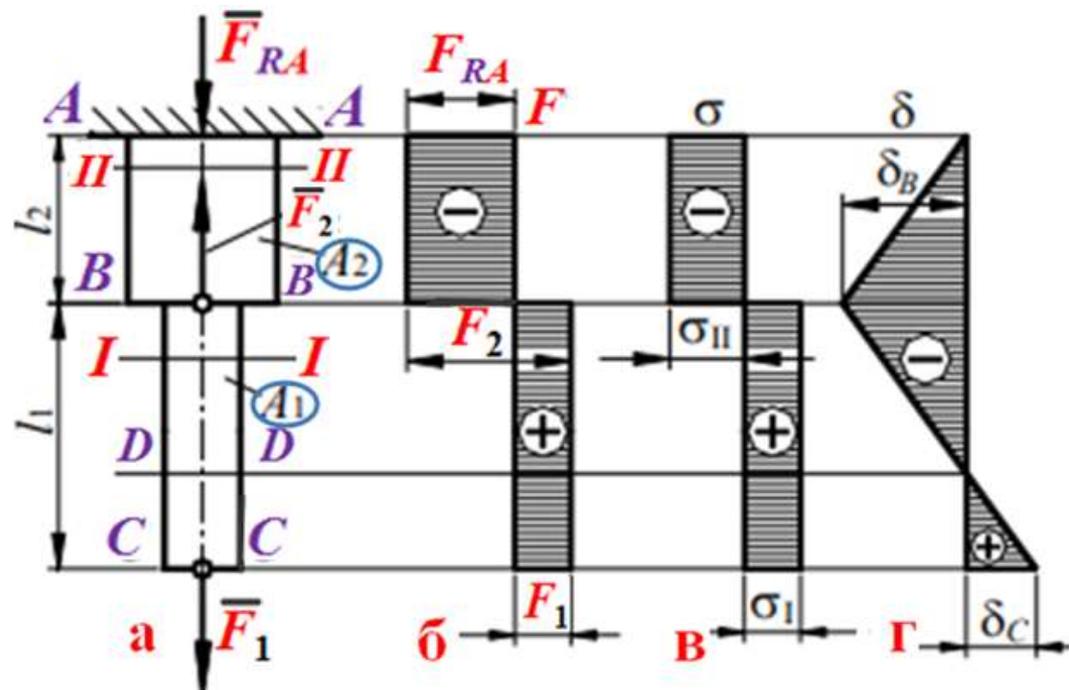


Рис. 1. Расчёт ступенчатого бруса

3.6.9 Расчеты на прочность и жесткость при растяжении

Решение. Для определения внутренних сил в поперечных сечениях бруса используем метод сечений. Мысленно разрежем брус по сечениям *I-I* и *II-II* (рис. 2 а, д, г).

Составим уравнение равновесия части стержня, расположенной ниже сечения *I-I* (рис. 2 д): $\sum F_{y1} = F_{RI} - F_1 = 0$, откуда: $F_{RI} = F_1$. Эти уравнения будут справедливы при изменении текущей координаты y_1 в пределах от 0 до l_1 , то есть при: $0 \leq y_1 \leq l_1$.

Уравнение равновесия части стержня, расположенной ниже сечения *II-II* (рис. 2 е): $\sum F_{yII} = -F_{RII} + F_2 - F_1 = 0$, откуда: $F_{RII} = F_2 - F_1 = 0$. Эти уравнения будут справедливы при: $l_1 \leq y_1 \leq l_1 + l_2$.

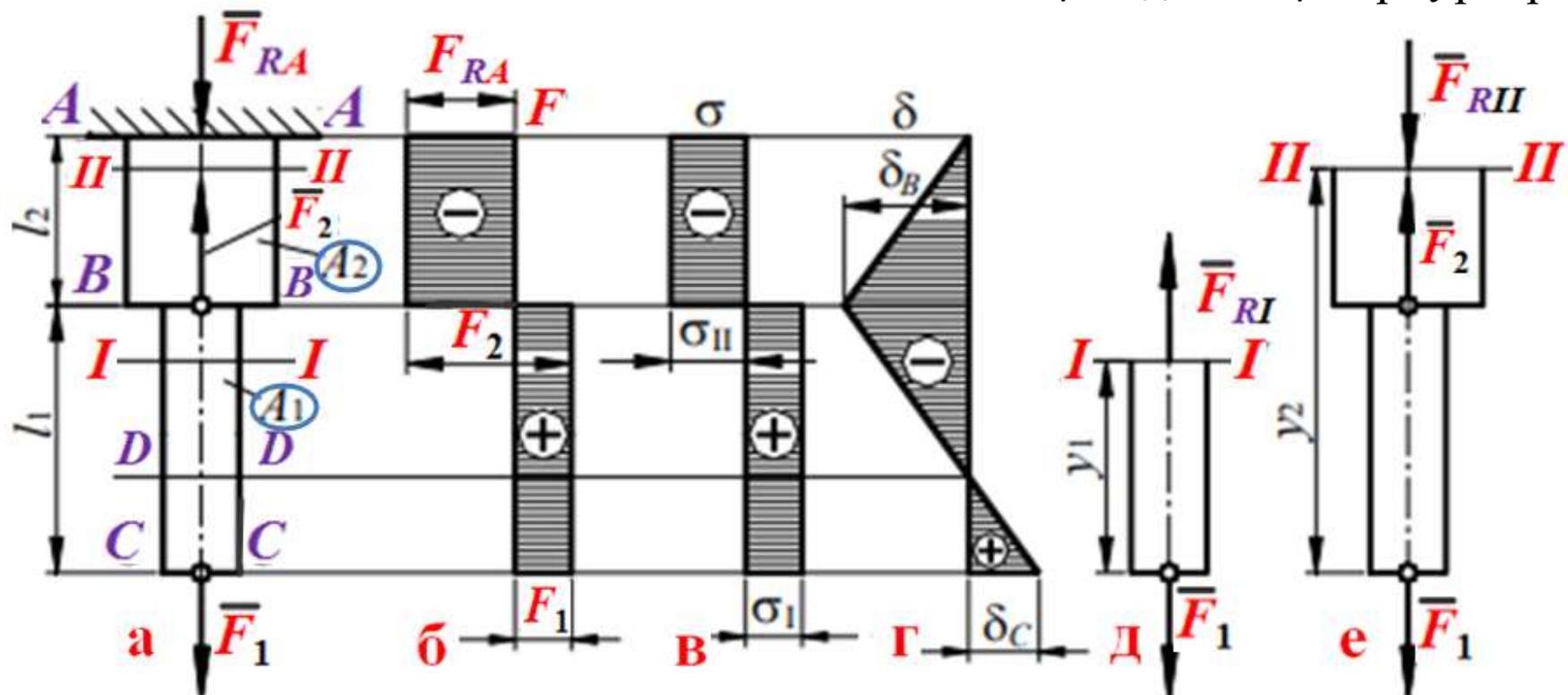


Рис. 2. Расчёт ступенчатого бруса: $F_2 = 254$ кН; $F_1 = 114$ кН; $d_1 = 20$ мм; $d_2 = 30$ мм. $l_1 = 30$ мм; $l_2 = 20$ мм; $A_1 = (\pi d_1^2)/4 = (\pi \cdot 20^2)/4 = 314$ мм²; $F_{1 \max} = \sigma_T \cdot A_1 = 360 \cdot 314 = 1130097$ Н = 113 кН

3.6.9 Расчеты на прочность и жесткость при растяжении (продолжение 1)

Выбрав масштаб μ_F (Н/мм), строим эпюру продольных сил (рис. 2 б). При этом растягивающую продольную силу F_{RI} считаем положительной, сжимающую F_{RII} — отрицательной. В выбранном масштабе μ_F строим эпюру продольных сил (рис. 2 б).

Напряжения σ : а) в сечениях нижней части стержня: $\sigma_I = F_{RI}/A_1$ (растяжение);

б) в сечениях верхней части стержня: $\sigma_{II} = F_{RII}/A_2$ (сжатие);

В выбранном масштабе μ_σ (МПа/мм) строим эпюру напряжений (рис. 2 в).

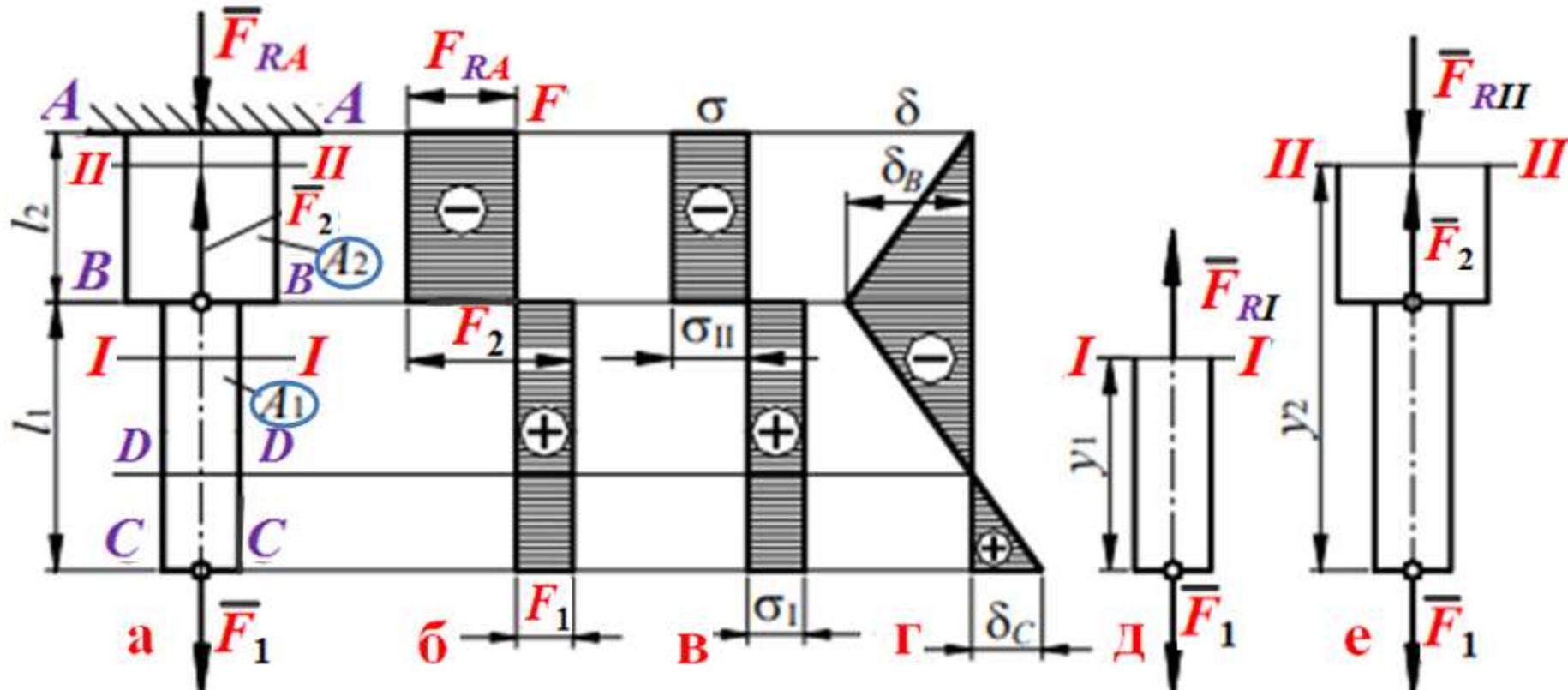


Рис. 2. Расчёт ступенчатого бруса: $F_2 = 254$ кН; $F_1 = 114$ кН; $d_1 = 20$ мм; $d_2 = 30$ мм.
 $l_1 = 30$ мм; $l_2 = 20$ мм

3.6.9 Расчеты на прочность и жесткость при растяжении (продолжение 2)

Для построения эпюры вертикальных перемещений (деформаций) δ (рис. 2 г) определяем перемещения характерных сечений $B-B$ и $C-C$ (рис. 2 а) (перемещение сечения $A-A$ равно нулю). Перемещение сечения вниз считаем положительным, вверх – отрицательным.

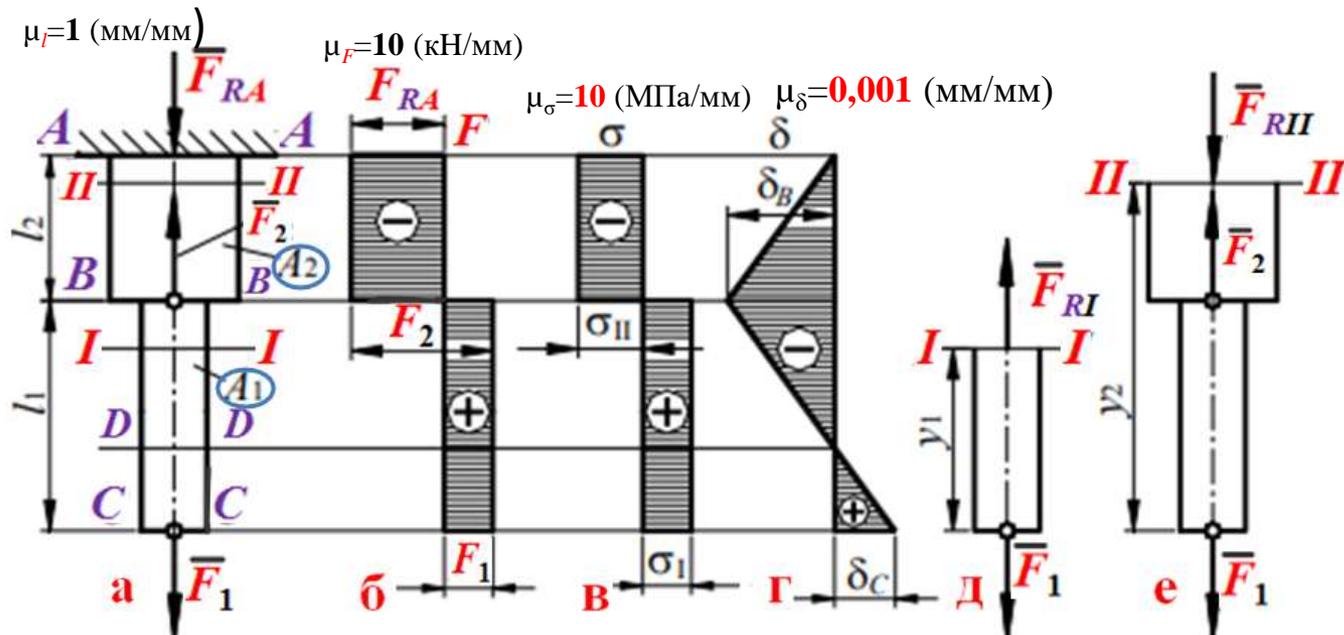
а) Сечение $B-B$ будет перемещаться вверх, поскольку верхняя часть стержня сжимается:

$$\delta_B = (\sigma_{II} \cdot l_2)/E \quad (\text{вверх, знак минус } -) \quad (\text{рис. 2 г}) \quad (\approx 0,034 \text{ мм}).$$

Сталь: $E \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2 = 210 \text{ ГПа}$.

б) Перемещение сечения $C-C$ является алгебраической суммой перемещения сечения $B-B$ (δ_B) и удлинения части стержня длиной l_1 : $\delta_C = \delta_B + \Delta l = \delta_B + (\sigma_I \cdot l_1)/E$.

В выбранном масштабе μ_δ (мм/мм) откладываем на эпюре значения δ_C и δ_B (рис. 2 г), соединяем полученные точки прямыми линиями, так как при действии сосредоточенных внешних сил перемещения линейно зависят от абсцисс сечений стержня, и получаем график (эпюру) перемещений.



Из эпюры δ видно, что сечение $D-D$ не перемещается, сечения, расположенные выше сечения $D-D$, перемещаются вверх, сечения, расположенные ниже сечения $D-D$, перемещаются вниз.

Рис. 2. Расчёт ступенчатого бруса $F_2 > F_1$; $F_2 = 254 \text{ кН}$; $F_1 = 114 \text{ кН}$; $d_1 = 20 \text{ мм}$; $d_2 = 30 \text{ мм}$. $l_1 = 30 \text{ мм}$; $l_2 = 20 \text{ мм}$

3.6.9 Расчеты на прочность и жесткость при растяжении (продолжение 3)

Пример 1. Определение реакций во внешних и внутренних связях конструкции

Система имеет 3 опоры (внешние связи):

А - шарнирно-подвижная,

В и Е – шарнирно-неподвижные.

Примем обозначения реакций:

Н – горизонтальная (Horizontale),

V – вертикальная (Verticale).

Для опоры Е показаны горизонтальная, вертикальная составляющие реакции и полная результирующая реакция R_E .

Для плоской системы сил можно записать три уравнения равновесия:

$$\sum X = 0; \sum Y = 0; \sum M_z = 0$$

В нашей конструкции имеется три элемента 1, 2, 3 соединённые шарнирами в точках С и А. В этих точках один элемент по отношению к другому можно рассматривать как опорный и соответствующие шарниры представляют собой шарнирно-неподвижные опоры.

Так как "действие равно противодействию", то в соединении элементов (внутренней связи) реакции в ней - это две равные силы, приложенные в одной точке, противоположного направления. Показать их можно, если изобразить конструкцию, разъединив элементы. В этом изображении реакции внешних и внутренних связей имеют наглядное представление и очевиден алгоритм их определения.

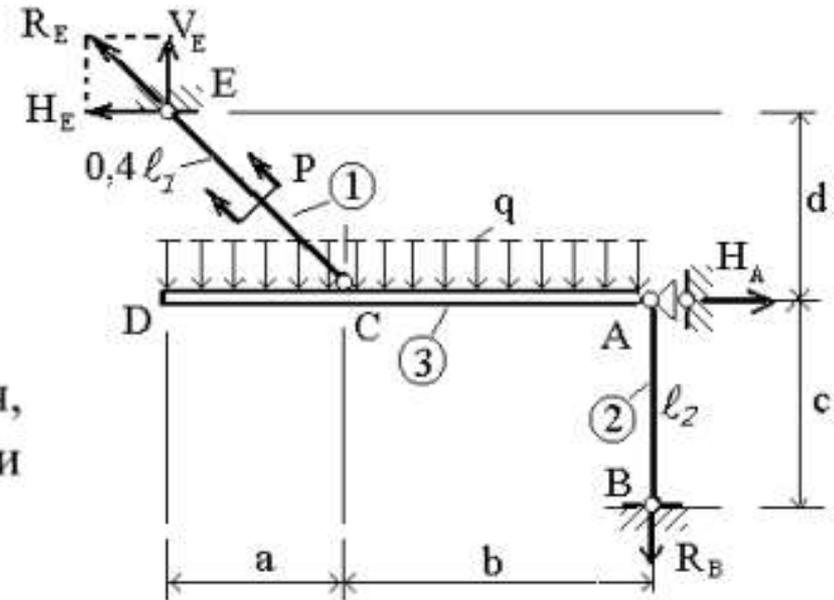


Рис. 3. Расчёт многозвенной конструкции

3.6.9 Расчеты на прочность и жесткость при растяжении (продолжение 4)

Любой элемент конструкции находится в равновесии и для определения сил, действующих на него, можно записать для каждого элемента уравнения равновесия.

Расчёт следует начинать с того элемента, где определяемые силы можно вычислить. В нашем задании таковым является 3-ий элемент.

Помещая ось Z в точку A , получаем уравнение:

$$\Sigma M_A = R_C \cdot b \cdot \sin \alpha - q \cdot (a + b) \cdot \frac{a + b}{2} = 0$$

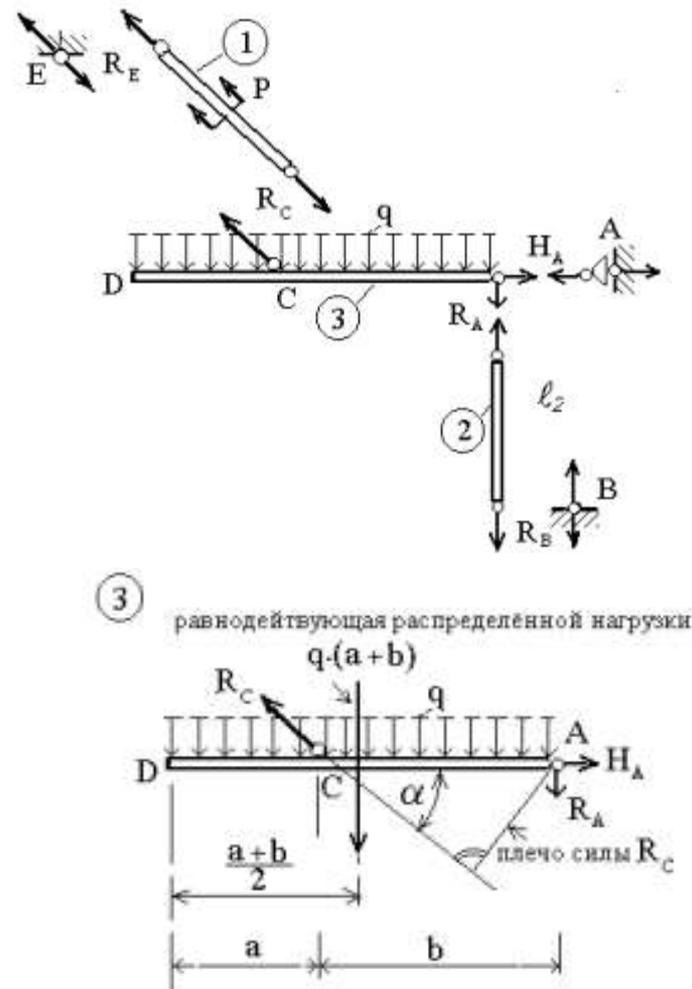
Из схемы конструкции (треугольник EDC):

$$\sin \alpha = \frac{d}{\sqrt{a^2 + d^2}} = \frac{1,2}{\sqrt{1^2 + 1,2^2}} = 0,768.$$

$$R_C = \frac{q \cdot (a + b)^2}{2 \cdot b \cdot \sin \alpha} = \frac{20 \cdot (1 + 1,5)^2}{2 \cdot 1,5 \cdot 0,768} = 54,25347 \dots (54,3) \text{ кН.}$$

Аналогичным образом, помещая ось Z в точку C , записываем уравнение:

$$\Sigma M_C = R_A \cdot b + q \cdot (a + b) \cdot \left(\frac{a + b}{2} - a \right) = 0$$



3.6.9 Расчеты на прочность и жесткость при растяжении (продолжение 5)

$$R_A = -\frac{q \cdot (a+b)}{b} \cdot \left(\frac{a+b}{2} - a\right) = -\frac{20 \cdot (1,0+1,5)}{1,5} \cdot \left(\frac{1,0+1,5}{2} - 1,0\right) = -8,33 \text{ kH}.$$

Знак (-) в результате означает, что реакция R_A в действительности имеет противоположное направление.

Расчёты можно проверить, спроектировав все силы на вертикальную ось:

$$\Sigma Y = R_C \cdot \sin \alpha - R_A - q \cdot (a+b) = 54,3 \cdot 0,768 + 8,33 - 20 \cdot (1,0+1,5) = -0,0324.$$

Не следует надеяться, что проверочное уравнение будет совершенно выполняться. Получили абсолютную погрешность из-за округления результатов вычислений, а они неизбежны.

При проверенных значениях двух определённых реакций, третья определяется из простого уравнения, где ошибиться трудно:

$$\Sigma X = H_A - R_C \cdot \cos \alpha = 0 \quad \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + d^2}} = \frac{1,0}{\sqrt{1,0^2 + 1,2^2}} = 0,640.$$

$$H_A = 54,3 \cdot 0,640 = 34,75 \text{ kH}.$$

Рассмотрим элементы 1 и 2.

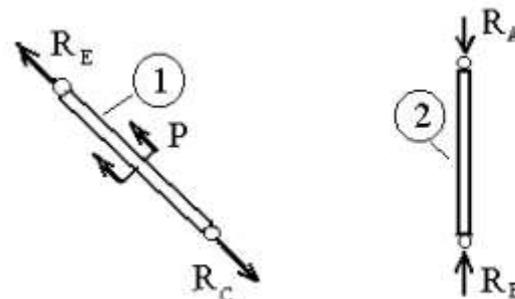
Заметим, что в дальнейших расчётах целесообразно оперировать реальными направлениями сил.

Из уравнений равновесия стержней $\Sigma X = 0$ где ось направлена вдоль стержня,

$$\Sigma X_1 = R_E + P - R_C = 0, \quad \Sigma X_2 = R_B - R_A = 0$$

находим

$$R_E = -8,0 + 54,3 = 46,3 \text{ kH}, \quad R_B = 8,33 \text{ kH}$$



3. Определение площади поперечных сечений.

$$\text{Условие прочности } \sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$$

Согласно условию прочности, площади поперечных сечений стержней определяются выражением:

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}$$

По диаграммам внутренних усилий в стержнях находим их расчётные значения:

$$N_1 = 54,3 \text{ кН}, N_2 = - 8,33 \text{ кН}.$$

$$A_1 \geq \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{54,3 \cdot 10^3 \text{ Н}}{160 \cdot 10^6 \text{ Н / м}^2} = 3,39 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \approx 3,4 \text{ см}^2$$

$$A_2 \geq \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{8,33 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,520 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

4. Определение поворота горизонтального стержня и перемещение точки D.

Система получает геометрические изменения в результате изменения длин стержней 1 и 2. Общее изменение длины 1-го стержня определяется суммой изменения длин его двух частей с различными внутренними силами:

$$\ell_1 = \sqrt{a^2 + d^2} = \sqrt{1,0^2 + 1,2^2} = 1,56 \text{ м}$$

$$\Delta \ell_1 = \frac{N_1 \cdot 0,4 \ell_1}{E \cdot A_1} + \frac{N_1^* \cdot 0,6 \ell_1}{E \cdot A_1} = \frac{\ell_1}{E \cdot A_1} \cdot (N_1 \cdot 0,4 + N_1^* \cdot 0,6)$$

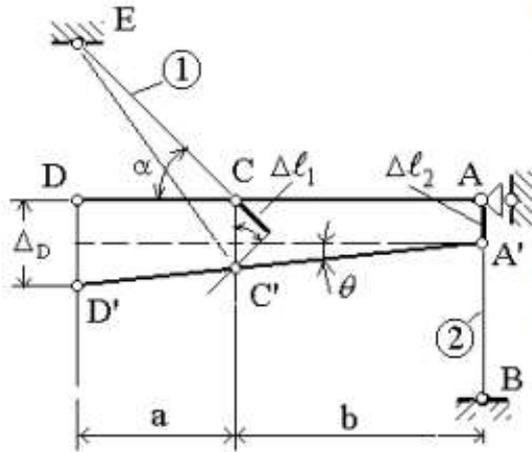
$$\Delta \ell_1 = \frac{1,56}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 3,4 \cdot 10^{-4}} \cdot (46,3 \cdot 10^3 \cdot 0,4 + 54,3 \cdot 10^3 \cdot 0,6) = 11,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$\Delta \ell_2 = \frac{N_2 \cdot \ell_2}{E \cdot A_2} = \frac{-8,33 \cdot 10^3 \cdot 1,8}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 0,52 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= -13,7 \cdot 10^{-4} \text{ м} \quad (\text{укорочение})$$

Изменение длины 2-го стержня: $\ell_2 = c = 1,8 \text{ м}$

3.6.9 Расчеты на прочность и жесткость при растяжении (продолжение 7)



Непосредственно из геометрии находим поворот горизонтального стержня:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{CC' - AA'}{b} = \frac{\Delta l_1 / \sin \alpha - \Delta l_2}{b}$$

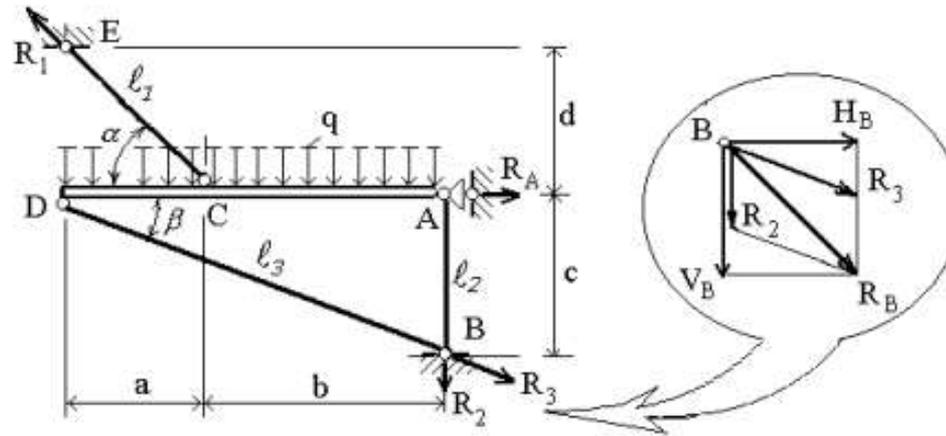
Здесь изменения длин при вычислении берутся по абсолютному значению, знаки их учтены в схеме (растяжение 1-го и укорочение 2-го):

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{11,2 / 0,768 - 13,7 \cdot 10^{-4}}{1,5} = 0,589 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

Для малых углов $\operatorname{tg} \theta = \theta$

Угол в градусах: $\theta = 0,589 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{180}{3,14} = 33,7 \cdot 10^{-4} \approx 0,0034^\circ$

3.6.9 Расчеты на прочность и жесткость при растяжении (продолжение 8)



Для определения перемещения точки D на схеме проведена от точки A' дополнительная линия параллельная первоначальному положению горизонтального стержня. Из подобия треугольников, образованных при этом, находим

$$\frac{CC'-AA'}{DD'-AA'} = \frac{b}{a+b} \rightarrow DD' = \Delta_D = \frac{a+b}{b} \cdot (\Delta l_1 / \sin \alpha - \Delta l_2) + \Delta l_2$$

$$\Delta_D = \frac{1,0+1,5}{1,5} \cdot (11,2/0,768 - 13,7) \cdot 10^{-4} + 13,7 \cdot 10^{-4} = 15,2 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 1,52 \text{ мм}$$

