



Национальный исследовательский
Томский политехнический университет

Механика 1.3

3.09.24;

**Лектор - Козлов Виктор Николаевич,
доцент отделения машиностроения ИШНПТ**

моб. тел. +7-913-812-58-34, kovn@tpu.ru

ВКС 380 440 5794, Пароль: 1DepTr

Лекции – 24 часа,

практические занятия – 32 часа,

88 часов самостоятельной работы,

расчётно-графические работы (РГР)

всего 144 ч., 4 кредита. Экзамен

5.10 Определение **момента инерции маховика** (продолжение)

Определение **углового ускорения ведущего звена** после постановки маховика

Зависимость угловой скорости ведущего звена ω построена в функции угла поворота. Умножим числитель и знаменатель на $d\varphi$, отношение $d\omega/dt$ есть **угловая скорость** – ω . **Угловое ускорение ведущего звена**:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{d\varphi} = \omega \frac{d\omega}{d\varphi}$$

В произвольной точке с проводим **касательную** к кривой $\omega = f(\varphi)$, находим бесконечно малые отрезки $d\varphi$ и $d\omega$.

$$\varepsilon = \omega \frac{\mu_{\omega ab}}{\mu_{\varphi ac}} = \omega \frac{\mu_{\omega}}{\mu_{\varphi}} \operatorname{tg} \alpha, \text{ в общем виде } \varepsilon = \pm \omega \frac{\mu_{\omega}}{\mu_{\varphi}} \operatorname{tg} \alpha.$$

Если угол α – тупой как, например, в точке c' , то $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha') = -\operatorname{tg} \alpha' = \pm \frac{a'b'}{a'c'}$

и **угловое ускорение отрицательное**, угловая скорость **уменьшается**.

$$\omega_{\max} = \omega_{cp} \left(1 + \frac{\delta}{2}\right), \quad \omega_{\min} = \omega_{cp} \left(1 - \frac{\delta}{2}\right).$$

$$\mu_{\omega} = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\Delta y_{\max}}, \quad y_i = \frac{\omega_i - \omega_{cp}}{\mu_{\omega}}$$

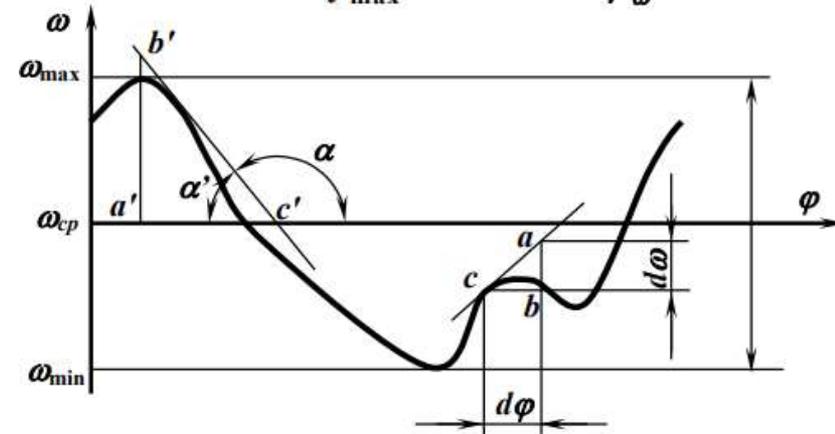
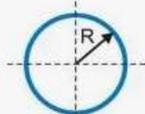


Рис. 5.20. Диаграмма **угловой скорости** звена приведения

Моменты инерции простейших однородных тел.

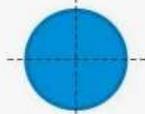
Полый тонкостенный цилиндр или кольцо с радиусом R и массой m :

$$I_z = mR^2$$



Сплошной цилиндр или диск с радиусом R и массой m :

$$I_z = \frac{mR^2}{2}$$



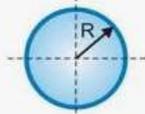
Полый толстостенный цилиндр массы m с внешним радиусом R_2 и внутренним радиусом R_1 :

$$I_z = \frac{m(R_2^2 + R_1^2)}{2}$$



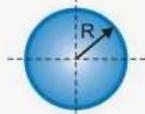
Тонкостенная сфера радиуса R и массы m :

$$I_z = \frac{2mR^2}{3}$$

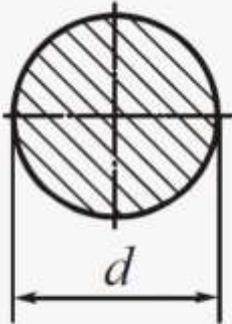
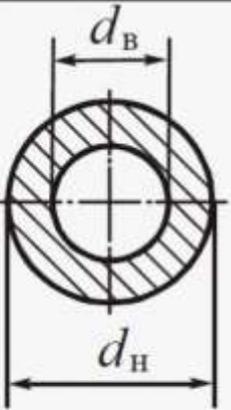


Шар радиуса R и массы m :

$$I_z = \frac{2mR^2}{5}$$



Стержень $J = \frac{ml^2}{12}$.

Форма		
		$A = d_B / d_H$
I_p	$\frac{\pi d^4}{32} \cong 0,1d^4$	$\frac{\pi d_H^4}{32} (1 - \alpha^4)$
W_p	$\frac{\pi d^3}{16} \cong 0,2d^3$	$\frac{\pi d_H^3}{16} (1 - \alpha^4)$

$$dm = \sigma 2\pi r dr$$

Масса кольца

σ — поверхностная плотность [кг/м²]

$$m = \sigma \pi R^2$$

$$dJ = r^2 \sigma 2\pi r dr$$

Момент инерции кольца

Лекция 8. Сопромат Введение

В процессе эксплуатации машин и механизмов **элементы конструкции** в результате действия на них внешних сил в той или иной степени **изменяют** свои первоначальные размеры и форму, то есть **деформируются**. **Деформации**, в силу своей малости по сравнению с абсолютными размерами тела, **не оказывают** существенного влияния на законы его равновесия и движения, вследствие чего в теории механизмов и машин ими **пренебрегают**. Однако **без изучения этих деформаций невозможно определить условия**, при которых может произойти **разрушение детали** или недопустимое **изменение ее формы** или размеров.

Под **прочностью** понимают **способность** конструкции, а также ее частей и **деталей**, **выдерживать**, не разрушаясь, действие **внешней** нагрузки. Изложение **методов** расчета элементов конструкций на **прочность** составляет **первую задачу** науки о **сопротивлении материалов**.

Величину **деформаций**, несмотря на их малую величину по сравнению с размерами самой детали, приходится **ограничивать**.

Способность конструкции и ее **элементов сопротивляться** изменению своих первоначальных **размеров** и **формы** называется **жесткостью**.

Изложение **методов расчета** элементов конструкций **на жесткость** составляют **вторую задачу** науки о сопротивлении материалов.

Имеется ряд задач, в которых основное внимание приходится уделять вопросам **устойчивости**, под которой понимается способность элемента конструкции **сопротивляться** возникновению **больших отклонений** от невозмущенного равновесия при **малых возмущающих воздействиях**.

Равновесие элемента **устойчиво**, если малому изменению нагрузки соответствует **малое изменение деформаций**. Равновесие **неустойчиво**, если **ограниченный** рост нагрузки сопровождается **неограниченным** ростом деформаций. Признаком потери устойчивости является также **внезапная смена одной формы равновесия другой**. Например, **искривление** стержни при его **сжатии** (изменение формы).

Потеря устойчивости может иметь место при значениях **нагрузок**, совершенно **безопасных** с точки зрения **прочности** или **жесткости** элемента. Создание **методов расчетов на устойчивость** составляют **третью задачу** науки о сопротивлении материалов.

Основной задачей науки о сопротивлении материалов является разработка **методов расчета** различных элементов сооружений и машин **с целью получения** их **оптимальных** весогабаритных характеристик.

3.1. Внешние и внутренние силы

Активные **внешние силы**, действующие на рассматриваемое тело (элемент конструкции), называют **нагрузками**. Нагрузки, действующие на сооружения и их элементы, по способу приложения нагрузки **подразделяют** на:

- **сосредоточенные**;
- **распределенные**.

К **сосредоточенным** относят силы, которые передаются на элемент конструкции через **площадку небольших размеров** (по сравнению с размерами всего элемента).

3.1. Внешние и внутренние силы (продолжение 1)

Характеристикой **сосредоточенной** силы F является ее **модуль**, имеющий размерность, например, ньютон. При расчетах сосредоточенную силу считают **приложенной в точке**. Это допущение достаточно **условно**, так как в природе **сосредоточенных сил не бывает**. Все реальные силы **распределены по некоторой площади** или **объему**. Например, давление колеса вагона на рельс практически передается через небольшую площадку, получающуюся в результате деформации рельса и колеса. Однако для **определения внутренних сил (напряжений)**, возникающих в рельсе и колесе **на некотором расстоянии от площади передачи давления**, можно, как это будет показано позднее (принцип **Сен-Венана**), **распределенную** нагрузку заменить **сосредоточенной** равнодействующей силой, что значительно **упрощает** расчет.

К **распределенным** относятся нагрузки, **приложенные непрерывно** на некоторой **длине** или **площади**. На схемах такие нагрузки изображают **в виде графиков**, показывающих **изменение нагрузки по длине** или **поверхности** тела. Характеристикой распределенной нагрузки является ее интенсивность q (q_F , q_N), то есть **величина нагрузки**, которая приходится **на единицу площади** или **длины**. В первом случае величина q измеряется, например, в Н/м^2 , а во втором – в Н/м . Нагрузки могут быть распределены не только по поверхности или длине, но и **по объему** (**силы веса**, силы инерции, магнитные силы и др.). Они также характеризуются интенсивностью, имеющей размерность, например, Н/м^3 (**плотность** материала, **удельный вес**). **Распределенные по длине элемента** конструкции нагрузки, как и сосредоточенные силы, **реально в природе не существуют**, а получаются в результате **схематизации** действительных нагрузок. В ряде случаев такая схематизация приводит к **появлению пар сил (моментов)**.

3.1. Внешние и внутренние силы (продолжение 2)

По **характеру** воздействия на элементы конструкции нагрузки подразделяют на:

- **статические**;
- **динамические**.

Статическими называются нагрузки, которые **изменяют свою величину** или **точку приложения** (или **направление**) с **очень маленькой скоростью**, поэтому возникающими при этом **ускорениями** можно пренебречь. При действии таких нагрузок колебания сооружений и их частей пренебрежимо малы.

Динамическими называются нагрузки, изменяющиеся **во времени** с **большой скоростью** (например, ударные нагрузки). Действие таких нагрузок сопровождается возникновением **колебаний** сооружений. При **колебании** же вследствие изменения скорости колеблющихся масс **возникают силы инерции**, пропорциональные (по второму закону Ньютона) **колеблющимся массам** и **ускорениям**. Величина этих сил инерции может **многократно превосходить** те же нагрузки, приложенные статически, и ими при расчетах пренебрегать нельзя. **Динамические** нагрузки делятся на:

- **мгновенно приложенные**,
- **ударные**,
- **повторно-переменные**.

В частных случаях изменение нагрузки **F** может носить **периодически повторяющийся** характер, так что **через одни и те же промежутки времени t максимальные** значения нагрузки будут повторяться. **Нагрузки** такого типа называются нагрузками **с установившимся режимом** или **повторно-периодическими**.

3.1. Внешние и внутренние силы (продолжение 3)

Если **изменение** нагрузки во времени **не имеет установившегося характера** нагрузки называются повторными нагрузками **неустановившихся режимов**.

В машиностроении **расчетные нагрузки** определяются в зависимости по **номинальным значениям мощности, угловой скорости** отдельных ее деталей, **силы тяжести, сил инерции** и т.п. Например, при расчете деталей трехтонного автомобиля учитывают номинальный полезный груз, равный трем тоннам. Возможность же **перегрузки** автомобиля учитывают тем, что **размеры сечения деталей** назначают с некоторым **запасом прочности**.

Сопротивление тел, оказываемое действующим на них нагрузкам, обуславливается наличием в этих телах внутренних сил, природа которых объясняется молекулярным строением материи. Внутренние силы существуют всегда, и именно они являются причиной существования тела как такового. **При действии на тело внешних сил внутренние силы изменяются** – появляются **дополнительные внутренние силы**, которые в дальнейшем будем называть **усилиями**. Эти усилия и являются предметом изучения **науки о сопротивлении материалов**, так как именно их **величина характеризует способность тел сопротивляться внешним воздействиям**.

Для определения **величины внутренних усилий** пользуются **методом сечений**, суть которого заключается в следующем.

3.1. Внешние и внутренние силы (продолжение 4)

1. Тело, на которое действует какая-либо **внешняя нагрузка**, в интересующем нас месте **мысленно рассекается на две части** (рис. 3.1, б).
 2. **Отбрасывается** условно **одна из частей** (например, часть **B**).
 3. Действие **отброшенной части B** на оставшуюся **A** **заменяется внутренними силами**.
- Так как тело под действием внешних сил находилось в состоянии **статического равновесия**, то эти **внутренние** силы, являющиеся **внешними** для оставшейся части, должны **уравновесить** часть **A** с приложенными к ней **внешними** силами (рис. 3.1, б). Таким образом, внутренние силы сводятся к категории внешних сил, для определения которых можно использовать уравнения статики твердого тела. Со стороны **отброшенной** части на часть **A** действует система сил, **распределенных по всему сечению**. Эту систему в общем случае можно привести к **одной** силе F_R (**главному вектору**) и к **одной паре сил M** (**главному моменту**) (рис. 3.1, б).

Выбрав систему координатных осей x, y, z с началом в **центре тяжести** сечения, **разложим главный вектор и главный момент** на составляющие по указанным осям.

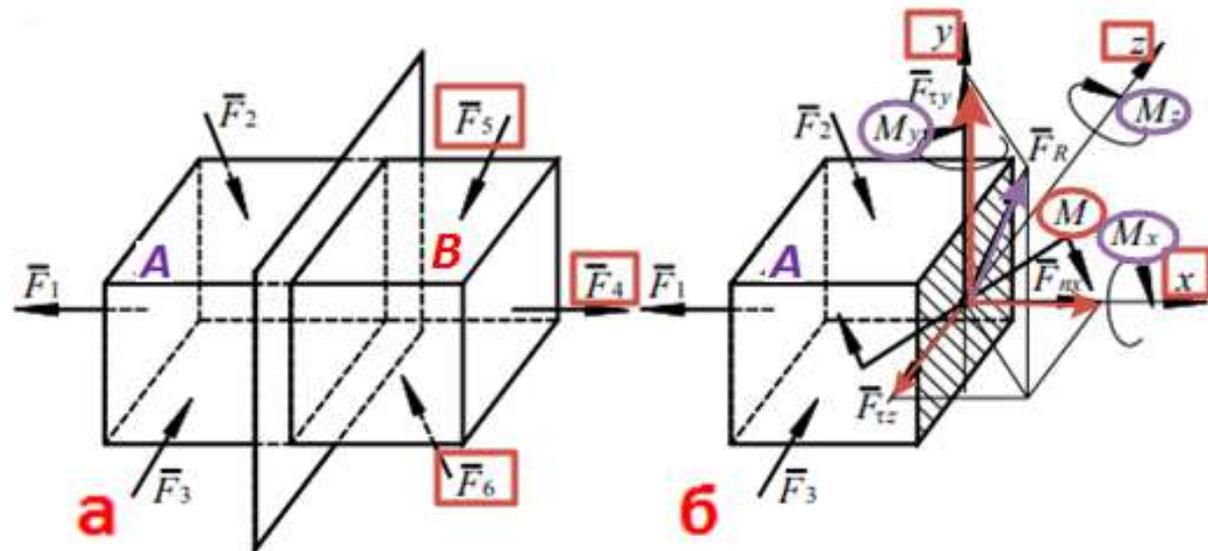


Рис. 3.1. Принцип отбрасывания части тела

3.1. Внешние и внутренние силы (продолжение 4)

Разложим главный вектор и главный момент на составляющие по осям x , y , z . Эти составляющие имеют следующие обозначения и названия (рис. 3.1, б):

$F_{nx} = F_n$ – продольная сила;

$F_{\tau y}$ и $F_{\tau z}$ – поперечные силы

соответственно в плоскостях yx и xz ;

момент относительно оси x $M_x = T_k$ – крутящий момент;

моменты относительно осей y и z :

M_y и M_z – изгибающие моменты

соответственно в плоскостях xz и xy .

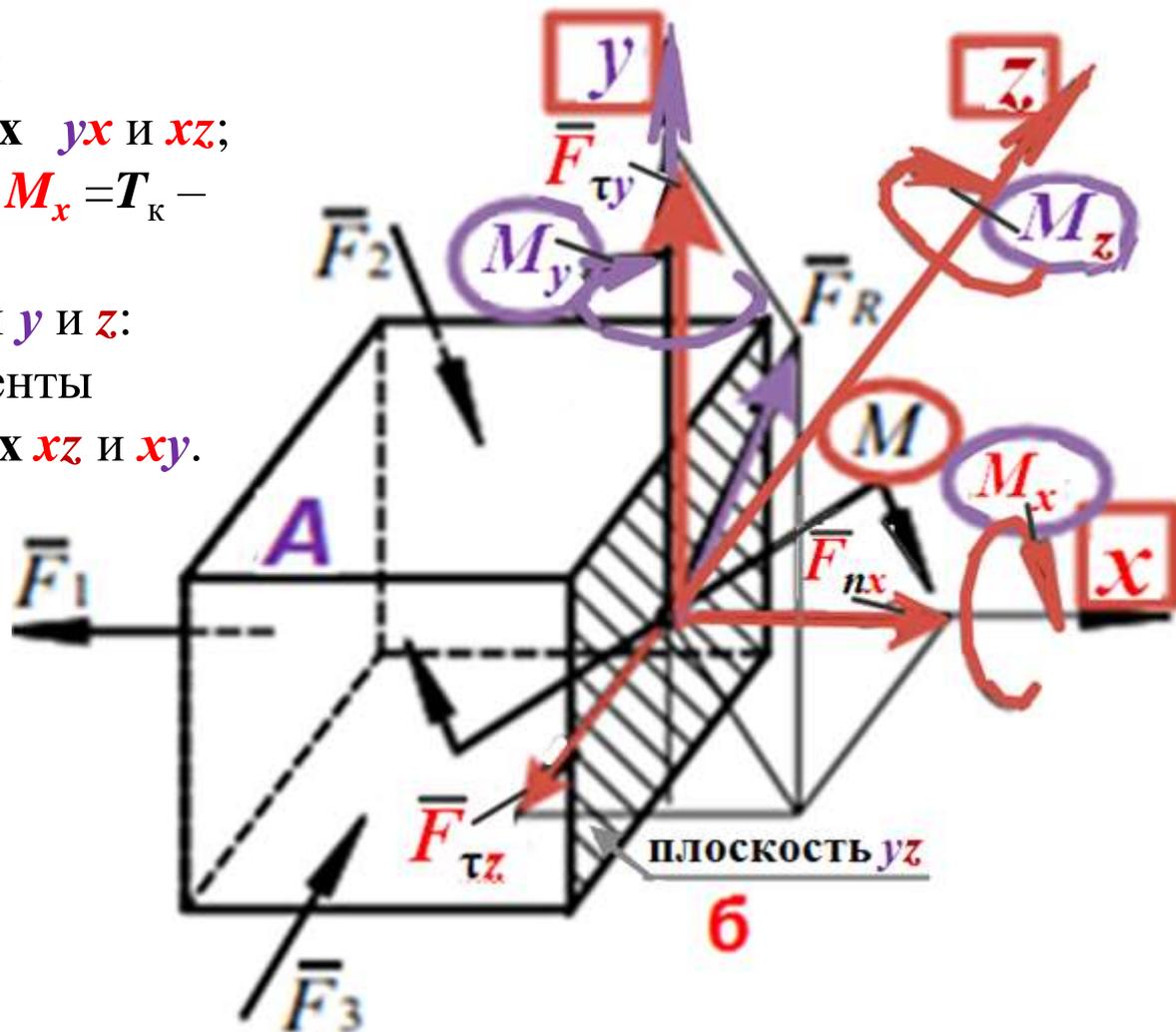


Рис. 3.2. Силы и моменты, действующие в плоскости yz

3.1. Внешние и внутренние силы (продолжение 4)

$F_{nx}=F_n$ – продольная сила; F_{ty} и F_{tz} – поперечные силы; $M_x=T_k$ – крутящий момент; M_y и M_z – изгибающие моменты соответственно в плоскостях xz и xy . Этим видам внутренних усилий соответствуют следующие виды деформации:

- 1) **растяжение** или **сжатие** – при появлении в поперечных сечениях **только продольных** усилий F_n ;
- 2) **сдвиг** – при появлении в поперечных сечениях **только поперечных** усилий F_{ty} и F_{tz} ;
- 3) **кручение** – в поперечных сечениях возникает **только крутящий** момент T_k ;
- 4) **изгиб** – в сечении действует **только изгибающий** момент M_y , или M_z .

Появление в поперечных сечениях сразу **нескольких** внутренних усилий приводит к **сложным** видам деформации (**сложному сопротивлению**).

Рис. 3.3. Силы и моменты, действующие в плоскости сечения YOZ

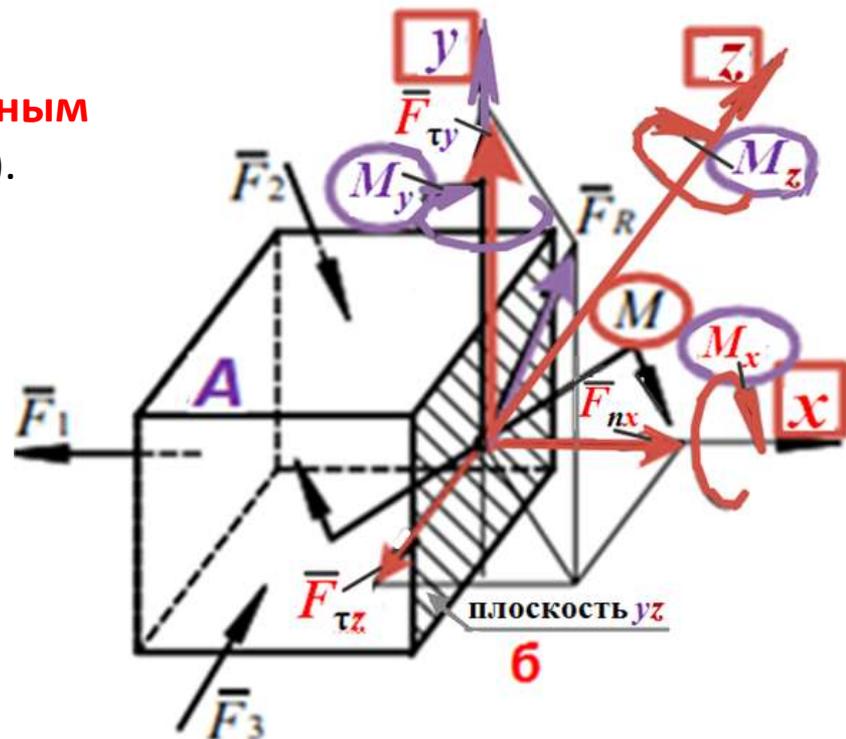
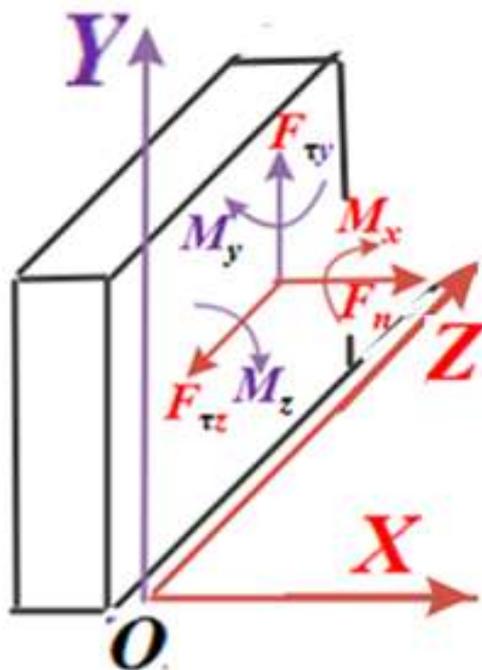


Рис. 3.2. Силы и моменты, действующие в плоскости yz

3.2. Понятие о напряжениях

Внутренние усилия, которые были найдены выше из уравнений статики, **не являются реальными**, а представляют собой лишь **статический эквивалент** этих усилий, распределенных **по всей площади** рассматриваемого **сечения**. Иначе говоря, найденные усилия являются равнодействующими действительных внутренних сил, возникающих в каждой точке сечения.

В сечении части **A** (рис. 3.2, б) выделим элементарную площадку dA (рис. 3.4, а). В силу **малости** элемента можно считать, что **внутренние усилия**, приложенные к его различным точкам, **одинаковы по величине** и **направлению**. Тогда **равнодействующая** их dF_R будет проходить **через центр тяжести** площади элемента dA , координаты которого равны x и z . Проектируя вектор dF_R на оси x , y и z , получим элементарную продольную силу dF_n и элементарные поперечные силы dF_{τ_y} и dF_{τ_z} .

Разделив эти усилия на площадь dA , получим **величины внутренних сил**, приходящихся **на единицу площади** (рис. 3.4, б):

$$\sigma_x = \frac{dF_n}{dA}; \quad \tau_{xy} = \frac{dF_{\tau_y}}{dA}; \quad \tau_{xz} = \frac{dF_{\tau_z}}{dA}.$$

Эти величины называют **напряжениями** в **точке поперечного сечения** тела (с координатами y, z):

σ – **нормальное** напряжение;
 τ – **касательное** напряжение.

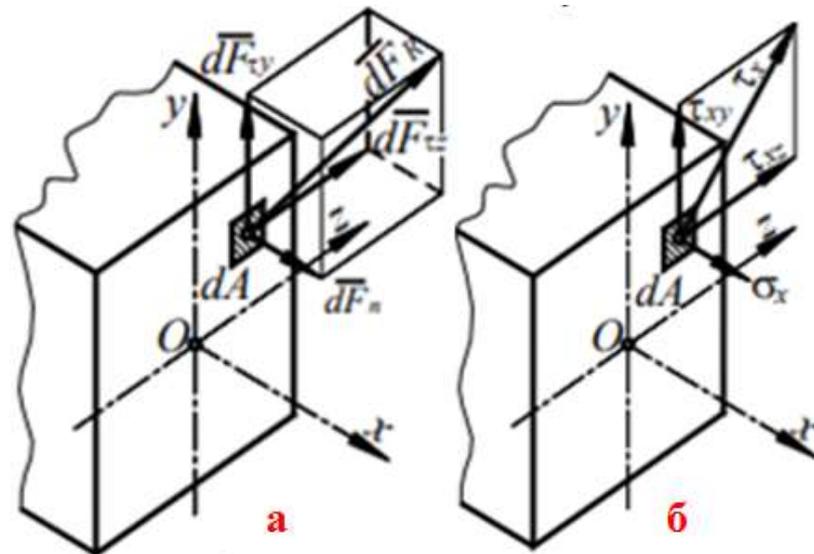


Рис. 3.4. Напряжения, действующие в плоскости сечения

3.2. Понятие о напряжениях (продолжение 1)

Нормальные и **касательные** напряжения представляют собой **интенсивность** распределения соответственно **нормальных** и **поперечных сил**, действующих по элементарной площадке в рассматриваемой точке. У **нормального** напряжения ставится **индекс**, указывающий, какой **координатной оси** параллельно данное напряжение. **Растягивающее нормальное** напряжение принято считать **положительным**, а **сжимающее нормальное** напряжение – **отрицательным**.

Обозначения **касательных** напряжений снабжены **двумя** индексами (рис. 3.5): **первый индекс** указывает, **какой оси параллельна нормаль** к площадке действия данного напряжения; **второй индекс** указывает, **какой оси параллельно само напряжение**. Разложение полного напряжения на нормальное и касательное имеет **физический** смысл.

Нормальное напряжение возникает, когда **частицы** материала стремятся **отдалиться** друг от друга **или**, наоборот, **сблизиться**.

Касательные напряжения связаны **со сдвигом** частиц материала по плоскости рассматриваемого сечения.

Через **любую точку** упругого тела, подверженного действию внешней нагрузки, **можно провести бесчисленное множество сечений** (площадок), **по которым в общем случае** будут действовать как **нормальные**, так и **касательные** напряжения. При этом **величина** и **направление** указанных напряжений в каждом конкретном случае будут **зависеть от ориентации** площадки.

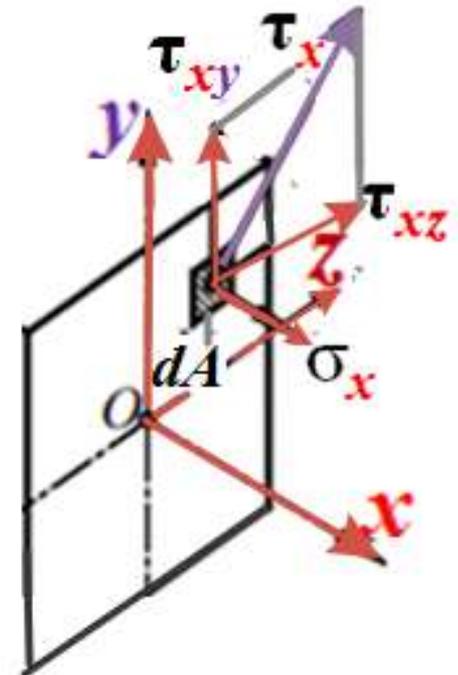


Рис. 3.5. Индексы напряжения

3.2. Понятие о напряжениях (продолжение 2)

Для исследования напряжений обычно выделяют элемент в виде бесконечно малого параллелепипеда (рис. 3.6). На его гранях действуют **внутренние** силы, заменяющие воздействие **удаленной** части тела и вызывающие появление напряжений. **Полные** напряжения на гранях можно разложить на **нормальные** и **касательные** составляющие. **Если ориентацию** выделенного элемента **изменить**, то действующие на его гранях напряжения будут также изменяться. При этом **можно** найти **хотя бы одно** такое **положение элемента**, при котором на его гранях **касательные** напряжения равны **нулю**.

Грани элемента, по которым **касательные** напряжения **не действуют**, называют **главными площадками**, а **нормальные** напряжения на них – **главными** напряжениями. Доказано, что в **каждой** точке тела имеются, по крайней мере, **три главные** площадки, причем они всегда **взаимно перпендикулярны**, то есть в **каждой** точке будут также **три главных** напряжения. **Главные** напряжения принято обозначать так, чтобы **наибольшее** из них (**алгебраически**) имело индекс «**1**», а **наименьшее** – индекс «**3**» (рис. 3.7).

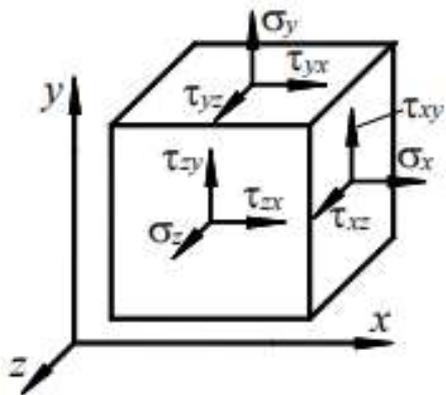


Рис. 3.6. Общее положение напряжений на гранях

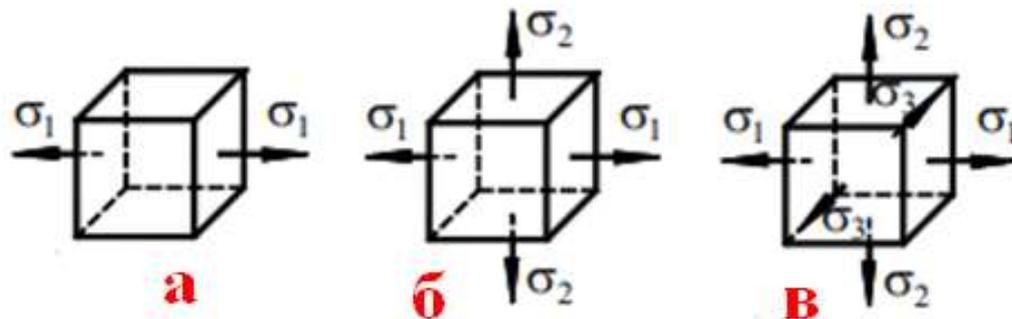


Рис. 3.7. Главные напряжения

3.2. Понятие о напряжениях (продолжение 2)

В зависимости от величины **главных** напряжений различают следующие **виды** напряженного состояния в **точке**:

- **линейное**, или **одноосное** – только **одно** главное напряжение (**любое** из трех) отлично от **нуля**, а два других равны нулю (рис. 3.7, а);
- **плоское**, или **двухосное** – **два** главных напряжения отличны от **нуля** (рис. 3.7, б);
- **объемное**, или **трехосное** – **все** главные напряжения отличны от **нуля** (рис. 3.7, в).

Зная **напряженное состояние** в любой точке детали, можно **оценить прочность** этой детали. В **простейших случаях** оценка прочности элементов конструкций производится или по **наибольшему нормальному** напряжению (расчет на **растяжение** или **сжатие**), **или** по **наибольшему касательному** напряжению (расчет на **сдвиг**).

Условия прочности в этих случаях записываются в виде:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_p, \quad (3.1)$$

$$\tau_{\max} \leq \tau_p, \quad (3.2)$$

В более сложных случаях оценка прочности производится по **приведенному** напряжению в соответствии с той или иной гипотезой прочности.

где σ_p и τ_p – **допускаемые** значения **нормального** σ и **касательного** τ напряжений, зависящие от **материала** и **условий работы** рассчитываемого элемента.

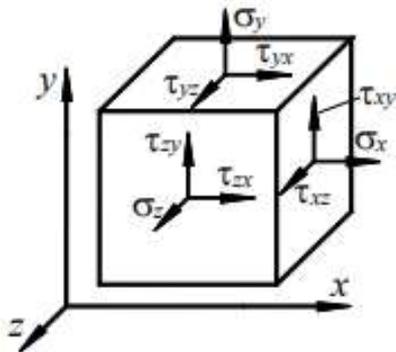


Рис. 3.6. Общее положение напряжений на гранях

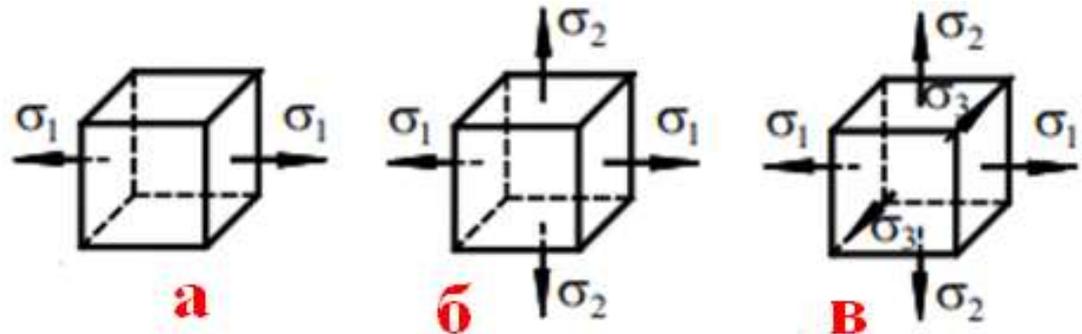


Рис. 3.7. Виды напряженного состояния в точке (главные напряжения)

3.3. Конструктивные элементы механизмов и машин

Конструкции, с которыми инженеру приходится встречаться на практике, имеют в большинстве случаев **сложную форму**, отдельные элементы которой **можно свести** к следующим **простейшим типам**:

1. Брусья – элементы конструкций, у которых **один размер** (длина) **значительно больше** других (рис. 3.8, а). Основными геометрическими характеристиками **бруса** являются его **ось** и **поперечное сечение**. **Ось бруса** – **линия**, соединяющая **центры тяжести** всех его поперечных сечений. В зависимости от формы оси брусья могут быть либо **прямолинейными** (рис. 3.8, а) либо **криволинейными** (рис. 3.8, б). **Брус с прямолинейной осью** часто называют **стержнем**.

Плоская фигура, имеющая свой центр тяжести **на оси** и **нормальная** к ней, называется его **поперечным сечением**.

2. Оболочки – тела, ограниченные **криволинейными** поверхностями, расположенными на **близком расстоянии друг от друга**. У этих элементов конструкции **один размер значительно меньше двух** других (рис. 3.8, в, г). **Плоские** оболочки называют **плитами** или **пластинами** (рис. 3.8, г).

3. Массив – тело, у которого **все три размера** одного порядка.



Рис. 3.8. Простейшие типы элементов (деталей)

3.3. Конструктивные элементы механизмов и машин (*продолжение 1*)

В разделе «Основы сопротивления материалов» **рассматриваются** преимущественно тела, имеющие **форму брусьев** постоянного сечения, и простейшие системы, состоящие из **них**, обладающие **достаточной жесткостью**, то есть не претерпевающие **значительных деформаций** при нагрузке. В расчетных схемах **брусья** обычно изображают **одной осевой линией** с идеализированными опорами.

В **гибких стержнях** возникают столь **значительные деформации**, что с ними нельзя не считаться **даже при определении опорных реакций**. Методы расчета **гибких брусьев, пластинок, оболочек** и массивных тел рассматриваются в курсе «**Прикладная теория упругости**» без упрощающих гипотез, которые **вводятся в данном разделе** (см. ниже). Способы расчета стержневых систем изучаются в курсе «**Строительная механика**».

3.4. Основные гипотезы и допущения

Гипотеза о сплошном строении тела. Предполагают, что материал полностью заполняет объем тела (**пустоты отсутствуют**). Это допущение вполне оправдано, так как большинство конструкционных материалов имеет **мелкозернистую** структуру, что позволяет без существенной погрешности считать их строение сплошным, непрерывным.

Гипотеза об однородности материала. Предполагают, что все частицы материала обладают **одинаковыми свойствами**, то есть свойства материала **не зависят от размеров** тела. Металлы обладают высокой однородностью, то есть имеют во всех точках детали практически одинаковые свойства. В пластмассах же свойства смолы отличаются от свойств наполнителя.

3.4. Основные гипотезы и допущения (продолжение 1)

Гипотеза об **изотропности** материала. Предполагают, что **в любом направлении** свойства материала **одинаковы**. У материалов, имеющих мелкозернистую структуру, благодаря большому количеству кристаллов, расположенных **в беспорядке**, свойства в **разных направлениях выравниваются**, «осредняются», и можно считать эти материалы практически **изотропными**. Материалы, свойства которых в **разных направлениях различны**, называются **анизотропными**. Например, для меди **прочность кристаллов** в разных направлениях различается более чем в 3 раза.

Гипотеза об **идеальной упругости** материала. Под **идеальной упругостью** понимают способность тела **восстанавливать** свою первоначальную **форму и размеры** после **устранения причин**, вызвавших деформацию тела.

Гипотеза **плоских сечений** (гипотеза Бернулли). **Поперечные сечения**, плоские и **нормальные** к оси бруса **до приложения** к нему нагрузки, **остаются плоскими** и **нормальными** к его оси **после деформации**.

Допущение о малости деформаций. **Деформации** тела **настолько малы** по сравнению с его размерами, что **не оказывают** существенного влияния на **взаимное расположение нагрузок**.

Допущение о линейной зависимости между деформациями и нагрузками. Предполагают, что для большинства материалов перемещения, являющиеся результатом деформации тела, прямо пропорциональны вызвавшим их нагрузкам.

Допущение об отсутствии начальных усилий. В теле до приложения нагрузки **нет внутренних (начальных) усилий**. Это допущение **полностью не выполняется ни для одного материала**. Например, в стальных деталях имеются внутренние силы, вызванные неравномерностью остывания. Величина этих сил конструктору обычно неизвестна. Если эти **силы значительны**, **их определяют экспериментальным путем**.

3.4. Основные гипотезы и допущения (продолжение 2)

Принцип **независимости действия сил** (принцип **суперпозиции** или принцип **наложения**). Какая-либо величина, например усилие или перемещение в любом элементе конструкции, вызванные различными факторами (несколькими силами, воздействием температуры), может быть получена как **сумма** величин, найденных от действия каждого из этих факторов **в отдельности** и **в любом порядке**. Но действие **отдельных сил системы** должно рассматриваться **вместе с соответствующими им реакциями связей**.

Принцип **независимости действия сил** к **деформируемым телам** применим лишь при следующих **двух условиях**: — **перемещения** точек приложения сил малы по сравнению с размерами тела; — **перемещения**, являющиеся результатом **деформации** тела, **линейно** зависят от **действующих сил** (такие тела называют **линейно деформируемыми** или подчиняющимися **закону Гука**). В обычных конструкциях оба эти условия выполняются и поэтому принцип независимости действия сил широко используется при силовом расчете конструкций.

Принцип **Сен-Венана**. Если тело нагружается **статически эквивалентными** системами сил и **размеры области** их приложения **невелики** (по сравнению с размерами тела), то в сечениях, достаточно **удаленных** от мест приложения нагрузок, **величина напряжений** весьма мало зависит от **способа нагружения**. Этот принцип во многих случаях позволяет **производить замену** одной системы сил **другой системой**, статически эквивалентной, что может упростить расчет.

Например, при расчете **рельса**, как балки, опирающейся на множество опор (**шпал**) (рис. 3.9), фактическую **нагрузку от колеса**, **распределенную** по площадке контакта по некоторому закону (σ), можно заменить **сосредоточенной** (равнодействующей) силой Fr .

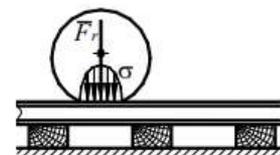


Рис. 3.9

3.5. Растяжение и сжатие

Рассмотрим случай **осевого** (центрального) **растяжения** или **сжатия**, когда **внешние силы** действуют **по оси стержня** (рис. 3.10 а). Для **определения внутренних усилий** (продольных сил) применим **метод сечений**. Проведем какое-нибудь сечение, например **a-a**, и рассмотрим **равновесие** нижней **отсеченной части**. **Воздействие** верхней **отброшенной части** на нижнюю **заменим продольной силой** и **предварительно** направим ее **от сечения**, то есть предположим, что сила является **растягивающей**.

Составим **уравнение равновесия**. Проектируя все силы, действующие на нижнюю часть, на направление, параллельное оси стержня, и **приравняв сумму проекций нулю**, получаем: $F_{n1} + F_1 - F_2 = 0$ (рис. 3.10 в), откуда: $F_{n1} = - (F_1 - F_2)$. Знак «**минус**» показывает, что направление силы F_{n1} следует **изменить** на обратное, то есть продольная сила будет в данном случае **не растягивающей**, как мы **предположили**, а **сжимающей**.

Аналогично найдем продольную силу в сечении **b-b**: $F_{n2} = F_2$ (растяжение).

Условимся **продольную силу**, соответствующую **растяжению**, считать **положительной**.

Наглядное представление о законе изменения продольных сил по длине стержня дает **график (эпюра продольных сил)**, **ось абсцисс** (как **аргумент**) которого проводится **параллельно оси стержня**, а **ось ординат** (как **функция**) ей **перпендикулярна**. По **оси ординат** в выбранном масштабе **откладывают значения продольных сил** (с учетом **знаков**) в **поперечных сечениях стержня** (рис. 3.10 б, эпюра F_n).

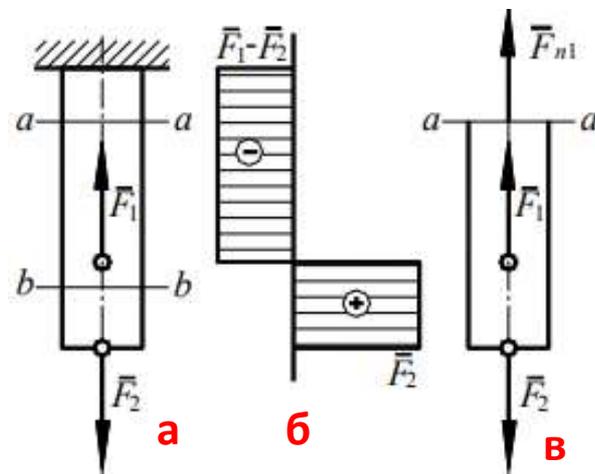


Рис. 3.10. Осевое **растяжения**

3.5.1 Напряжения растяжения

Если на поверхность призматического стержня нанести **сетку линий**, **параллельных** и **перпендикулярных** оси стержня (рис. 3.11, а), и приложить к нему **растягивающую** силу, то можно убедиться в том, что **линии сетки** и **после деформации** останутся **взаимно перпендикулярными**, за исключением небольшого участка стержня **вблизи точки приложения** силы, который из рассмотрения **пока исключаем**, но **расстояния между ними изменятся** (рис. 3.11, б).

Все **горизонтальные** линии, например **cd**, **переместятся вниз**, оставаясь **горизонтальными** и **прямыми**. **Внутри** стержня будет **такая же картина** – поперечные сечения стержня **плоские** и **нормальные** к его оси до деформации, останутся **плоскими** и **нормальными** к оси **и после деформации**, то есть подтверждается **гипотеза плоских сечений**.

Такая картина деформаций дает основание считать, что в поперечных сечениях стержня действуют только **нормальные** напряжения, **равномерно** распределенные по сечению, а **касательные** напряжения равны нулю.

Продольная сила F_n есть **равнодействующая** **нормальных** напряжений в поперечном сечении:

$$F_n = \int_A \sigma dA. \quad (3.1)$$

Поскольку $\sigma = \text{const}$, то: $F_n = \sigma \cdot A$, откуда:

$\sigma = F_n / A$, где A – **площадь поперечного сечения** (мм²).

В частном случае, когда на стержень действует одна внешняя сила F , из уравнения равновесия (рис. 3.11, в) получим: $F_n = F$ и вместо общей формулы (3.1) получим частный вид формулы для растяжения: $\sigma = F/A$.

Эти формулы **справедливы** и для **сжатия**, с той только разницей, что **сжимающие** напряжения считаются **отрицательными**. Расчёт и на **прочность**, и на **устойчивость**.

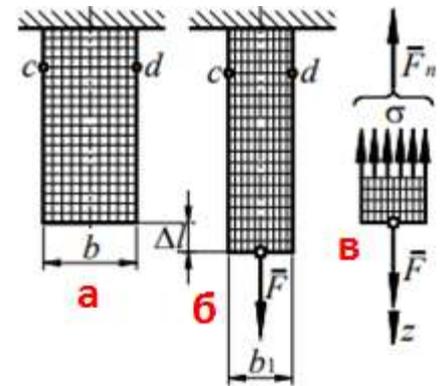


Рис. 3.11. Напряжения при осевом растяжении

3.5.2 Деформации и перемещения

Стержень (рис. 3.11), под действием двух **равных** по **величине** и **противоположно направленных** по его **продольной оси сил** (F и F_n), претерпевает **деформацию растяжения**, которая проявляется в **изменении длины** и **поперечных размеров** стержня. Его **первоначальная** длина l увеличивается на величину Δl , именуемую **абсолютным удлинением**, и становится равной l_1 . Таким образом: $\Delta l = l_1 - l$.

Абсолютное удлинение стержня при **заданном значении** деформирующей **силы** **возрастает** с **увеличением** его **первоначальной** длины. Поэтому **деформация** при растяжении **более полно характеризуется** **относительной** величиной $\epsilon = \Delta l / l$, которую называют **относительным удлинением**: $\epsilon = \Delta l / l = (l_1 - l) / l$.

При **сжатии** параметр Δl называют **абсолютным укорочением**, так как при сжатии длина стержня уменьшается. Одновременно с **продольной деформацией** стержень претерпевает **поперечную деформацию**. При **растяжении** поперечные размеры **уменьшаются**, при **сжатии** – **увеличиваются**.

Относительная поперечная деформация: $\epsilon' = \Delta b / b = (b - b_1) / b$.

Отношение $|\epsilon' / \epsilon| = \mu$ называют **коэффициентом Пуассона** (μ, ν), характеризующим **способность материала к поперечным деформациям** при **сжатии**. Этот коэффициент μ определяется **опытным** путем.

После приложения **нагрузки** размеры **элементарного объёма** **изменяются**: $dx + \Delta dx, dy - \Delta dy, dz - \Delta dz$

Линейные **продольные деформации** можно выразить: $\epsilon_x = \Delta dx / dx$; $\epsilon_y = \Delta dy / dy$; $\epsilon_z = \Delta dz / dz$.

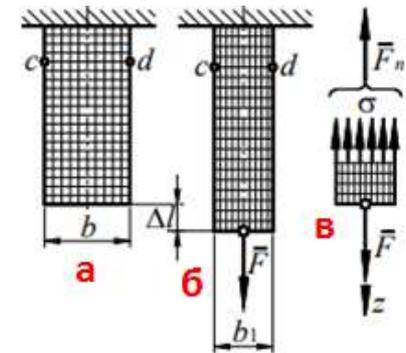
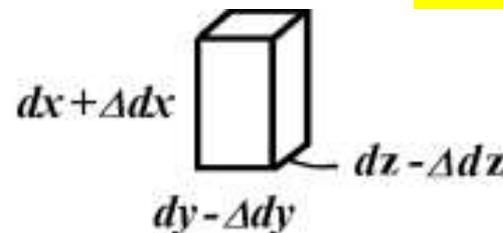


Рис. 3.11. Напряжения при осевом растяжении



3.6. Механические характеристики и свойства материалов

Работоспособность конструкционных **материалов** при различных **видах нагружения** определяется величинами, которые называют **механическими характеристиками**. **Они** устанавливают границу безопасной эксплуатации элементов конструкций при **статическом** и **динамическом** (циклическом и ударном) **нагружениях**.

У гр. 0431-0432 (18.05.02 Химическая технология **материалов** современной энергетики) В **4 семестре** будет **материаловедение** (24ч. лк и **8ч. лб**), будут изучаться основные **конструкционные материалы** и **методы испытаний**.

У гр. 0731-0732 (14.05.04 Электроника и автоматика физических установок) **нет** материаловедения.

К числу основных механических характеристик относятся:

- **предельные напряжения** (при растяжении, сжатии, изгибе и пр.) при соответствующей **температуре** и **скорости деформаций**;
- **твёрдость** при различных **методах измерения** (по Роквеллу HRC 42-46, Бринелю HB 200-220, Виккерсу HV, микротвёрдость по Виккерсу HV₁ и пр.);
- **ударная вязкость** и пр.

Величины механических характеристик могут быть получены **в лабораторных условиях** доведением образцов **до разрушения** или **чрезмерной деформации**.

Наиболее распространены испытания на **растяжение** и **сжатие**, так как они относительно **просты**, дают результаты, позволяющие с достаточной достоверностью **судить о поведении материалов и при других видах деформации**.

Практически всегда требуется знание также **твёрдости** и **ударной вязкости** после соответствующего **вида термообработки** (отжиг, отпуск, нормализация, улучшение и пр.) или **в состоянии поставки**, которые **зависят** от **размера** и **способе получения** проката, литья и др. видах.

3.6. Механические характеристики и свойства материалов (продолжение 1)

Все **конструкционные** материалы можно условно разделить на:

а) **хрупкие**; б) **пластичные**.

К весьма **пластичным** материалам относят **малоуглеродистые стали, алюминий, медь** и некоторые другие. Эти материалы обладают способностью **деформироваться в широких пределах без разрушения**.

Примерами **хрупких** материалов могут служить **чугун, высокоуглеродистые сорта стали, металлокерамические материалы, стекло**. **Хрупкие** материалы **разрушаются без заметной предварительной деформации**.

Промежуточное положение занимают **малопластичные** материалы, к которым могут быть отнесены многие **легированные стали, дюралюминий, бронза**.

3.6.1. Испытания на растяжение.

Для изучения свойств материалов и установления **величины предельных напряжений** (по **разрушению или по пластическим деформациям**) производят испытания образцов материала **вплоть до разрушения**. Испытания производят **при нагрузках** следующих **категорий**:

- **статической**,
- **ударной** и **циклической** (испытание на усталость или выносливость).

По **виду деформации**, испытываемой образцом, различают испытания на:

- 1) **растяжение**; 2) **сжатие**; 3) **кручение**; 4) **изгиб**.

Значительно реже проводят испытания на **сложное сопротивление**, например, сочетание **растяжения** и **кручения**.

3.6.1. Испытания на растяжение (продолжение 1)

Так как результаты испытаний зависят от **формы образца**, **скорости** деформирования, **температуры** при испытании и т.д., то эксперимент обычно ведут в условиях, предусмотренных Государственными стандартами (**ГОСТами**). Подробное описание испытательных машин и приборов можно найти в специальных руководствах.

Наибольшее **распространение** имеют испытания на **растяжение статической нагрузкой**, так как они наиболее просты и в то же время во многих случаях дают возможность достаточно верно судить о поведении материала при других видах деформации. Испытание различных материалов на растяжение осуществляют статическим нагружением на специальных машинах.

Для этого применяют **стандартный цилиндрический образец** диаметром (3-10) мм (рис. 3.12, а). **Длина** центрального цилиндра **превышает его диаметр** приблизительно в **15 раз**. На цилиндре выделяют участок l_0 для измерения деформации $l_0=10d$, где d_0 – **диаметр** стержня **до растяжения**. Иногда для испытаний применяют **плоские** или **малые цилиндрические** образцы, у которых: $l_0=5d$.

При растяжении образца на машинах **регистрируют нагрузку на образец (силу при растяжении)** и его **удлинение Δl** . Количественная оценка физических свойств материала может быть сделана при помощи **диаграммы растяжения** в системе координат (σ , ϵ).

Напряжение, откладываемое по **вертикальной** оси:

$\sigma = F_n / A_0$, где A_0 – **площадь поперечного сечения образца до испытания** (мм²). **Относительное**

удлинение образца, откладываемое по **горизонтальной**

оси: $\epsilon = \Delta l / l_0$, где l_0 – **длина расчётного участка образца до испытания** (мм).

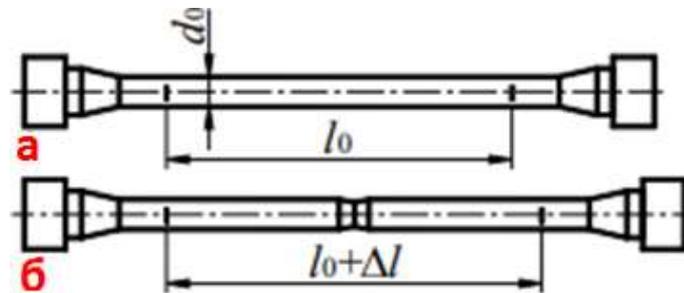


Рис. 3.12. Образец для испытания осевым растяжением

3.6.1. Испытания на растяжение (продолжение 2)

Диаграмма растяжения $\sigma = f(\epsilon)$ характеризует свойства испытуемого материала и носит название **условной** диаграммы **растяжения**, так как **напряжения** σ и **относительные удлинения** ϵ вычисляют соответственно по отношению к **первоначальной площади сечения** и **первоначальной длине**. **Условная диаграмма** растяжения образца из **малоуглеродистой стали** (рис. 3.13)

характеризуется следующими **четырьмя** отличительными участками.

Участок I соответствует **упругим деформациям** материала образца.

На этом участке для **пластичных** материалов имеет место **прямая пропорциональная** зависимость между **напряжениями** и **деформациями**, называемая **законом Гука** (прямая **OA**): $\sigma = E \cdot \epsilon$.

Коэффициент пропорциональности **E** называется **модулем продольной упругости**

или **модулем упругости первого рода**. Он имеет размерность **напряжений (МПа)** и характеризует способность материала **сопротивляться упругой деформации** при **растяжении** и **сжатию**. Величину **модуля продольной упругости (модуля Юнга (Young Y))** для различных материалов определяют экспериментально и приводят в справочниках.

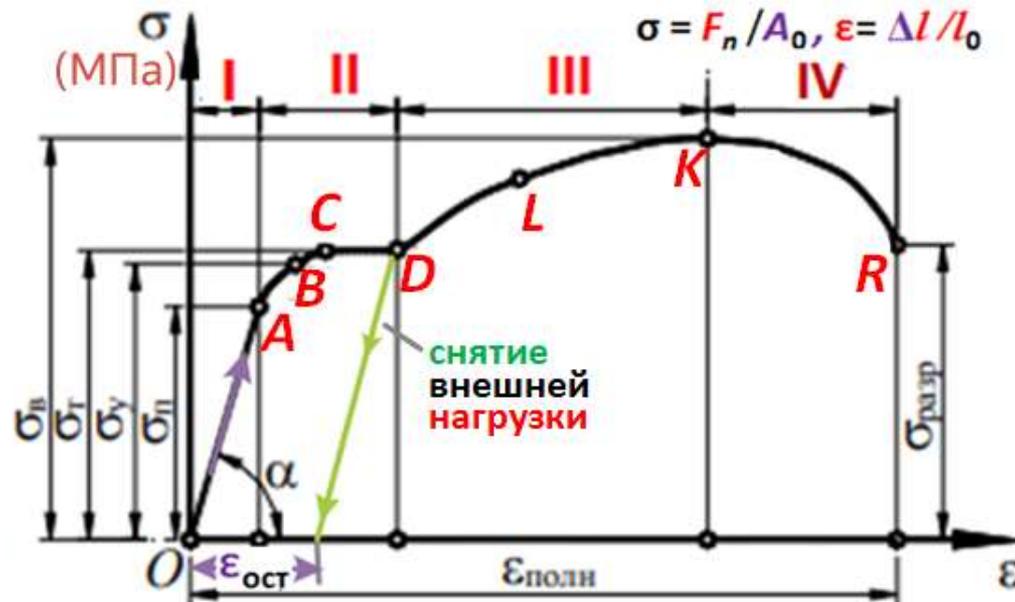


Рис. 3.13. Условная диаграмма растяжения пластичного образца

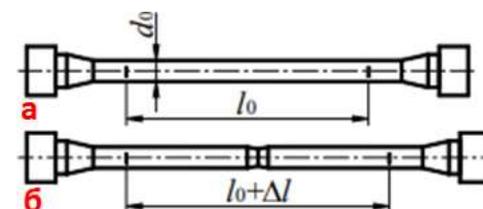


Рис. 3.12. Образец для испытания осевым растяжением

Участок II начинается после точки А, когда диаграмма становится криволинейной.

Однако до точки В деформации остаются упругими, то есть при разгрузке образец восстанавливает свою первоначальную форму и размеры. При дальнейшем увеличении нагрузки за точкой В появляются неупругие деформации

В точке С начинается процесс деформации детали без увеличения внешней нагрузки. Этот процесс называется процессом текучести материала.

24.10.24

Участок III (DLK) характерен увеличением нагрузки, при которой происходит дальнейшая деформация образца. Этот участок называется зоной упрочнения. Заканчивается участок

при достижении максимальной нагрузки, воспринимаемой образцом (точка К).

Участок IV начинается в точке К и заканчивается разрушением образца в точке R. Этот участок носит название зоны разрушения образца. Деформация образца на этом участке характерна образованием шейки и удлинением образца за счет ее утонения (рис. 3.12, б).

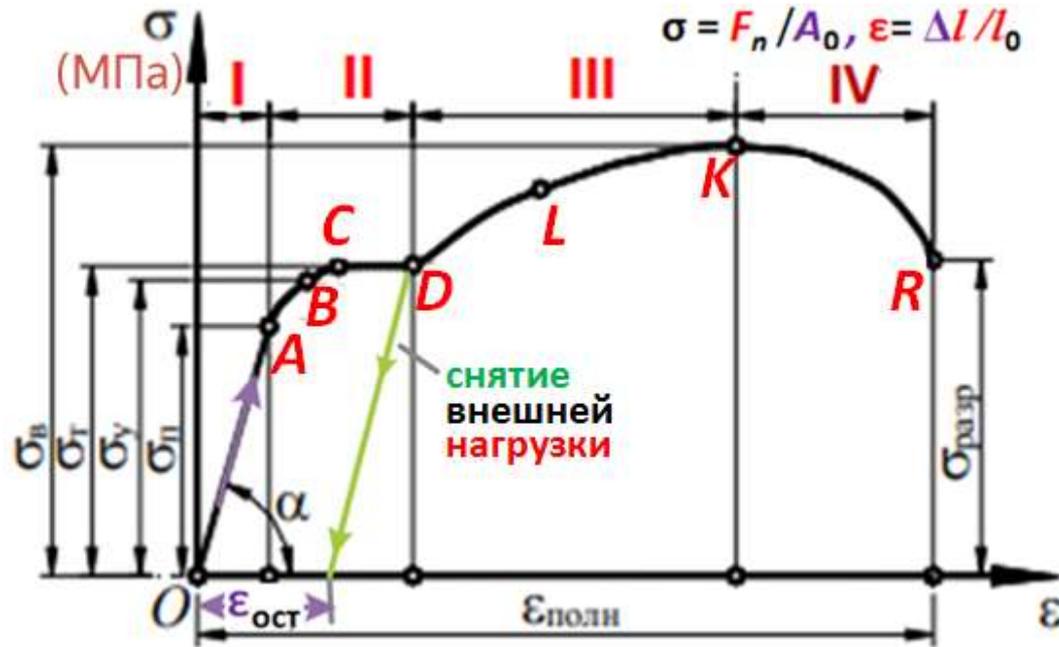


Рис. 3.13. Условная диаграмма растяжения пластичного образца

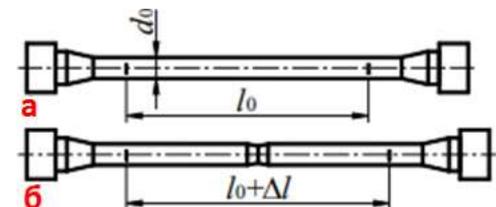


Рис. 3.12. Образец для испытания осевым растяжением

3.6.1. Испытания на растяжение (продолжение 4)

Диаграмма растяжения хрупких материалов показана на рис. 3.14, где отклонение от закона Гука начинается при малых значениях деформирующей силы. Эта диаграмма не имеет площадки текучести. Образцы разрушаются при очень малой остаточной деформации $\epsilon_{\text{ост}}$ без образования шейки (рис. 3.12, б).

Модуль деформации относится к относительным изменениям размеров, тогда как модуль упругости описывает способность материала вернуться к своей исходной форме после деформации. Сталь: $E \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 210 \text{ ГПа}$ (титан $E \approx 100 \text{ ГПа}$, $G = 40 \text{ ГПа}$; свинец $E \approx 0,18 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; резина $E = 2 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$); модуль сдвига (модуль упругости второго рода, модуль жёсткости) $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа} = 80 \text{ ГПа}$; коэффициент Пуассона $\mu (\nu) = 0,24 - 0,28$; $\sigma_{\text{в}} = 550 \text{ МПа}$; $\sigma_{\text{т}} = 360 \text{ МПа}$. нормальное напряжение $\sigma = E \cdot \epsilon$; касательное напряжение $\tau = G \cdot \gamma$, где γ – угол сдвига (относительный сдвиг): $\gamma = \Delta x / h$ (рис. 3.15).

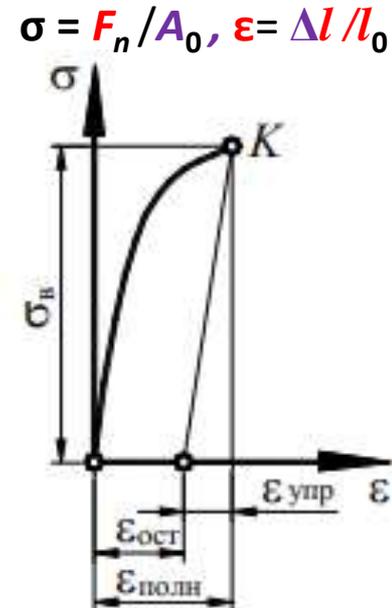


Рис. 3.14. Условная диаграмма растяжения хрупкого образца

Нормальное напряжение σ считается положительным, если направлено от сечения (растяжение); касательное напряжение τ считается положительным, если для совмещения нормали к сечению с направлением τ её необходимо повернуть по часовой стрелке;

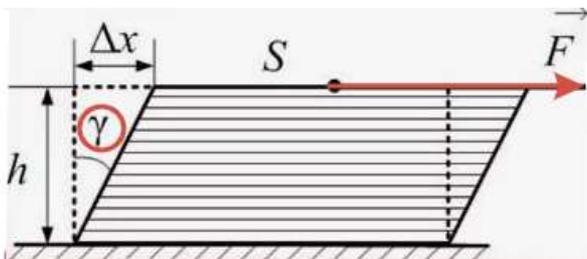


Рис. 3.15. Деформация сдвига

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

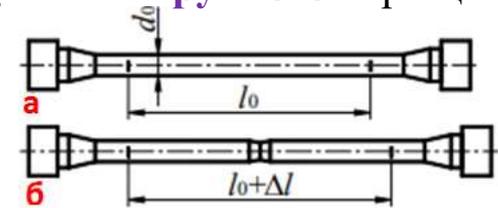


Рис. 3.12. Образец для испытания осевым растяжением

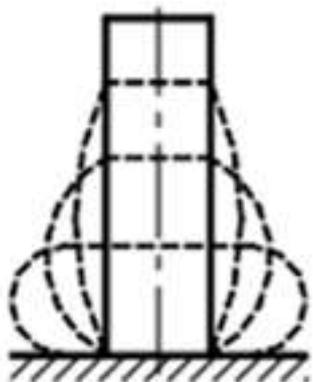


Рис. 3.16. Бочкообразная форма при сжатии

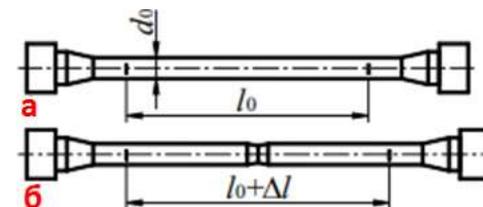


Рис. 3.12. Образец для испытания осевым растяжением