МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель Отделения электронной инженерии _____М. В. Тригуб «___»____2022 г.

Лабораторная работа №3 Определение ёмкости гребенчатых структур аналитически в программе MathCad

Методические указания по выполнению лабораторной работы по курсу «Сенсорные и актюаторные элементы микросистемной техники» для студентов IV курса, обучающихся по образовательной программе направления 11.03.04 – Электроника и наноэлектроника

Цель лабораторной работы:

Научиться определять ёмкости гребенчатых структур аналитически и используя метод конечных элементов.

Введение

Одним из самых распространённых преобразователей перемещений в микромеханических устройствах является емкостной тип преобразователей. Работа преобразователей этого типа основана на изменении емкостей между подвижным электродом, располагаемым на подвижном элементе прибора, и неподвижными электродами, размещаемым на элементах корпуса.

На рисунке 1, представлено несколько типов гребенчатых структур (ГС).



Рисунок 1 – 3D модели электродных структур

Параметры ГС тип 5 при изменении площади перекрытия представлены на рисунке 2.



Рисунок 2 – Параметры ГС тип 5

На рисунке 2 обозначено: а – высота гребенок; b0 – начальная длина перекрытия гребёнок; d – расстояние между гребёнками; p – ширина одной гребёнки; t – расстояние между торцами гребёнок; n1 – количество емкостей, входящих в суммарную ёмкость ГС; n2, n3 – количество торцевых емкостей, входящих в суммарную ёмкость ГС.

ГС тип 5 образуют несколько емкостей, рисунок 3.



Ёмкость C1 изменяется при перемещении вдоль оси Y. Ёмкости C2 и C3 возникают между торцами гребёнок и вносят нелинейность в общую ёмкость ГС тип 5. Суммарная начальная ёмкость ГС тип 5

$$\sum C = C1 \cdot n1 + C2 \cdot n2 + C3 \cdot n3.$$

Ёмкость C1 определяется по формуле (1) и (2) при изменении параметра b, а ёмкости C2 и C3 при изменении параметра d.

Параметры ГС при изменении расстояния между гребёнками представлены на рисунке 4.



–Подвижные гребёнки

Рисунок 4 – Параметры ГС тип 3

На рисунке 4 обозначено: а – высота гребенок; b0 – начальная длина перекрытия гребёнок; d1 – расстояние между гребёнками; d2 – расстояние между гребёнками; p – ширина одной гребёнки; t – расстояние между торцами гребёнок; nm – количество емкостей, входящих в суммарную ёмкость ГС; nb – количество емкостей, входящих в суммарную ёмкость ГС; n3, n4 – количество торцевых емкостей, входящих в суммарную ёмкость ГС.

ГС тип 3 образуют несколько емкостей, рисунок 5.



Рисунок 5 – Ёмкости ГС тип 3

При отрицательном перемещении подвижных гребёнок тип 3 вдоль оси Х, ёмкость С1 увеличивается, ёмкость С2 уменьшается, а ёмкости С3 и С4 вносят постоянную составляющую в суммарную ёмкость. Суммарная начальная ёмкость ГС тип 3

$$\sum C = C1 \cdot n1 + C2 \cdot n2 + C3 \cdot n3 + C4 \cdot n4.$$

Ёмкости C1 и C2 определяются по формуле (2) при изменении параметра d, а ёмкости C3 и C4 при постоянстве всех параметров.

Формула определения ёмкости двух плоскопараллельных электродов без учёта краевых эффектов:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 a b_0}{d},\tag{1}$$

где *ε* – относительная диэлектрическая проницаемость равная 1;

 ε_0 – электрическая постоянная равная 8,854 · 10⁻¹² Ф/м;

а – высота перекрытия гребёнок, м;

*b*₀ – начальная длина перекрытия гребёнок, м;

d – расстояние между гребёнками, м.

Данная формула является неполной, так-как не учитывает распределение потенциала на краях пластины. На рисунке 6 представлено распределение потенциала между двумя плоскопараллельными пластинами без учёта краевых эффектов и с учётом краевых эффектов.



а) без учёта краевых эффектов



Рисунок 6 – Проявление краевых эффектов

Чем ближе к краям пластины, тем больше происходит проявление краевого эффекта. Ниже представлена формула определения ёмкости двух плоскопараллельных электродов с учётом краевых эффектов:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 ab_0}{d} \cdot \left(1 + \frac{d}{\pi b} + \frac{d}{\pi b} \cdot ln\left(2\pi\left(\frac{b}{d} + \frac{3}{4}\frac{b+a}{a}\right)\right) + \frac{d}{\pi a} + \frac{d}{\pi a}ln\left(2\pi\left(\frac{a}{d} + \frac{3}{4}\frac{a+b}{b}\right)\right)\right)$$
(2)

На рисунке 7 показан однокомпонентный микромеханический гироскоп RR-типа.



Рисунок 7 – Гироскоп RR-типа

ГС гироскопа RR-типа образуют несколько емкостей, рисунок 8.



Рисунок 8 Ёмкости ГС RR-гироскопа

Суммарная начальная ёмкость ГС гироскопа RR-типа

$$\sum C = C1 \cdot n1 + C2 \cdot n2 + C3 \cdot n3.$$

Ёмкость гребенчатых структур гироскопа RR-типа определяется по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \cdot \varphi 0 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot r 1 \cdot b}{d},\tag{3}$$

где *ε* – относительная диэлектрическая проницаемость равная 1 (воздух);

 ε_0 – электрическая постоянная равная 8,854 · 10⁻¹² Ф/м;

 $\varphi 0$ – угол перекрытия гребёнок, град;

r1 – радиус до поверхности гребёнки, м;

b – высота перекрытия гребёнок, м;

d – расстояние между гребёнками, м.

Ёмкость чувствительного элемента гироскопа RR-типа определяется по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \cdot S}{d_0 + \frac{a}{2} \cdot \vartheta},\tag{4}$$

где *ε* – относительная диэлектрическая проницаемость равная 1;

 ε_0 – электрическая постоянная равная 8,854 · 10⁻¹² Ф/м;

S – площадь перекрытия, м²;

 d_0 – начальное расстояние между верхним и нижним электродом, м;

а – ширина перекрытия верхнего электрода, м;

 ϑ – угол отклонения, град.

Форма чувствительного элемента может иметь различную форму, рисунок 9.



а) Сектор кольца

б) Прямоугольник

Рисунок 9 – Формы чувствительного элемента RR-гироскопа Площадь сектора кольца определяется по формуле:

$$S = \frac{\pi \cdot \alpha}{360} \cdot (r_1^2 - r_2^2), \tag{5}$$

где *а* – угол сегмента круга, град;

*r*₁ – радиус внешней окружности, м;

*r*₂ – радиус внутренней окружности, м.

На рисунке 10 представлен однокомпонентный маятниковый акселерометр.



Рисунок 10 – Однокомпонентный маятниковый акселерометр

На рисунке 10 обозначено: 1 – Упругий подвес; 2 – Крышка; 3 – Верхний электрод; 4 – Чувствительная масса акселерометра; 5 – Основание; 6 – Нижний электрод.

Ёмкость однокомпонентного маятникового акселерометра определяется по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \cdot S}{d_0 \pm \Delta d'},\tag{6}$$

где *ε* – относительная диэлектрическая проницаемость равная 1;

 ε_0 – электрическая постоянная равная 8,854 · 10⁻¹² Ф/м;

S – площадь перекрытия, м²; $\beta \Delta$

 d_0 – начальное расстояние между верхним и нижним электродом, м;

 Δd – отклонение массы от начального положения, м, определяется по формуле:

$$\Delta d = d_r + \frac{a}{2} \cdot \beta,$$

где d_r – расстояние до начального положения, м;

 β – угол, град.

Пример.

Пример определения ёмкости ГС тип 5 (рисунок 3) используя программу MathCad. Для автоматизированного определения ёмкости ГС, в программе MathCad используются подпрограммы. Определение ёмкости будет осуществляться по формуле (1), не учитывающей краевые эффекты.

1⁰. Запустите программу MathCad 14 через сайт vap.tpu.ru используя свой логин и пароль ТПУ.

2⁰. Включите дополнительные панели управления на панели управления Math как показано на рисунке 11.



Рисунок 11 Панель управления Math

Если панель управления не активна, то запустите её по пути View \rightarrow Toolbars \rightarrow Math.

После этого станут доступны новые панели управления, рисунок 12.

Grap	bh		Ν	latri	x			Pro	ograi	mmi	ng		
*	æ 🕺	Ŀ	[::	:] ×	'n×	-1 ×		Ad	ld Li	ne		←	
@ 4	e 🍕	2	f()	đ m [*]	» м	т m	n		if		oth	erwis	se
🏚 🤽 🖾			\$•\$ \$×\$ Σ∪ ∰			for		while					
								k	real	k	COI	ntinu	е
	Gre	eek						r	eturi	n	on	erro	r
	α	β	γ	δ	ε	ζ		Cal	cula	tor			
	η	θ	ı	к	λ	μ		sin	cos	tan	In	log	
	ν	ξ	0	π	ρ	σ		n!	i	×	L	"₽	
	τ	υ	φ	φ	χ	Ψ		e^{X}	$\frac{1}{\times}$	()	\times^2	$\times^{\!$	
	ω	А	В	Γ	Δ	E		π	7	8	9	7	
	Ζ	Н	Θ	Ι	Κ	Λ		ι÷	4	5	6	×	
	Μ	Ν	Ξ	0	П	Ρ		÷	1	2	3	+	
	Σ	Т	Υ	Φ	Х	Ψ		:=		0	-	=	
	Ω												

Рисунок 12 – Включенные панели управления

3⁰. Создайте новые переменные, как показано на рисунке 12.

a := $40 \cdot 10^{-6}$ b := $200 \cdot 10^{-6}$ d := $5 \cdot 10^{-6}$ p := $5 \cdot 10^{-6}$ t := $10 \cdot 10^{-6}$ n1 := 20 n2 := 17 n3 := 17 $\varepsilon_{\text{cons}} = 1$ $\varepsilon_{0} := 8.854 \cdot 10^{-12}$

Рисунок 12 – Переменные созданные в MathCad

 4^{0} . Создайте переменную C1 и нажмите на панели управления Programming кнопку Add Line два раза, рисунок 13.

Рисунок 13 – Результат операции

5⁰. Установите курсор в верхний прямоугольник, на панели управления Programming нажмите кнопку ←. Запишите выражение как показано на рисунке 14.

Рисунок 14 – Результат операции

 6^{0} . Установите курсор на вторую строку и нажмите на панели управления Programming кнопку for. После этого перейдите на следующую строку и нажмите кнопку Add Line, рисунок 15.

Рисунок 15 – Результат операции

7⁰. После слова for укажите переменную b, которая будет изменяться. После этого задаётся начальное значение переменной, потом ставится знак запятая и на панели управления Matrix нажмите кнопку Range variable (диапазон переменной). Шаг изменения переменной b равен 1 мкм. Заполните как показано на рисунке 16.

C1 :=
$$j \leftarrow 0$$

for $b \in 195 \cdot 10^{-6}, 196 \cdot 10^{-6} ... 205 \cdot 10^{-6}$

Рисунок 16 – Результат операции

8⁰. Для того. Чтобы поставить нижний индекс у буквы A, на панели управления Matrix нажмите кнопку Subscript и заполните остальные строки, рисунок 17.

C1 :=
$$j \leftarrow 0$$

for $b \in 195 \cdot 10^{-6}, 196 \cdot 10^{-6} ... 205 \cdot 10^{-6}$
 $A_{0,j} \leftarrow \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon 0 \cdot a \cdot b}{d}$
 $j \leftarrow j + 1$
A

Рисунок 17 – Подпрограмма для вычисления ёмкости

9⁰. На пустом месте листа наберите $C1 \cdot n$ и нажмите клавишу Enter, рисунок 18.

C1·n =		0	1	2	3	4	
	0	2.762·10 ⁻¹³	2.777·10 ⁻¹³	2.791·10 ⁻¹³	2.805·10 ⁻¹³		

Рисунок 18 – Результат вычисления ёмкости С1

10°. Создайте подпрограммы вычисления емкостей С2 и С3, рисунок 19.

$$C2 := \begin{vmatrix} j \leftarrow 0 \\ \text{for } t \in 15 \cdot 10^{-6}, 14 \cdot 10^{-6} \dots 5 \cdot 10^{-6} \\ \begin{vmatrix} A_{0,j} \leftarrow \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon 0 \cdot a \cdot p}{t} \\ j \leftarrow j + 1 \end{vmatrix} C3 := \begin{vmatrix} j \leftarrow 0 \\ \text{for } t \in 15 \cdot 10^{-6}, 14 \cdot 10^{-6} \dots 5 \cdot 10^{-6} \\ \begin{vmatrix} A_{1,j} \leftarrow \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon 0 \cdot a \cdot p}{t} \\ j \leftarrow j + 1 \end{vmatrix}$$

а) Ёмкость С2

б) Ёмкость СЗ

Рисунок 19 – Подпрограммы определения емкостей С2 и С3

11⁰. Для получения суммарной ёмкости ГС необходимо каждую ёмкость умножить на количество пар входящих в ГС, рисунок 20.

 $\Sigma C := C1 \cdot n1 + C2 \cdot n2 + C3 \cdot n3$

Рисунок 20 – Суммарная ёмкость ГС

12⁰. Для построения графика зависимости изменения ёмкости ГС от их перемещения вдоль оси Y, необходимо создать подпрограмму, которая будет вычислять перемещения гребёнок относительно их начального положения, рисунок 21.

$$Y := \begin{cases} j \leftarrow 0 \\ \text{for } x \in -5 \cdot 10^{-6}, -4 \cdot 10^{-6} \dots 5 \cdot 10^{-6} \\ A_{0,j} \leftarrow x \\ j \leftarrow j + 1 \\ A \end{cases}$$

Рисунок 21 – Перемещения ГС вдоль оси Ү

13⁰. Для создания графика на панели управления Graph выберите график X-Y plot. Нажмите на нём 2 раза ЛКМ. В появившемся окне, на вкладке X-Y Axes, отметьте галочками пункт Grid lines (линии сетки) для X-Axis и Primary Y-Axis, а также выберите цвет линий сетки чёрный. На вкладке Traces для кривая 1 и кривая 2 задайте любые символы. Нажмите кнопку Ok. Для горизонтальной оси поставьте букву Y, для вертикальной оси напишите ∑C. В результате получится график, рисунок 22.



Рисунок 22 – Зависимость изменения ёмкости ГС от перемещения вдоль оси Y на ±5 мкм относительно начального положения

Как видно на рисунке 22, график изменения ёмкости является нелинейным. Эта нелинейность обусловлена емкостями, возникающими между торцами гребёнок.

Задание:

1. Используя значения переменных из таблиц 1, 2, 3, согласно полученным вариантам, постройте 3D модели ГС в программе SolidWorks.

2. Из 3D-моделей определите недостающие параметры для нахождения емкостей.

3. Рассчитайте изменения емкостей ГС и постройте графики.

No	d,	р,	4	b0,	Δb0,	n1
JIĀ	мкм	мкм	l, MKM	мкм	мкм	111
1	3	3	5	50	±4	65
2	4	4	6	60	±5	60
3	5	5	7	70	±6	55
4	6	6	8	80	±4	35
5	7	7	9	90	±5	50
6	3	8	10	100	± 6	45
7	4	9	5	110	± 4	40
8	5	3	6	120	± 5	35
9	6	4	7	50	±6	65
10	7	5	8	60	±4	60
11	3	6	9	70	±5	55
12	4	7	10	80	±6	35
13	5	8	5	90	± 4	50
14	6	9	6	100	± 5	45
15	7	3	7	110	± 6	40
16	3	4	8	120	±4	35
17	4	5	9	50	± 5	65
18	5	6	10	60	± 6	60
19	6	7	5	70	± 4	55
20	7	8	6	80	± 5	35
21	3	9	7	90	± 6	50
22	4	3	8	100	±4	45
23	5	4	9	110	±5	40
24	6	5	10	120	±6	35

Таблица 1 Размеры (по вариантам) ГС тип 5 (рисунок 2)

Для рисунка 2 значение а принять равным 40 мкм; n2, n3 определить из построенной модели в SolidWorks; bш шаг изменения переменной для определения ёмкости в программе MathCad 14 принять равным 0,1 мкм.

No	d1,	d2,	Δd1,2,	р,	+ 141014	b0 ,	nm-nh
JNY	мкм	мкм	мкм	мкм	L, MKM	мкм	IIIII—IID
1	3	8	±2	3	5	50	50
2	4	9	±3	4	6	60	45
3	5	10	±4	5	7	70	40
4	6	11	±2	6	8	80	35
5	7	12	±3	7	9	90	30
6	3	8	±2	8	10	100	25
7	4	9	±3	9	5	110	20
8	5	10	±4	3	6	50	50
9	6	11	±2	4	7	60	45
10	7	12	±3	5	8	70	40
11	3	8	±2	6	9	80	35
12	4	9	±3	7	10	90	30
13	5	10	±4	8	5	100	25
14	6	11	±2	9	6	110	20
15	7	12	±3	3	7	50	50
16	3	8	±2	4	8	60	45
17	4	9	±3	5	9	70	40
18	5	10	±4	6	10	80	35
19	6	11	±2	7	5	90	30
20	7	12	±3	8	6	100	25
21	3	8	±2	9	7	110	20
22	4	9	±3	3	8	50	50
23	5	10	±4	4	9	60	45
24	6	11	±2	5	10	70	40

Таблица 2 Размеры (по вариантам) ГС тип 3 (рисунок 4)

Для рисунка 4 значение а принять равным 40 мкм; значения n3, n4 определить из построенной модели в SolidWorks; bш шаг изменения переменной для определения ёмкости в программе MathCad 14 принять равным 0,1 мкм.

No	Δ9,	d0,	φ0,	Δφ,	d,	t,	р,	n1
JN≌	град	мкм	град	град	мкм	мкм	мкм	11.1
1	±0,5	5	100	±1	7	5	9	10
2	±0,6	6	90	±1,5	6	6	8	13
3	±0,7	7	80	±2	5	7	7	17
4	$\pm 0,8$	8	70	±2,5	4	8	6	20
5	±0,5	5	60	±3	3	9	5	23
6	±0,6	6	50	±1	7	10	4	26
7	±0,7	7	100	±1,5	6	5	9	10
8	±0,8	8	90	±2	5	6	8	13
9	±0,5	5	80	±2,5	4	7	7	17
10	±0,6	6	70	±3	3	8	6	20
11	±0,7	7	60	±1	7	9	5	23
12	±0,8	8	50	±1,5	6	10	4	26
13	±0,5	5	100	±2	5	5	9	10
14	±0,6	6	90	±2,5	4	6	8	13
15	±0,7	7	80	±3	3	7	7	17
16	±0,8	8	70	±1	7	8	6	20
17	±0,5	5	60	±1,5	6	9	5	23
18	±0,6	6	50	±2	5	10	4	26
19	±0,7	7	100	±2,5	4	5	9	10
20	±0,8	8	90	±3	3	6	8	13
21	±0,5	5	80	±1	7	7	7	17
22	±0,6	6	70	±1,5	6	8	6	20
23	±0,7	7	60	±2	5	9	5	23
24	±0,8	8	50	±2,5	4	10	4	26

Таблица 3 Размеры (по вариантам) ГС RR-гироскопа (рисунок 7)

Для рисунка 7 значение b принять равным 40 мкм; r принять равным 50 мкм; значения n2, n3 определить из построенной модели в SolidWorks; bш шаг изменения переменной для определения ёмкости в программе MathCad 14 принять равным 0,05 град.

Содержание отчёта:

1. Цель.

2. 3D-модели ГС.

3. Определённые параметры из SolidWorks.

4. Зависимости изменения емкостей ГС от их перемещения используя формулу определения ёмкости с учётом краевых эффектов.

5. Выводы.