Бином Ньютона

Составитель И. В. Корытов

Бином Ньютона

- Общая формула

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

- Частные случаи

$$(a+b)^0 = 1,$$
$$(a+b)^1 = a+b,$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Биномиальные коэффициенты

- Запись через факториалы

$$C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

или

$$C_n^k = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!}.$$

- Связь между записями

$$\frac{n!}{k!\,(n-k)!} = \frac{(n-k)!\,\big((n-k)+1\big)\big((n-k)+2\big)\cdots n}{k!\,(n-k)!} =$$

$$= \frac{\big(n-(k-1)\big)\big(n-(k-2)\big)\cdots(n-1)n}{k!}.$$

Свойства биномиальных коэффициентов

- $C_n^0 = 1 = C_n^n$.
- $C_n^1 = 1 = C_n^{n-1}$.
- $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k,\ 1 \leq k \leq n-1,\ n \geq 2$.
- $C_{n+1}^k = C_n^{k-1} + C_n^k,\ 1 \leq k \leq n,\ n \geq 1$.
- $C_{n+1}^{k+1} = C_n^k + C_n^{k+1},\ 0 \leq k \leq n-1,\ n \geq 1$.

Треугольник Паскаля

n														
							C_n^k							
0							1							
1						1		1						
2					1		2		1					
3				1		3		3		1				
4			1		4		6		4		1			
5		1		5		10		10		5		1		
6	1		6		15		20		15		6		1	
…														

Другое обозначение

- Обратите внимание на порядок расположения индексов:

$$C_n^k = \binom{n}{k}.$$