



Национальный исследовательский  
Томский политехнический университет

# Механика 1.3

3.09.24;

Лектор - Козлов Виктор Николаевич,  
доцент отделения машиностроения ИШНПТ

моб. тел. +7-913-812-58-34, [kovn@tpu.ru](mailto:kovn@tpu.ru)

**ВКС** 380 440 5794, **Пароль:** 1DepTr

Лекции – 24 часа,

**практические занятия** – 32 часа,

88 часов самостоятельной работы,

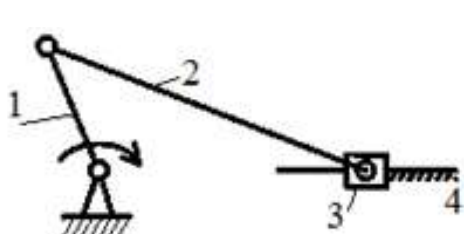
**расчётно-графические работы (РГР)**

всего 144 ч., 4 кредита. **Экзамен**

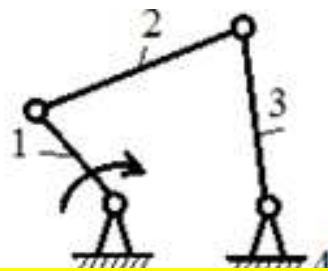
Среди всего многообразия конструкций механизмов различают: **стержневые (рычажные)**, **кулачковые**, **фрикционные**, **зубчатые механизмы**, **механизмы с гибкими звеньями** (например, ременные передачи) и др. виды. Учитывая возможность условного превращения практически любого механизма с высшими парами в рычажный, в дальнейшем наиболее подробно рассматривается именно эти механизмы, а структурные схемы других механизмов изложены в соответствующих разделах.

**Рычажные механизмы** применяют в машинах, приборах и аппаратах для обеспечения требуемого движения рабочего органа. В рычажных механизмах, в отличие от зубчатого, кулачкового и других механизмов, каждое из **звеньев** представляет собой **рычаг**. Достоинства рычажных механизмов перед другими типами механизмов состоят в способности **передавать большие силы**, **разнообразии движения выходного звена**, **высокой надежности**, сравнительно **низкой стоимости** и др.

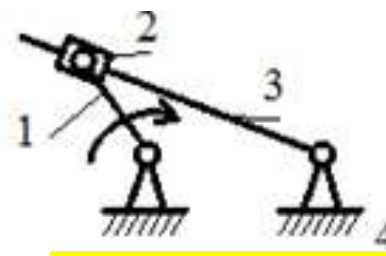
Среди рычажных механизмов наиболее распространены так называемые **четырёхзвенные**, примеры которых представлены на **рис. 22, а-г**.



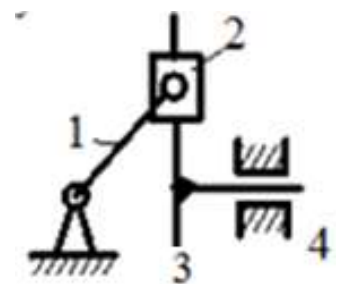
**а** – кривошипно-ползунный механизм



**б** – четырёх-шарнирный механизм



**в** – кулисный механизм



**г** – синусный механизм

Рис. 22 – Четырёхзвенные механизмы

В случае соединения в **одной** точке **3-х звеньев** (рис. 23, звенья 2, 3 и 4) количество **пар** считаются при соединении с **каждым звеном**. Т.е. в точке **С** не одна пара, а **две**: 2 и 3, 3 и 4.

**Класс механизма** соответствует **классу наивысшей** группы, входящей в его состав. В качестве примера рассмотрим структурную схему **шестизвенного** механизма (рис. 23). Пять подвижных звеньев ( $n=5$ ) и **стойка 6** этого механизма образуют **семь** кинематических пар **V класса**, из которых **шесть** являются **вращательными** (образованы звеньями 6 и 1, 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4, 3 и 6, 4 и 5) и одна – **поступательной** (ползун 5 и направляющая (стойка) 6). **Ведущим** звеном механизма является **звено 1**.

Таким образом, **степень подвижности** механизма равна:  $w=3 \cdot 5 - 2 \cdot 7=1$ , то есть механизм должен иметь **одно ведущее звено**. Отсоединяем два звена 4 и 5, которые **наиболее удалены** от **ведущего** (рис. 23, б). Эти звенья с **тремя кинематическими парами** представляют собой **структурную группу II класса второго порядка второй модификации** (**вращательные** и **поступательные**).

Поскольку оставшаяся часть механизма, состоящая из **трех подвижных** звеньев (1, 2, 3) и **четырёх вращательных** пар, имеет **одну степень подвижности** ( $w_{гр}=3 \cdot 3 - 2 \cdot 4=1$ ), группа выделена правильно.

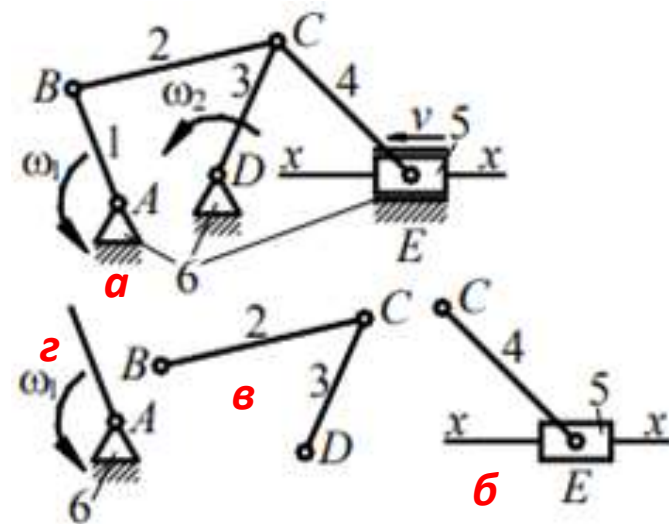


Рис. 23 – Шестизвенный механизм

## 1.10 Структурная классификация плоских рычажных механизмов (продолжение)

Следующие два звена 2 и 3 с тремя кинематическими парами  $B$ ,  $C$  и  $D$  (рис. 23, *в*) образуют структурную группу II класса второго порядка первой модификации (все вращательные).

После отделения этой группы остались кривошип 1 и стойка 6 (рис. 23, *г*), представляющие собой начальный механизм.

Из-за того, что обе структурные группы II класса, то к этому же классу принадлежит и сам механизм (класс механизма соответствует классу наивысшей группы, входящей в его состав).

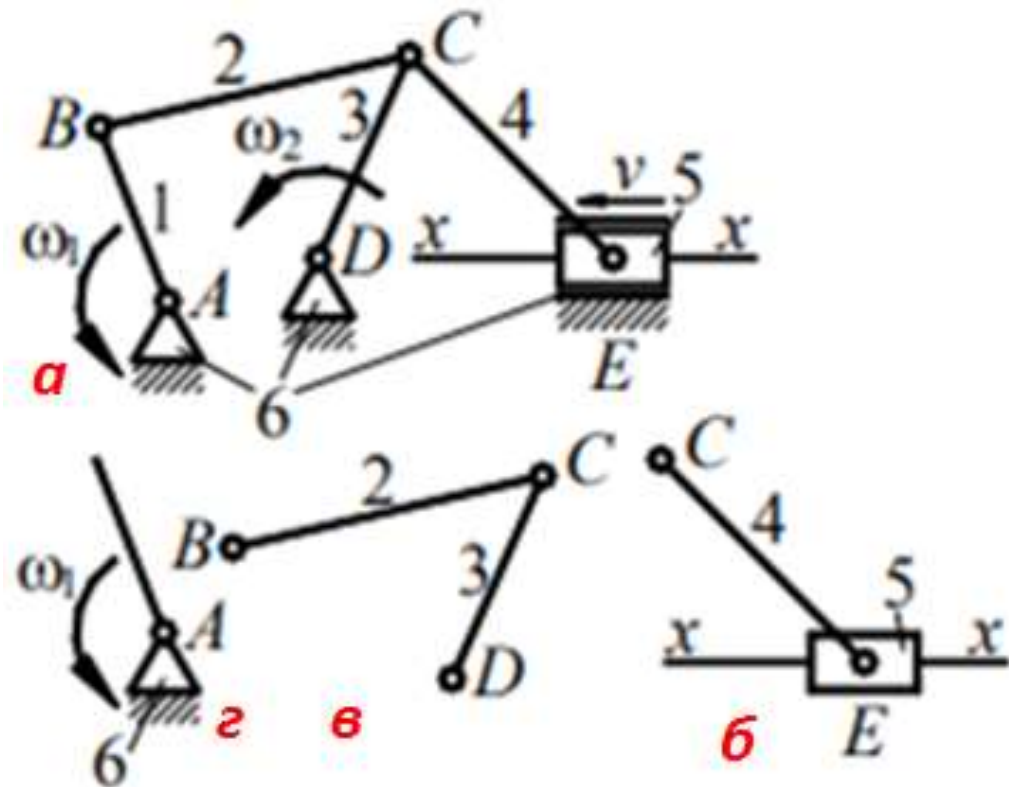


Рис. 23 – Шестизвенный механизм

## 2. **Динамический** анализ механизмов. Аналитический метод силового расчета механизмов. Исследование методом планов сил

Рассмотрим метод, позволяющий некоторые задачи **динамики** механизмов свести к задачам **статики**. К числу таких задач относится определение **реакций в кинематических парах** механизма при его **движении**, а также **уравновешивающих сил** или **уравновешивающих моментов**.

Если влиянием **сил инерции** можно **пренебречь** (тихоходные машины), то указанные задачи решаются методами статики. Однако в большинстве случаев приходится **принимать во внимание динамический** характер возникающих в механизмах **усилий**, и тогда прибегают к помощи **кинетостатики**. Для этого должны быть известны **массы** и **моменты инерции** всех **подвижных** звеньев механизма, а также **законы движения** его **ведущих звеньев**, что необходимо для определения сил инерции и моментов сил инерции.

**Присоединив силы инерции** к **заданным силам** и **реакциям связей**, действующим на звенья механизма, на основании **принципа Даламбера** получаем возможность применить ко всей совокупности указанных сил известные из статики условия равновесия. В **первом приближении кинетостатический** расчет механизма выполняется **без учета сил трения**.

## 2.1 Кинестатический расчет механизма

**Силовой анализ** включает в себя:

– изучение влияния **внешних сил**, сил **веса звеньев**, сил **трения** и сил **инерции** на **звенья** механизма, на элементы звеньев, **кинематические пары** и **неподвижные опоры**;

– установление способов **уменьшения динамических нагрузок**, возникающих при движении механизма.

**Все силы**, действующие на механизм, можно разделить на **две группы**:

**1. Внешние силы** – силы, приложенные к механизму, не зависящие от строения, массо-габаритных характеристик самого механизма:

а) **движущие** силы –  $F_d$  – силы, вызывающие движение. Передаются механизму **ведущим** звеном, их **работа** принимается **положительной**:  $A_d > 0$ .

б) силы **производственного сопротивления** –  $F_{пс}$ , – силы, для преодоления которых предназначен механизм, **работа** этих сил **отрицательна**  $A_{пс} < 0$ .

**2. Силы, присущие самому механизму**:

а) силы **вредного сопротивления** –  $F_{вс}$ , например, **силы трения** в кинематических парах. Тогда все силы **сопротивления**  $F_c = F_{пс} + F_{вс}$ ;

б) **силы тяжести** –  $F_G \equiv (G)$ ,  $G = mg$ ;

в) **силы инерции** –  $F_i = -ma_s$ .

**Аналогично силам** классифицируются и **моменты**.

## 2.1 **Кинетостатический** расчет механизма(продолжение)

**Силовой анализ** механизмов может быть:

- **Статический** – не учитываются силы инерции звеньев, дополнительные силы, возникающие в процессе движения (например, кориолисовы).
- **Динамический** – учитываются как **статические**, так и **динамические** нагрузки.

**Методы**, применяемые при выполнении силового анализа можно разделить на две основные **группы**:

1. Аналитические.
2. Графоаналитические.

**Типичные задачи**, решаемые при выполнении силового анализа, следующие:

1. Определение **усилий**, действующих на **звенья** механизма.
2. Определение **реакций** в кинематических парах.
3. Определение **уравновешивающей силы** или **уравновешивающего момента**.
4. Определение **КПД** механизма.

Краткое объяснение **некоторых** методы.

**Аналитический метод силового расчета механизмов**

Среди аналитических методов широкое распространение получил метод расчета на основе обыкновенных **дифференциальных уравнений равновесия** твердых тел. Сущность метода: применение к решению задач динамики **плоских** механизмов **уравнений статики** – уравнений равновесия в форме Даламбера:

$$\begin{cases} \sum F_X = 0, \\ \sum F_Y = 0, \\ \sum M_Z = 0. \end{cases}$$

## 2.1 **Кинестатический** расчет механизма (продолжение)

В приведенных **уравнениях** под силами  **$F$**  и моментами  **$M$**  понимаются все **внешние силы и моменты, силы тяжести и реакции** в **кинематических парах**, подлежащие определению. Подобные уравнения должны быть **составлены для всех звеньев механизма и решены совместно**. В результате для механизма с  **$n$**  **подвижными** звеньями решается **система  $3n$**  уравнений. В исходном виде такая система **применяется** для механизмов с **малыми** (или **мало меняющимися**) **скоростями** движения звеньев, когда можно **пренебречь инерциальными** составляющими.

Для того **чтобы** механизм находился в **равновесии** под воздействием **внешних** сил, к **одному из звеньев** механизма **должна быть приложена уравновешивающая** сила  **$F_y$**  или **уравновешивающая пара сил**, характеризуемая ее моментом  **$M_y$**  – уравновешивающим моментом. Эту силу или момент обычно считают **приложенными к ведущему звену**, которое либо **получает энергию**, требуемую для движения механизма, **извне**, как это имеет место у механизмов **рабочих машин**, либо **отдает ее**, как это имеет место у механизмов **двигателей**.

Если же в каждом уравнении добавить инерциальные составляющие, то каждое звено и механизм в целом можно считать находящимся в **мгновенном равновесном состоянии** (иногда называют **замороженное** состояние, **квазиравновесное**). В таком случае эта **система уравнений** равновесия называется **системой уравнений кинестатики**. Для выполнения **кинестатических** расчетов необходимо знать **законы движения** звеньев, поскольку в уравнения входят **инерционные** нагрузки, т.е. **кинематический анализ** должен быть выполнен.



## 2.1 Кинестатический расчет механизма (продолжение)

Решение систем уравнений **кинестатики** в общем случае, когда необходимо получить зависимости **реакций** от **времени** или **положения** механизма, может быть весьма затруднительным, поскольку **инерциальные составляющие сил** зависят от **линейных ускорений**, а **моменты** – от **угловых ускорений**, которые в свою очередь, являются достаточно сложными тригонометрическими **нелинейными функциями**. В результате **даже для простейшего шарнирного четырехзвенного механизма** (с одной присоединенной **группой Ассур 2-го класса**) необходимо решить систему **9** в общем случае **нелинейных** уравнений. Но решение приведенных систем **можно упростить**. Для этого рассмотрим **реакции в кинематических парах**:

– в каждой кинематической паре **5 класса** подлежат определению **две неизвестных** величины (рис. 1):

- во **вращательной** паре (рис. 1 а) **известна точка** приложения силы – **центр вращательной пары**, но **неизвестны величина и направление**;
- в **поступательной** паре (рис. 1 б) **известна линия действия** (направление) – **перпендикулярно поверхности контакта**, но **неизвестны величина и точка приложения**;

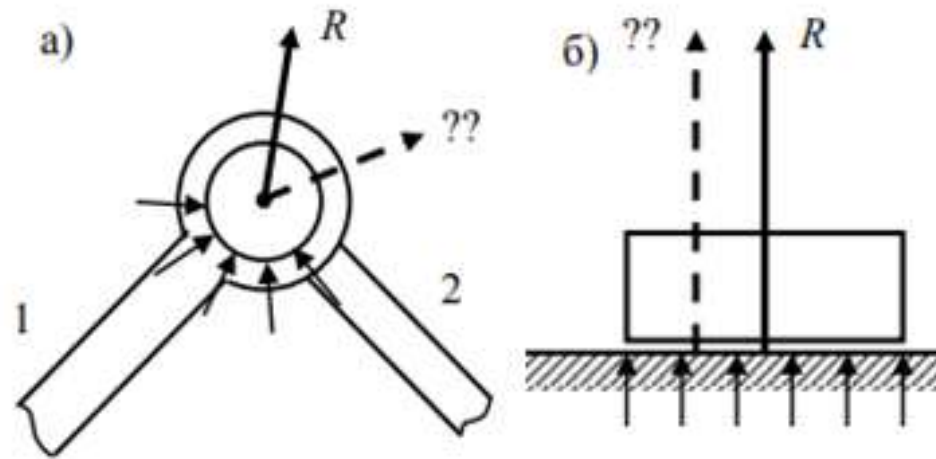


Рис. 1. К определению **реакций** в кинематических парах **5-го класса**

## 2.1 Кинестатический расчет механизма (продолжение).

– во **вращательной** паре (рис. 1 а) **известна** точка приложения силы – **центр вращательной пары**, но **неизвестны величина** и **направление**;

– в **поступательной** паре (рис. 1 б) **известна** линия действия (направление) – **перпендикулярно** поверхности контакта, но **неизвестны величина** и **точка приложения**;

– в каждой кинематической паре **4-го класса** (рис. 2) **подлежит определению** одна **неизвестная** величина – **численное значение реакции**, так как **точка приложения известна** (точка контакта поверхностей или кривых) и **линия действия также известна** (вдоль **общей нормали** к контактирующим

поверхностям). Таким образом, общее **число неизвестных**, подлежащих определению  $2P_5 + P_4$ .

Общее количество **линейно-независимых** уравнений, которые могут быть составлены  $3n$ , где  $n$  – число **подвижных** звеньев. Известно, что **система решается**, если количество **неизвестных** равно **числу уравнений**:  $3n = 2P_5 + P_4$ , а это уравнение Чебышева для группы Ассур:  $W = 3n - 2P_5 - P_4$ .

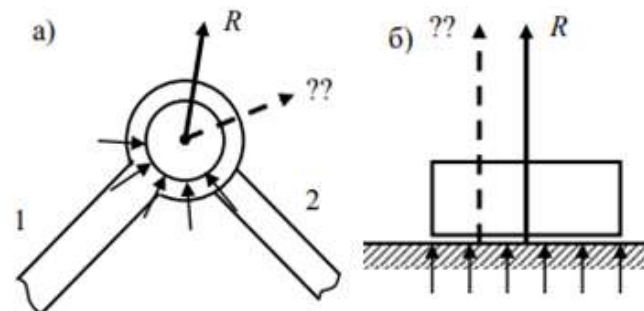
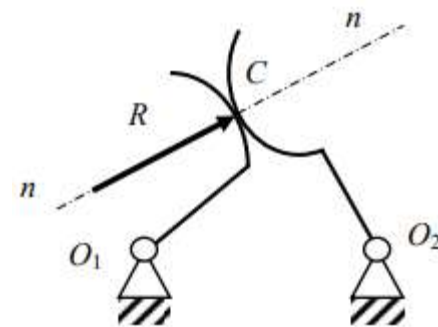


Рис. 1. К определению **реакций** в кинематических парах **5-го класса**

Следовательно, **группы Ассур** являются **статически определяемыми системами**, и **полную систему уравнений статики** или **кинетостатики** для механизма **можно разбить** на **ряд подсистем**, которые **решаются последовательно**.

Рис. 2. К определению **реакций** в кинематических парах **4-го класса**



### Силовой расчет методом планов

Целью силового расчета является определение **усилий**, действующих на звенья механизма (**внешние силы**), давлений (**реакций**) в кинематических парах (**внутренние силы**), определение **уравновешивающего момента** (или силы), приложенного к **начальному механизму**, определение **коэффициента полезного действия** (КПД) механизма.

Порядок выполнения **силового расчета** рычажных механизмов **методом планов сил** на примере **силового расчета шестизвенного кулисного** механизма (Рис. 3).

По заданным размерам в **масштабе** вычерчивается механизм. Силовому расчету всегда предшествуют **структурный** и **кинематический анализ**. Данный механизм содержит:

- **пять подвижных** звеньев: 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – ползун, 4 – камень, 5 – кулиса-коромысло;
- **семь кинематических пар пятого класса**: **пять вращательных** –  $B_{0,1}$ ,  $B_{1,2}$ ,  $B_{2,3}$ ,  $B_{4,2}$ ,  $B_{5,0}$  и **две поступательные** –  $P_{3,0}$ ,  $P_{4,5}$ . **Начальный механизм** с вращательной кинематической парой  $B_{0,1}$  состоит из звена 1 и стойки 0.

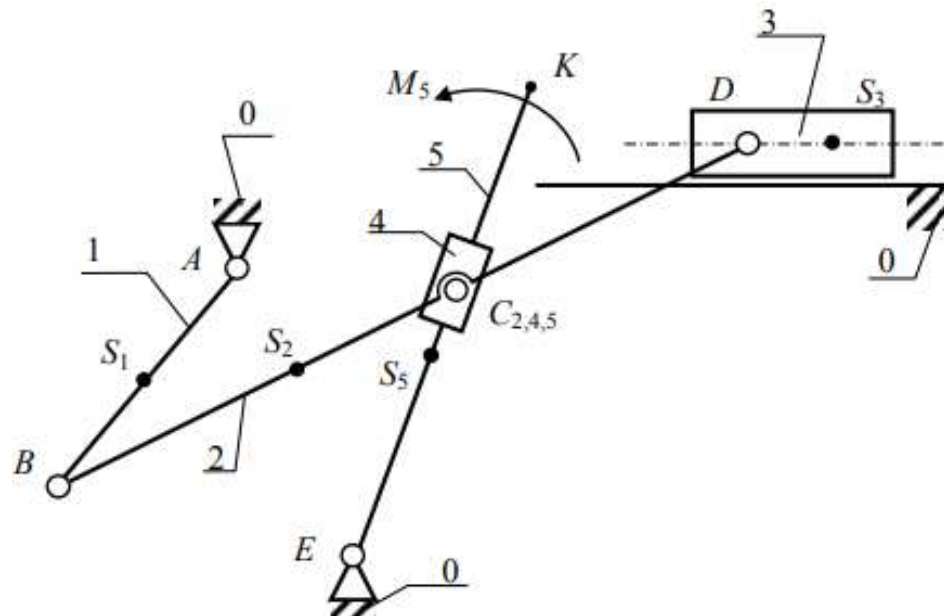


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

## 2.2 Силовой расчет методом планов (продолжение).

Механизм содержит **две структурные группы** (**группы Ассура**) **2-го класса**:  
**группа 2–3** [ $B_{1,2} - B_{2,3} - П_{3,0}$ ] (**второго вида**);  
**группа 4–5** [ $B_{2,4} - П_{4,5} - B_{5,0}$ ] (**третьего вида**).

Силовой расчет **начинают с последней группы** и заканчивают расчетом **начального механизма**. В данном примере силовой расчет должен быть проведен в такой последовательности:

- 1) расчет **группы 4–5**;
- 2) затем **группы 2–3**;
- 3) расчет **начального механизма 1–0**.

Рассмотрим порядок силового расчета **без учета трения** в кинематических парах.

### Силы, действующие на звенья механизма

Рабочим звеном данного механизма является **звено 5**, к которому приложено **полезное** (производственное) **сопротивление  $M_5$** , определяющееся из графика для данного положения механизма. Помимо заданного момента полезного сопротивления (или заданных сил), **учтем силы тяжести, силы и моменты инерции** звеньев.

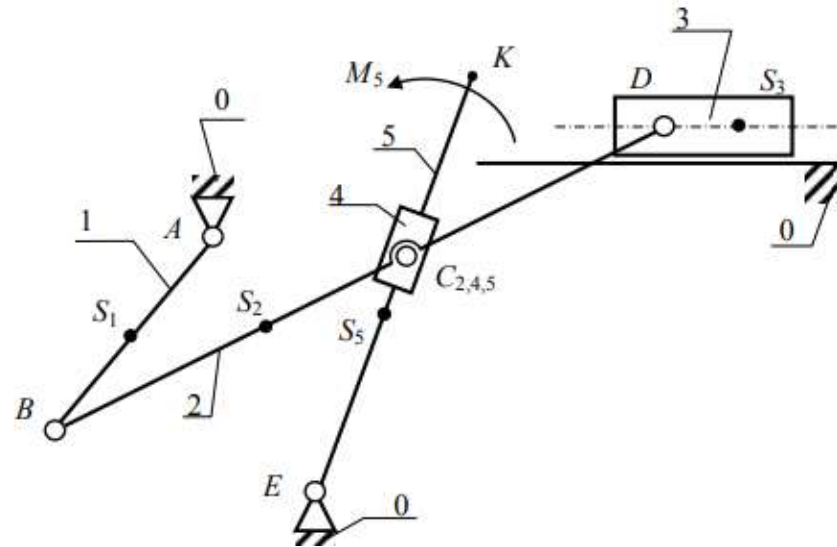


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

### Силы, действующие на звенья механизма

Пусть **массы** звеньев будут  $m_1, m_2, m_3, m_5$ . Массой камня кулисы  $m_4$  пренебрегаем, так как она мала по сравнению с массами остальных звеньев. Отдельными силами и моментами в оценочных расчетах можно пренебрегать, если в суммарной нагрузке они не превышают 5%.

**Вес звеньев:**

$$F_{G1} = g \cdot m_1 = 9,81m_1 \text{ Н}; F_{G2} = g \cdot m_2 = 9,81m_2 \text{ Н};$$

$$F_{G3} = g \cdot m_3 = 9,81m_3 \text{ Н}; F_{G5} = g \cdot m_5 = 9,81m_5 \text{ Н}.$$

Величины **сил инерции** звеньев:

$$F_{i1} = m_1 \cdot a_{S1} = \text{_____} \text{ Н}; F_{i2} = m_2 \cdot a_{S2} = \text{_____} \text{ Н};$$

$$F_{i3} = m_3 \cdot a_{S3} = \text{_____} \text{ Н}; F_{i5} = m_5 \cdot a_{S5} = \text{_____} \text{ Н};$$

где  $a_{S1}, a_{S2}, a_{S3}, a_{S5}$  – **ускорения центров масс**, определяемые из **плана ускорений**.

**Силы тяжести** и **силы инерции** приложены в **центрах масс** звеньев, т. е. в точках  $S_1, S_2, S_3, S_5$ . Силы тяжести всегда направлены к центру Земли, т. е. вертикально вниз. **Силы инерции** направлены **противоположно ускорениям центров масс** (это **главные векторы сил инерции**). Поэтому для большей точности и наглядности на листе, где выполняется **силовой расчет**, следует привести планы **скоростей** и **ускорений**.

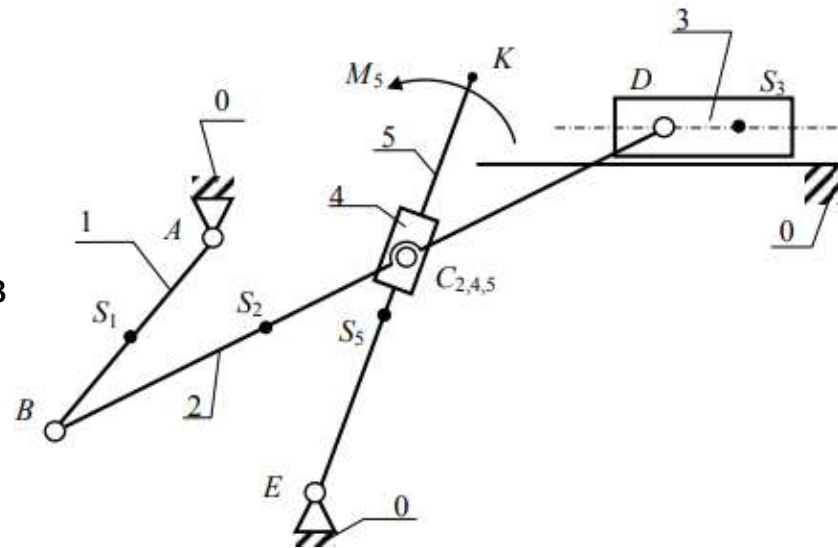


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

### Силы, действующие на звенья механизма

Главные **моменты сил инерции** определяются по формуле  $M_i = J_S \cdot \epsilon$  Н·м, где  $J_S$  – **момент инерции массы звена** относительно **оси**, проходящей через **центр масс**, **кг·м<sup>2</sup>**;  $\epsilon$  – **угловое ускорение** звена, определенное ранее из кинематического исследования, **1/с<sup>2</sup>**.

В нашем примере  $M_{i1} = 0$ , так как при **угловой** скорости  $\omega_1 = \text{const}$  **угловое ускорение**  $\epsilon_1 = 0$ , а также  $M_{i3} = 0$  – поступательное движение звена 3 ( $\epsilon_3 = 0$ ), остальные:  $M_{i2} = J_{S2} \cdot \epsilon_2$  Н·м;  $M_{i3} = J_{S3} \cdot \epsilon_3$  Н·м.

**Моменты сил инерции направлены противоположно угловым ускорениям  $\epsilon$ .**

Порядок **силового расчета методом планов сил**:

1. Вычерчивается в **масштабе** группа Ассура в **положении**, для которого выполняется силовой расчет.
2. Расставляются **внешние силы** и **моменты**, действующие на звенья группы (только **учитываемые** при силовом расчете).
3. Расставляются **неизвестные реакции** во **внешних кинематических парах**.
4. Составляется **уравнение равновесия группы** в **форме сил**, после анализа которого, а в некоторых случаях и **дополнительного нахождения** составляющих **реакций**, строится план сил.

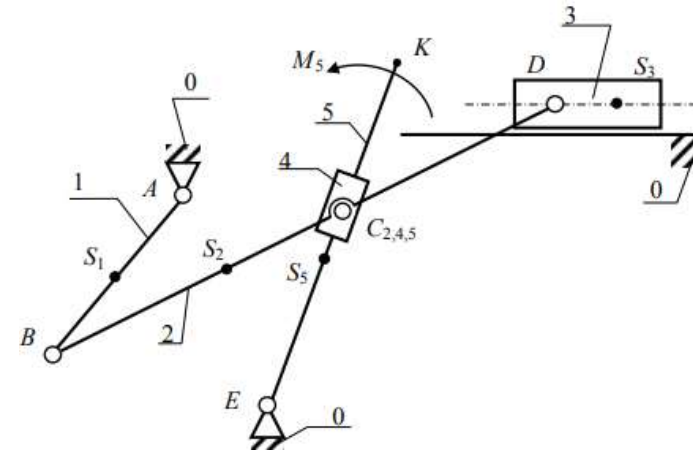


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

## 2.2.1 Силовой расчет группы 4–5 [В<sub>2,4</sub> – П<sub>4,5</sub> – В<sub>5,0</sub>]

### Силовой расчет группы 4–5 [В<sub>2,4</sub> – П<sub>4,5</sub> – В<sub>5,0</sub>]

К звеньям группы (рис. 4) приложены:

$M_5 = \underline{\hspace{2cm}}$  Н·м, **момент** производственного сопротивления;

$M_{i5} = \underline{\hspace{2cm}}$  Н·м, **момент сил инерции** звена 5;

$F_{i5} = \underline{\hspace{2cm}}$  Н, **сила инерции** звена 5;

$F_{G5} = \underline{\hspace{2cm}}$  Н, **сила тяжести** звена 5;

$F_{R2,4} = \underline{\hspace{2cm}}$  Н; и  $F_{R0,5} = \underline{\hspace{2cm}}$  Н – **силы реакции** во внешних кинематических парах (в шарнире  $E$  и шарнире  $C_{4,5}$ ).

**Внешние кинематические пары вращательные**, поэтому **реакции** будут проходить **через центры шарниров  $C$  и  $E$** . Это **один из параметров** реакции как **силы**, **два других** – **модуль** и **направление** – **неизвестны** и подлежат определению.

Уравнение **равновесия группы** в форме **сил**:

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,4} + \bar{F}_{G5} + \bar{F}_{i5} + \bar{F}_{R0,5} = 0. \quad (1)$$

При составлении уравнения равновесия в форме сил рекомендуется придерживаться следующих правил:

- начинать** уравнение и **заканчивать** его **неизвестными реакциями**;
- записать** силы, действующие на **одно** звено, а затем – на **другое**.

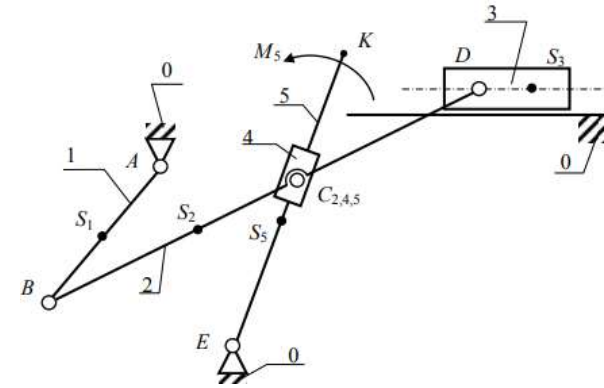


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

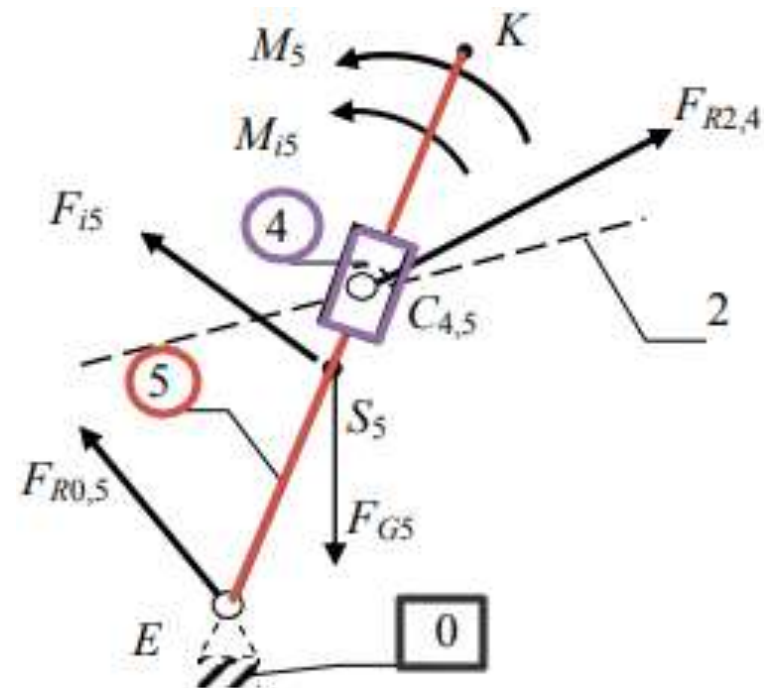


Рис. 4. Схема нагружения группы 4-5

### 2.2.1 Силовой расчет группы 4–5 [В<sub>2,4</sub> – П<sub>4,5</sub> – В<sub>5,0</sub>] (продолжение).

Т.к. реакции  $F_{R2,4}$  и  $F_{R0,5}$  неизвестны ни по величине, ни по направлению, поступим следующим образом. Рассмотрим отдельно взятое звено 4 (камень кулисы) (рис. 5 а). На него действуют две силы: реакция со стороны звена 2 –  $F_{R2,4}$  и со стороны звена 5 –  $F_{R5,4}$ . Реакция  $F_{R2,4}$  во вращательной кинематической паре проходит через центр шарнира  $C_4$  (давление второго звена на четвертое). Реакция  $F_{R5,4}$  в поступательной кинематической паре перпендикулярна направляющей (рис. 5 а).

Звено 4 находится в равновесии под действием двух сил, это означает, что силы равны по величине, противоположны по направлению и проходят через одну и ту же точку, т.е.  $F_{R2,4} = -F_{R5,4}$ , приложены к точке  $C_4$  и перпендикулярны звену 5 (рис. 5 б).

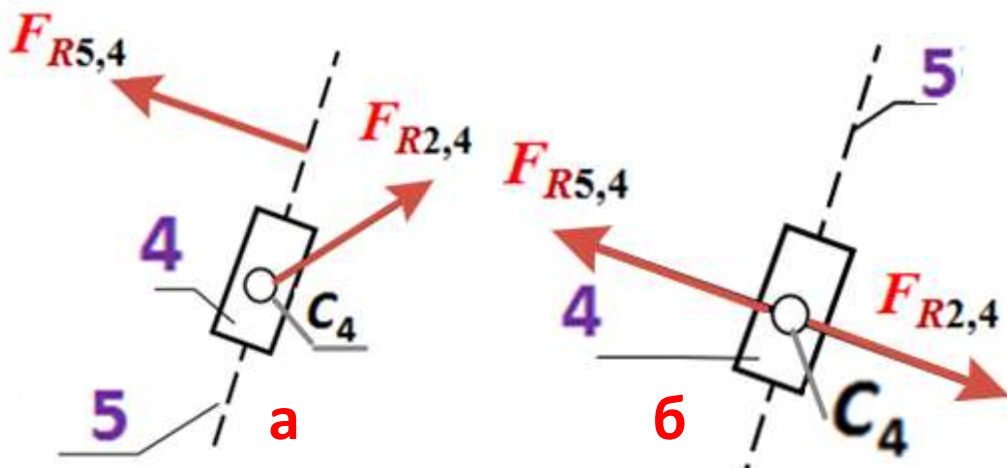


Рис. 5. Силовые факторы, действующие на камень кулисы группы 4-5

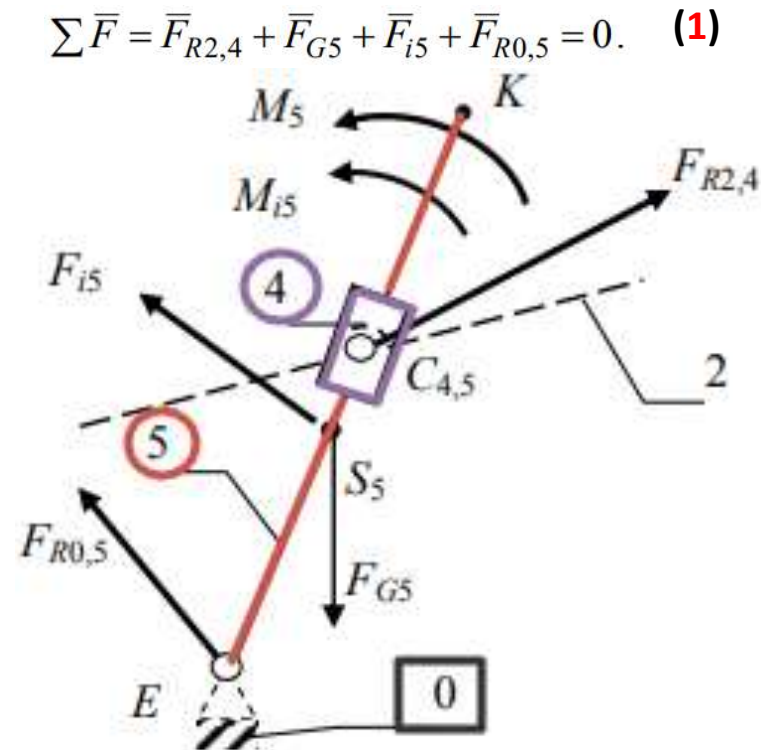


Рис. 4. Схема нагружения группы 4-5



### 2.2.1 Силовой расчет группы 4–5 [В<sub>2,4</sub> – П<sub>4,5</sub> – В<sub>5,0</sub>] (продолжение).

Рассмотрим **звено 5** (рис. 6). В точке С<sub>5</sub> звена будет приложена реакция **F<sub>R4,5</sub>**, **перпендикулярная к звену** ( $F_{R4,5} = -F_{R5,4}$ ), которую найдем из уравнения равновесия **звена 5** (уравнение **моментов** относительно точки **Е**):

$$M_E = M_5 + M_{i5} - F_{R4,5} \cdot l_{CE} - F_{G5} \cdot h_1 + F_{i5} \cdot h_2 = 0, \quad (2)$$

$$F_{R4,5} = \frac{M_5 + M_{i5} - F_{G5} \cdot h_1 + F_{i5} \cdot h_2}{l_{CE}}. \quad (3)$$

где  $l_{CE}$  – действительное расстояние от **С** до **Е** (**переменная**);  
 $h_1, h_2$  – **плечи сил**, определяются по **чертежу** с учетом **масштаба**  $\mu_1$  (Н/мм).

$$(h_1 = \bar{h}_1 \cdot \mu_1, \\ h_2 = \bar{h}_2 \cdot \mu_1).$$

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,4} + \bar{F}_{G5} + \bar{F}_{i5} + \bar{F}_{R0,5} = 0. \quad (1)$$

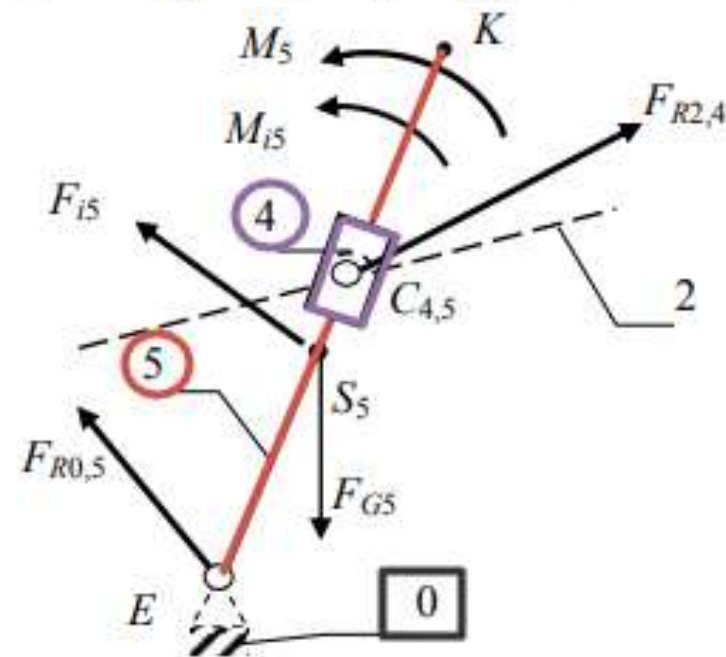
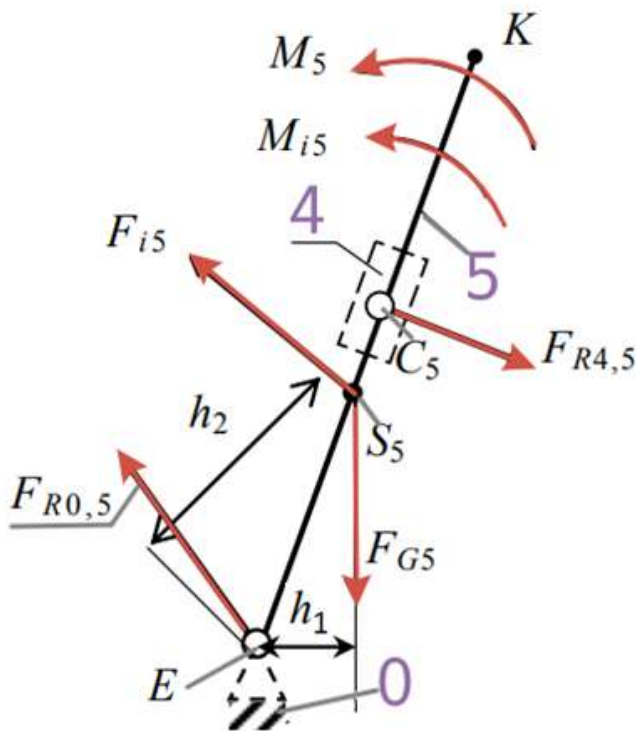


Рис. 6. Схема нагружения звена 5

Рис. 4. Схема нагружения группы 4-5

## 2.2.1 Силовой расчет группы 4–5 [В<sub>2,4</sub> – П<sub>4,5</sub> – В<sub>5,0</sub>] (продолжение).

Если при решении уравнения (3)  $F_{R4,5}$  получится **отрицательной**, следовательно, её направление противоположно. Так как  $F_{R4,5} = -F_{R5,4}$ , а  $F_{R5,4} = -F_{R2,4}$ , то  $F_{R4,5} = -F_{R2,4}$ .

На основании **уравнения (1)** строится **план сил группы 4–5 (рис. 7)** из любой точки

(например, из точки **a**), применяя **масштабный коэффициент сил  $\mu_F$  (Н/мм)**.

$$F_{R4,5} = \frac{M_5 + M_{i5} - F_{G5} \cdot h_1 + F_{i5} \cdot h_2}{l_{CE}} \quad (3)$$

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,4} + \bar{F}_{G5} + \bar{F}_{i5} + \bar{F}_{R0,5} = 0 \quad (1)$$

Он выбирается **самостоятельно**: чем **больше величина наибольшей сил**, тем **больше** его величина, чтобы хватило места на листе для построения **плана сил**.

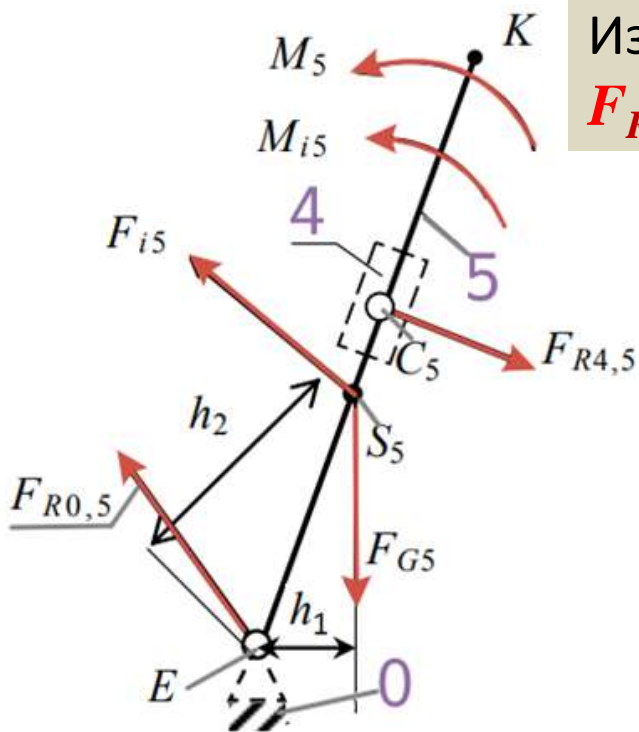


Рис. 6. Схема нагружения звена 5

Из **плана сил (рис. 7)** найдем

$$F_{R0,5} = -F_{R0,5} \cdot \mu_F = \text{___ Н.}$$

$$\mu_F = \text{___ Н/мм}.$$

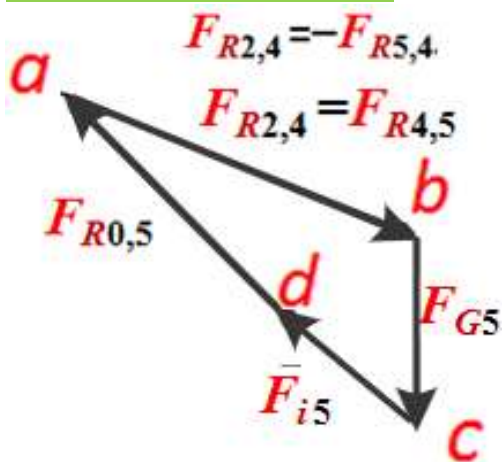


Рис. 7. План сил группы 4-5

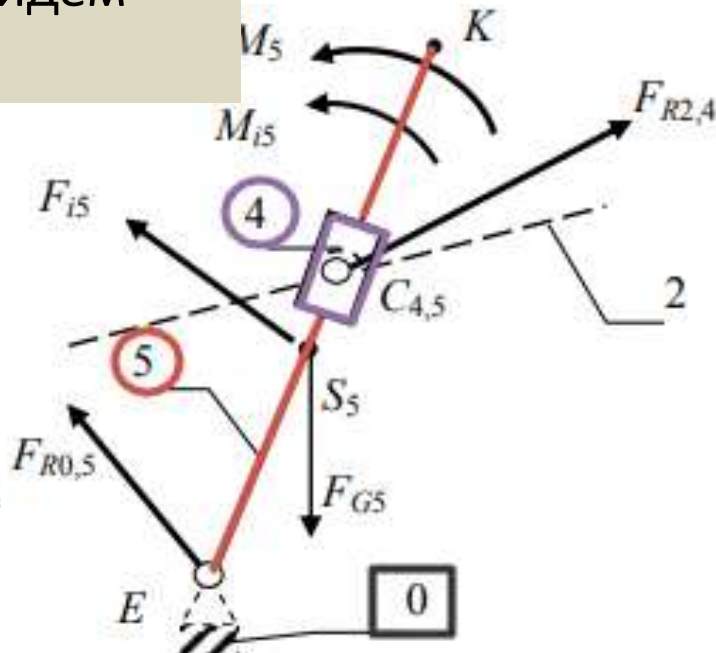


Рис. 4. Схема нагружения группы 4-5

## 2.2.1 Силовой расчет группы 4–5 [B<sub>2,4</sub> – П<sub>4,5</sub> – B<sub>5,0</sub>] (продолжение).

Силовой расчет этой группы можно выполнить и по-другому. Разложить реакцию  $F_{R0,5}$  на составляющие, направленные по звену  $F^n_{R0,5}$  и перпендикулярно ему:  $F^\tau_{R0,5}$ , т.е.

$$\bar{F}_{R0,5} = \bar{F}^n_{R0,5} + \bar{F}^\tau_{R0,5}.$$

Тогда уравнение (1) примет вид (4):

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,4} + \bar{F}_{G5} + \bar{F}_{i5} + \bar{F}_{R0,5} = 0. \quad (1) \rightarrow \sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,4} + \bar{F}_{G5} + \bar{F}_{i5} + \bar{F}^\tau_{R0,5} + \bar{F}^n_{R0,5} = 0. \quad (4)$$

Тангенциальная составляющая  $F^\tau_{R0,5}$  определяется из уравнения моментов относительно точки C. Зная направление реакции  $F_{R2,4}$ , как было доказано выше, на основании уравнения (4) строится план сил, из которого определится реакция  $F_{R0,5}$  и  $F_{R2,4}$ .

Из плана сил (рис. 7) найдем  $F_{R0,5} = -F_{R0,5} \cdot \mu_F$  и  $F_{R2,4}$

$$\mu_F = \text{---} \text{H/мм}.$$

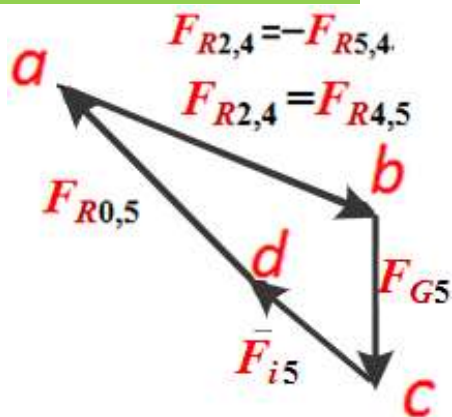


Рис. 7. План сил группы 4-5

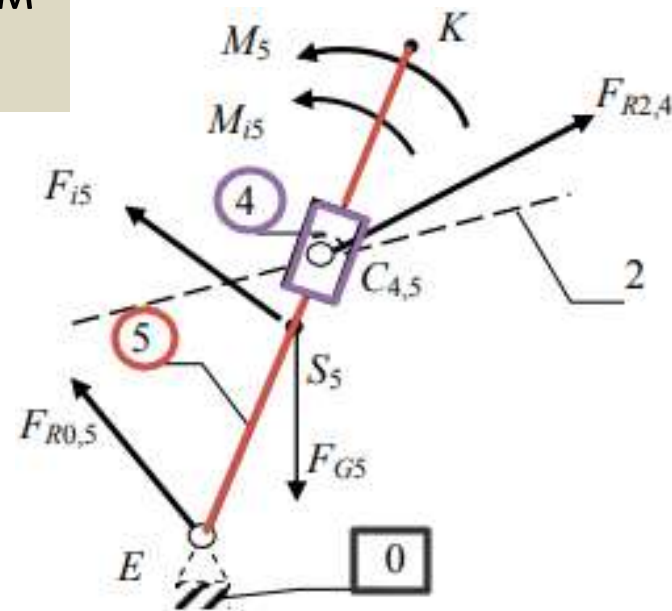


Рис. 4. Схема нагружения группы 4-5

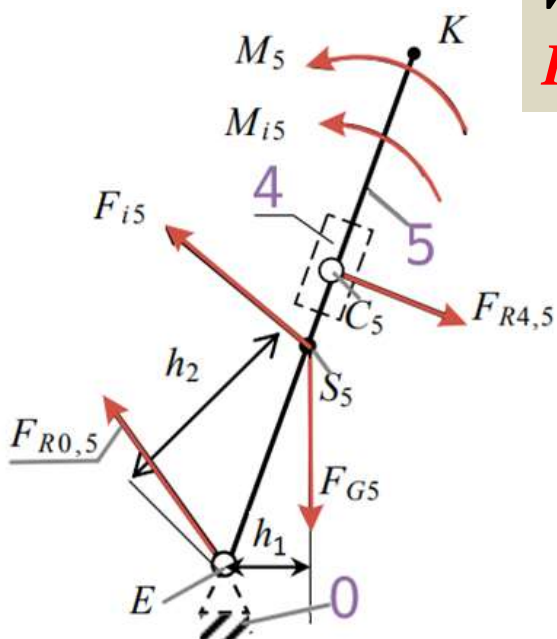


Рис. 6. Схема нагружения звена 5

## 2.2.2 Силовой расчет группы 2–3 [ $B_{1,2} - B_{2,3} - П_{4,5}$ ]

Рассмотрим **группу Ассур 2–3**. К звеньям группы приложены:  $F_{i2} = \underline{\hspace{1cm}}$  Н, **сила инерции** звена 3;  $F_{G2} = \underline{\hspace{1cm}}$  Н, **сила тяжести** звена 2;  $F_{R4,2} = \underline{\hspace{1cm}}$  Н – **силы реакции** в кинематической паре со стороны звена 4 (в шарнире  $B$ );  $M_{i2} = \underline{\hspace{1cm}}$  Н·м, **момент сил инерции** звена 2;  $F_{G3} = \underline{\hspace{1cm}}$  Н, **сила тяжести** звена 3;  $F_{i3} = \underline{\hspace{1cm}}$  Н, **сила инерции** звена 3. Это **внешние** силовые факторы, **известные** по **величине**, **направлению** и **точкам приложения** (для **сил**). **Внешней силой для этой группы** будет теперь  $F_{R4,2}$  – реакция в кинематической паре  $B_{4,2}$ , **найденная** при расчете предыдущей группы. Проставим неизвестные реакции во **внешних** кинематических парах:  $F_{R1,2}$  проходит через центр **шарнира  $B$**  (направление **неизвестно**) и  $F_{R0,3}$  **перпендикулярна направляющей** (точка приложения  $N$  **неизвестна**). Уравнение **равновесия группы 2–3** в форме сил:

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R1,2} + \bar{F}_{i2} + \bar{F}_{G2} + \bar{F}_{R4,2} + \bar{F}_{G3} + \bar{F}_{i3} + \bar{F}_{R0,3} = 0. \quad (5)$$

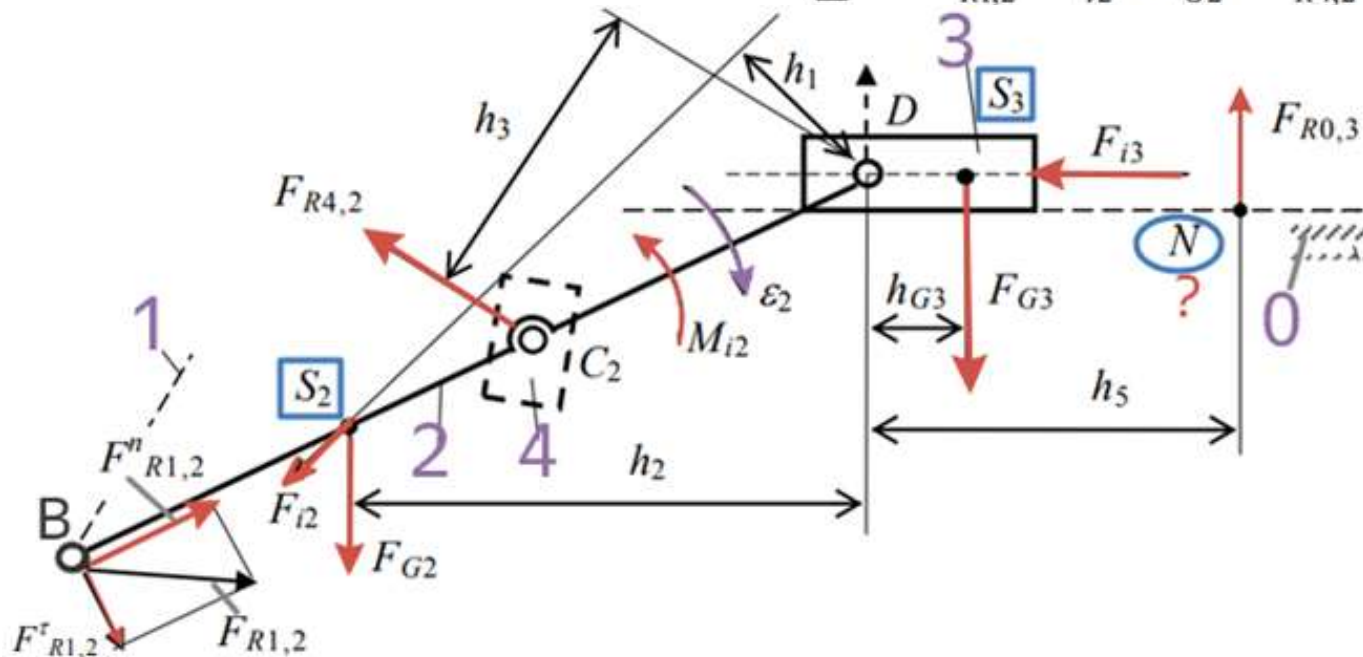


Рис. 8. Схема нагружения группы 4-5

## 2.2.2 Силовой расчет группы 2–3 [B<sub>1,2</sub> – B<sub>2,3</sub> – П<sub>4,5</sub>] (продолжение).

Разложим реакцию  $F_{R1,2}$  на составляющие, направленные **вдоль** звена ( $F_{R1,2}^n$ ) и **перпендикулярно** ему ( $F_{R1,2}^\tau$ ), т.е.  $\bar{F}_{R1,2} = \bar{F}_{R1,2}^n + \bar{F}_{R1,2}^\tau$ . (6)

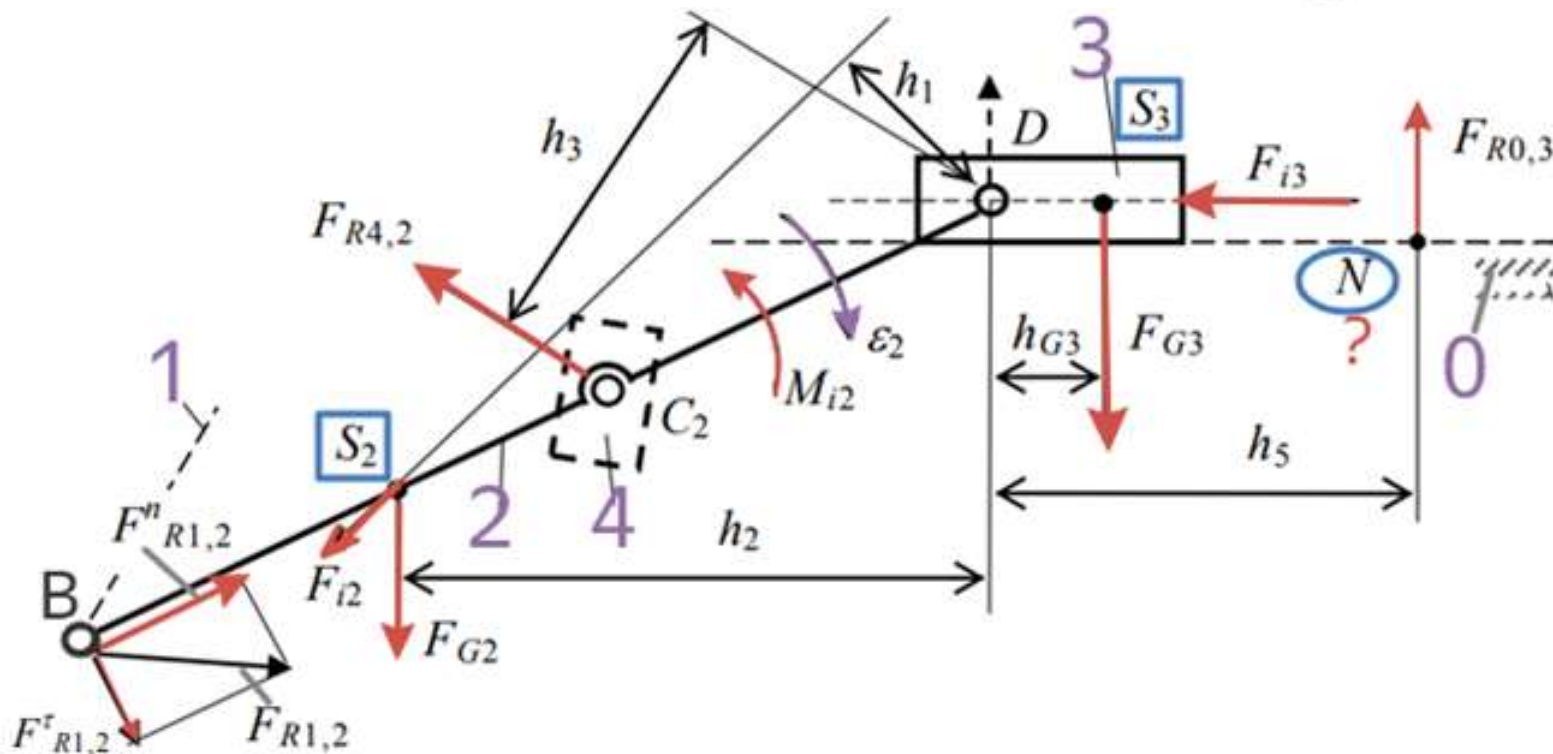
Тогда уравнение (5) примет вид:

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R1,2}^n + \bar{F}_{R1,2}^\tau + \bar{F}_{i2} + \bar{F}_{G2} + \bar{F}_{R4,2} + \bar{F}_{G3} + \bar{F}_{i3} + \bar{F}_{R0,3} = 0. (7)$$

Реакцию  $F_{R1,2}$  найдем из **уравнения моментов** равновесия **звена 2**:

$$M_D = F_{R1,2}^\tau \cdot l_{BD} + F_{i2} \cdot h_1 + F_{G2} \cdot h_2 - F_{R4,2} \cdot h_3 + M_{i2} = 0, (8)$$

отсюда 
$$F_{R1,2}^\tau = \frac{-F_{i2} \cdot h_1 - F_{G2} \cdot h_2 + F_{R4,2} \cdot h_3 - M_{i2}}{l_{BD}}. (9)$$



**Рис. 8.** Схема нагружения группы 4-5

## 2.2.2 Силовой расчет группы 2–3 [B<sub>1,2</sub> – B<sub>2,3</sub> – П<sub>4,5</sub>] (продолжение).

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R1,2}^n + \bar{F}_{R1,2}^\tau + \bar{F}_{i2} + \bar{F}_{G2} + \bar{F}_{R4,2} + \bar{F}_{G3} + \bar{F}_{i3} + \bar{F}_{R0,3} = 0. \quad (7)$$

В соответствии с **уравнением (7)**, учитывая направления  $F_{R0,3}$  и  $F_{R1,2}$  в выбранном масштабе  $\mu_F$  (Н/мм), строим **план сил** (рис. 9). Точка **a** – начало построения плана, из которой откладывается вектор  $F_{R1,2}^\tau$ , затем  $F_{i2}$ ,  $F_{G2}$ ,  $F_{R1,2}$ ,  $F_{G3}$ ,  $F_{i3}$ . Из конца вектора  $F_{i3}$  проводим направление вектора  $F_{R0,3}$ , а из точки **a** проводим направление вектора  $F_{R1,2}^n$ . Так как  $\Sigma F=0$ , многоугольник сил должен быть **замкнутым**, точка **h** пересечения линий действия даст положение конца вектора  $F_{R0,3}$  и определит величину вектора  $F_{R1,2}^n$ . Соединив точки **h** и **b**, получим полный вектор  $F_{R1,2}$ .

Из плана сил получим :

$$F_{R1,2} = \bar{F}_{R1,2} \cdot \mu_F = \bar{h}b \cdot \mu_F$$

$$F_{R0,3} = \bar{F}_{R0,3} \cdot \mu_F = \bar{g}h \cdot \mu_F.$$

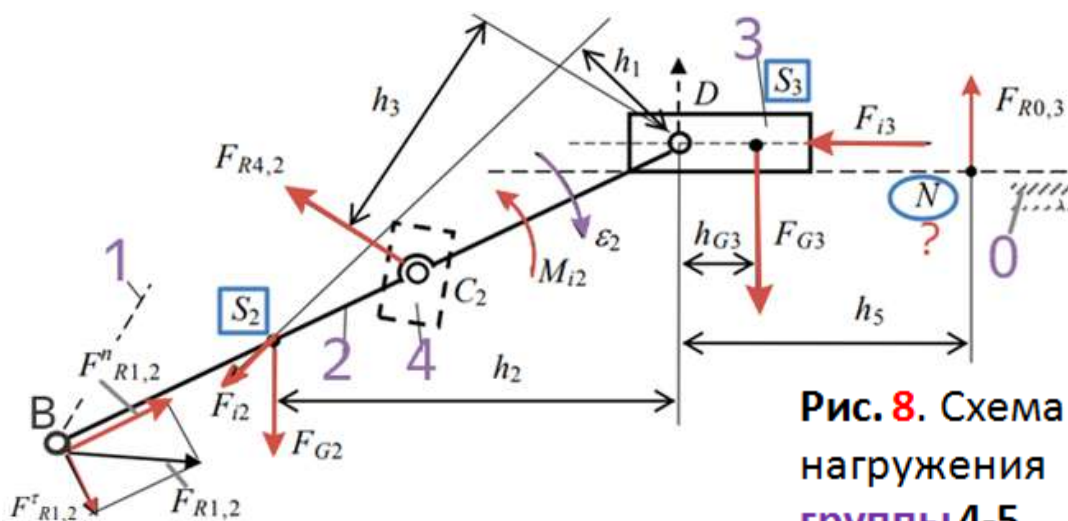


Рис. 8. Схема нагружения группы 4-5

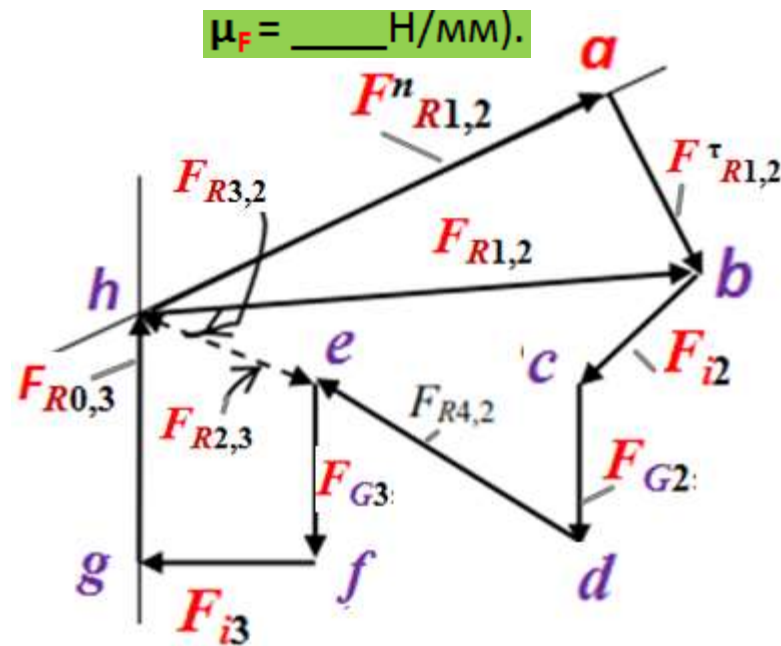


Рис. 9. План сил группы 2-3

## 2.2.2 Силовой расчет группы 2–3 [B<sub>1,2</sub> – B<sub>2,3</sub> – П<sub>4,5</sub>] (продолжение).

Для определения реакции  $F_{R2,3}$  или  $F_{R3,2}$  во внутренней кинематической паре  $B_{2,3}$  (**шарнир D**) составим уравнение **равновесия звена 2**. Со стороны **звена 3** на **звено 2** будет действовать сила  $F_{R3,2}$ , тогда

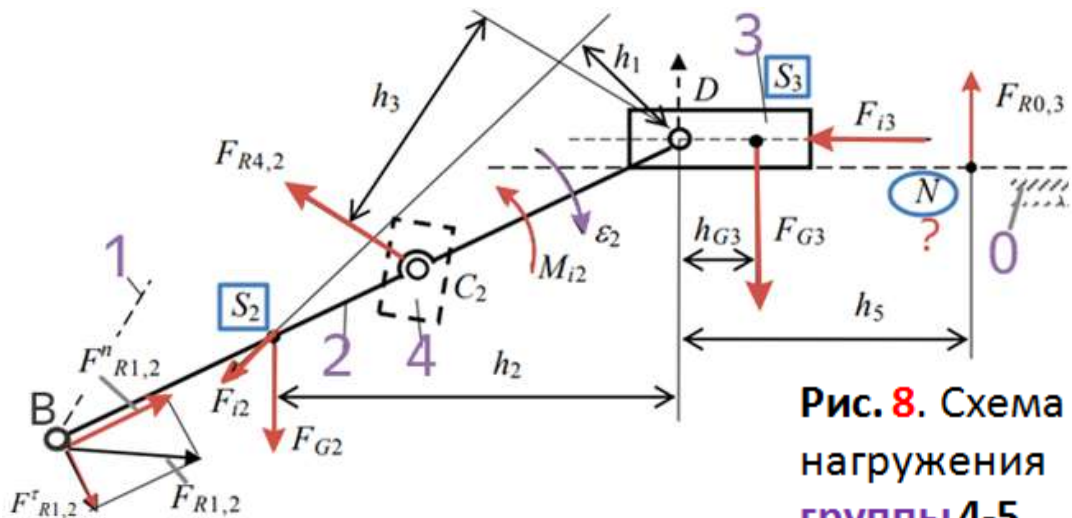
$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R1,2} + \bar{F}_{i2} + \bar{F}_{G2} + \bar{F}_{R4,2} + \bar{F}_{R3,2} = 0. \quad (10)$$

На плане сил это будет отрезок  $eh$  (**рис. 9**):  $F_{R3,2} = \overline{eh} \cdot \mu_F = \dots \text{Н}$ .

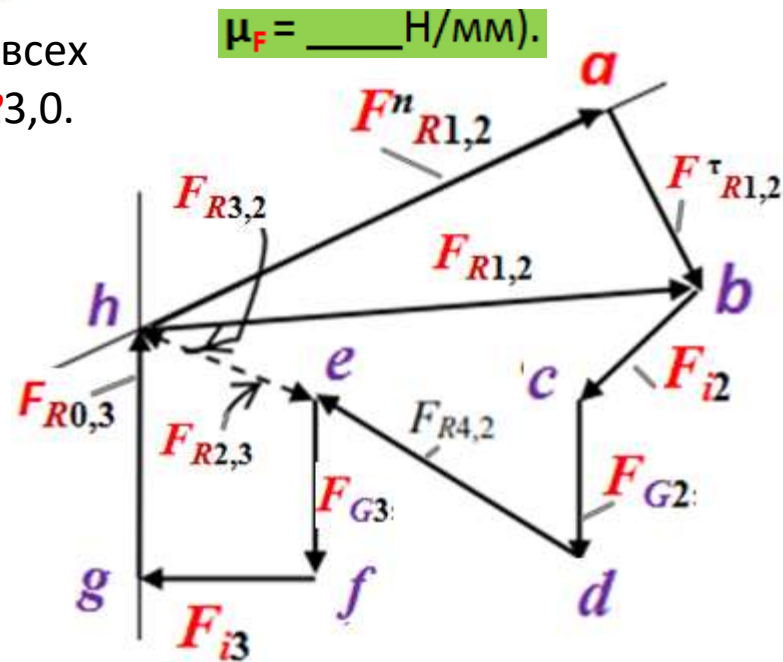
Получим тот же результат, если рассмотрим **звено 3**:

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{G3} + \bar{F}_{i3} + \bar{F}_{R0,3} + \bar{F}_{R3,2} = 0; \quad F_{R2,3} = -F_{R3,2}.$$

Таким образом, из плана сил найдены реакции во всех кинематических парах **группы 2–3**:  $F_{R1,2}$ ,  $F_{R2,3}$ ,  $F_{R3,0}$ .



**Рис. 8.** Схема нагружения группы 4-5



**Рис. 9.** План сил группы 2-3

## 2.2.2 Силовой расчет группы 2–3 [ $V_{1,2} - V_{2,3} - П_{4,5}$ ] (продолжение).

Найдем точку приложения реакции  $F_{R0,3}$  (точку  $N$ ) в **поступательной** кинематической паре  $П_{0,3}$ , для чего составим уравнение равновесия звена 3 (ползуна) в форме **моментов**.

В данном случае силы  $F_{i3}$  и  $F_{R2,3}$  проходят через центр шарнира  $D$ , тогда для звена 3 **момент сил относительно** точки  $D$ :

(здесь  $h_4 = h_{G3}$  на рис. 8)

$$M_D = F_{R0,3} \cdot h_5 - F_{G3} \cdot h_4 = 0, \quad (11)$$

отсюда 
$$h_5 = \frac{F_{G3} \cdot h_4}{R_{0,3}} = \dots \text{ мм.} \quad (12)$$

Если  $h_4=0$ , то и  $h_5=0$ , т. е. векторы всех сил и давлений в кинематической паре будут проходить через одну и ту же точку – центр шарнира  $D$ .

При необходимости учесть силы трения расчет ведется, как правило, методом последовательных приближений, за начальное приближение берется расчет без учета сил трения.

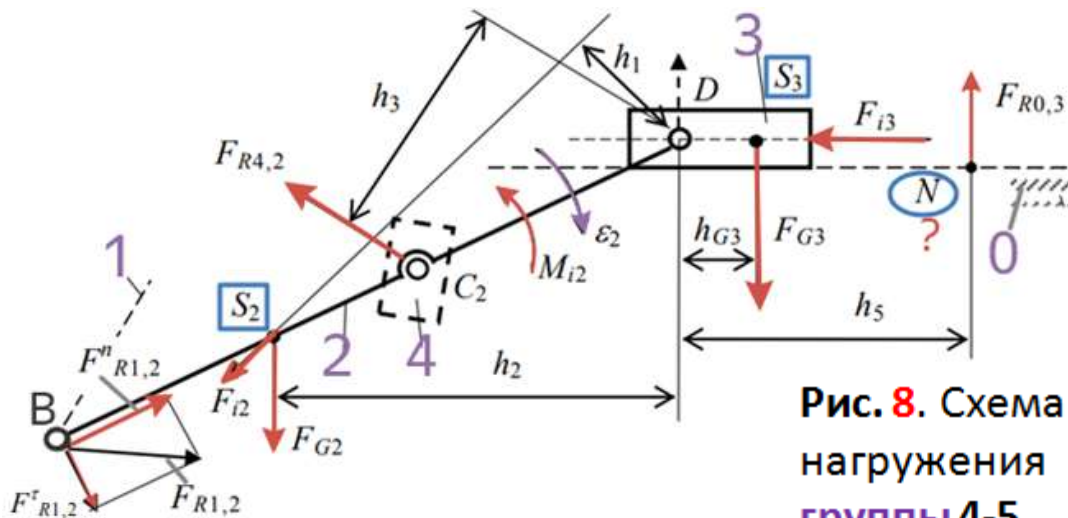


Рис. 8. Схема нагружения группы 4-5

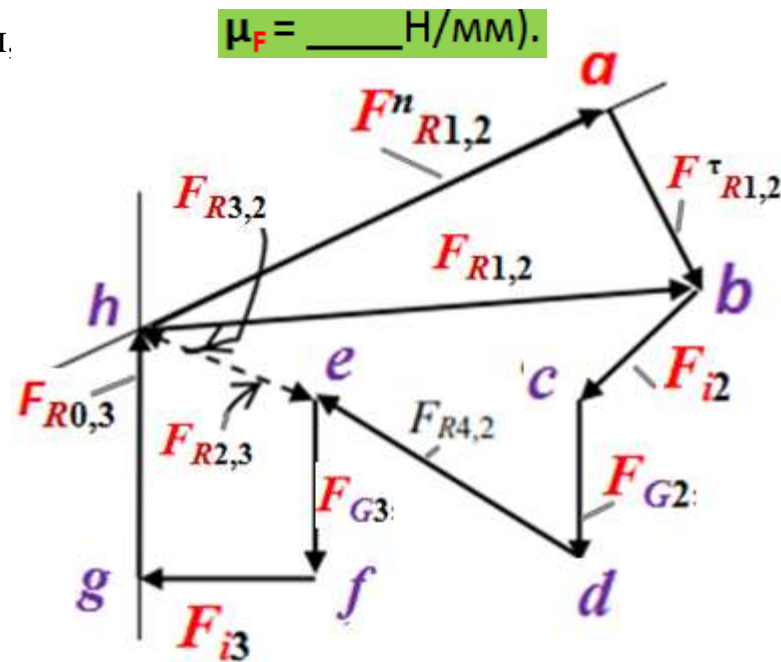


Рис. 9. План сил группы 2-3



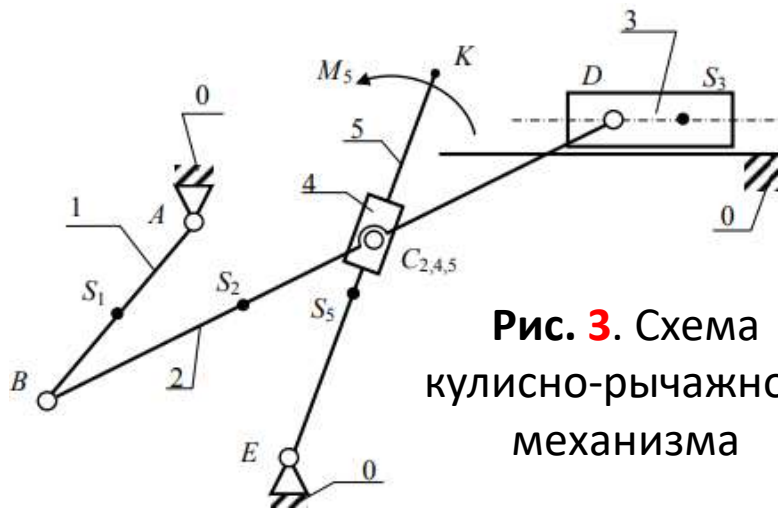
## 2.2.3 Силовой расчет начального механизма (группы 0–1) [В<sub>0,1</sub>]

**Начальным** механизмом является **кривошип 1**, образующий со **стойкой 0** **вращательную** кинематическую пару **В<sub>0,1</sub>** (см. **рис. 3**). Силовой расчет в этом случае сводится к определению реакции в кинематической паре **F<sub>R0,1</sub>** и величины **уравновешивающей** силы **F<sub>b</sub>** либо **уравновешивающего момента M<sub>b</sub>**, что определяется схемой привода. Определим уравновешивающую силу **F<sub>b</sub>**, приложенную **по касательной** к точке **В**. Схема действия сил показана на **рис. 10 а**. К **кривошипу 1** приложены **силы**: **F<sub>R2,1</sub>** = ... Н, **реакция в шарнире В** – давление со стороны **звена 2**, полученное из расчета предыдущей группы; **F<sub>G2</sub>** = ... Н, вес **звена 1**; **F<sub>i1</sub>** = ... Н – **сила инерции звена 1**. Пусть **уравновешивающая** сила **F<sub>b</sub>** приложена в **точке В** и **линия действия** её **перпендикулярна** кривошипу. Уравновешивающую силу найдем из **уравнения моментов**

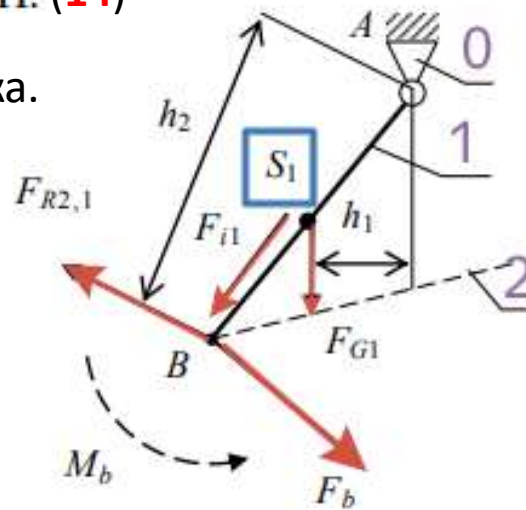
$$M_A = F_b \cdot AB + F_{G1} \cdot h_1 - F_{R2,1} \cdot h_2 = 0, \quad (13)$$

отсюда 
$$F_b = \frac{-F_{G1} \cdot h_1 + F_{R2,1} \cdot h_2}{AB} = \dots \text{ Н.} \quad (14)$$

плечи сил **h<sub>1</sub>**, **h<sub>2</sub>** определяются из чертежа.



**Рис. 3.** Схема кулисно-рычажного механизма



**Рис. 10.** Начальный механизм (группа 0-1)

### 2.2.3 Силовой расчет начального механизма (группы 0–1) [B<sub>0,1</sub>]

Реакцию  $F_{R0,1}$  в кинематической паре B<sub>0,1</sub> (в шарнире A) определим из условия равновесия звена 1:

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_b + \bar{F}_{R2,1} + \bar{F}_{i1} + \bar{F}_{G1} + \bar{F}_{R0,1} = 0. \quad (15)$$

Строим план сил (рис. 10 б, начало построения – точка a), отсюда найдем  $F_{R0,1}$ :

$$F_{R0,1} = \overline{fa} \cdot \mu_F = \dots \text{ Н.} \quad (16)$$

Если к начальному механизму будет приложен уравновешивающий момент  $M_b$  (показан на рис. 10 а пунктиром, его направление можем задать произвольно, с учетом предполагаемого направления составим уравнения равновесия), то его величина и направление также определятся из уравнения равновесия кривошипа:

$$M_A = M_b + F_{G1} \cdot h_1 - F_{R2,1} \cdot h_2 = 0, \quad (17)$$

отсюда  $M_b = F_{R2,1} \cdot h_2 - F_{G1} \cdot h_1 = \dots \text{ Н.} \quad (18)$

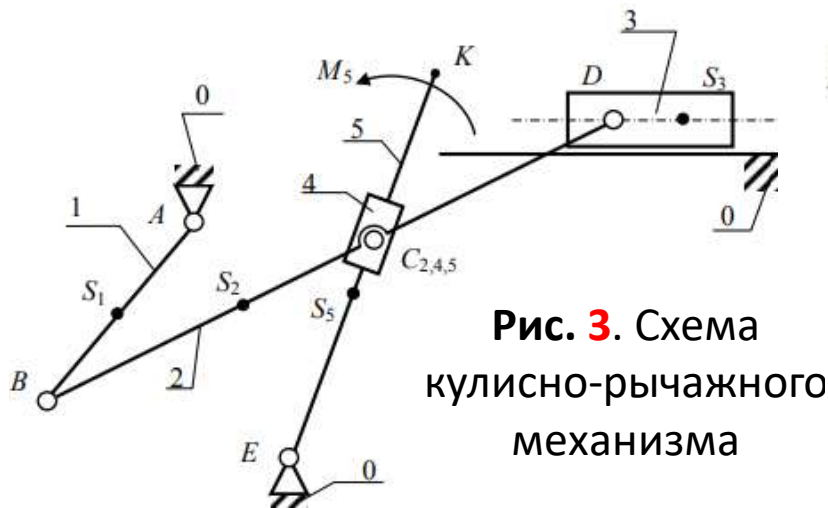


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

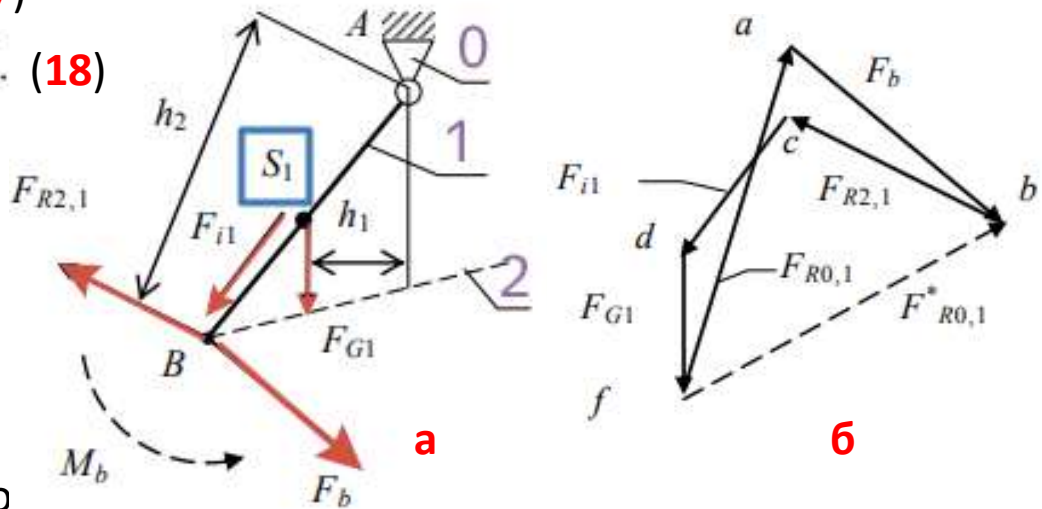


Рис. 10. Начальный механизм

а – схема; б – план сил

### 2.2.3 Силовой расчет начального механизма (группы 0–1) [B<sub>0,1</sub>]

$h_1, h_2$  – действительные значения плеч действующих сил для механизма!

Если после подстановки в уравнение (18) момент  $M_b$  получится отрицательным, следовательно, направление его будет противоположным первоначально предположенному. Реакция в кинематической паре  $F_{R0,1}^*$  в этом случае определится из уравнения

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,1} + \bar{F}_{i2} + \bar{F}_{G1} + \bar{F}_{R0,1}^* = 0. \quad (19)$$

Из плана сил найдем  $F_{R0,1}^* = \bar{f}b \cdot \mu_F = \dots \text{Н.} \quad (20)$

$$M_A = F_b \cdot AB + F_{G1} \cdot h_1 - F_{R2,1} \cdot h_2 = 0, \quad (13)$$

$$F_b = \frac{-F_{G1} \cdot h_1 + F_{R2,1} \cdot h_2}{AB} = \dots \text{Н.} \quad (14)$$

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_b + \bar{F}_{R2,1} + \bar{F}_{i1} + \bar{F}_{G1} + \bar{F}_{R0,1} = 0. \quad (15)$$

$$F_{R0,1} = \bar{f}a \cdot \mu_F = \dots \text{Н.} \quad (16)$$

$$M_A = M_b + F_{G1} \cdot h_1 - F_{R2,1} \cdot h_2 = 0, \quad (17)$$

$$M_b = F_{R2,1} \cdot h_2 - F_{G1} \cdot h_1 = \dots \text{Н.} \quad (18)$$

отсюда

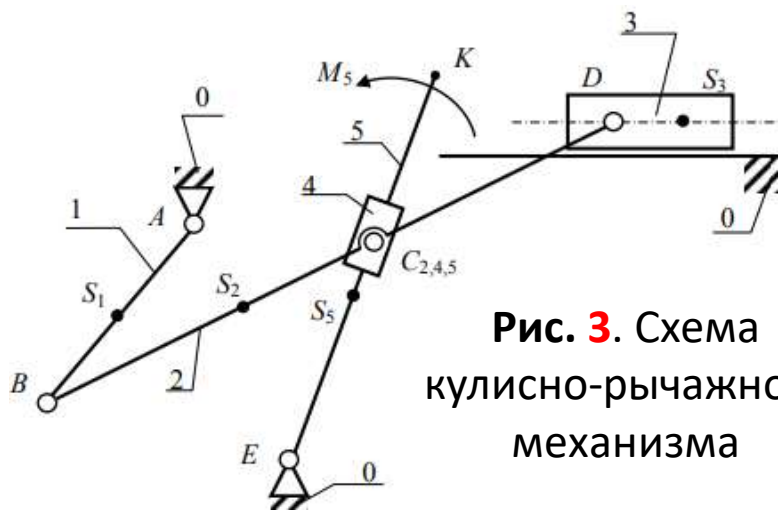


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

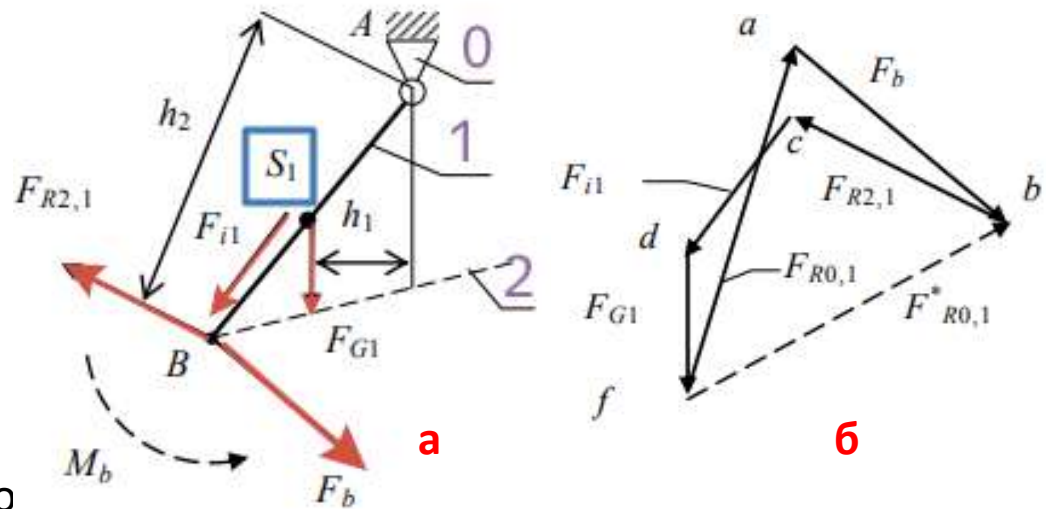


Рис. 10. Начальный механизм

а – схема; б – план сил

### 2.2.3 Силовой расчет начального механизма (группы 0–1) [ $\bar{V}_{0,1}$ ]

Величина реакции в шарнире А может существенно отличаться, а от этого будут зависеть размеры цапф (подшипников). Если вал кривошипа получает вращение через соединительную муфту, то к нему будет приложен момент и при силовом расчете следует определять величину уравнивающего момента  $M_b$ .

Если вал кривошипа получает вращение через зубчатое зацепление, то в этом случае на кривошип будет действовать уравнивающая сила  $F_b$ , приложенная в полюсе зацепления, и будет направлена по линии зацепления.

При передаче вращения посредством цепной или ременной передачи уравнивающая сила будет направлена по ветви цепи или ремня.

Из (13) и (17):  $M_b = F_b \cdot l_{AB}$ , или  $F_b = \frac{M_b}{l_{AB}}$ .

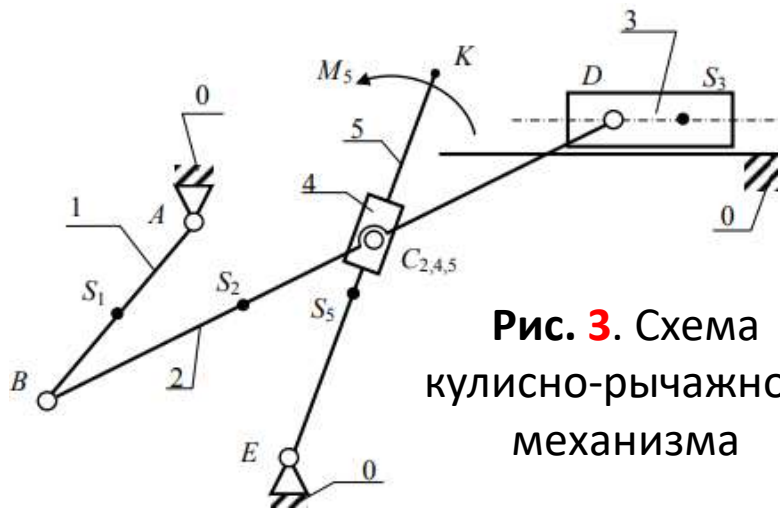


Рис. 3. Схема кулисно-рычажного механизма

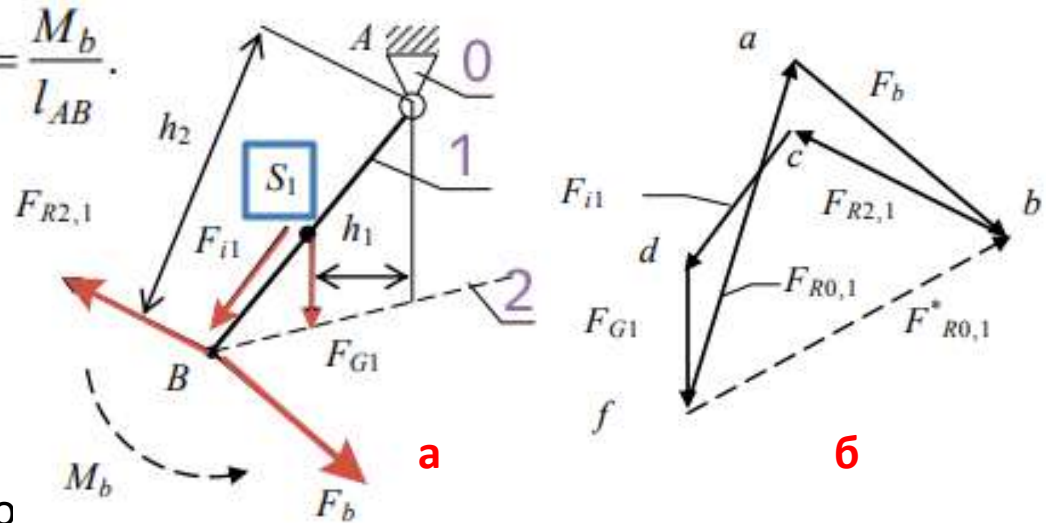


Рис. 10. Начальный механизм

а – схема; б – план сил

$$M_A = F_b \cdot AB + F_{G1} \cdot h_1 - F_{R2,1} \cdot h_2 = 0, \quad (13)$$

$$F_b = \frac{-F_{G1} \cdot h_1 + F_{R2,1} \cdot h_2}{AB} = \dots \text{ Н.} \quad (14)$$

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_b + \bar{F}_{R2,1} + \bar{F}_{f1} + \bar{F}_{G1} + \bar{F}_{R0,1} = 0. \quad (15)$$

$$F_{R0,1} = \bar{f}a \cdot \mu_F = \dots \text{ Н.} \quad (16)$$

$$M_A = M_b + F_{G1} \cdot h_1 - F_{R2,1} \cdot h_2 = 0, \quad (17)$$

$$M_b = F_{R2,1} \cdot h_2 - F_{G1} \cdot h_1 = \dots \text{ Н.} \quad (18)$$

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_{R2,1} + \bar{F}_{f2} + \bar{F}_{G1} + \bar{F}_{R0,1}^* = 0. \quad (19)$$

$$F_{R0,1}^* = \bar{f}b \cdot \mu_F = \dots \text{ Н.} \quad (20)$$

(20)