

Индивидуальное задание № 1, задача 2

Определение скоростей и ускорений точек твёрдого тела при поступательном и вращательном движениях

По заданному уравнению прямолинейного поступательного движения груза 1 определить скорость, а также касательное, нормальное и полное ускорения точки M механизма в момент времени, когда путь, пройденный грузом, равен S . Схемы механизмов показаны в табл. 19, а необходимые для расчёта данные помещены в табл. 18.

Пример. Дано: схема механизма 8); $R_2 = 50$ см; $r_2 = 40$ см; $R_3 = 20$ см; $S = 45$ см; закон движения груза 1 $x = 5 + 10t^2$ см (t – в секундах).

Определить скорость V_M и полное ускорение a_M точки M , угловую скорость ω_3 и угловое ускорение ε_3 звена 3.

Решение. Определим момент времени t , когда путь S , пройденный грузом 1, равен 45 см:

$$x = x(t) = 5 + 10t^2 = 45 \text{ см,}$$

следовательно:

$$t = \sqrt{\frac{45 - 5}{10}} = 2 \text{ с.}$$

Для определения скорости груза дифференцируем по времени уравнение его движения:

$$V_1 = \dot{x} = 20t \text{ см/с.}$$

Линейная скорость точки A (рис. 9), равна скорости груза:

$$V_A = V_1 = 20t \text{ см/с.}$$

Точка C , находящаяся на колесе 2, с помощью гибкой связи соединяется с вспомогательным блоком, на котором лежат точки B и A , следовательно, её линейная скорость равна скорости точки

$$V_C = V_B = V_A = 20t \text{ см/с.}$$

Определив линейную скорость точки находим угловую скорость ω_2 колеса 2:

$$\omega_2 = \frac{V_C}{R_2} = \frac{20t}{50} = 0,4t \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Точка D принадлежит колесу 2 и лежит на окружности меньшего радиуса. Зная угловую скорость ω_2 колеса 2, определим линейную скорость точки D :

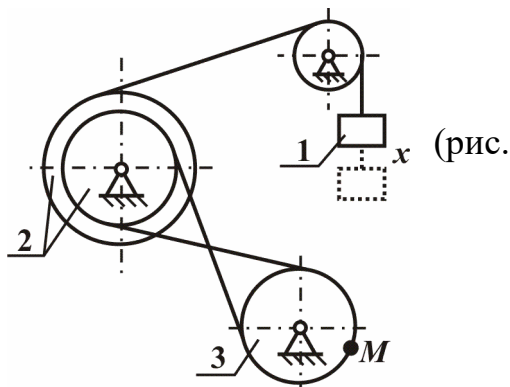


Рис. 8

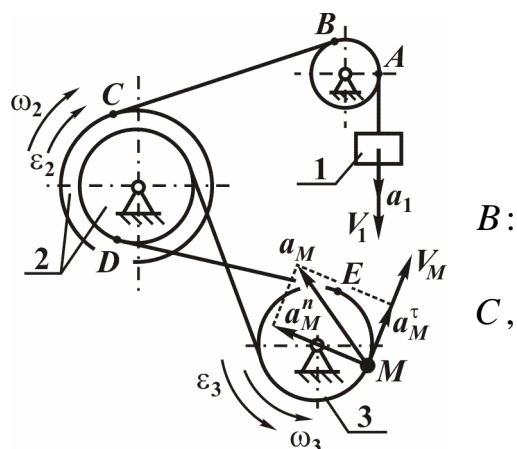


Рис. 9

$$V_D = \omega_2 \cdot r_2 = 0,4t \cdot 40 = 16t \text{ см/с}.$$

Точка E , находящаяся на колесе **3**, с помощью гибкой связи соединяется с колесом **2**, следовательно, её линейная скорость равна скорости точки D :

$$V_E = V_D = 16t \text{ см/с}.$$

Точки M и E колеса **3** лежат на одной окружности, следовательно, $V_M = V_E = 16t \text{ см/с}$. Вектор скорости V_M направлен перпендикулярно к радиусу в сторону вращения колеса **3**.

Зная линейную скорость точки M , находим угловую скорость ω_3 колеса **3**:

$$\omega_3 = \frac{V_M}{R_3} = \frac{16t}{20} = 0,8t \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Определив угловую скорость ω_3 колеса **3**, находим угловое ускорение ε_3 колеса **3**:

$$\varepsilon_3 = \dot{\omega}_3 = 0,8 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}.$$

Касательное ускорение точки M :

$$a_M^\tau = \varepsilon_3 \cdot R_3 = 0,8 \cdot 20 = 16 \text{ см/с}^2.$$

Вектор касательного ускорения имеет с вектором скорости одинаковое направление, так как в рассматриваемом примере вращение колес равноускоренное (ω_3 и ε_3 направлены в одну сторону).

Нормальное ускорение точки M :

$$a_M^n = \omega_3^2 \cdot R_3 = 20 \omega_3^2 \text{ см/с}^2,$$

направлено по радиусу к центру колеса **3** (см. рис. 9).

Полное ускорение точки M :

$$a_M = \sqrt{(a_M^n)^2 + (a_M^\tau)^2}.$$

Значения определяемых величин для момента времени $t = 2 \text{ с}$ приведены в табл. 17.

Расчетные значения величин

$V_M, \frac{\text{см}}{\text{с}}$	ускорение, $\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$			$\omega_3, \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$\varepsilon_3, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$
	a_M^n	a_M^τ	a_M		
32	51,2	16	53,64	1,6	0,8

Контрольные вопросы к ИДЗ № 1, задача 2

1. Какое движение тела называется поступательным?
2. Может ли траектория точки тела, совершающего поступательное движение, быть пространственной кривой линией?
3. Каковы основные свойства поступательного движения тела?
4. Какое движение твердого тела называется вращательным?
5. По каким траекториям движутся точки тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
6. Каким образом задается вращательное движение тела?
7. Какими уравнениями связаны угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение тела?
8. Какое положение относительно вращающегося тела занимает вектор угловой скорости?
9. Как определяется вектор скорости точки вращающегося тела?
10. Как направлены и как определяются составляющие ускорения точки вращающегося тела?
11. Как вычисляется ускорение точки вращающегося тела по его составляющим?

Данные для индивидуального задания №1, задача 2

Номер варианта из предпоследней цифры зачётной книжки

(например, шифр 65709 → данные из вар. 0)

Вариант задания	Радиусы, см				Закон движения груза $1 x = x(t)$ (x – см, t – с)	S , см
	R_2	r_2	R_3	r_3		
0	30	15	22	–	$5+60 t^2$	20
1	60	45	36	–	$10+100 t^2$	50
2	80	50	60	–	$80 t^2$	10
3	100	60	75	–	$18+70 t^2$	20
4	58	45	60	–	$50 t^2$	50
5	30	20	100	–	$8+40 t^2$	10
6	100	60	15	–	$5+60 t^2$	50
7	45	35	110	–	$7+90 t^2$	20
8	90	20	10	–	$4+30 t^2$	50
9	120	100	30	–	$3+80 t^2$	20
10	100	80	20	–	$70 t^2$	40
11	40	25	10	–	$5+40 t^2$	30
12	50	30	20	–	$2+50 t^2$	10
13	30	20	60	–	$60 t^2$	40
14	25	10	15	–	$6+20 t$	10
15	15	–	15	10	$8+40 t^2$	30
16	30	–	20	15	$3+40 t^2$	40
17	40	30	70	–	$80 t^2$	60
18	30	15	20	–	$4+20 t$	30
19	15	10	50	–	$5+80 t^2$	20
20	25	15	30	–	$50 t^2$	30
21	20	10	50	30	$4+90 t^2$	50
22	40	20	30	15	$10+40 t^2$	50
23	30	20	15	10	$7+40 t$	60
24	10	30	40	–	$90 t^2$	20
25	50	20	32	–	$20+50 t$	50
26	32	16	40	16	$5+60 t^2$	10
27	40	18	30	10	$6+30 t^2$	30
28	50	25	60	15	$50 t^2$	40
29	25	20	30	60	$3+30 t$	60
30	30	15	22	–	$5+60 t^2$	20

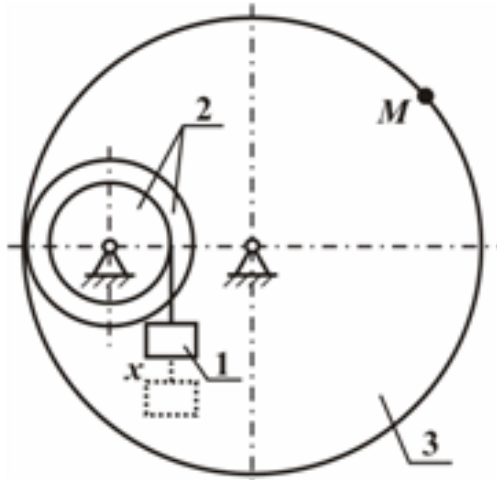
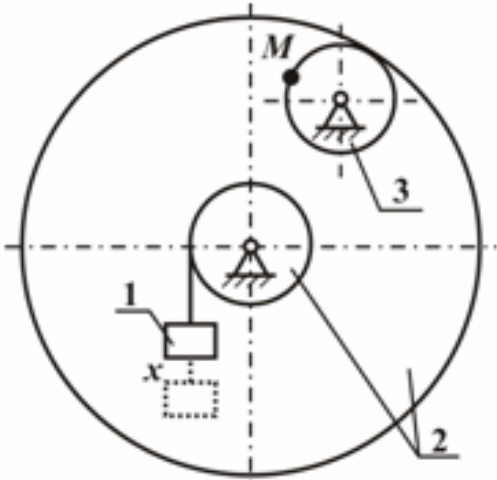
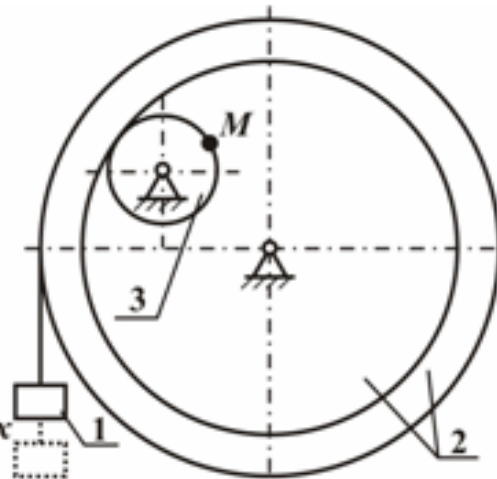
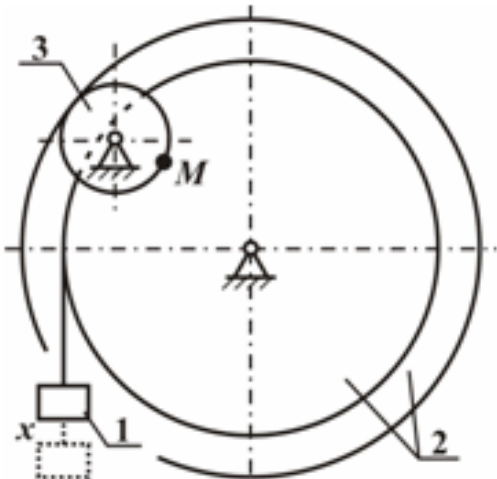
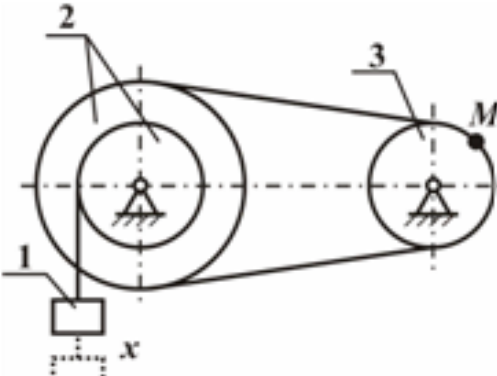
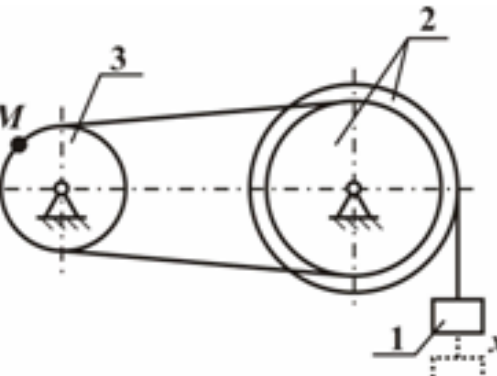
Схемы механизмов к ИДЗ №1, задача 2

Номер варианта схемы из последней цифры зачётной книжки

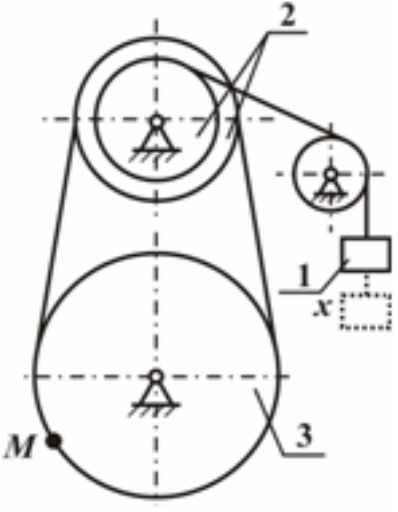
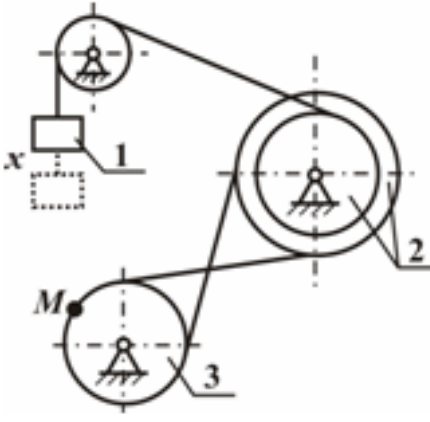
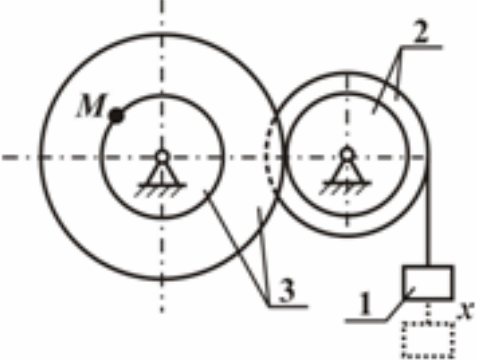
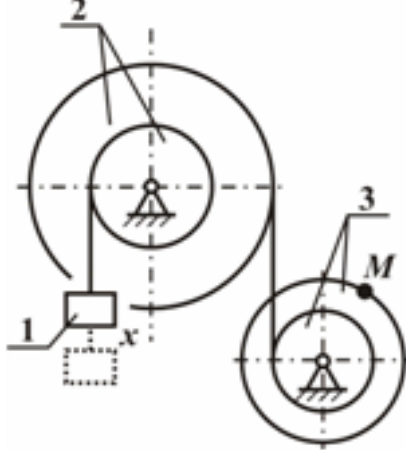
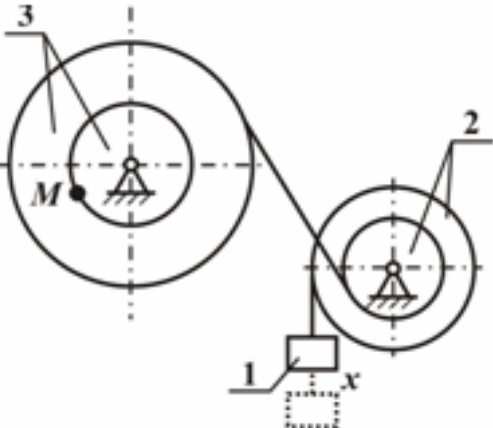
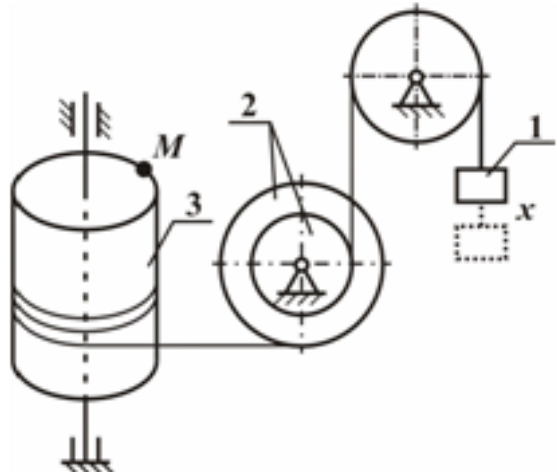
(например, шифр 65709 → данные из вар. 9)

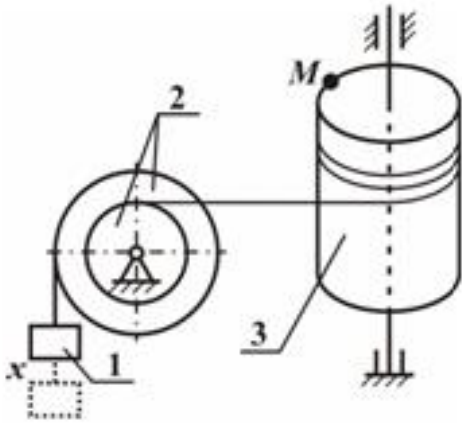
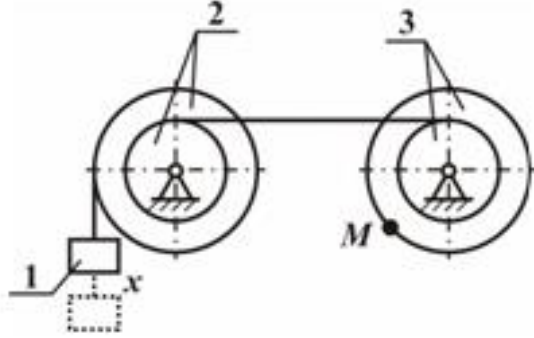
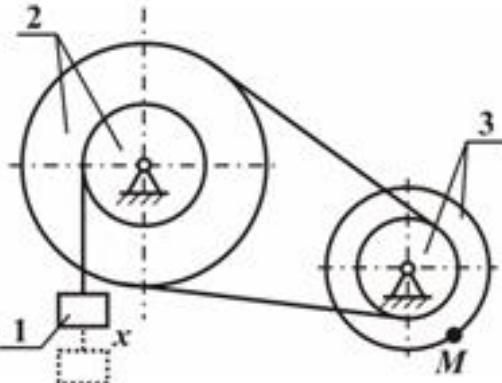
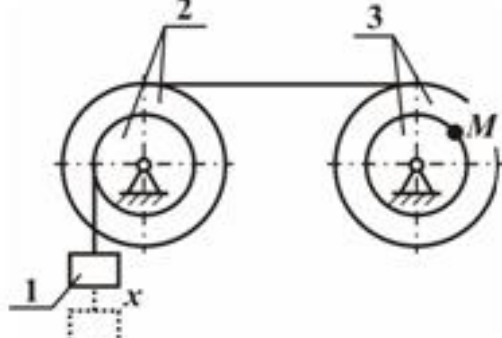
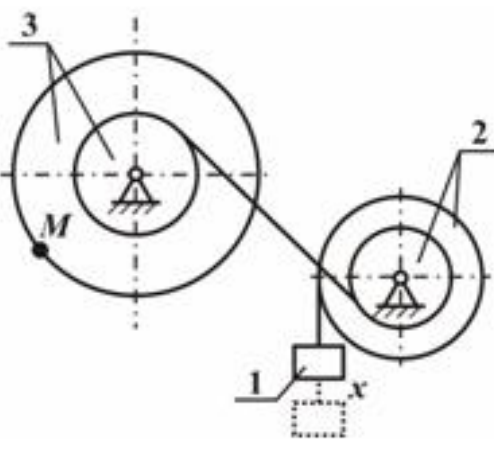
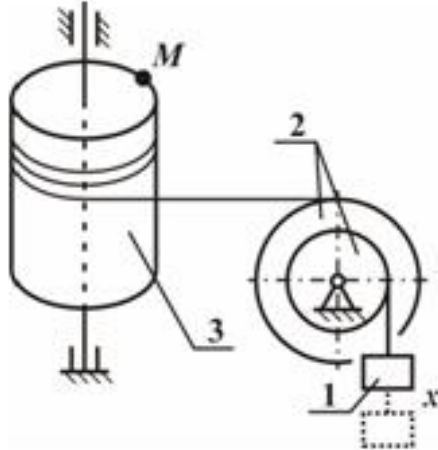


задание №1	задание №2
задание №3	задание №4
задание №5	задание №6

<p style="text-align: center;">задание №7</p> 	<p style="text-align: center;">задание №8</p> 
<p style="text-align: center;">задание №9</p> 	<p style="text-align: center;">задание №10</p> 
<p style="text-align: center;">задание №11</p> 	<p style="text-align: center;">задание №12</p> 

задание №13	задание №14
задание №15	задание №16
задание №17	задание №18

задание №19	задание №20
	
задание №21	задание №22
	
задание №23	задание №24
	

<p>задание №25</p> 	<p>задание №26</p> 
<p>задание №27</p> 	<p>задание №28</p> 
<p>задание №29</p> 	<p>задание № 0</p> 

Индивидуальное задание № 1, задача 3

Определение скоростей и ускорений точек твёрдого тела при плоском движении

Найти для заданного положения механизма скорости точек B и C , ускорение точки C . Схемы механизмов помещены в табл. 23, необходимые для расчёта данные приведены в табл. 22.

Примечание: ω_{OA} и ε_{OA} – угловая скорость и угловое ускорение кривошипа OA при заданном положении механизма; ω_1 – угловая скорость колеса 1 (постоянная); \bar{V}_A и \bar{a}_A – скорость и ускорение точки A . Качение происходит без скольжения.

Пример. Схема механизма в заданном положении (рис. 10); исходные данные: $l_{OA} = 10$ см, $l_{AB} = 60$ см, $l_{AC} = 20$ см, $\omega_{OA} = 1,5$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 1,5$ рад/с².

Определить скорости и ускорения точек B и C .
Решение.

1. Вычисляем скорость точки A кривошипа OA в заданном положении механизма:

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 1,5 \cdot 10 = 15 \text{ см/с.}$$

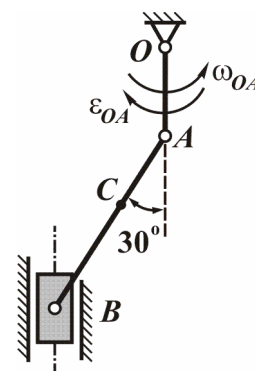


Рис. 10

Вектор скорости точки A перпендикулярен к кривошипу OA . Вектор скорости точки B направлен по вертикали.

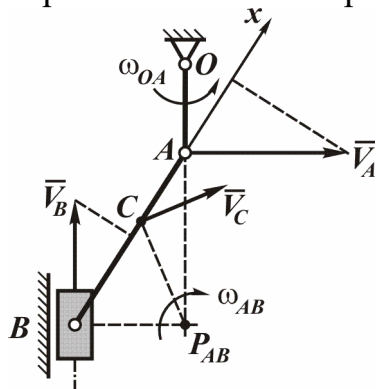


Рис. 11

Мгновенный центр скоростей P_{AB} звена AB находится в точке пересечения перпендикуляров, проведённых из точек A и B к их векторам скоростей (рис. 11).

Угловая скорость звена AB :

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AP_{AB}} = \frac{15}{60 \cdot \cos 30^\circ} = 0,29 \text{ рад/с.}$$

Скорости точек B и C :

$$V_B = \omega_{AB} \cdot BP_{AB}, \quad V_C = \omega_{AB} \cdot CP_{AB},$$

где:

$$BP_{AB} = AB \cdot \sin 30^\circ = 60 \cdot 0,5 = 30 \text{ см;}$$

$$CP_{AB} = \sqrt{BC^2 + BP_{AB}^2 - 2 \cdot BC \cdot BP_{AB} \cos 60^\circ};$$

$$CP_{AB} = \sqrt{40^2 + 30^2 - 2 \cdot 40 \cdot 30 \cdot 0,5} = 36,1 \text{ см}$$

Следовательно,

$$V_B = \omega_{AB} \cdot BP_{AB} = 0,29 \cdot 30 = 8,7 \text{ см/с;}$$

$$V_C = \omega_{AB} \cdot CP_{AB} = 0,29 \cdot 36,1 = 10,5 \text{ см/с.}$$

Вектор \bar{V}_C направлен перпендикулярно к отрезку CP_{AB} в сторону, соответствующую направлению угловой скорости ω_{AB} вращения звена AB .

Для проверки определим скорость точки B другим способом. Воспользуемся теоремой о равенстве проекций скоростей точек на ось, проведённую через эти точки.

Направим ось x из точки B вдоль звена AB .

Имеем:

$$V_A \cdot \cos(\bar{V}_A, x) = V_B \cdot \cos(\bar{V}_B, x)$$

Или, как видно из рис. 11:

$$V_A \cdot \cos 60^\circ = V_B \cdot \cos 30^\circ$$

Отсюда:

$$V_B = V_A \cdot \frac{\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = 15 \cdot \frac{0,5}{\sqrt{3}/2} = 8,7 \text{ см/с}$$

2. Определяем ускорения точек B и C . Ускорение точки A складывается из касательного и нормального ускорений (рис. 12):

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau,$$

где

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 1,5^2 \cdot 10 = 22,5 \text{ см/с}^2;$$

$$a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 2 \cdot 10 = 20 \text{ см/с}^2.$$

Вектор \bar{a}_A^n направлен к точке O .

Вектор \bar{a}_A^τ перпендикулярен вектору \bar{a}_A^n и направлен в соответствии с направлением углового ускорения ε_{OA} .

Определяем ускорение точки B .

Согласно теореме об ускорениях точек плоской фигуры имеем:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^\tau + \bar{a}_{BA}^n,$$

где за полюс принята точка A .

Разложим полное ускорение точки B на составляющие:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_A^n + \bar{a}_{BA}^\tau + \bar{a}_{BA}^n. \quad (1)$$

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB = \frac{1}{12} \cdot 60 = 5,00 \text{ см/с}^2.$$

Вектор \bar{a}_{BA}^n направлен к точке A , а касательное ускорение \bar{a}_{BA}^τ точки B перпендикулярно к нему.

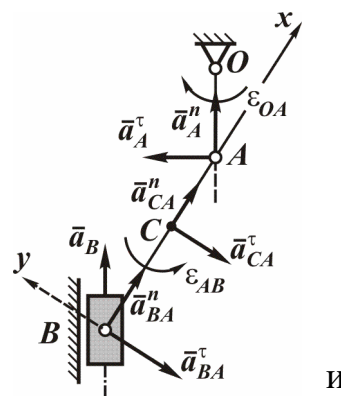


Рис. 12

Проектируя векторное равенство (1) на оси x и y , получаем:

$$a_B \cos 30^\circ = -a_A^\tau \cos 60^\circ + a_A^n \cos 30^\circ + a_{BA}^n; \quad (2)$$

$$a_B \cos 60^\circ = a_A^\tau \cos 30^\circ + a_A^n \cos 60^\circ - a_{BA}^\tau. \quad (3)$$

Из уравнения (2) определяем величину полного ускорения точки B :

$$a_B = \frac{-a_A^\tau \cos 60^\circ + a_A^n \cos 30^\circ + a_{BA}^n}{\cos 30^\circ};$$

$$a_B = \frac{-20 \cdot 0,5 + 22,5 \cdot 0,866 + 5}{0,866} = 16,7 \text{ см/с}^2.$$

Из уравнения (3) находим:

$$a_{BA}^\tau = a_A^\tau \cos 30^\circ + a_A^n \cos 60^\circ - a_B \cos 60^\circ;$$

$$a_{BA}^\tau = 20 \cdot 0,866 + 22,5 \cdot 0,5 - 16,7 \cdot 0,5 = 20,2 \text{ см/с}^2.$$

Касательное ускорение a_{BA}^τ можно определить по формуле:

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon_{AB} \cdot AB,$$

следовательно,

$$\varepsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^\tau}{AB} = \frac{20,2}{60} = 0,34 \text{ рад/с}^2.$$

Направление касательного ускорения \bar{a}_{BA}^τ определяет направление углового ускорения ε_{AB} .

Определяем ускорение точки C :

$$\bar{a}_C = \bar{a}_A + \bar{a}_{CA}^\tau + \bar{a}_{CA}^n,$$

где за полюс принята точка A .

Заменим полное ускорение точки A его составляющими:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_A^n + \bar{a}_{CA}^\tau + \bar{a}_{CA}^n. \quad (4)$$

Касательное и нормальное ускорения точки C во вращательном движении звена AB вокруг полюса A :

$$a_{CA}^\tau = \varepsilon_{AB} \cdot AC = 0,34 \cdot 20 = 6,8 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{CA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AC = \frac{1}{12} \cdot 20 = 1,7 \text{ см/с}^2.$$

Вектор \bar{a}_{CA}^n направлен к точке A , вектор \bar{a}_{CA}^τ перпендикулярен к вектору \bar{a}_{CA}^n и направлен соответственно угловому ускорению ε_{AB} .

Ускорение точки C найдём, проектируя равенство (4) на оси x и y (рис. 13):

$$a_{Cx} = a_{CA}^n + a_A^n \cos 30^\circ - a_A^\tau \cos 60^\circ ;$$

$$a_{Cx} = 1,7 + 22,5 \cdot 0,866 - 20 \cdot 0,5 = 11,2 \text{ см/с}^2 ;$$

$$a_{Cy} = a_A^n \cos 60^\circ + a_A^\tau \cos 30^\circ - a_{CA}^\tau ;$$

$$a_{Cy} = 22,5 \cdot 0,5 + 20 \cdot 0,866 - 6,8 = 21,8 \text{ см/с}^2 .$$

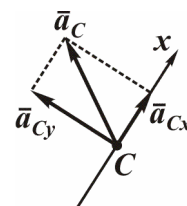


Рис. 13

$$a_C = \sqrt{a_{Cx}^2 + a_{Cy}^2} = \sqrt{11,2^2 + 21,8^2} = 24,5 \text{ см/с}^2 .$$

Контрольные вопросы к ИДЗ 1, задача 3

1. Какое движение тела называется плоским?
2. Какими уравнениями задается плоское движение?
3. Как найти скорость полюса и угловую скорость тела по закону движения плоской фигуры?
4. Какой векторной формулой связаны скорость полюса и скорость произвольной точки плоской фигуры?
5. Каковы величина и направление скорости \bar{V}_{BA} в уравнении $\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA}$?
6. Что называется мгновенным центром скоростей плоской фигуры?
7. Как определяется положение мгновенного центра скоростей в различных случаях?
8. Как распределяются скорости точек плоской фигуры относительно ее мгновенного центра скоростей?
9. Какой векторной формулой связаны ускорение полюса и ускорение любой точки плоской фигуры?
10. Каковы величины и направления ускорений \bar{a}_{BA}^n и \bar{a}_{BA}^τ в уравнении $\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau$?

Данные для индивидуального задания № 1, задача 3
 Номер варианта из предпоследней цифры зачётной книжки
 (например, шифр 65709 → данные из вар. 0)

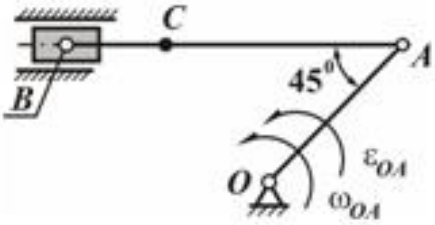
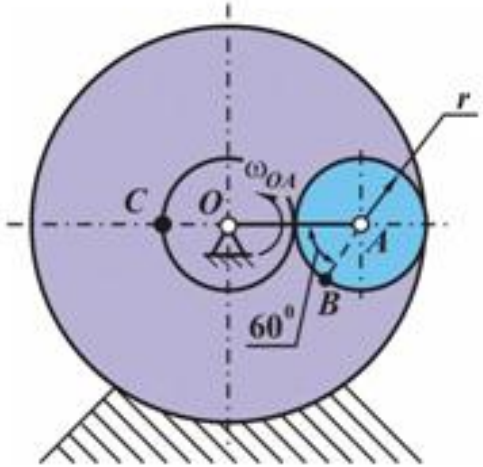
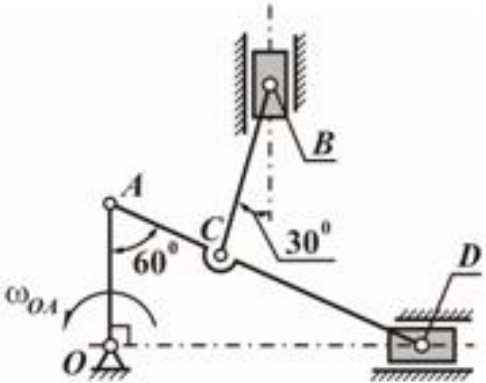
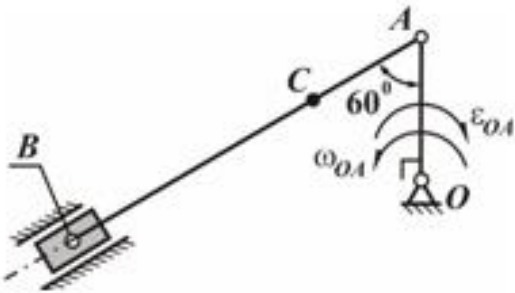
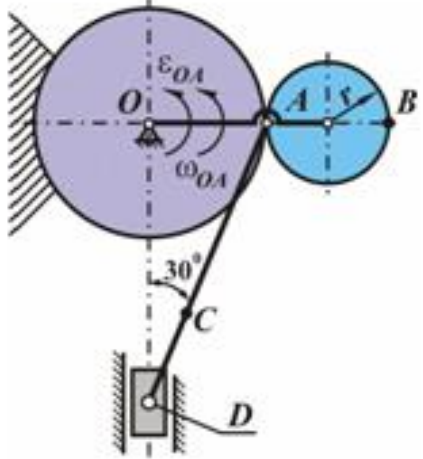
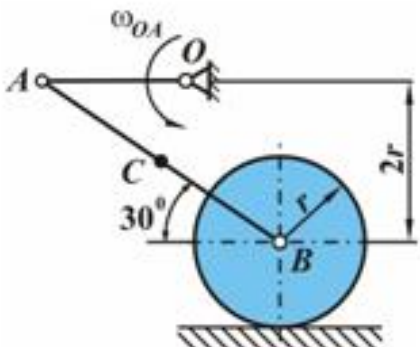
Вариант задания	Размеры, см				ω_{OA} ,	ω_1 ,	ε_{OA} ,	V_A ,	a_A ,
	OA	r	AB	AC	$\frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$\frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$\frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$	$\frac{\text{см}}{\text{с}}$	$\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$
0	40	-	-	20	5	-	10	-	-
1	40	15	-	8	2	-	2	-	-
2	30	15	-	8	3	-	2	-	-
3	20	40	-	40	-	-	-	40	100
4	35	-	-	45	4	-	8	-	-
5	25	-	-	20	1	-	1	-	-
6	40	15	-	6	1	1	0	-	-
7	35	-	75	60	5	-	10	-	-
8	25	-	-	40	-	-	-	50	125
9	10	-	-	5	-	-	-	20	50
10	25	-	80	20	1	-	2	-	-
11	15	10	-	20	2	-	3	-	-
12	10	-	40	20	-	-	-	20	50
13	25	-	60	30	2	-	4	-	-
14	45	15	-	8	3	12	0	-	-
15	40	15	-	8	1	-	1	-	-
16	35	20	-	-	2	-	5	-	-
17	20	-	-	0,5AB	2	-	4	-	-
18	10	-	10	5	2	-	6	-	-
19	20	15	-	10	1	2,5	0	-	-
20	40	15	15	5	2	-	4	-	-
21	40	-	15	15	3	-	8	-	-
22	35	-	60	40	4	-	10	-	-
23	40	15	90	45	-	-	-	20	20
24	25	-	35	15	2	-	3	-	-
25	20	-	70	20	1	-	2	-	-
26	20	15	-	10	2	1,2	0	-	-
27	10	-	40	20	2	-	-	-	50
28	20	-	50	25	1	-	1	-	-
29	16	-	-	20	-	-	-	8	5
30	40	-	-	20	5	-	10	-	-

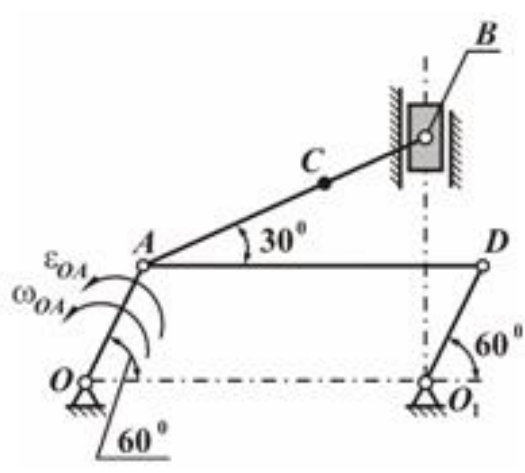
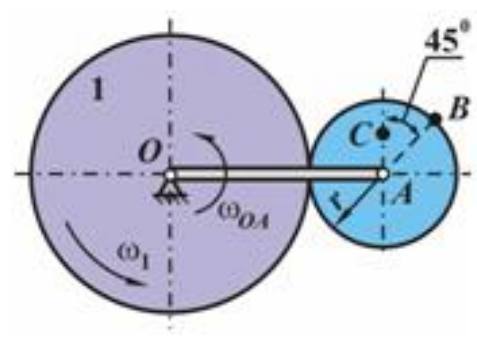
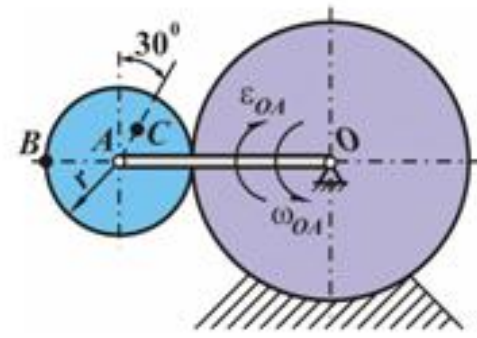
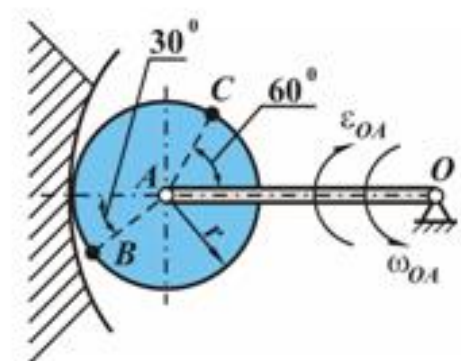
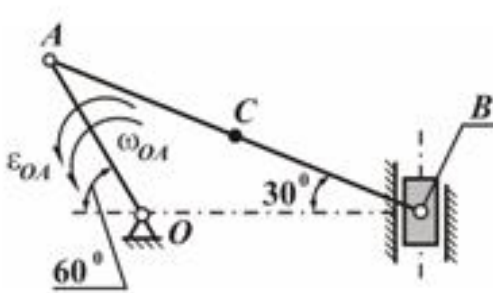
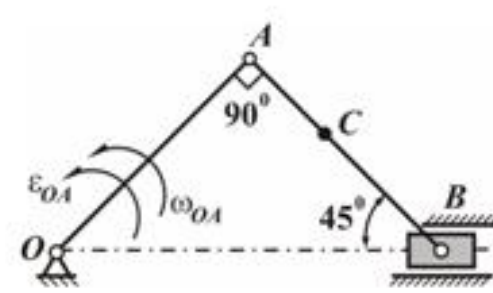
Схемы механизмов к ИДЗ № 1, задача 3
 Номер варианта схемы из последней цифры зачётной книжки

(например, шифр 65709 → данные из вар. 9)

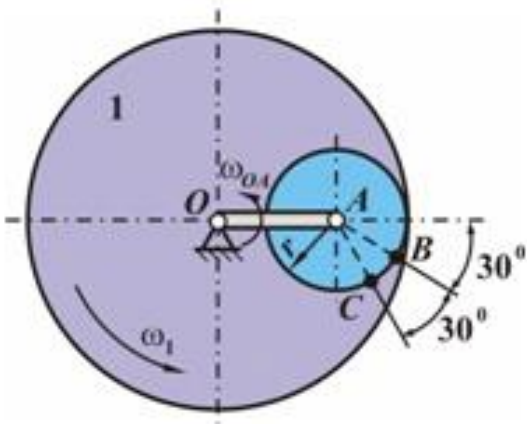


задание №1	задание №2
задание №3	задание №4
задание №5	задание №6

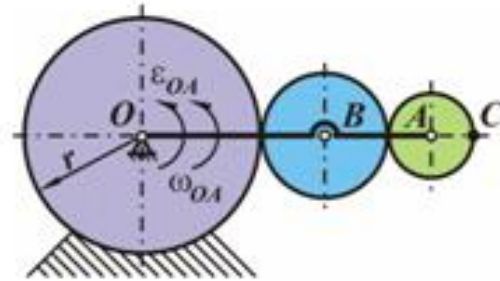
<p style="text-align: center;">задание №7</p> 	<p style="text-align: center;">задание №8</p> 
<p style="text-align: center;">задание №9</p> 	<p style="text-align: center;">задание №10</p> 
<p style="text-align: center;">задание №11</p> 	<p style="text-align: center;">задание №12</p> 

задание №13	задание №14
	
задание №15	задание №16
	
задание №17	задание №18
	

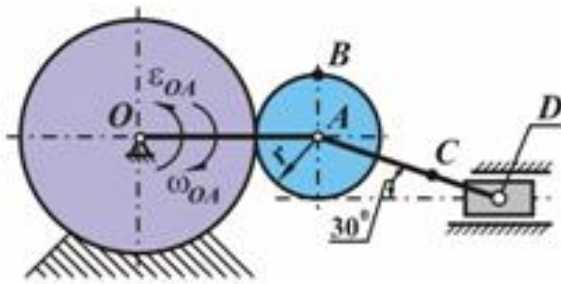
задание №19



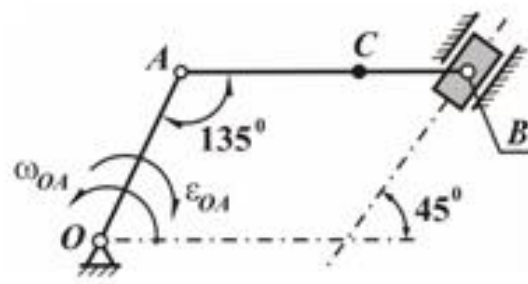
задание №20



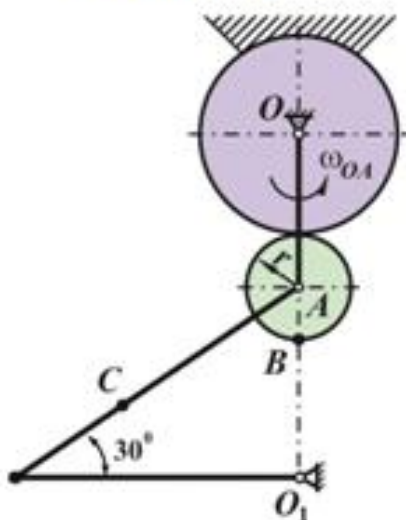
задание №21



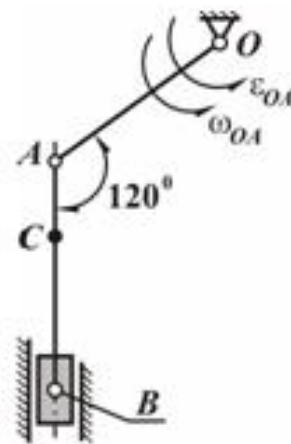
задание №22

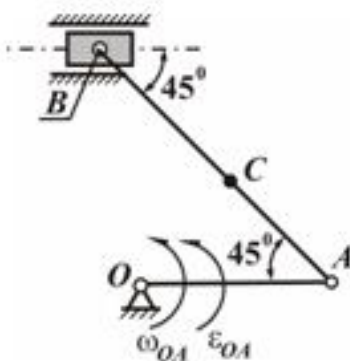
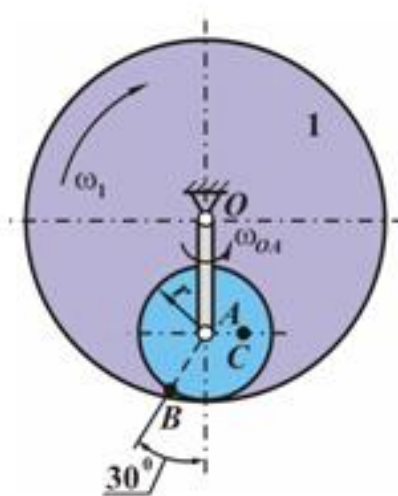
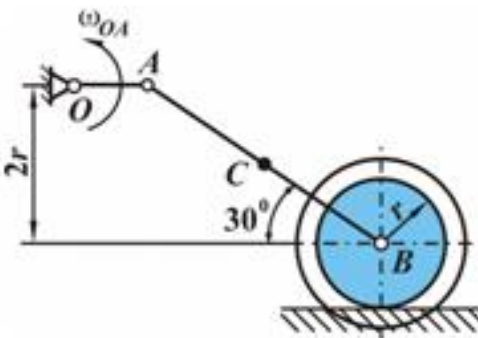
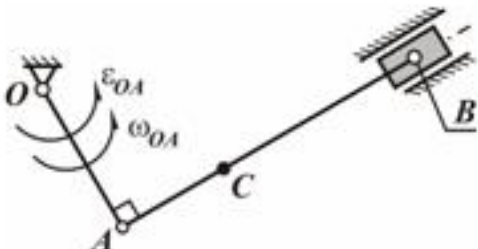
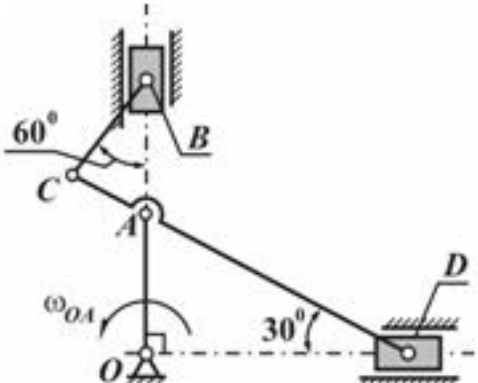
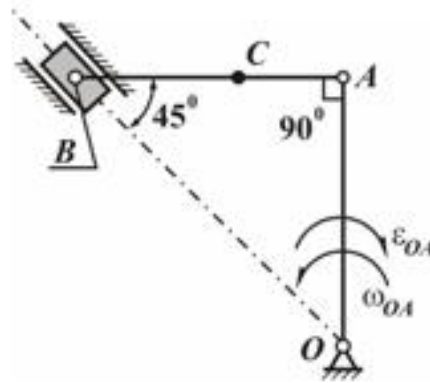


задание №23



задание №24



<p>задание №25</p> 	<p>задание №26</p> 
<p>задание №27</p> 	<p>задание №28</p> 
<p>задание №29</p> 	<p>задание № 0</p> 

Окончание ИДЗ № 1-1 (объединённая статика и кинематика)

