

Интегралы, зависящие от параметров

1. Пользуясь формулой

$$\int_0^{+\infty} e^{-px} dx = \frac{1}{p} \quad (p > 0),$$

вычислить интеграл

$$\int_0^{+\infty} x^4 e^{-px} dx.$$

2. Пользуясь формулой

$$\int_0^1 x^{n-1} dx = \frac{1}{n} \quad (n > 0),$$

вычислить интеграл

$$\int_0^1 x^{n-1} \ln x dx.$$

3. Пользуясь формулой

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + \alpha} = \frac{\pi}{2\sqrt{\alpha}} \quad (\alpha > 0),$$

вычислить интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + \alpha)^{n+1}},$$

где n – натуральное число.

4. Учитывая равенство

$$\frac{e^{-\alpha x} - e^{-\beta x}}{x} = \int_{\alpha}^{\beta} e^{-xy} dy,$$

вычислить интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x} - e^{-\beta x}}{x} dx \quad (\alpha > 0, \beta > 0).$$

Применяя дифференцирование по параметру, вычислить следующие интегралы ($\alpha > 0, \beta > 0$):

5.	$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x} - e^{-\beta x}}{x} dx$	6.	$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x} - e^{-\beta x}}{x} \sin kx dx$
7.	$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x^2} - e^{-\beta x^2}}{x} dx$	8.	$\int_0^{+\infty} e^{-\alpha x} \frac{\sin \beta x}{x} dx$
9.	$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1 - \alpha^2 x^2)}{x^2 \sqrt{1 - x^2}} dx \quad (\alpha < 1)$	10.	$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \alpha x}{x(1 + x^2)} dx$