

Расчетно-графические работы по теоретическим основам электротехники. Часть 2. Методические указания по самостоятельной работе для студентов ЭЛТИ. – Томск: Изд-во ТПУ, 2008. – 76 с.

Утверждаю
Зам.директора ЭЛТИ по
МР
А.Н. Дудкин

“ _____ 200 г.
”

Составители: доц., канд. техн. наук
доц., канд. техн. наук
ст.пр.

Г.В. Носов
В.А. Колчанова
Е.О. Кулешова

Рецензент: профессор,
доктор технических наук

Ю.П. Усов

Расчетно-графические работы по теоретическим основам электротехники Часть 2

Методические указания по самостоятельной работе
для студентов ЭЛТИ

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры теоретической и общей электротехники “ 5 ” октября 2007 г.

Зав. кафедрой
доц., к. т. н.

Г.В.Носов

Одобрено учебно-методической комиссией ЭЛТИ.
Председатель учебно-методической комиссии

В.И. Готман

Требования к оформлению расчетно-графических работ

Расчетно-графические работы представляют собой один из основных видов занятий по курсу “Теоретические основы электротехники”. Его цель закрепление навыков в использовании методов расчета цепей, навыков краткого изложения сущности рассматриваемых явлений в электрических цепях, а также умения краткого анализа полученных результатов.

К представленному на проверку отчету по расчетно-графической работе, выполненному на бумаге формата А4, предъявляются следующие требования:

1. На второй странице (после титульного листа, образец которого прилагается) записывается условие задания, затем схема и табличные данные, соответствующие варианту работы. Записи выполняются на одной стороне листа.
2. Основные этапы решения должны быть достаточно подробно пояснены.
3. Рисунки, графики, схемы должны быть выполнены аккуратно по линейке в удобно читаемом масштабе. Каждая кривая и рисунки должны быть подписаны, страницы пронумерованы.
4. Записывать численные результаты искомых величин нужно, как правило, после округления с четырьмя значащими цифрами. Допускается и с тремя, если первая цифра не 1 или 2. Например, 89,3; 0,01145; 89300.
5. Задание должно быть датировано и подписано студентом.
6. Незачтенное задание должно быть исправлено и сдано на повторную проверку вместе с первоначальным вариантом и замечаниями преподавателя. Если неправильно выполнена не вся работа, а только часть ее, то после переработки исправленный текст нужно написать вблизи первоначального текста, указав, что это исправление ошибок.
7. **Расчетно-графическая работа засчитывается после защиты**, если оно удовлетворяет всем перечисленным требованиям, решение не содержит принципиальных ошибок, а при исправлении выполнены все указания преподавателя.

Дополнительные требования:

1. Все буквенные символы необходимо пояснять словами или обозначать на схемах. Числовому решению должно предшествовать буквенное решение или формула.
2. Не следует менять однажды принятые направления токов, наименования узлов, сопротивлений и т.д. В разных методах одну и ту

же величину следует обозначать одним и тем же символом. Конечные результаты необходимо четко выделять.

3. Масштаб кривых и диаграмм выбирать таким образом, чтобы в одном сантиметре укладывалось целое число единиц физической величины. Градуировку осей выполнять, начиная с нуля, равномерно через один или два сантиметра, указывая численные значения величин слева от вертикальной оси и под горизонтальной осью. Обозначения величин и их единицы измерения указывать обязательно. Для векторных диаграмм оси не градуируются, масштаб указывается в правом верхнем углу, например, $m_u = 10 \text{ В/см}$.

ОБРАЗЕЦ ТИТУЛЬНОГО ЛИСТА

Томский политехнический университет

Расчетно-графическая работа № 4

**Расчет переходных процессов в линейных
электрических цепях**

Вариант № 654

Выполнил:
студент группы 9А52
Иванов А.А.
Проверил преподаватель:
Петров П.П.

Томск 2008

ЗАДАНИЕ № 4

Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях

I. Для заданной схемы при коммутации ключа K_1 в момент времени $t=0$, когда ключ K_2 еще не сработал, выполнить следующее.

1. При постоянном источнике ЭДС $e(t)=E$ или тока $J(t)=J$ определить ток $i(t)$ или напряжение $u_J(t)$:

- а) классическим методом;
- б) операторным методом;
- в) построить график зависимости тока $i(t)$ или напряжения $u_J(t)$.

2. При гармоническом источнике ЭДС $e(t) = \sqrt{2}E \sin(\omega t + \alpha)$ или тока $J(t) = \sqrt{2}J \sin(\omega t + \alpha)$ определить ток $i(t)$ или напряжение $u_J(t)$:

- а) классическим методом;
- б) комбинированным (операторно-классическим) методом;
- в) на интервале времени $0 \leq t \leq 2\pi/\omega$ построить график зависимости тока $i(t)$ или напряжения $u_J(t)$.

3. При импульсном источнике ЭДС $e(t) = Ee^{2pt}$ или тока $J(t) = Je^{2pt}$ и нулевых начальных условиях определить интегралом Дюамеля ток $i(t)$ или напряжение $u_J(t)$, построить их график зависимости (p - корень характеристического уравнения из п.1,а).

II. Для заданной схемы с постоянным источником ЭДС $e(t)=E$ или тока $J(t)=J$ при коммутации ключа K_2 в момент времени $t=0$, когда ключ K_1 давно уже сработал, определить ток $i(t)$ или напряжение $u_J(t)$:

- а) классическим методом;
- б) операторным методом;
- в) методом переменных состояния;
- г) построить график зависимости тока $i(t)$ или напряжения $u_J(t)$.

III. Проанализировать методы расчета, результаты вычислений, графики зависимостей и сформулировать выводы по работе.

Примечание: объем задания уточняет лектор;

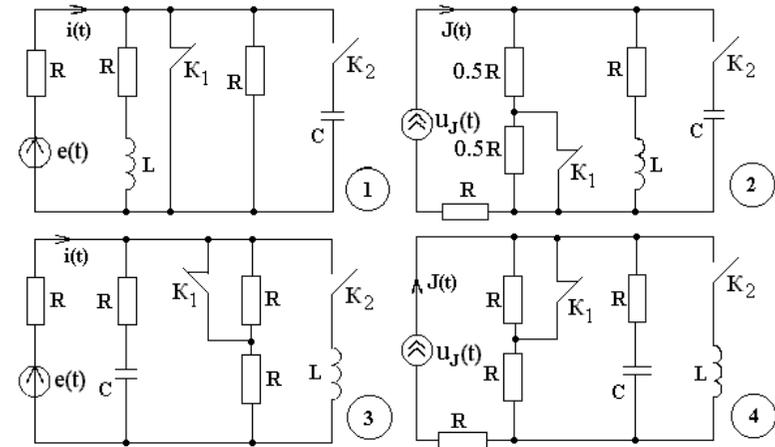
- 1-ая цифра номера задания – номер строки в таблице 1;
- 2-ая цифра номера задания – номер строки в таблице 2;
- 3-ья цифра номера задания – номер схемы.

Таблица 1

№	E	J	α
-	В	А	град
1	300	5.5	90
2	280	5	60
3	260	4.5	45
4	240	4	30
5	220	3.5	0
6	200	3	-30
7	175	2.5	-45
8	150	2	-60
9	125	1.5	-90
0	100	1	-120

Таблица 2

№	ω	R	L	C
-	1/с	Ом	Гн	мкФ
1	100	100	2	200
2	150	90	1.2	150
3	200	80	0.8	125
4	250	75	0.6	107
5	300	60	0.4	111
6	400	50	0.25	100
7	500	40	0.16	100
8	600	30	0.1	111
9	800	24	0.06	104
0	1000	10	0.02	200



ЗАДАНИЕ № 5

Расчет установившегося режима в нелинейных электрических цепях

Для заданной схемы с источником гармонической ЭДС $e(t) = \sqrt{2}E \sin(314t + \alpha)$ или тока $J(t) = \sqrt{2}J \sin(314t + \alpha)$ и нелинейным индуктивным элементом (НИЭ), изготовленным в виде последовательно соединенных катушек на общем ферромагнитном сердечнике, без учета рассеяния магнитных потоков и потерь энергии в сердечнике и катушках при заданной основной кривой намагничивания ферромагнитного материала сердечника

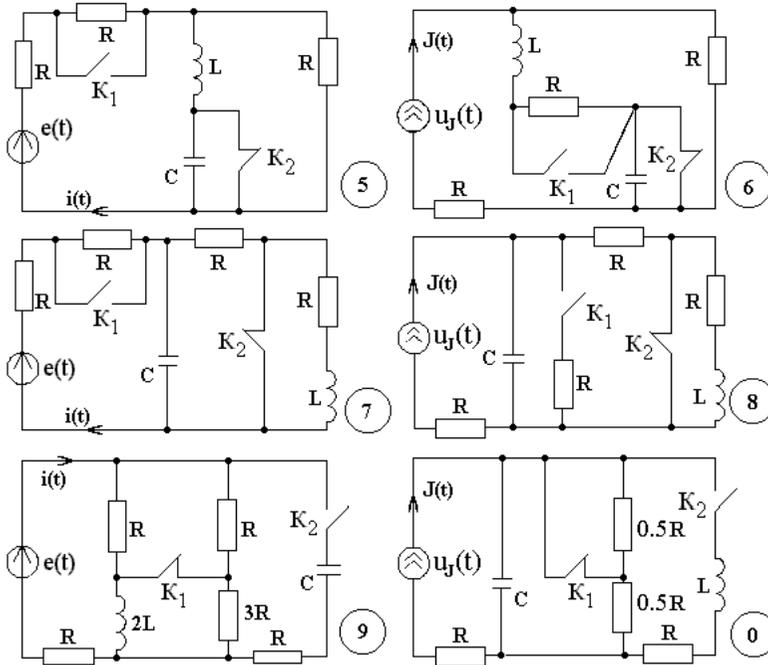
B, Тл	0	0,6	1	1,2	1,6	2	2,2	2,3	2,5
H, А/м	0	250	500	1000	2000	6000	12000	30000	200000

выполнить следующее.

- Относительно зажимов а и б НИЭ определить комплексное сопротивление эквивалентного генератора $\underline{z}_Г = z_Г e^{j\varphi_Г}$, а также комплексы действующих значений ЭДС $\underline{U}_{ХХ} = \underline{E}_Г = E_Г e^{j\alpha_Г}$ и тока $\underline{I}_{КЗ} = \underline{J}_Г = J_Г e^{j\beta_Г}$ этого генератора.
- Для двух мгновенных значений тока i_L НИЭ, равных $\sqrt{2}J_Г/2$ и $\sqrt{2}J_Г$, из расчета магнитной цепи определить величины потокоцепления

$$\psi = w_1\Phi_1 + w_2\Phi_2 + w_3\Phi_3, \text{ Вб.}$$

- По результатам п.2 построить веберамперную характеристику $\psi(i_L)$ НИЭ, которую заменить зависимостью $i_L(\psi) = k_1\psi + k_3\psi^3$ и рассчитать коэффициенты k_1 и k_3 .
- При приближенной гармонической зависимости для напряжения НИЭ $u_L(t) = \sqrt{2}U_L \cos(314t + \beta)$ для его четырех действующих значений U_L ($0 < U_L < E_Г$) по зависимости $i_L(\psi)$ п.3 рассчитать соответствующие действующие значения гармоник тока НИЭ I_1 и I_3 , его действующее значение I_L и коэффициент гармоник $k_Г$, причем брать такие U_L , чтобы $0 < I_L < J_Г$.
- По результатам п.4 построить вольтамперную характеристику для действующих значений НИЭ $U_L(I_L)$, на основании которой при



$\varphi_L(I_L)=90^\circ$ для одноконтурной схемы с $\underline{E}_Г$, $\underline{z}_Г$ и НИЭ найти комплексы действующих значений эквивалентных синусоид \underline{U}_L и \underline{I}_L напряжения и тока НИЭ, построить векторную диаграмму.

6. По току \underline{I}_L из п.5 и $\underline{E}_Г$ определить потребляемую активную мощность P , а по напряжению \underline{U}_L из п.5 и зависимости $i_L(\Psi)$ из п.3 для тока НИЭ

$$i_L(t) = \sqrt{2}I_1 \sin(314t + \beta) + \sqrt{2}I_3 \sin(942t + 3\beta)$$

определить I_1 , I_3 и β , а также уточнить его действующее значение I_L и коэффициент гармоник $k_Г$.

7. Проанализировать полученные результаты и сформулировать выводы по работе.

Примечание:

1-ая цифра номера задания – номер строки в таблице 1;

2-ая цифра номера задания – номер строки в таблице 2;

3-ья цифра номера задания – номер схемы.

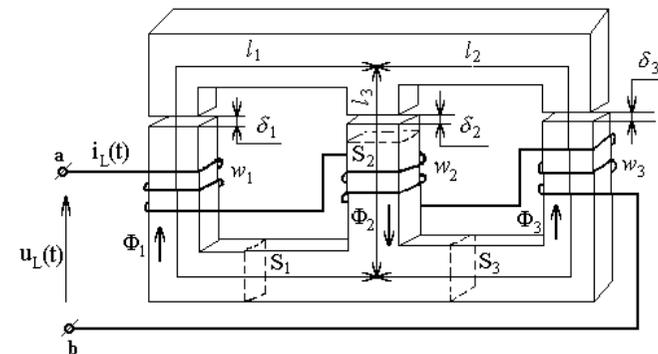
Таблица 1

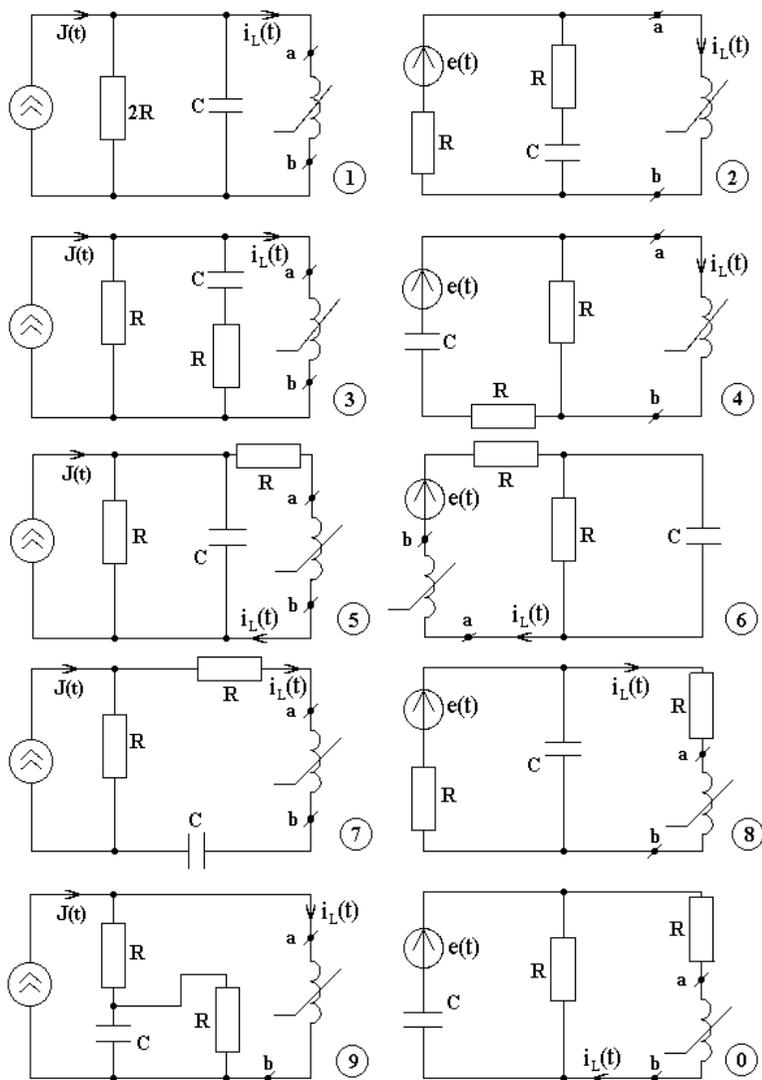
№	E	J	α	R	C
-	В	А	град	Ом	мкФ
1	100	1	-30	10	318.47
2	110	1.1	-45	11	289.52
3	120	1.2	-60	12	265.39
4	130	1.3	-90	13	244.98
5	140	1.4	120	14	227.48
6	150	1.5	90	15	212.31
7	160	1.6	45	16	199.04
8	170	1.7	60	17	187.34
9	180	1.8	30	18	176.93
0	190	1.9	0	19	167.62

Таблица 2

№	w_1	w_2	w_3	S_1	S_2	S_3	l_1	l_2	l_3	δ_1	δ_2	δ_3
-	ВИТ	ВИТ	ВИТ	см ²	см ²	см ²	см	см	см	мм	мм	мм
1	1000	500	0	2	1	1	20	10	20	1	0	0
2	1000	0	1000	2	1	1	20	10	20	1	0	0
3	0	1000	500	2	1	1	20	10	20	1	0	0
4	500	1000	0	1	2	1	30	15	30	0	1	0
5	1000	0	1000	1	2	1	30	15	30	0	1	0
6	0	500	1000	1	2	1	30	15	30	0	1	0
7	1000	500	0	1	1	2	30	10	30	0	0	1
8	0	500	1000	1	1	2	30	10	30	0	0	1
9	1000	0	1000	1	1	2	30	10	30	0	0	1
0	500	0	500	1	2	1	45	15	45	0	1	0

Нелинейный индуктивный элемент (НИЭ)





ЗАДАНИЕ № 6

Расчет длинных линий в установившемся и переходном режиме

Для одной фазы линии электропередачи длиной $l=1500$ км и удельными параметрами из табл.2 выполнить следующее.

1. В установившемся режиме при заданном фазном напряжении в конце линии

$$u_2(t) = \sqrt{2}U_2 \sin(314t + \Psi_{U_2})$$

а) определить волновое сопротивление Z_B , постоянную $\gamma = \alpha + j\beta$, фазовую скорость V , длину волны λ , комплексы действующих значений токов I_1 и I_2 , напряжения $\underline{U}_1 = U_1 e^{j\Psi_{U_1}}$, а также активные мощности в начале линии P_1 и конце линии P_2 , эффективность передачи энергии по линии (К.П.Д.) $\eta = P_2/P_1$;

б) изменяя координату x от 0 до l рассчитать распределение вдоль линии действующих значений напряжения $U(x)$ и тока $I(x)$, а также активной мощности $P(x)$;

в) по результатам расчетов построить совмещенные графики зависимостей для действующих значений $U(x)$ и $I(x)$, а также активной мощности $P(x)$.

2. В переходном режиме при подключении линии без потерь ($R_0 \approx 0$; $G_0 \approx 0$) к источнику постоянного напряжения $U_0 = \sqrt{2}U_1 |\sin \Psi_{U_1}|$ рассчитать и построить совмещенные графики зависимостей распределения вдоль линии волн тока $i(x, t_0)$ и напряжения $u(x, t_0)$, соответствующих моменту времени $t_0 = \frac{3l}{2V}$ после подключения источника, когда отраженные от конца линии волны напряжения и тока достигли середины линии.

3. Проанализировать полученные результаты, графики зависимостей и сформулировать выводы по работе.

Примечание:

1-ая цифра номера задания – номер строки в таблице 1;

2-ая цифра номера задания – номер строки в таблице 2;

3-ья цифра номера задания – номер схемы нагрузки линии.

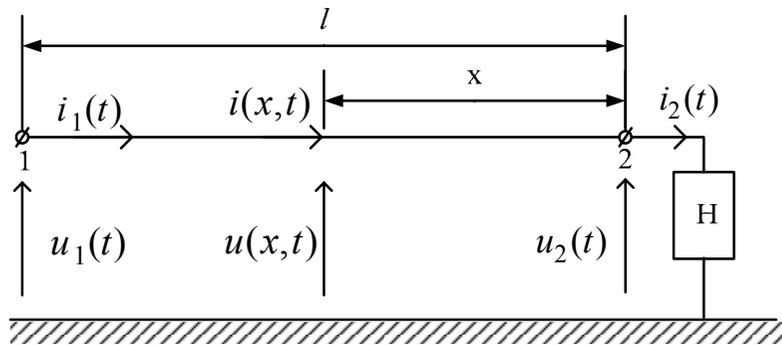


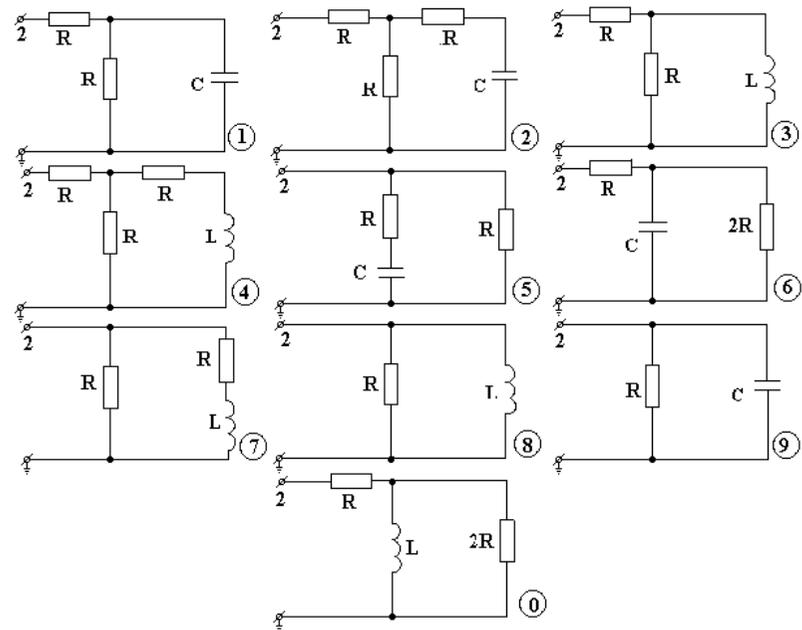
Таблица 1

№	U_2	ψ_{U_2}	R	L	C
-	кВ	град	Ом	Гн	мкФ
1	500	90	1000	3.18	3.18
2	450	60	900	2.86	3.53
3	400	45	800	2.54	3.98
4	350	30	700	2.22	4.54
5	300	0	600	1.91	5.30
6	250	-30	500	1.59	6.36
7	200	-45	400	1.27	7.96
8	150	-60	300	0.95	10.61
9	100	-90	200	0.63	15.92
0	50	-120	100	0.32	31.84

Таблица 2

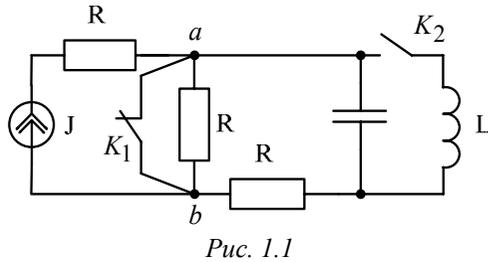
№	R_0	L_0	G_0	C_0
-	Ом/км	Гн/км	См/км	Ф/км
1	0.01	$1 \cdot 10^{-3}$	$1.5 \cdot 10^{-6}$	$1.11 \cdot 10^{-8}$
2	0.02	$1.1 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-6}$	$1.01 \cdot 10^{-8}$
3	0.04	$1.2 \cdot 10^{-3}$	$1.1 \cdot 10^{-6}$	$0.93 \cdot 10^{-8}$
4	0.05	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-6}$	$0.86 \cdot 10^{-8}$
5	0.06	$1.4 \cdot 10^{-3}$	$0.8 \cdot 10^{-6}$	$0.8 \cdot 10^{-8}$
6	0.07	$1.5 \cdot 10^{-3}$	$0.6 \cdot 10^{-6}$	$0.74 \cdot 10^{-8}$
7	0.08	$1.6 \cdot 10^{-3}$	$0.5 \cdot 10^{-6}$	$0.7 \cdot 10^{-8}$
8	0.09	$1.7 \cdot 10^{-3}$	$0.3 \cdot 10^{-6}$	$0.66 \cdot 10^{-8}$
9	0.1	$1.8 \cdot 10^{-3}$	$0.1 \cdot 10^{-6}$	$0.62 \cdot 10^{-8}$
0	0.11	$1.9 \cdot 10^{-3}$	$0.05 \cdot 10^{-6}$	$0.59 \cdot 10^{-8}$

Схема нагрузки линии к заданию 6



Пример 1. Методические указания к заданию №4 «Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях»

Дано:
 $J = 2 \text{ A}$;
 $R = 100 \text{ Ом}$;
 $C = 100 \text{ мкФ}$;
 $L = 1 \text{ Гн}$.
 $\alpha = 90^\circ$; $\omega = 100 \text{ 1/c}$.
 Определить $u_J(t) = ?$



1. При постоянном источнике тока $J(t) = J$ после срабатывания ключа K_1 , когда ключ K_2 ещё не сработал, определяем напряжение $u_J(t)$.

1.1. Используем упрощённый классический метод, когда дифференциальное уравнение для искомой функции $u_J(t)$ не составляется.

1.1.1. Определяем независимые начальные условия (ННУ) при $t = 0^-$: $u_C(0^-) = ?$ (схема до коммутации установившийся режим, постоянный источник, C – разрыв, L – заморотка).

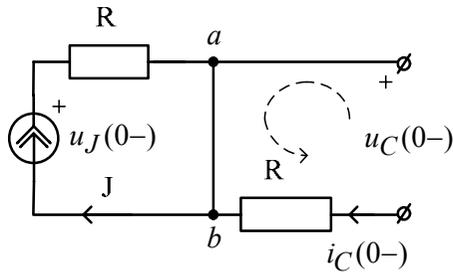


Рис. 1.2

Т.к. $i_C(0^-) = 0$,

то по 2 закону Кирхгофа (Рис. 1.2): $-u_C(0^-) - R \cdot i_C(0^-) = 0$,
 $\Rightarrow u_C(0^-) = 0$.

Для построения графика $u_J(t)$ определим $u_J(0^-) = RJ = 200 \text{ В}$.

1.1.2. Определяем ЗНУ при $t = 0^+$: $u_J(0^+) = ?$ (схема после коммутации ключа K_1). Используем метод узловых потенциалов.

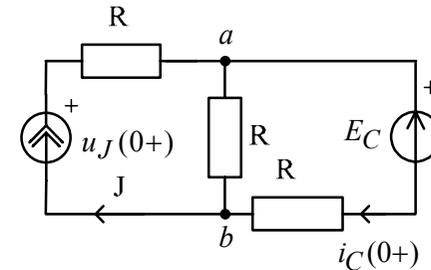


Рис. 1.3

Имеем $E_C = u_C(0^-) = u_C(0^+) - 2$ закон коммутации.

Используя метод узловых потенциалов:

$$\varphi_b = 0, \quad \varphi_a \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) = J + \frac{E_C}{R};$$

тогда $\varphi_a = 100 \text{ В}$ и $u_J(0^+) = J \cdot R + \varphi_a = 300 \text{ В}$.

1.1.3. Определяем принуждённую составляющую при $t = \infty$: $u_{Jnp}(t) = ?$ (Схема после коммутации ключа K_1 , установившейся режим, постоянный источник, C – разрыв, L – заморотка).

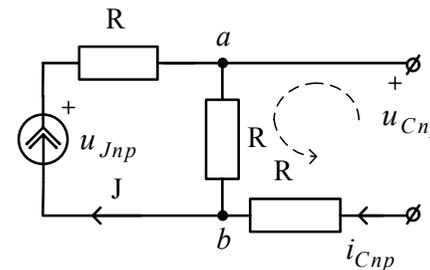


Рис. 1.4

$$u_{Jnp} = J \cdot 2R = 400 \text{ В},$$

$$\text{причём } u_{Cnp} = JR = 200 \text{ В}.$$

1.1.4. Определяем корень характеристического уравнения: $p = ?$. Используем метод сопротивления цепи после коммутации ($C \rightarrow \frac{1}{Cp}$; $L \rightarrow Lp$), причём $R_J = \infty$, а $R_E = 0$.

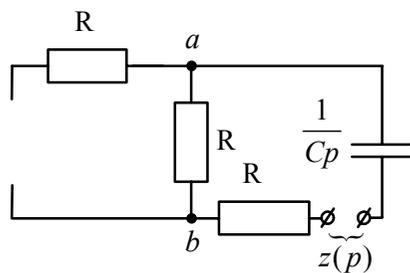


Рис. 1.5

$$z(p) = R + R + \frac{1}{Cp} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{1}{2RC} = -50 \text{ 1/c.}$$

1.1.5. Определяем постоянную интегрирования: $B = ?$

$$B = u_J(0+) - u_{Jnp} = 300 - 400 = -100 \text{ В.}$$

1.1.6. Окончательный результат.

$$u_J(t) = u_{Jnp} + Be^{pt} = 400 - 100e^{-50t} \text{ В.}$$

Где $\tau = \frac{1}{|p|} = \frac{1}{|-50|} = 0.02 \text{ с}$ – постоянная времени.

Рассчитываем третью строку таблицы для построения графика:

t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ
$\frac{t}{\tau}$	1	0,368	0,135	0,05	0,018	0,007
$u_J(t), \text{ В}$	300	363	386	395	398	399

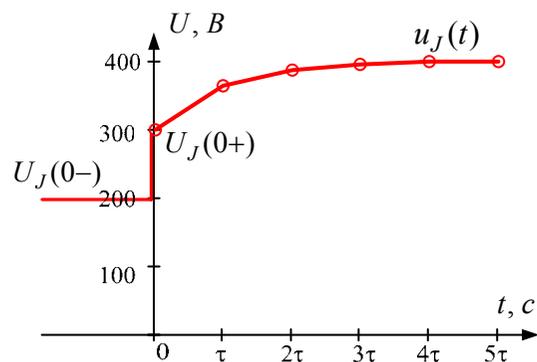


Рис. 1.6

1.2. Используем операторный метод.

1.2.1. Находим независимые начальные условия (п. 1.1.1):

$$u_C(0-) = u_C(0) = 0.$$

1.2.2. В операторной схеме после коммутации используем метод контурных токов:

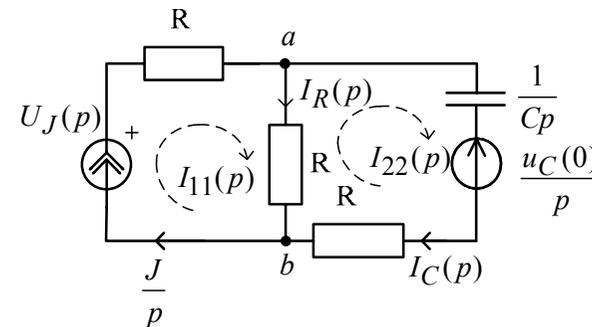


Рис. 1.7

$$I_{11}(p) = \frac{J}{p};$$

$$I_{22}(p) \left(2R + \frac{1}{Cp} \right) - I_{11}(p)R = -\frac{u_C(0)}{p};$$

$$I_{22}(p) = \frac{I_{11}(p)R - \frac{u_C(0)}{p}}{2R + \frac{1}{Cp}} = \frac{JRC - u_C(0)C}{1 + 2RCp};$$

$$I_R(p) = I_{11}(p) - I_{22}(p) =$$

$$= \frac{J}{p} - \frac{JRC - u_C(0)C}{1 + 2RCp} = \frac{J + J2RCp - JRCp + u_C(0)Cp}{p(1 + 2RCp)} =$$

$$= \frac{J + JRCp + u_C(0)Cp}{p(1 + 2RCp)};$$

По 2 закону Кирхгофа в операторной форме определяем операторное изображение искомого напряжения

$$\begin{aligned}
 U_J(p) &= \frac{J}{p}R + I_R(p)R = \frac{JR}{p} + \frac{JR + JR^2Cp + u_C(0)RCp}{p(1+2RCp)} = \\
 &= \frac{JR + 2JR^2Cp + JR + JR^2Cp + u_C(0)RCp}{p(1+2RCp)} = \frac{2JR + 3JR^2Cp + u_C(0)RCp}{p(1+2RCp)} = \\
 &= \frac{400 + 6p}{p(1+0.02p)} = \frac{D(p)}{B(p)}.
 \end{aligned}$$

1.2.3. По теореме разложения находим $u_J(t)$:

$$\begin{aligned}
 B(p) &= p(1+0.02p) = 0; \quad \Rightarrow p_1 = 0; \quad p_2 = -50 \frac{1}{c}; \\
 B'(p) &= 1 + 0,04p; \\
 u_J(t) &= \sum_{k=1}^2 \frac{D_k(p_k)}{B'_k(p_k)} e^{p_k t} = \frac{400 + 6 \cdot 0}{1 + 0,04 \cdot 0} e^{0 \cdot t} + \frac{400 + 6 \cdot (-50)}{1 + 0,04 \cdot (-50)} e^{-50t} = \\
 &= 400 - 100e^{-50t} \text{ (В)}
 \end{aligned}$$

– результат совпал с классическим методом.

2. При гармоническом источнике тока $J(t) = \sqrt{2}J \sin(\omega t + \alpha) = \sqrt{2}2 \sin(100t + 90)$, А после срабатывания ключа K_1 определим напряжение $u_J(t)$.

2.1. Используем упрощённый классический метод, когда дифференциальное уравнение для искомой функции $u_J(t)$ не составляется.

2.1.1. Определяем независимые начальные условия (ННУ) при $t = 0-$: $u_C(0-) = ?$ (схема до коммутации установившийся режим, гармонический источник, символический метод).

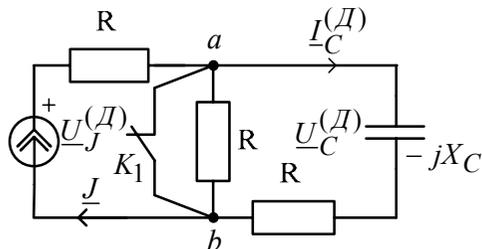


Рис. 1.8

$$\begin{aligned}
 \underline{J} &= J e^{j\alpha} = 2e^{j90^\circ} \text{ А,} \\
 X_C &= \frac{1}{\omega C} = 100 \text{ Ом.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_C^{(D)} &= J \frac{0}{0 + R - jX_C} = 0; \\
 \underline{U}_C^{(D)} &= (-jX_C) \underline{I}_C^{(D)} = U_C^{(D)} e^{j\beta} = 0; \\
 u_C^{(D)}(t) &= \sqrt{2} U_C^{(D)} \sin(\omega t + \beta) = 0.
 \end{aligned}$$

Для построения графика $u_J(t)$ определим $u_J(0-)$:

$$\begin{aligned}
 \underline{U}_J^{(D)} &= \underline{JZ}_J^{(D)} = \underline{J}R = 200e^{j90^\circ} \text{ В;} \\
 u_J^{(D)}(t) &= \sqrt{2} \cdot 200 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ В;} \\
 u_J(0-) &= \sqrt{2} \cdot 200 \sin(\omega \cdot 0 + 90^\circ) = 282 \text{ В.}
 \end{aligned}$$

2.1.2. Определяем ЗНУ при $t = 0+$: $u_J(0+) = ?$ (схема после коммутации ключа K_1).

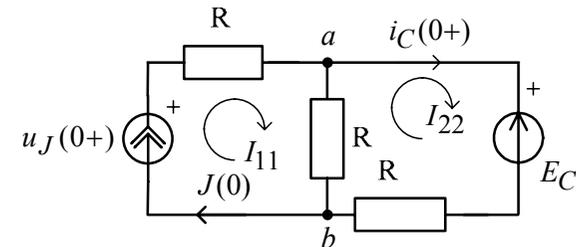


Рис. 1.9

$$\begin{aligned}
 E_C &= u_C(0-) = u_C(0+) = 0; \\
 J(0) &= \sqrt{2}J \sin(\omega 0 + \alpha) = \sqrt{2}2 \sin(90^\circ) = 2,82 \text{ А.}
 \end{aligned}$$

Используем метод контурных токов.

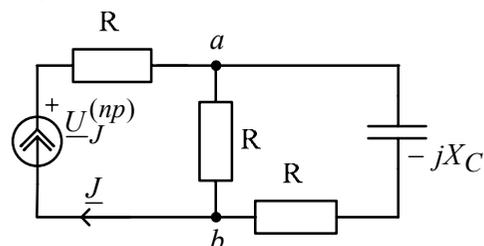
$$\begin{aligned}
 I_{11} &= J(0) = 2,82 \text{ А;} \\
 I_{22} 2R - I_{11}R &= -E_C; \\
 I_{22} &= \frac{I_{11}R - E_C}{2R} = \frac{282 - 0}{200} = 1,41 \text{ А;}
 \end{aligned}$$

$$i_C(0+) = I_{22} = 1,41 \text{ А.}$$

По второму закону Кирхгофа для внешнего контура

$$\begin{aligned}
 u_J(0+) - E_C &= J(0)R + i_C(0+)R; \\
 \Rightarrow u_J(0+) &= E_C + J(0)R + i_C(0+)R = 0 + 282 + 141 = 423 \text{ В.}
 \end{aligned}$$

2.1.3. Определяем принуждённую составляющую при $t = \infty$: $u_{Jnp}(t) = ?$ (Схема после коммутации ключа K_1 , установившейся режим, гармонический источник, символический метод).



$$\underline{J} = J e^{j\alpha} = 2 e^{j90^\circ} \text{ А,}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 100 \text{ Ом.}$$

Рис. 1.10

По закону Ома

$$\underline{U}_J^{(np)} = \underline{J} \cdot \underline{Z}_3^{(n)} = \underline{J} \left[R + \frac{R(R - jX_C)}{2R - jX_C} \right] =$$

$$= 2 e^{j90^\circ} \left[100 + \frac{100(100 - j100)}{200 - j100} \right] = 2 e^{j90^\circ} \cdot 161,245 e^{-j7^\circ} = 322,5 e^{j83^\circ} \text{ В.}$$

Тогда $u_{Jnp}(t) = \sqrt{2} 322,45 \sin(100t + 83^\circ) \text{ В;}$

$$u_{Jnp}(0) = \sqrt{2} 322,45 \sin(100 \cdot 0 + 83^\circ) = 452,67 \text{ В.}$$

2.1.4. Определяем корень характеристического уравнения: $p = ?$.
Используем метод сопротивления цепи после коммутации. Аналогично п. 1.1.4 получаем $p = -50 \frac{1}{\text{с}}$.

2.1.5. Определяем постоянную интегрирования: $B = ?$.

$$B = u_J(0+) - u_{Jnp}(0) = 423 - 452,67 = -29,67 \text{ В.}$$

2.1.6. Окончательный результат.

$$u_J(t) = u_{Jnp}(t) + B e^{pt} = \sqrt{2} \cdot 322,5 \sin(100t + 83^\circ) - 29,67 e^{-50t} \text{ В.}$$

Причем $\tau = \frac{1}{|p|} = \frac{1}{|-50|} = 0,02 \text{ с}$ – постоянная времени;

$t_n = 5\tau = 5 \cdot 0,02 = 0,1 \text{ с}$ – время окончания переходного процесса;

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 6,28 \text{ с} \text{ – период принужденной составляющей.}$$

Заполняем таблицу для построения графика:

t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ
$\frac{t}{e^{-\frac{t}{\tau}}}$	1	0,368	0,135	0,05	0,018	0,007
$-29,67 e^{-\frac{t}{\tau}}$	-29,67	-10,915	-4,015	-1,477	-0,543	-0,2
$u_{Jnp}(t), \text{ В}$	452,67	-131,838	-337,949	419,11	-10,874	-410,06
$u_J(t), \text{ В}$	423	-148,753	-341,964	417,63	-11,417	-410,26

Строим график, для построения можно использовать Mathcad.

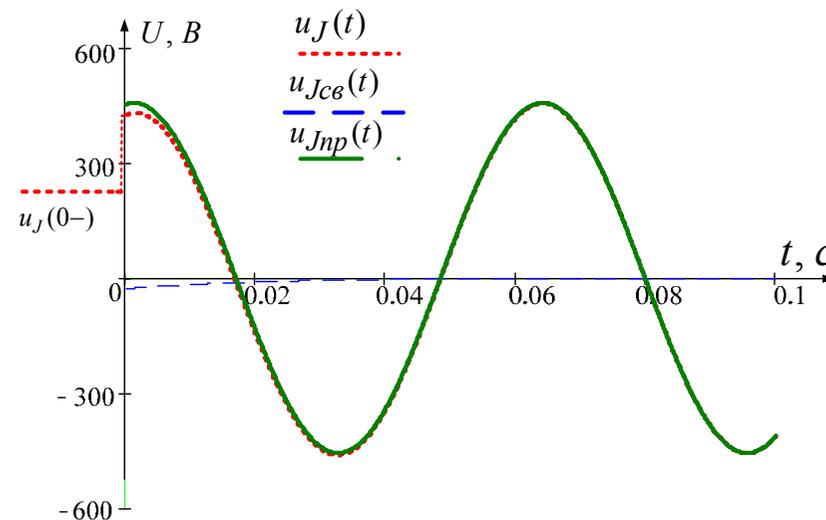


Рис. 1.11

2.2. Используем комбинированный операторно-классический метод для определения $u_J(t)$.

2.2.1. Находим независимые начальные условия (п. 2.1.1):

$$u_C(0-) = u_C(0) = 0.$$

2.2.2. Определяем принуждённые составляющие при $t = \infty$: $u_{Jnp}(t) = ?$, $u_{Cnp}(t) = ?$. Схема после коммутации ключа K_1 , установившейся режим, гармонический источник, символический метод.

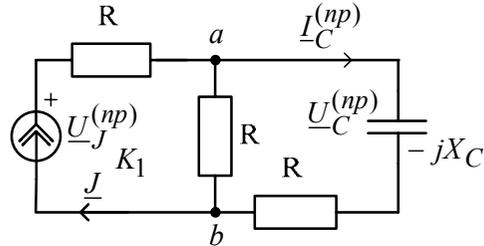


Рис. 1.12

$$\underline{U}_J^{(np)} = \underline{J} \cdot \underline{Z}_3^{(n)} = \underline{J} \left[R + \frac{R(R - jX_C)}{2R - jX_C} \right] =$$

$$= 2e^{j90^\circ} \left[100 + \frac{100(100 - j100)}{200 - j100} \right] = 2e^{j90^\circ} \cdot 161,245e^{-j7^\circ} = 322,5e^{j83^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{I}_C^{(np)} = \underline{J} \frac{R}{2R - jX_C} = 2e^{j90^\circ} \left[\frac{100}{200 - j100} \right] = 2e^{j90^\circ} 1,41e^{j38^\circ} =$$

$$= 0,894e^{j116,6^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{U}_C^{(np)} = \underline{I}_C^{(np)} (-jX_C) = 0,894e^{j116,6^\circ} (-j100) = 89,4e^{j26,6^\circ} \text{ В}.$$

В результате

$$u_{Jnp}(t) = \sqrt{2} \cdot 322,45 \sin(100t + 83^\circ) \text{ В};$$

$$u_{Cnp}(0) = \sqrt{2} \cdot 89,4 \sin(100t + 26,6^\circ) \text{ В};$$

$$u_{Cnp}(0) = \sqrt{2} \cdot 89,4 \sin(26,6^\circ) = 56,61 \text{ В}.$$

2.2.3. Определяем начальное значение свободной составляющей напряжения на ёмкости

$$u_{Cсв}(0) = u_C(0) - u_{Cnp}(0) = 0 - 56,61 = -56,61 \text{ В}.$$

2.2.4. Рассчитываем операторную схему замещения для свободных составляющих.

$$\underline{J} = Je^{j\alpha} = 2e^{j90^\circ} \text{ А},$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 100 \text{ Ом},$$

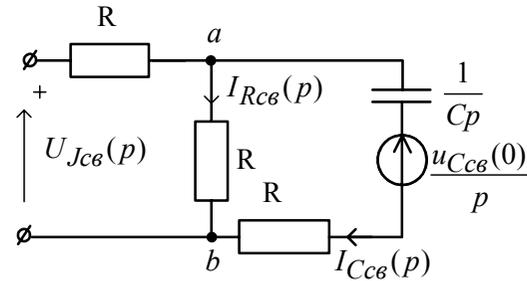


Рис. 1.13

$$I_{Rcсв}(p) = \frac{u_{Cсв}(0)}{p \left(2R + \frac{1}{Cp} \right)} = \frac{u_{Cсв}(0)C}{1 + 2RCp};$$

$$U_{Jcсв}(p) = RI_{Rcсв}(p) = \frac{u_{Cсв}(0)RC}{1 + 2RCp} = -\frac{0,566}{1 + 0,02p} = \frac{D(p)}{B(p)}.$$

2.2.5. По теореме разложения и принципу наложения получаем окончательный результат

$$u_J(t) = u_{Jnp}(t) + u_{Jcсв}(t) = \sqrt{2} \cdot 322,45 \sin(100t + 83^\circ) + \sum_{\kappa=1}^2 \frac{D_\kappa(p_\kappa)}{B'_\kappa(p_\kappa)} e^{p_\kappa t} =$$

$$= \sqrt{2} \cdot 322,45 \sin(100t + 83^\circ) - 28,305e^{-50t} \text{ В},$$

– результат практически совпал с классическим методом.

3. При импульсном источнике тока $J(t) = Je^{2pt} = 2e^{-100t}$, А (p – корень характеристического уравнения) и нулевых начальных условиях (ключ K_1 сработал) определяем интегралом Дюамеля напряжение $u_J(t)$.

3.1. Находим переходную характеристику $h(t)$ для $u_J(t)$ операторным методом при $u_C(0) = u_C(0-) = 0$.

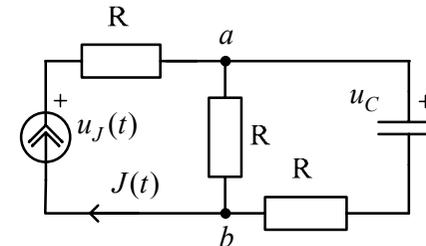


Рис. 1.14

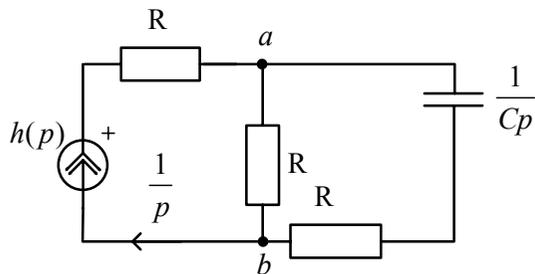


Рис. 1.15

$$= \frac{1}{p} \left[R + \frac{R(1+RCp)}{1+2RCp} \right] = \frac{R}{p} + \frac{R+R^2Cp}{p(1+2RCp)} = \frac{R}{p} + \frac{D(p)}{B(p)}$$

По теореме разложения находим $h(t)$:

$$B(p) = p(1+2RCp) = 0; \Rightarrow p_1 = 0; p_2 = -\frac{1}{2RC} = -50 \frac{1}{c};$$

$$B'(p) = 1 + 4RCp;$$

$$h(t) = R + \sum_{\kappa=1}^2 \frac{D_{\kappa}(p_{\kappa})}{B'_{\kappa}(p_{\kappa})} e^{p_{\kappa}t} = R + R + \frac{R+R^2C \cdot (-\frac{1}{2RC})}{1+4RC \cdot (-\frac{1}{2RC})} e^{-\frac{t}{2RC}} =$$

$$= 2R + \frac{0.5R}{-1} e^{-\frac{t}{2RC}} = 2R - 0.5R e^{-\frac{t}{2RC}} = 200 - 50e^{-50t} \text{ (Ом)}$$

– переходное сопротивление.

Проверка:

а) $t = 0, h(0) = 2R - 0.5R = \frac{3R}{2} = R_3(0)$ – верно, т.к. $u_C(0^-) = 0$, и

C – коротка;

б) $t = \infty, h(\infty) = 2R = R_3(\infty)$ – верно, т.к. C – разрыв.

3.2. Рассчитаем интегралом Дюамеля $u_J(t)$:

$$u_J(t) = J(0)h(t) + \int_0^t J'(\tau)h(t-\tau)d\tau,$$

где

$$J(0) = 2 \text{ A},$$

$$J'(\tau) = -200e^{-100\tau} \text{ A/c},$$

По закону Ома в операторной форме

$$h(p) = \frac{1}{p} \left[R + \frac{R \left(R + \frac{1}{Cp} \right)}{2R + \frac{1}{Cp}} \right] =$$

$$h(t-\tau) = 200 - 50e^{-(50t-\tau)} = 200 - 50e^{-50t} e^{50\tau} \text{ Ом.}$$

Тогда

$$u_J(t) = 400 - 100e^{-50t} + \int_0^t [-200e^{-100\tau}] [200 - 50e^{-50t} e^{50\tau}] d\tau =$$

$$= 400 - 100e^{-50t} - 40000 \int_0^t e^{-100\tau} d\tau + 10000e^{-50t} \int_0^t e^{-50\tau} d\tau =$$

$$= 400 - 100e^{-50t} + 400e^{-100t} \Big|_0^t - 200e^{-50t} e^{-50\tau} \Big|_0^t =$$

$$= 400 - 100e^{-50t} + 400e^{-100t} - 400 - 200e^{-50t} (e^{-50t} - 1) =$$

$$= 400e^{-100t} - 100e^{-50t} - 200e^{-100t} + 200e^{-50t} = 200e^{-100t} + 100e^{-50t}, \text{ В.}$$

Проверка:

а) $t = 0, u_J(0) = 300 \text{ В}$ – верно, т.к.

$$u_J(0) = J(0) \cdot R_3(0) = 2 \cdot \frac{3R}{2} = 300 \text{ В.}$$

б) $t = \infty, u_J(\infty) = 0$, – верно, т.к.

$$u_J(\infty) = J(\infty)R_3(\infty) = 0 \cdot 2R = 0.$$

3.3. Строим график $u_J(t) = 200e^{-100t} + 100e^{-50t} \text{ В,}$

$$t = 0, 0.01 \dots \frac{5}{|p|} \text{ с.}$$

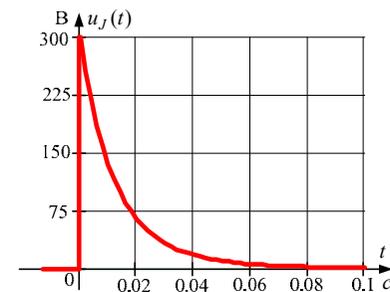


Рис. 1.16

Ниже приводится расчет рассматриваемого примера цепи первого порядка, когда ключ K_2 еще не сработал (документ *Mathcad*).

Исходные данные:

$$J := 2 \quad R := 100 \quad c := 100 \cdot 10^{-6}$$

1.1. Классический метод, постоянный источник

1.1.1. Определяем независимые начальные условия

$$U_{c0} := 0$$

1.1.2. Определяем зависимые начальные условия

$$fb := fb \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) - J + \frac{U_{c0}}{R} \text{ solve, fb} \rightarrow 100$$

$$U_{J0} := J \cdot (R) + fb \quad U_{J0} = 300$$

1.1.3. Определяем принуждённую составляющую

$$U_{Jпр} := J \cdot (2R) \quad U_{Jпр} = 400$$

1.1.4. Определяем корень характеристического уравнения

$$p := \frac{1}{c \cdot p} + 2 \cdot R \text{ solve, p} \rightarrow -50 \quad p = -50$$

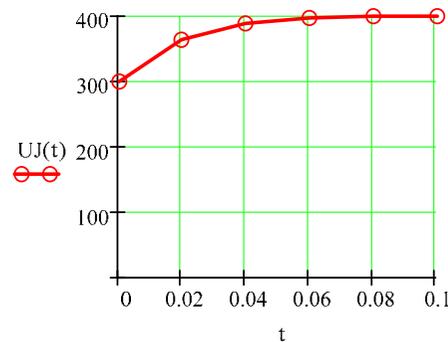
1.1.5. Определяем постоянную интегрирования

$$B := U_{J0} - U_{Jпр} \quad B = -100$$

1.1.6. Окончательный результат

$$UJ(t) := U_{Jпр} + B \cdot e^{p \cdot t} \quad UJ(t) \rightarrow 400 - 100 \cdot \exp(-50 \cdot t)$$

1.1.7. График искомой функции $\tau := \frac{1}{|p|} \quad \tau = 0.02 \quad t := 0, \tau.. 5 \cdot \tau$



1.2. Операторный метод, постоянный источник

1.2.1. Определяем независимые начальные условия

$$U_{c0} := 0$$

1.2.2. Определяем изображение искомой функции

$$I2X(p) := I2X(p) \cdot \left(2 \cdot R + \frac{1}{c \cdot p} \right) - \frac{J}{p} \cdot R + \frac{U_{c0}}{p} \text{ solve, I2X(p)} \rightarrow \frac{1}{p + 50}$$

$$UJ(p) := \frac{J}{p} \cdot R + \left(\frac{J}{p} - I2X(p) \right) \cdot R \text{ simplify} \rightarrow 100 \cdot \frac{3 \cdot p + 200}{p \cdot (p + 50)}$$

1.2.3. Определяем оригинал искомой функции

$$Uj(t) := UJ(p) \text{ invlaplace, p} \rightarrow 400 - 100 \cdot \exp(-50 \cdot t)$$

$$Uj(t) \rightarrow 400 - 100 \cdot \exp(-50 \cdot t)$$

3. Интеграл Дюамеля, экспоненциальный источник

$$J(t) := 2e^{-100t}$$

3.1. Переходная характеристика

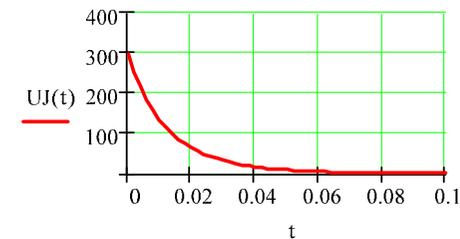
$$h(t) := 2 \cdot R - 0.5 \cdot R \cdot e^{-50t}$$

3.2. Искомая функция напряжения на источнике тока

$$UJ(t) := J(0) \cdot h(t) + \int_0^t \left(\frac{d}{dx} J(x) \right) \cdot h(t - x) dx$$

$$UJ(t) \text{ simplify} \rightarrow 100 \cdot \exp(-50 \cdot t) + 200 \cdot \exp(-100 \cdot t)$$

3.3. График искомой функции $\tau := \frac{1}{50} \quad \tau = 0.02 \quad t := 0, \tau.. 5 \cdot \tau$



Исходные данные:

$$J1 := 2 \quad J := J1 \cdot e^{90i \cdot \text{deg}} \quad \text{ORIGIN} := 1$$

$$\omega := 100 \quad R := 100 \quad c := 100 \cdot 10^{-6}$$

2.1. Классический метод, гармонический источник

$$x_c := \frac{1}{\omega \cdot c} \quad x_c = 100$$

2.1.1. Определяем независимые начальные условия

$$U_{c0} := 0$$

2.1.2. Определяем зависимые начальные условия

$$J_0 := g(J) \quad J_0 = 2.828 \quad \frac{1}{c}$$

$$I22 := I22 \cdot 2 \cdot R - J_0 \cdot R + U_{c0} \text{ solve, } I22 \rightarrow 2^2 \cdot \sin(\arg(\exp(90i \cdot \text{deg})))$$

$$I22 = 1.414$$

$$U_{J0} := U_{c0} + J_0 \cdot R + I22 \cdot R \quad U_{J0} = 424.264$$

2.1.3. Определяем принуждённую составляющую

$$U_{Jnp} := J \cdot \left[R + \frac{R \cdot (R - i \cdot x_c)}{2 \cdot R - i \cdot x_c} \right] \quad U_{Jnp} = 40 + 320i$$

$$h(U_{Jnp}) = \begin{pmatrix} 40 & 320 \\ 322.49 & 82.875 \end{pmatrix}$$

$$U_{Jnp0} := g(U_{Jnp}) \quad U_{Jnp0} = 452.548$$

2.1.4. Определяем корень характеристического уравнения

$$p := \frac{1}{c \cdot p} + 2 \cdot R \text{ solve, } p \rightarrow -50 \quad p = -50$$

2.1.5. Определяем постоянную интегрирования

$$B := U_{J0} - U_{Jnp0} \quad B = -28.284$$

2.1.6. Окончательный результат $U_{Jnp}(t) := |U_{Jnp}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \arg(U_{Jnp}))$

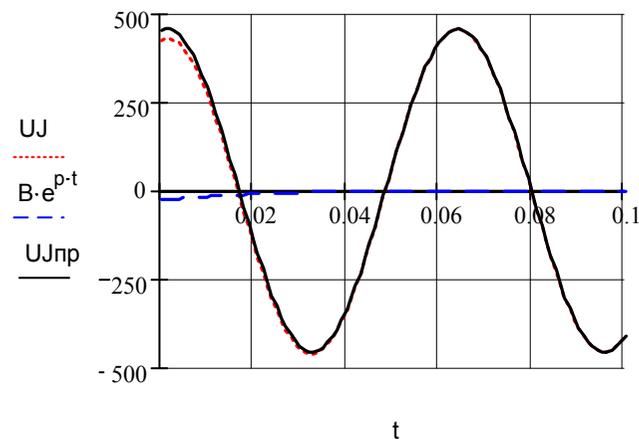
$$U_J(t) := U_{Jnp}(t) + B \cdot e^{p \cdot t}$$

2.1.7. Строим график искомой функции $\tau := \frac{1}{|p|} \quad \tau = 0.02$

$$t := 0, .001.. 5 \cdot \tau$$

$$g(x) := \sqrt{2} \cdot |x| \cdot \sin(\arg(x))$$

$$h(z) := \begin{cases} x_{1,1} \leftarrow \text{Re}(z) \\ x_{1,2} \leftarrow \text{Im}(z) \\ x_{2,1} \leftarrow |z| \\ x_{2,2} \leftarrow \frac{\arg(z)}{\text{deg}} \\ x \end{cases}$$



4. При постоянном источнике тока $J(t) = J$ после срабатывания ключа K_2 определяем напряжение $u_J(t)$. (Ключ K_1 давно уже сработал).

4.1. Используем упрощённый классический метод, когда дифференциальное уравнение для искомой функции $u_J(t)$ не составляется.

4.1.1. Определяем независимые начальные условия (ННУ) при $t = 0^-$: $u_C(0^-) = ?$ (схема до коммутации установившийся режим, постоянный источник, C – разрыв, L – коротка).

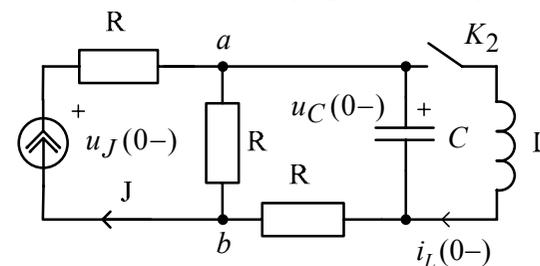


Рис. 1.17

Находим: $i_L(0^-) = 0$; $u_C(0^-) = J \cdot R = 200$ В.

Для построения графика $u_J(t)$ определим $u_J(0^-) = J \cdot 2R = 400$ В.

4.1.2. Определяем ЗНУ при $t = 0+$: $U_J(0+) = ?$ (схема после коммутации ключа K_2).

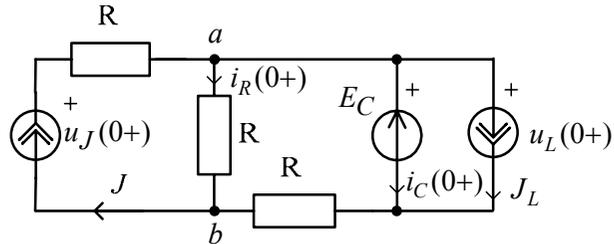


Рис. 1.18

$$J_L = i_L(0-) = i_L(0+) = 0;$$

$$E_C = u_C(0-) = u_C(0+) = 200 \text{ В} - \text{законы коммутации.}$$

По законам Кирхгофа

$$u_L(0+) = E_C = 200 \text{ В.}$$

$$\begin{cases} u_J(0+) = JR + E_C + R \cdot (i_C(0+) + J_L); \\ u_J(0+) = JR + R \cdot i_R(0+); \\ J = i_R(0+) + i_C(0+) + J_L. \end{cases}$$

$$i_R(0+) = J - i_C(0+);$$

$$u_J(0+) = JR + JR - R \cdot i_C(0+) = 2JR - R \cdot i_C(0+);$$

$$2JR - R i_C(0+) = JR + E_C + R \cdot i_C(0+);$$

$$i_C(0+) = \frac{JR - E_C}{2R} = \frac{200 - 200}{200} = 0;$$

$$u_J(0+) = 2JR - R \cdot i_C(0+) = 400 \text{ В.}$$

$$\left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0+} = \frac{u_L(0+)}{L} = 200 \frac{\text{А}}{\text{с}};$$

$$\left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0+} = \frac{i_C(0+)}{C} = 0 \frac{\text{В}}{\text{с}}.$$

Находим $\left. \frac{du_J}{dt} \right|_{t=0+} = ?$.

Записываем уравнения по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} u_J = JR + u_C + R \cdot (i_C + i_L); \\ u_J = JR + R \cdot i_R \Rightarrow i_R = \frac{u_J}{R} - J; \\ J = i_R + i_C + i_L \Rightarrow i_C = J - i_R - i_L = 2J - \frac{u_J}{R} - i_L; \\ u_J = JR + R \left[i_L + 2J - \frac{u_J}{R} - i_L \right] + u_C; \Rightarrow u_J = 3JR - u_J + u_C; \\ \Rightarrow u_J = \frac{3}{2}JR + \frac{u_C}{2}; \\ \frac{du_J}{dt} = \frac{3R}{2} \frac{dJ}{dt} + \frac{1}{2} \frac{du_C}{dt}; \quad \left. \frac{du_J}{dt} \right|_{t=0+} = \frac{1}{2} \left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0+} = 0. \end{cases}$$

4.1.3. Определяем принуждённую составляющую при $t = \infty$: $u_{Jnp} = ?$ (Схема после коммутации ключа K_2 , установившейся режим, постоянный источник, C – разрыв, L – коротка).

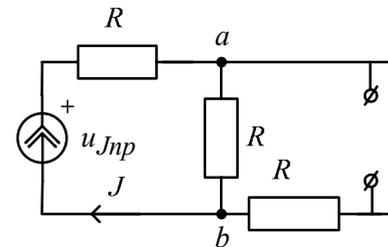
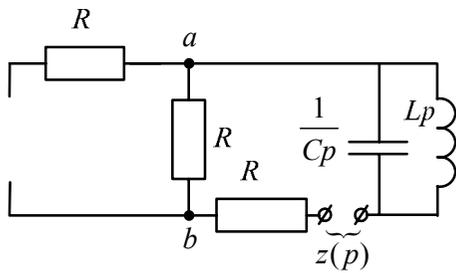


Рис. 1.19

$$u_{Jnp} = J \left[R + \frac{R \cdot R}{2R} \right] = 2 \cdot 150 = 300 \text{ В,}$$

4.1.4. Определяем корень характеристического уравнения: $p = ?$ Используем метод сопротивления цепи после коммутации:

$$C \rightarrow \frac{1}{Cp}; \quad L \rightarrow Lp, \text{ причём } R_J = \infty, \text{ а } R_E = 0.$$



$$z(p) = R + R + \frac{\frac{1}{Cp} Lp}{\frac{1}{Cp} + Lp} = 0$$

$$\Rightarrow p^2 + \frac{1}{2RC} p + \frac{1}{Lp} = 0.$$

Рис. 1.20

$$p_{1,2} = -\frac{1}{4RC} \pm \sqrt{\frac{1}{16R^2 C^2} - \frac{1}{LC}} = -25 \pm j96,8 = -\delta \pm j\omega_{ce} \frac{1}{c}.$$

4.1.5. Определяем постоянные интегрирования: $B = ?$ и $\beta = ?$.

$$\delta = 25 \frac{1}{c}; \quad \omega_{ce} = 98,6 \frac{1}{c}.$$

$$\begin{cases} u_J(t) = u_{Jnp} + Be^{-\delta t} \cos(\omega_{ce} t + \beta); \\ \frac{du_J(t)}{dt} = -\delta B e^{-\delta t} \cos(\omega_{ce} t + \beta) - \omega_{ce} e^{-\delta t} \sin(\omega_{ce} t + \beta). \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} u_J(0+) = u_{Jnp} + B \cos(\beta); \\ \left. \frac{du_J(t)}{dt} \right|_{t=0+} = -\delta B \cos(\beta) - \omega_{ce} e^{-\delta t} \sin(\beta). \end{cases}$$

$$\begin{cases} 400 = 300 + B \cos \beta; \\ 0 = -25 B \cos \beta - 96,8 B \sin \beta. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 100 = B \cos \beta; \\ \operatorname{tg} \beta = -0,258. \end{cases}$$

$$\beta = -0,252 \text{ рад} = -14,467^0; \quad B = \frac{100}{\cos \beta} = 103,275 \text{ В}.$$

4.1.6. Окончательный результат.

$$u_J(t) = u_{Jnp} + Be^{-\delta t} \cos(\omega_{ce} t + \beta) =$$

$$= 300 + 103,275 e^{-25t} \cos(96,8t - 14,467^0) \text{ В}.$$

Где $\tau = \frac{1}{\delta} = \frac{1}{25} = 0,04 \text{ с}$ – постоянная времени;

$t_n = 5\tau = 5 \cdot 0,04 = 0,2 \text{ с}$ – длительность переходного процесса;

$T = \frac{2\pi}{\omega_{ce}} = 0,065 \text{ с}$ – период свободных колебаний.

4.1.7. На интервале времени $0 \leq t \leq t_n = 0,2 \text{ с}$ при помощи Mathcad строим $u_J(t)$.

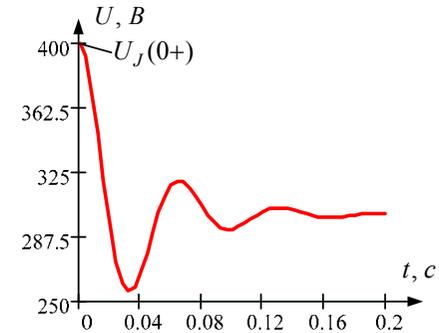


Рис. 1.21

4.2. Используем операторный метод для определения $u_J(t)$.

4.2.1. Из расчёта установившегося режима до коммутации находим независимые начальные условия (п. 4.1.1):

$$i_L(0-) = 0; \quad u_C(0-) = J \cdot R = 200 \text{ В}.$$

4.2.2. В операторной схеме после коммутации используем метод наложения:

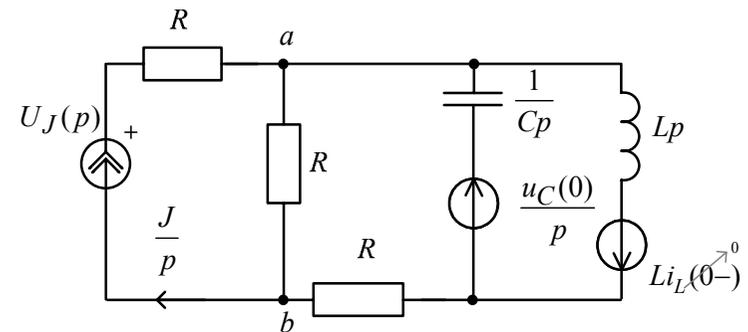


Рис. 1.22

а) подсьема с источником тока $\frac{J}{p}$:

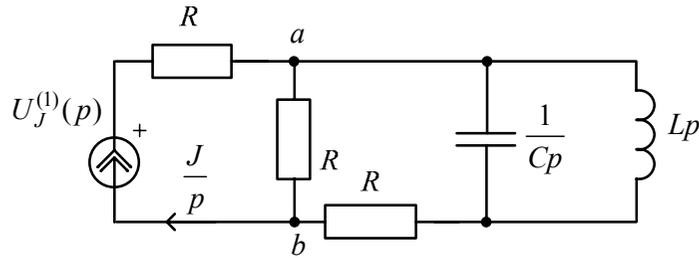


Рис. 1.23

$$\begin{aligned}
 U_J^{(1)}(p) &= \frac{J}{p} Z_{\text{вх}}^{(1)}(p) = \frac{J}{p} \left[R + \frac{R \left(R + \frac{\frac{1}{Cp} Lp}{\frac{1}{Cp} + Lp} \right)}{2R + \frac{\frac{1}{Cp} Lp}{\frac{1}{Cp} + Lp}} \right] = \\
 &= \frac{J}{p} \left[R + \frac{R^2 + \frac{RLp}{1 + L Cp^2}}{2R + \frac{Lp}{1 + L Cp^2}} \right] = \frac{J}{p} \left[R + \frac{R^2 + R^2 L Cp^2 + RLp}{2R + 2RL Cp^2 + Lp} \right] = \\
 &= \frac{J}{p} \frac{2R^2 + 2R^2 L Cp^2 + RLp + R^2 + R^2 L Cp^2 + RLp}{2R + 2RL Cp^2 + Lp} = \\
 &= \frac{J}{p} \frac{(3R^2 L Cp^2 + 2RLp + 3R^2)}{(2RL Cp^2 + Lp + 2R)} = \frac{6p^2 + 400p + 60000}{p(0.02p^2 + p + 200)} = \frac{D_1(p)}{B_1(p)}.
 \end{aligned}$$

б) подсьема с источником $\frac{u_C(0)}{p}$:

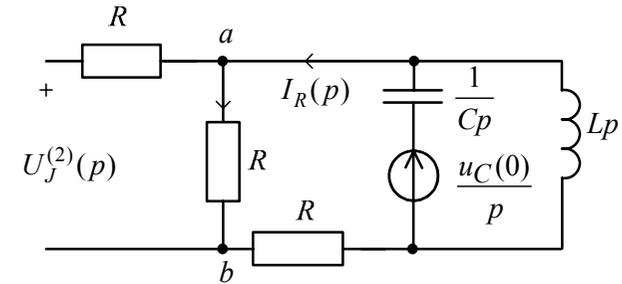


Рис. 1.24

$$\begin{aligned}
 U_J^{(2)}(p) &= RI_R(p) = R \frac{\frac{u_C(0)}{p}}{\frac{1}{Cp} + \frac{2RLp}{2R + Lp}} \cdot \frac{Lp}{2R + Lp} = \\
 &= \frac{u_C(0)RLp}{p \left[\frac{2R + Lp}{Cp} + 2RLp \right]} = \frac{u_C(0)RCLp}{2RL Cp^2 + Lp + 2R} = \\
 &= \frac{2p}{0.02p^2 + p + 200} = \frac{D_2(p)}{B_2(p)}.
 \end{aligned}$$

Операторное изображение искомого напряжения

$$U_J(p) = U_J^{(1)}(p) + U_J^{(2)}(p) = \frac{8p^2 + 400p + 60000}{p(0.02p^2 + p + 200)} = \frac{D(p)}{B(p)}.$$

4.2.3. По теореме разложения находим искомое напряжение $u_J(t)$:

$$B(p) = p(0.02p^2 + p + 200) = 0;$$

$$\Rightarrow p_1 = 0; \quad p_{2,3} = -25 \pm j96,8 = -\delta \pm j\omega_{cs} \frac{1}{c};$$

$$B'(p) = 0.06p^2 + 2p + 200;$$

$$u_J(t) = \sum_{\kappa=1}^3 \frac{D_{\kappa}(p_{\kappa})}{B'_{\kappa}(p_{\kappa})} e^{p_{\kappa}t} = \frac{60000}{200} + 2 \operatorname{Re} \left(\sum_{\kappa=2}^3 \frac{D(p_2)}{B'(p_2)} e^{p_2 t} \right) =$$

$$= 300 + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{8(-25 + j96,8)^2 + 400(-25 + j96,8) + 60000}{0,06(-25 + j96,8)^2 + 2(-25 + j96,8) + 200} e^{(-25 + j96,8)t} \right] =$$

$$= 300 + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{2000}{-375 + j96,8} e^{-25t} e^{j96,8t} \right] = 300 + 2 \operatorname{Re} \left[51,64 e^{-j14,478^0} e^{-25t} e^{j96,8t} \right] =$$

$$= 300 + 2 \cdot 51,64 \cdot e^{-25t} \cos(96,8t - 14,478^0) =$$

$$= 300 + 103,28 e^{-25t} \cos(96,8t - 14,478^0), \text{ В.}$$

Проверка: $u_J(0) = 300 + 103,28 \cdot \cos(-14,478^0) = 400 \text{ В.}$

$$\left. \frac{du_J}{dt} \right|_{t=0} = 103,28(-25) \cos(-14,478^0) - 103,28 \cdot 96,8 \sin(-14,478^0) = -0,547 \frac{\text{В}}{\text{с}} \approx 0.$$

Ниже приводится расчет рассматриваемого примера программой Mathcad.

Документ Mathcad

$$J := 2 \quad L := 1 \quad R := 100 \quad c := 100 \cdot 10^{-6} \quad \text{ORIGIN} := 1$$

4.1. Классический метод, постоянный источник, цепь второго порядка

4.1.1. Определяем независимые начальные условия

$$i_{L0} := 0 \quad i_{C0} = 0$$

$$U_{C0} := J \cdot R \quad U_{C0} = 200$$

4.1.2. Определяем зависимые начальные условия

$$i_{C0} := i_{C0} \cdot (2 \cdot R) - J \cdot R + U_{C0} \text{ solve } , i_{C0} \rightarrow 0$$

$$i_{C0} = 0$$

1.1.3. Определяем принуждённую составляющую

$$U_{спр} := 0$$

$$U_{Jпр} := J \cdot \left(\frac{3}{2} R \right) \quad U_{Jпр} = 300$$

1.1.4. Определяем корень характеристического уравнения

$$p := \frac{1}{c \cdot p} + \frac{2 \cdot R \cdot L \cdot p}{2R + L \cdot p} \text{ solve } , p \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{-25 + 25 \cdot i \cdot 15^2} \\ \frac{1}{-25 - 25 \cdot i \cdot 15^2} \end{pmatrix} \quad p = \begin{pmatrix} -25 + 96,825i \\ -25 - 96,825i \end{pmatrix}$$

1.1.5. Определяем постоянные интегрирования

$$a := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ p_1 & p_2 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} U_{C0} - U_{спр} \\ \frac{i_{C0}}{c} \end{pmatrix} \quad B := a^{-1} \cdot b \quad B = \begin{pmatrix} 100 - 25,82i \\ 100 + 25,82i \end{pmatrix}$$

1.1.6. Окончательный результат

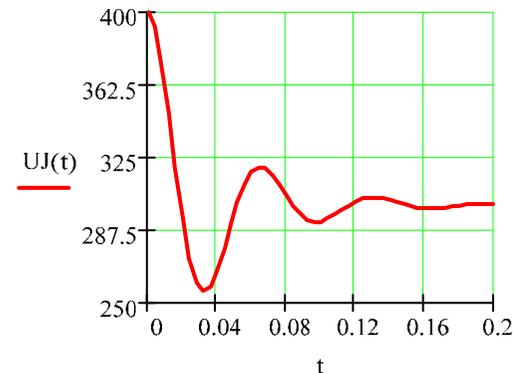
$$U_{\alpha}(t) := U_{спр} + B_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + B_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}$$

$$U_J(t) := \frac{3}{2} \cdot R \cdot J + \frac{1}{2} \cdot U_{\alpha}(t)$$

$$U_J(t) \text{ complex} \rightarrow 300 + 100 \exp(-25 \cdot t) \cdot \cos(96,8 \cdot t) + 25,82 \cdot \exp(-25 \cdot t) \cdot \sin(96,8 \cdot t)$$

4.1.6. График искомой функции $\tau := \frac{1}{|\operatorname{Re}(p_1)|} \quad \tau = 0,04$

$$t := 0, \tau \cdot 0,1 \dots 5 \cdot \tau$$



4.2. Операторный метод, постоянный источник, цепь второго порядка

4.2.1. Определяем независимые начальные условия

$$i_{L0} := 0 \quad i_{C0} = 0$$

$$U_{C0} := J \cdot R \quad U_{C0} = 200$$

4.2.2. Определяем изображение искомой функции

$$UJ(p) := \frac{J}{p} \left[R + \frac{R \cdot \left(\frac{1}{c \cdot p} \cdot L \cdot p \right)}{\frac{1}{c \cdot p} + L \cdot p} \right] + R \cdot \frac{\frac{U_{co}}{p}}{\frac{1}{c \cdot p} + \frac{2 \cdot R \cdot L \cdot p}{2 \cdot R + L \cdot p}} \cdot \frac{L \cdot p}{L \cdot p + 2 \cdot R}$$

$$UJ(p) \text{ simplify} \rightarrow 400 \frac{7500 + 50 \cdot p + p^2}{(10000 + 50 \cdot p + p^2) \cdot p}$$

4.2.3. Определяем оригинал искомой функции

$$Uj(t) := UJ(p) \text{ invlaplace, } p \rightarrow$$

$$UJ(t) \rightarrow 300 + 100 \exp(-25 \cdot t) \cdot \cos(96.8 \cdot t) + 25.82 \cdot \exp(-25 \cdot t) \cdot \sin(96.8 \cdot t)$$

В результате преобразований:

$$\begin{aligned} & 300 + 100e^{-25t} \cos(96.8t) + 25.82e^{-25t} \sin(96.8t) = \\ & = 300 + e^{-25t} (100e^{j90^\circ} + 25.82e^{j0^\circ}) = \\ & = 300 + e^{-25t} (103.28e^{j75.522^\circ}) = \\ & = 300 + e^{-25t} 103.28 \sin(96.8t + 75.522^\circ) = \\ & = 300 + 103.28e^{-25t} \cos(96.8t - 14.478^\circ). \end{aligned}$$

4.3. Методом переменных состояния находим $u_j(t)$.

4.2.1. Начальные условия:

$$i_L(0-) = 0; u_C(0-) = J \cdot R = 200 \text{ В}; u_J(0) = 400 \text{ В}.$$

4.2.2. По законам Кирхгофа составляем уравнения состояния:

$$\begin{cases} u_L = u_C; \\ R \cdot i_R = u_C + i_L R + i_C R \Rightarrow i_R = \frac{u_C}{R} + i_C + i_L; \\ J = i_R + i_C + i_L; \Rightarrow J = \frac{u_C}{R} + 2i_C + 2i_L; \end{cases}$$

$$J = \frac{u_C}{R} + 2C \frac{du_C}{dt} + 2i_L; \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{C} i_L - \frac{1}{2CR} u_C + \frac{J}{2C};$$

$$u_L = u_C \Rightarrow L \frac{di_L}{dt} = 0 \cdot i_L + u_C + 0 \cdot J;$$

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = 0 \cdot i_L + \frac{u_C}{L} + 0 \cdot J; \\ \frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{C} i_L - \frac{1}{2CR} u_C + \frac{J}{2C}; \end{cases}$$

$$u_J = 0 \cdot i_L + \frac{1}{2} u_C + \frac{3R}{2} \cdot J;$$

Решаем с использованием *Mathcad*:

Документ *Mathcad*

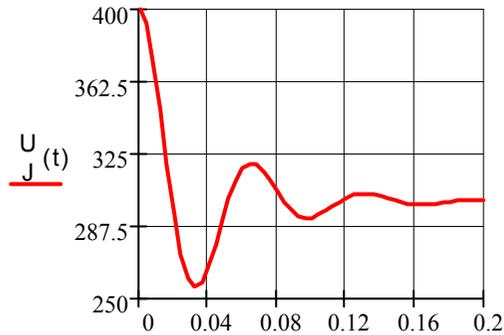
$$J := 2 \quad L := 1 \quad R := 100 \quad c := 100 \cdot 10^{-6}$$

$$p := \frac{1}{c \cdot p} + \frac{2 \cdot R \cdot L \cdot p}{2R + L \cdot p} \text{ solve, } p \rightarrow \begin{pmatrix} -25 + 25 \cdot i \cdot 15^2 \\ \frac{1}{2} \\ -25 - 25 \cdot i \cdot 15^2 \end{pmatrix} \quad \tau := \frac{1}{|\text{Re}(p)|}$$

$$U_{c0} := 200 \quad i_{L0} := 0 \quad t_0 := 0$$

$$N := 1000 \quad k := 0..N \quad h := \frac{5 \cdot \tau}{N}$$

$$\begin{pmatrix} t_{k+1} \\ iL_{k+1} \\ U_{c_{k+1}} \\ U_{k+1} \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} t_k + h \\ iL_k + \left(0 \cdot iL_k + \frac{1}{L} \cdot U_{c_k} + 0 \cdot J\right) \cdot h \\ U_{c_k} + \left(\frac{-1}{c} \cdot iL_k + \frac{-1}{2R \cdot c} \cdot U_{c_k} + \frac{1}{2c} \cdot J\right) \cdot h \\ 0 \cdot iL_k + \frac{1}{2} \cdot U_{c_k} + \frac{3 \cdot R}{2} \cdot J \end{bmatrix}$$



Полученный график полностью совпадает с уже построенной зависимостью.

Пример 2. Методические указания к заданию № 5 «Расчет установившегося режима в нелинейных электрических цепях»

Для заданной схемы дано:

$$e(t) = \sqrt{2} \cdot E \cdot \sin(314t + \alpha), \text{ В}; \quad J(t) = \sqrt{2} \cdot J \cdot \sin(314t + \alpha), \text{ А},$$

E	J	α	R	C
В	А	°	Ом	мкФ
100	2	90	100	31.847

Нелинейный индуктивный элемент (НИЭ)

w_1	w_2	w_3	S_1	S_2	S_3
Вит.	Вит.	Вит.	см ²	см ²	см ²
2000	0	1000	1	2	1

l_1	l_2	l_3	δ_1	δ_2	δ_3
см	см	см	мм	мм	мм
30	15	30	1	0	0

Схема:

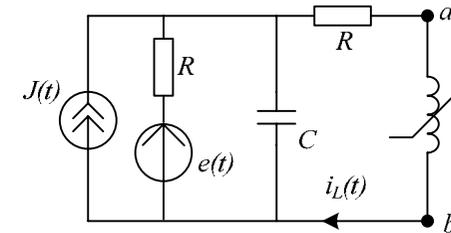


Рис. 2.1

1. Относительно зажимов a и b НИЭ определяем комплексное сопротивление эквивалентного генератора $\underline{Z}_Г = Z_Г e^{j\alpha}$, а также комплексы действующих значений ЭДС $\dot{U}_{xx} = \dot{E}_Г = E_Г e^{j\alpha}$ и тока $\dot{I}_{кз} = \dot{J}_Г = J_Г e^{j\beta}$ этого генератора если:

$$\dot{E} = E e^{j\alpha} = 100 e^{j90^\circ}, \text{ В};$$

$$\dot{J} = J e^{j\alpha} = 2 e^{j90^\circ}, \text{ А}.$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 31.847 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ Ом}.$$

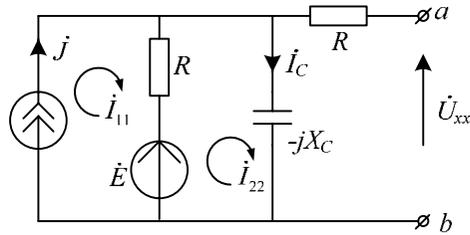


Рис. 2.2

$$\underline{Z}_r = R + \frac{R \cdot (-jX_c)}{R - jX_c} = 100 + \frac{100 \cdot (-j100)}{100 - j100} = 100 + 50 - j50 = 150 - j50 = 158,1e^{-j18,4^\circ} \text{ Ом, т.е. } Z_r = 158,1 \text{ Ом, } \varphi_r = -18,4^\circ.$$

$$\begin{cases} \dot{I}_{11} = J \\ \dot{I}_{22} \cdot (R - jX_c) - \dot{I}_{11} \cdot R = \dot{E} \end{cases}$$

$$\dot{I}_{22} = \dot{I}_c = \frac{\dot{E} + \dot{J} \cdot R}{R - jX_c} = \frac{100e^{j90^\circ} + 2e^{j90^\circ} \cdot 100}{100 - j100} = 2,12e^{j135^\circ}, \text{ А;}$$

$$\dot{U}_{xx} = \dot{E}_r = \dot{I}_c \cdot (-jX_c) = 2,12e^{j135^\circ} \cdot (-j100) = 212e^{j45^\circ}, \text{ В;}$$

$$\dot{I}_{кз} = \dot{J}_r = \frac{\dot{E}_r}{\underline{Z}_r} = \frac{212e^{j45^\circ}}{158,1e^{-j18,4^\circ}} = 1,34e^{j63,4^\circ}, \text{ А.}$$

Таким образом $E_r = 212, \text{ В; } \alpha_r = 45^\circ, J_r = 1,34 \text{ А, } \beta_r = 63,4^\circ.$

2. Для двух мгновенных значений тока i_L НИЭ, равных $i_{L1} = \sqrt{2}J_r/2 = 0,945 \text{ А}$ и $i_{L2} = \sqrt{2}J_r = 1,89 \text{ А}$, из расчета магнитной цепи определяем величины потокоцепления:

$$\Psi = w_1\Phi_1 + w_2\Phi_2 + w_3\Phi_3, \text{ Вб.}$$

Для этого заданную магнитную цепь заменяем схемой замещения, для которой воспользуемся методом двух узлов (c и d) и составим уравнения по законам Кирхгофа для магнитной цепи:

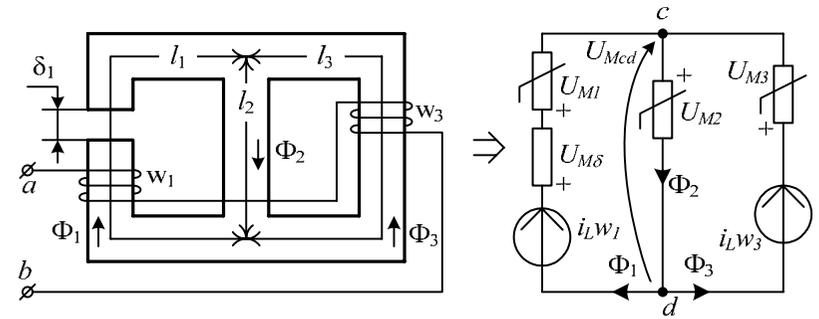


Рис. 2.3

$$\begin{cases} \Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3; \\ U_{Mcd}(\Phi_1) = i_L w_1 - U_{M1}(\Phi_1) - U_{M\delta}(\Phi_1); \\ U_{Mcd}(\Phi_2) = U_{M2}(\Phi_2); \\ U_{Mcd}(\Phi_3) = i_L w_3 - U_{M3}(\Phi_3); \end{cases} \quad (1)$$

где магнитные напряжения

$$\begin{aligned} U_{M1}(\Phi_1) &= H_1 l_1; U_{M2}(\Phi_2) = H_2 l_2; U_{M3}(\Phi_3) = H_3 l_3; \\ U_{M\delta}(\Phi_1) &= \frac{B_1 \delta_1}{\mu_0}. \end{aligned} \quad (2)$$

Используя заданную кривую намагничивания ферромагнитного материала магнитной цепи $B(H) = B_{1,2,3}(H_{1,2,3})$, рассчитываем уравнения (2) и заполняем таблицу 1.

Таблица 1.

$B_{1,2,3}$	T_l	0	0,6	1	1,2	1,6	2	2,2	2,3	2,5
$H_{1,2,3}$	A/m	0	250	500	10^3	$2 \cdot 10^3$	$6 \cdot 10^3$	$12 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^5$
$\Phi_1 = B_1 S_1$	$MB\delta$	0	0,06	0,1	0,12	0,16	0,2	0,22	0,23	0,25
$\Phi_2 = B_2 S_2$	$MB\delta$	0	0,12	0,2	0,24	0,32	0,4	0,44	0,46	0,5
$\Phi_3 = B_3 S_3$	$MB\delta$	0	0,06	0,1	0,12	0,16	0,2	0,22	0,23	0,25
$U_{M1}(\Phi_1)$	A	0	75	150	300	600	1800	3600	9000	$6 \cdot 10^4$
$U_{M\delta}(\Phi_1)$	A	0	477,6	796	955,2	1273,6	1592	1751,2	1830,8	1990
$U_{M2}(\Phi_2)$	A	0	37,5	75	150	300	900	1800	4500	$3 \cdot 10^4$
$U_{M3}(\Phi_3)$	A	0	75	150	300	600	1800	3600	9000	$6 \cdot 10^4$

2.1. При токе $i_{L1} = \sqrt{2}J_r/2 = 0,945$ А по данным таблицы 1 рассчитываем уравнения (1) и заполняем таблицу 2.

Таблица 2.

$B_{1,2,3}$	Тл	0	0,6	1	1,2	1,6	2	2,2	2,3	2,5
$U_{Mcd}(\Phi_1)$	А	1890	1337,4	944	634,8	16,4	-1502	-3461,2	-8940,8	-60100
$U_{Mcd}(\Phi_2)$	А	0	37,5	75	150	300	900	1800	4500	30000
$U_{Mcd}(\Phi_3)$	А	945	870	795	645	345	-855	-2655	-8055	-59055

Строим графики $U_{Mcd}(\Phi_1)$, $U_{Mcd}(\Phi_2)$, $U_{Mcd}(\Phi_3)$.

Т.к. $\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3$, то графики $U_{Mcd}(\Phi_1)$, $U_{Mcd}(\Phi_2)$, $U_{Mcd}(\Phi_3)$ складываем вдоль оси Φ и получаем $U_{Mcd}(\Phi_1 + \Phi_3)$. По точке пересечения $U_{Mcd}(\Phi_1 + \Phi_3)$ и $U_{Mcd}(\Phi_2)$ определяем магнитные потоки Φ_1 , Φ_2 и Φ_3 .

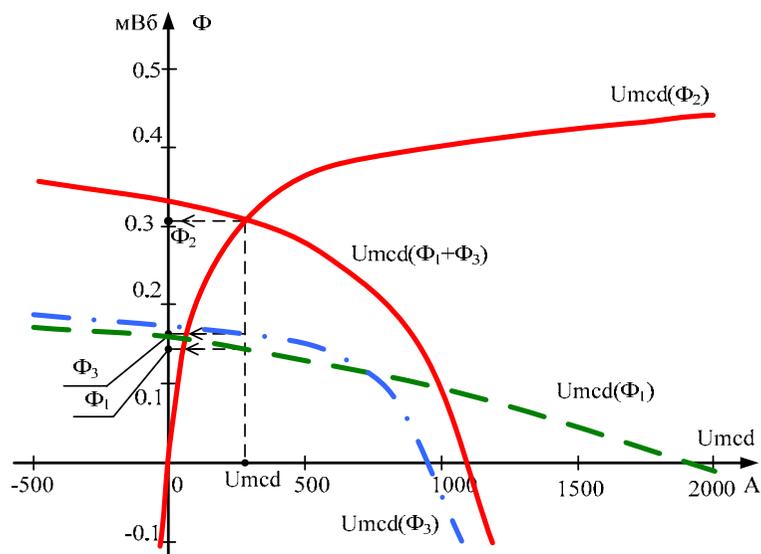


Рис. 2.4

Таким образом, $\Phi_1 = 0,14$ мВб, $\Phi_2 = 0,32$ мВб и $\Phi_3 = 0,18$ мВб. Далее рассчитываем суммарное потокосцепление обмоток:

$$\Psi_1 = w_1\Phi_1 + w_2\Phi_2 + w_3\Phi_3 = 2000 \cdot 0,14 \cdot 10^{-3} + 0 \cdot 0,32 \cdot 10^{-3} + 1000 \cdot 0,18 \cdot 10^{-3} = 0,46 \text{ Вб.}$$

2.2. При токе $i_{L2} = \sqrt{2}J_r = 1,89$ А по данным таблицы 1 рассчитываем уравнения (1) и заполняем таблицу 3.

Таблица 3.

$B_{1,2,3}$	Тл	0	0,6	1	1,2	1,6	2	2,2	2,3	2,5
$U_{Mcd}(\Phi_1)$	А	3780	3227,4	2834	2524,8	1906,4	388	-1571,2	-7050,7	-58210
$U_{Mcd}(\Phi_2)$	А	0	37,5	75	150	300	900	1800	4500	30000
$U_{Mcd}(\Phi_3)$	А	1890	1815	1740	1590	1290	90	-1710	-7110	-58110

Вновь строим графики $U_{Mcd}(\Phi_1)$, $U_{Mcd}(\Phi_2)$, $U_{Mcd}(\Phi_3)$. Аналогично находим графически магнитные потоки $\Phi_1 = 0,19$ мВб, $\Phi_2 = 0,37$ мВб и $\Phi_3 = 0,18$ мВб.

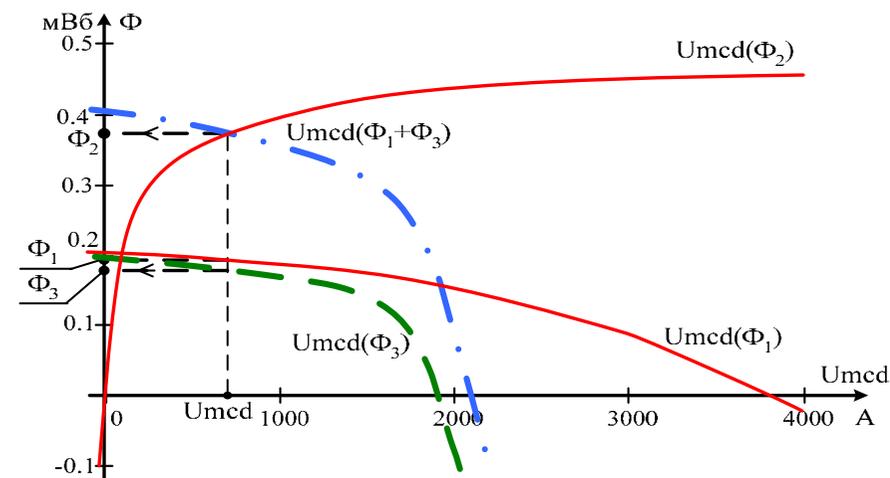


Рис. 2.5

Рассчитываем суммарное потокосцепление обмоток:

$$\Psi_2 = w_1\Phi_1 + w_2\Phi_2 + w_3\Phi_3 = 2000 \cdot 0,19 \cdot 10^{-3} + 0 \cdot 0,37 \cdot 10^{-3} +$$

$$+1000 \cdot 0,18 \cdot 10^{-3} = 0,56 \text{ Вб.}$$

3. Строим веберамперную характеристику НИЭ $\Psi(i_L)$, которую заменяем зависимостью $i_L(\Psi) = k_1\Psi + k_3\Psi^3$.

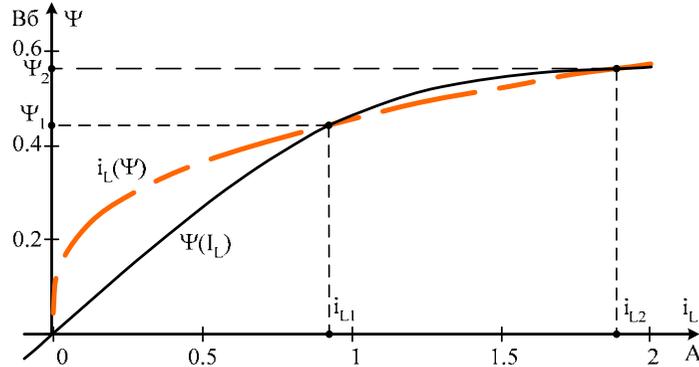


Рис. 2.6

Для этого находим коэффициенты k_1 и k_3 из решения уравнений:

$$\begin{cases} i_{L1} = k_1\Psi_1 + k_3\Psi_1^3 \\ i_{L2} = k_1\Psi_2 + k_3\Psi_2^3 \end{cases}$$

т.е. $k_1 = \frac{i_{L1} - k_3\Psi_1^3}{\Psi_1}$; $i_{L2} = \left(i_{L1} - k_3\Psi_1^3\right) \frac{\Psi_2}{\Psi_1} + k_3\Psi_2^3$, тогда

$$k_3 = \frac{i_{L2} - i_{L1} \frac{\Psi_2}{\Psi_1}}{\Psi_2^3 - \Psi_1^2 \cdot \Psi_2} = \frac{1,89 - 0,945 \cdot \frac{0,56}{0,46}}{0,56^3 - 0,46^2 \cdot 0,56} = 12,96 \text{ А/Вб}^3;$$

$$k_1 = \frac{i_{L1} - k_3\Psi_1^3}{\Psi_1} = \frac{0,945 - 12,96 \cdot 0,46^3}{0,46} = -0,687 \text{ А/Вб.}$$

Для проверки строим зависимость $i_L(\Psi)$ в тех же осях, что и $\Psi(i_L)$. Зависимость $i_L(\Psi) = k_1\Psi + k_3\Psi^3$ удовлетворительно совпадает с веберамперной характеристикой $\Psi(i_L)$ на интервале $\Psi_1 \leq \Psi \leq \Psi_2$.

4. При приближенной гармонической зависимости напряжения НИЭ $u_L(t) = \sqrt{2}U_L \cos(314t + \beta)$ для четырех значений U_L ($0 < U_L < E_r$) рассчитываем действующие значения гармоник тока I_1

и I_3 , его действующее значение I_L , коэффициент гармоник k_r , причем берем такие U_L , чтобы ($0 < I_L < J_r$).

При этом заполняем таблицу 4.

Таблица 4.

U_L , В	30	70	100	135
$I_1 = \frac{k_1 U_L}{\omega} + \frac{3k_3 U_L^3}{2\omega^3}$, А	-0,049	0,062	0,409	1,25
$I_3 = -\frac{k_3 U_L^3}{2\omega^3}$, А	-0,0056	-0,072	-0,209	-0,515
$I_L = \sqrt{I_1^2 + I_3^2}$, А	0,049	0,095	0,46	1,352
$k_r = \left \frac{I_3}{I_1} \right $	0,116	1,154	0,512	0,412

5. По результатам п.4 строим ВАХ $U_L(I_L)$ НИЭ

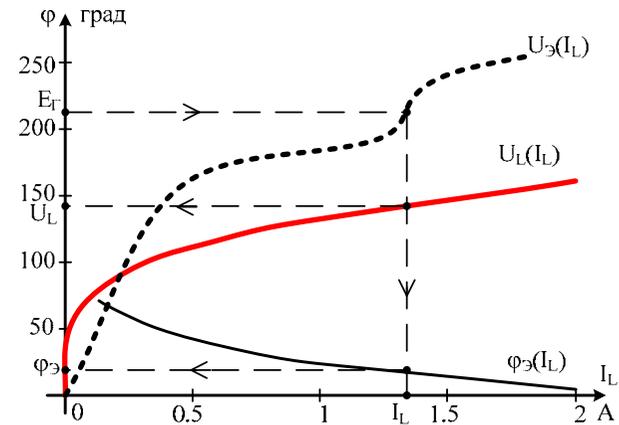


Рис. 2.7

Задаваясь несколькими значениями тока $\dot{I}_L = I_L e^{j0^\circ}$ для одно-контурной схемы, определяем эквивалентное напряжение

$$\dot{U}_3 = U_3 e^{j\varphi_3} = \underline{Z}_r \dot{I}_r + \dot{U}_L = 158,1e^{-j18,4^\circ} \cdot \dot{I}_L + U_L(I_L) e^{j90^\circ}.$$

При этом I_L находим U_L по ВАХ $U_L(I_L)$ и заполняем таблицу 5.

Таблица 5.

$I_L = I_L, \text{ A}$	0.3	0.6	1	1.35
$U_L, \text{ В}$	90	105	123	135
$U_3, \text{ В}$	87.5	117.2	166.9	213.517
$\varphi_3, \text{ град}$	59	39.8	26	18.46

Строим эквивалентную ВАХ $U_3(I_L)$ и ФАХ $\varphi_3(I_L)$. По известной ЭДС $E_r = U_3 = 212 \text{ В}$ и построенным характеристикам графически находим $I_L = 1,3 \text{ A}$, $U_L \approx 135 \text{ В}$, $\varphi_3 = 19^\circ$ (рис. 2.7).

В результате:

$$\beta = \alpha_r - \varphi_3 = 45 - 19 = 26^\circ;$$

$$\dot{I}_L = I_L e^{j\beta} = 1,3 e^{j26^\circ}, \text{ A};$$

$$\dot{U}_L = U_L e^{j(\beta+90^\circ)} = 135 e^{j116^\circ}, \text{ В}.$$

Построим в принятых масштабах m_U и m_I векторную диаграмму:

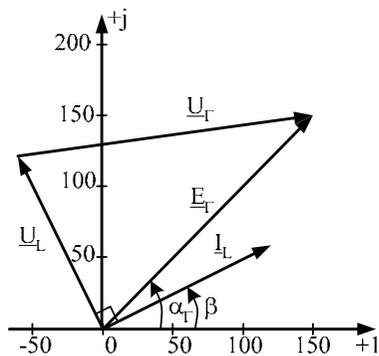


Рис. 2.8

$$\dot{E}_r = E_r e^{j\alpha_r} = 212 e^{j45^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{I}_L = I_L e^{j\beta} = 1,3 e^{j26^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{U}_L = U_L e^{j(\beta+90^\circ)} = 135 e^{j116^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_r = \underline{Z}_r \cdot \dot{I}_L = 158,1 e^{-j18,4^\circ} \cdot 1,3 e^{j26^\circ} = 205,53 e^{j7,6^\circ}, \text{ В};$$

$$m_U = 5 \frac{\text{В}}{\text{мм}}; m_I = 0,05 \frac{\text{А}}{\text{мм}}.$$

6. Определяем потребляемую активную мощность:

$$P = E_r I_L \cos \varphi_3 = 212 \cdot 1,3 \cdot \cos 19^\circ = 260,6 \text{ Вт}.$$

По известной величине напряжение $U_L = 135 \text{ В}$ уточняем значения

$$I_1 = \frac{k_1 \cdot U_L}{\omega} + \frac{3k_3 \cdot U_L^3}{2\omega^3} = 1,25 \text{ А};$$

$$I_3 = -\frac{k_3 \cdot U_L^3}{2\omega^3} = -0,515 \text{ А};$$

$$I_L = \sqrt{I_1^2 + I_3^2} = 1,352 \approx 1,3 \text{ А - верно};$$

$$k_r = \left| \frac{I_3}{I_1} \right| = 0,412;$$

$$\beta = \alpha_r - \varphi_3 = 26^\circ;$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot 1,25 \sin(314t + 26^\circ) - \sqrt{2} \cdot 0,515 \sin(942t + 78^\circ), \text{ А}.$$

7. Анализируем полученные результаты и формируем выводы по работе.

Ниже приводится расчет рассматриваемого примера при помощи программы *Mathcad*.

Дано:

$$\begin{aligned}
 E &:= 100 & R &:= 100 \\
 J &:= 2 & C &:= 31.847 \cdot 10^{-6} & \mu_0 &:= 4\pi \cdot 10^{-7} \\
 \alpha &:= 90 \cdot \text{deg} & \omega &:= 314 \\
 w_1 &:= 2000 & S_1 &:= 1 \cdot 10^{-4} & l_1 &:= 0.30 & \delta_1 &:= 1 \cdot 10^{-3} \\
 w_2 &:= 0 & S_2 &:= 2 \cdot 10^{-4} & l_2 &:= 0.15 & \delta_2 &:= 0 \\
 w_3 &:= 1000 & S_3 &:= 1 \cdot 10^{-4} & l_3 &:= 0.30 & \delta_3 &:= 0
 \end{aligned}$$

$$B := (0 \ 0.6 \ 1 \ 1.2 \ 1.6 \ 2 \ 2.2 \ 2.3 \ 2.5)$$

$$H := (0 \ 250 \ 500 \ 1000 \ 2000 \ 6000 \ 12000 \ 30000 \ 200000)$$

1. Определяем комплексное сопротивление емкости:

$$Z_c := -i \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \quad Z_c = -100i$$

Определение E, Z, I генератора:

$$E := E \cdot e^{i\alpha} \quad E = 100i$$

$$J := J \cdot e^{i\alpha} \quad J = 2i$$

$$Z_g := R + \frac{R \cdot Z_c}{R + Z_c} \quad Z_g = 150 - 50i$$

$$|Z_g| = 158.11 \quad \arg(Z_g) = -18.43\text{deg}$$

$$E_g := (E + J \cdot R) \cdot \frac{Z_c}{R + Z_c} \quad E_g = 150 + 150i$$

$$|E_g| = 212.13 \quad \arg(E_g) = 45\text{deg}$$

$$I_g := \frac{E_g}{Z_g} \quad I_g = 0.6 + 1.2i$$

$$|I_g| = 1.342 \quad \arg(I_g) = 63.44\text{deg}$$

2. Находим два значения тока:

$$I_{11} := \sqrt{2} \cdot \frac{|I_g|}{2} \quad I_{12} := \sqrt{2} \cdot |I_g|$$

$$I_{11} = 0.949$$

$$I_{12} = 1.897$$

Для каждого значения индукции и напряженности рассчитываем:

$$k := 0, 1..8$$

2.1. потоки

$$\Phi_1 := B \cdot S_1$$

$$\Phi_2 := B \cdot S_2$$

$$\Phi_3 := B \cdot S_3$$

2.2. напряжения в зазорах

$$U_{\delta 1} := \frac{B \cdot \delta_1}{\mu_0}$$

$$U_{\delta 2} := \frac{B \cdot \delta_2}{\mu_0}$$

$$U_{\delta 3} := \frac{B \cdot \delta_3}{\mu_0}$$

2.3. напряжения магнитопроводов

$$U_{m1} := H \cdot l_1$$

$$U_{m2} := H \cdot l_2$$

$$U_{m3} := H \cdot l_3$$

2.4. между узлами cd при первом значении тока

$$U11 := I11 \cdot w1 - U\delta1 - Um1$$

$$U12 := -I11 \cdot w2 + U\delta2 + Um2$$

$$U13 := I11 \cdot w3 - U\delta3 - Um3$$

2.5. напряжения между узлами cd при втором значении тока

$$U21 := I12 \cdot w1 - U\delta1 - Um1$$

$$U22 := -I12 \cdot w2 + U\delta2 + Um2$$

$$U23 := I12 \cdot w3 - U\delta3 - Um3$$

Сводная таблица данных 1

$$St1 := \text{stack}(B, H, \Phi1, \Phi2, \Phi3, U\delta1, U\delta2, U\delta3, Um1, Um2, Um3)$$

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	1	1	2	2	2	2
1	0	250	500	$1 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^3$	$6 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^4$
2	0	$6 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$
3	0	$1 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$
4	0	$6 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$
5	0	477	796	955	$1 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^3$
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	75	150	300	600	$2 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^3$	$9 \cdot 10^3$
9	0	38	75	150	300	900	$2 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^3$
10	0	75	150	300	600	$2 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^3$	$9 \cdot 10^3$

Сводная таблица данных 2

$$St2 := \text{stack}(B, U11, U12, U13)$$

$$St2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \\ 1897 & 1345 & 952 & 642 & 24 & -1494 & -3453 & -8933 & -60092 \\ 0 & 38 & 75 & 150 & 300 & 900 & 1800 & 4500 & 30000 \\ 949 & 874 & 799 & 649 & 349 & -851 & -2651 & -8051 & -59051 \end{pmatrix}$$

Сводная таблица данных 3

$$St2 := \text{stack}(B, U21, U22, U23)$$

$$St2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3795 & 3242 & 2849 & 2540 & 1921 & 403 & -1556 & -7036 & -58195 \\ 0 & 38 & 75 & 150 & 300 & 900 & 1800 & 4500 & 30000 \\ 1897 & 1822 & 1747 & 1597 & 1297 & 97 & -1703 & -7103 & -58103 \end{pmatrix}$$

Для построения графиков, необходимо выполнить следующее:

$$U11 := \text{reverse}(U11^T) \quad U12 := U12^T \quad U13 := \text{reverse}(U13^T)$$

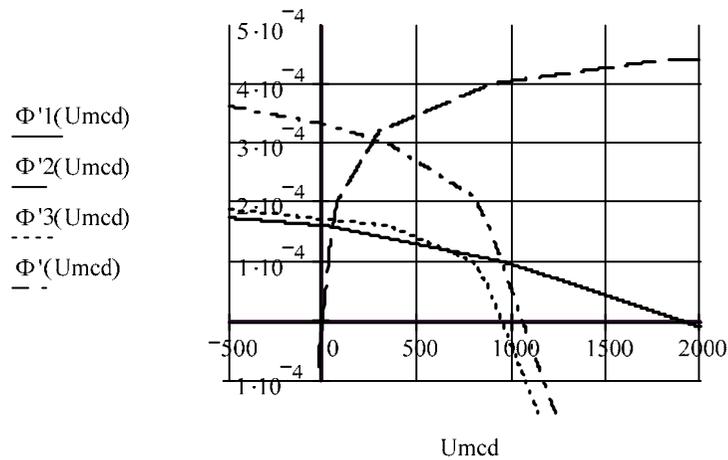
$$\Phi1 := \text{reverse}(\Phi1^T) \quad \Phi2 := \Phi2^T \quad \Phi3 := \text{reverse}(\Phi3^T)$$

$$\Phi'1(Umcd) := \text{linterp}(U11, \Phi1, Umcd)$$

$$\Phi'2(Umcd) := \text{linterp}(U12, \Phi2, Umcd)$$

$$\Phi'3(Umcd) := \text{linterp}(U13, \Phi3, Umcd)$$

$$\Phi'(Umcd) := \Phi'1(Umcd) + \Phi'3(Umcd)$$



Определение точки пересечения:

$$Umcd := 1$$

Given

$$\Phi'(Umcd) - \Phi'2(Umcd) = 0$$

$$Umcd1 := \text{Find}(Umcd) \quad Umcd1 = 274.3$$

$$\Phi'1 := \Phi'1(Umcd1) \quad \Phi'2 := \Phi'2(Umcd1) \quad \Phi'3 := \Phi'3(Umcd1)$$

$$\Phi'1 = 1.44 \times 10^{-4} \quad \Phi'2 = 3.06 \times 10^{-4} \quad \Phi'3 = 1.62 \times 10^{-4}$$

Проверка: $\Phi'1 + \Phi'3 = 3.06 \times 10^{-4}$

Определяем величину потокоосцепления:

$$\Psi1 := w1 \cdot \Phi'1 + w2 \cdot \Phi'2 + w3 \cdot \Phi'3 \quad \Psi1 = 0.45$$

Сводная таблица данных 3

$$St3 := \text{stack}(B, U21, U22, U23)$$

$$St3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3795 & 3242 & 2849 & 2540 & 1921 & 403 & -1556 & -7036 & -58195 \\ 0 & 38 & 75 & 150 & 300 & 900 & 1800 & 4500 & 30000 \\ 1897 & 1822 & 1747 & 1597 & 1297 & 97 & -1703 & -7103 & -58103 \end{pmatrix}$$

Для построения графиков, необходимо выполнить следующее:

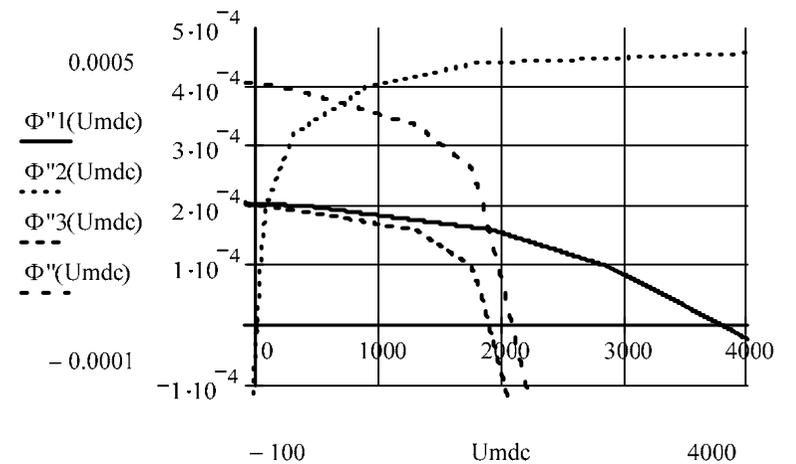
$$U21 := \text{reverse}(U21^T) \quad U22 := U22^T \quad U23 := \text{reverse}(U23^T)$$

$$\Phi''1(Umcd) := \text{linterp}(U21, \Phi1, Umcd)$$

$$\Phi''2(Umcd) := \text{linterp}(U22, \Phi2, Umcd)$$

$$\Phi''3(Umcd) := \text{linterp}(U23, \Phi3, Umcd)$$

$$\Phi''(Umcd) := \Phi''1(Umcd) + \Phi''3(Umcd)$$



Определение точки пересечения:

$$U_{mde} := 1$$

Given

$$\Phi'(U_{mde}) - \Phi''(U_{mde}) = 0$$

$$U_{mde1} := \text{Find}(U_{mde}) \quad U_{mde1} = 693.57$$

$$\Phi''1 := \Phi''1(U_{mde1}) \quad \Phi''2 := \Phi''2(U_{mde1}) \quad \Phi''3 := \Phi''3(U_{mde1})$$

$$\Phi''1 = 1.92 \times 10^{-4} \quad \Phi''2 = 3.72 \times 10^{-4} \quad \Phi''3 = 1.8 \times 10^{-4}$$

Проверка: $\Phi''1 + \Phi''3 = 3.72 \times 10^{-4}$

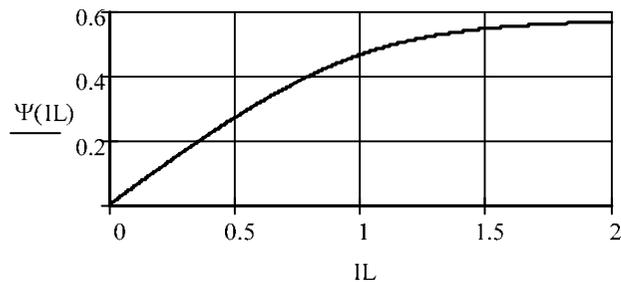
Определяем величину потокосцепления:

$$\Psi2 := w1 \cdot \Phi''1 + w2 \cdot \Phi''2 + w3 \cdot \Phi''3 \quad \Psi2 = 0.56$$

3. Строим веберамперную характеристику $\Psi(iL)$:

$$\Psi := \begin{pmatrix} 0 \\ \Psi1 \\ \Psi2 \end{pmatrix} \quad iL := \begin{pmatrix} 0 \\ I11 \\ I12 \end{pmatrix}$$

$$s := \text{lspline}(iL, \Psi) \quad \Psi(IL) := \text{interp}(s, iL, \Psi, IL)$$

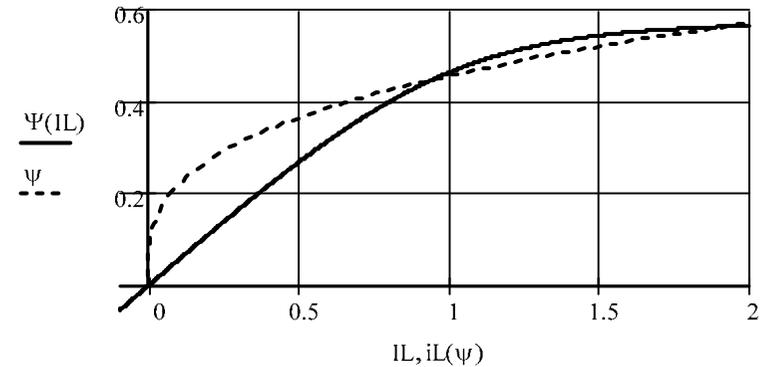


Заменяем зависимостью $iL(\Psi)$:

Определяем коэффициенты:

$$\begin{pmatrix} k1 \\ k3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \Psi1 & \Psi1^3 \\ \Psi2 & \Psi2^3 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} I11 \\ I12 \end{pmatrix} \quad k1 = -0.07 \quad k3 = 10.75$$

$$iL(\Psi) := k1 \cdot \Psi + k3 \cdot \Psi^3$$



4. Определяем четыре действующих значения напряжения (для точности расчетов можно брать большее число точек K):

$$K := 7 \quad j := 1..K$$

$$h := \frac{|Eg|}{K + 4} \quad \text{- шаг} \quad U_{dj} := \text{round}(j \cdot h)$$

Находим гармоники тока:

$$I_{gr1j} := k1 \cdot \frac{U_{dj}}{\omega} + 3 \cdot k3 \cdot \frac{(U_{dj})^3}{2 \cdot \omega^3} \quad I_{gr3j} := -k3 \cdot \frac{(U_{dj})^3}{2 \cdot \omega^3}$$

Вычисляем действующие значения тока:

$$I_{dj} := \sqrt{(I_{gr1j})^2 + (I_{gr3j})^2}$$

Вычисляем коэффициент гармоник:

$$kgr_j := \left| \frac{Igr3_j}{Igr1_j} \right|$$

Сводная таблица данных 4

$$St4 := \text{stack}(Ud^T, Igr1^T, Igr3^T, Id^T, kgr^T)$$

$$St4 = \begin{pmatrix} 0 & 19 & 39 & 58 & 77 & 96 & 116 & 135 \\ 0 & -0 & 0.02 & 0.09 & 0.22 & 0.44 & 0.79 & 1.25 \\ 0 & -0 & -0.01 & -0.03 & -0.08 & -0.15 & -0.27 & -0.43 \\ 0 & 0 & 0.02 & 0.09 & 0.23 & 0.47 & 0.83 & 1.32 \\ 0 & 1.77 & 0.46 & 0.38 & 0.36 & 0.35 & 0.34 & 0.34 \end{pmatrix}$$

5. Строим ВАХ $U_L(IL)$, ВАХ $U_E(IL)$ и ФАХ $\varphi_E(IL)$:

5.1. $U_L(IL) := \text{linterp}(Id, Ud, IL)$

5.2. Заполняем таблицу 5

$$U_j := Zg \cdot Id_j + Ud_j \cdot e^{i90 \text{deg}}$$

$$Ue_j := |U_j| \quad \varphi_{Ej-1} := \frac{\arg(U_j)}{\text{deg}}$$

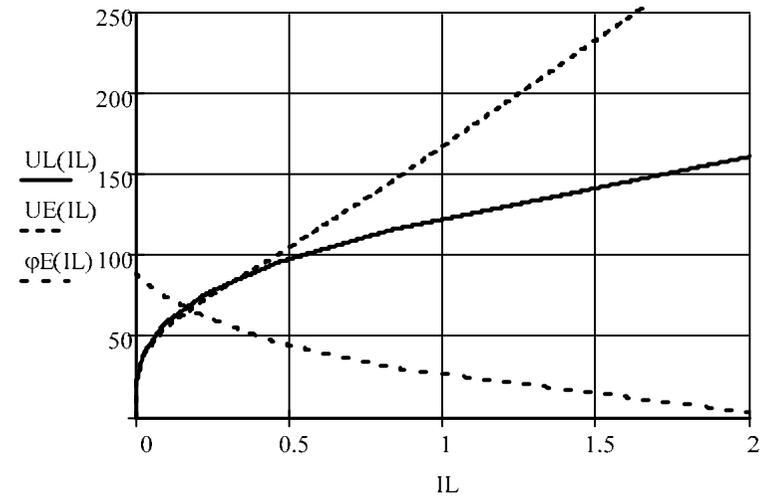
$$iL_{j-1} := Id_j \quad uL_{j-1} := Ud_j \quad uE_{j-1} := Ue_j$$

$$St5 := \text{stack}(iL^T, uL^T, uE^T, \varphi E^T)$$

$$St5 = \begin{pmatrix} 0 & 0.02 & 0.09 & 0.23 & 0.47 & 0.83 & 1.32 \\ 19 & 39 & 58 & 77 & 96 & 116 & 135 \\ 18.93 & 37.95 & 55.12 & 74.15 & 100.81 & 145.33 & 209.95 \\ 89.38 & 84.45 & 75.03 & 61.7 & 46.17 & 30.78 & 19.16 \end{pmatrix}$$

$$UE(IL) := \text{linterp}(Id, Ue, IL)$$

$$\varphi E(IL) := \text{linterp}(iL, \varphi E, IL)$$



По известной E_g находим:

а) ток I_L :

$$IL := 0.1$$

Given

$$UE(IL) - |Eg| = 0$$

$$IL1 := \text{Find}(IL) \quad IL1 = 1.34$$

б) напряжение U_L :

$$U_L(IL1) = 135.64$$

в) фазу напряжения U_E :

$$\varphi E(IL1) = 18.76$$

г) фазу тока I_L :

$$\beta := \frac{\arg(Eg)}{\text{deg}} - \varphi E(IL1) \quad \beta = 26.24$$

$$IL := IL1 \cdot e^{i\beta \cdot \text{deg}}$$

$$IL = 1.2 + 0.59i \quad |IL| = 1.34 \quad \arg(IL) = 26.24\text{deg}$$

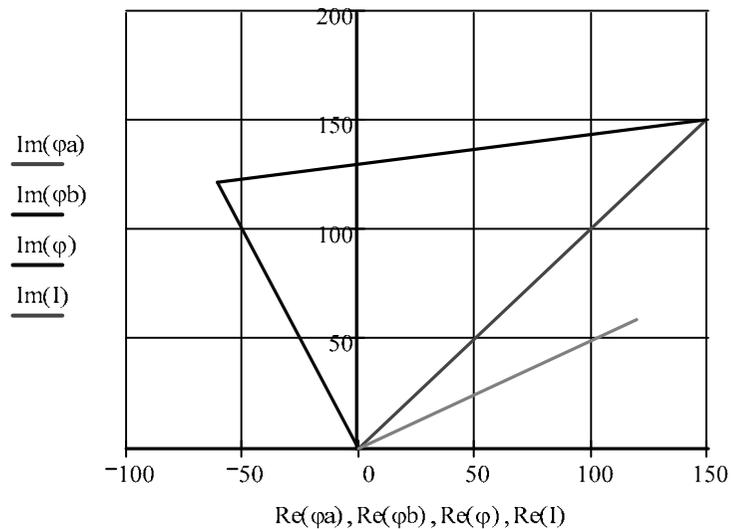
$$UL := UL(IL1) \cdot e^{i(\beta+90) \cdot \text{deg}}$$

$$UL = -59.97 + 121.67i \quad |UL| = 135.64 \quad \arg(UL) = 116.24\text{deg}$$

Строим векторную диаграмму:

$$Ug := IL \cdot Zg$$

$$\varphi_a := \begin{pmatrix} 0 \\ Eg \end{pmatrix} \quad \varphi_b := \begin{pmatrix} 0 \\ UL \end{pmatrix} \quad \varphi := \begin{pmatrix} Eg \\ UL \end{pmatrix} \quad I := \begin{pmatrix} 0 \\ IL \end{pmatrix} \cdot 100$$



Определяем потребляемую цепью активную мощность:

$$P := |Eg| \cdot |IL| \cdot \cos(\arg(Eg) - \arg(IL)) \quad P = 268.89$$

По известной величине напряжения уточняем значения гармоник тока:

$$|UL| = 135.64$$

$$I_{gr1} := k1 \cdot \frac{|UL|}{\omega} + 3 \cdot k3 \cdot \frac{(|UL|)^3}{2 \cdot \omega^3} \quad I_{gr3} := -k3 \cdot \frac{(|UL|)^3}{2 \cdot \omega^3}$$

$$I_{gr1} = 1.27$$

$$I_{gr3} = -0.43$$

Вычисляем действующие значения тока:

$$IL := \sqrt{I_{gr1}^2 + I_{gr3}^2} \quad IL = 1.34$$

Вычисляем коэффициент гармоник:

$$k_{gr} := \left| \frac{I_{gr3}}{I_{gr1}} \right| \quad k_{gr} = 0.34$$

Пример 3. Методические указания к заданию № 6 «Расчет длинных линий в установившемся и переходном режимах»

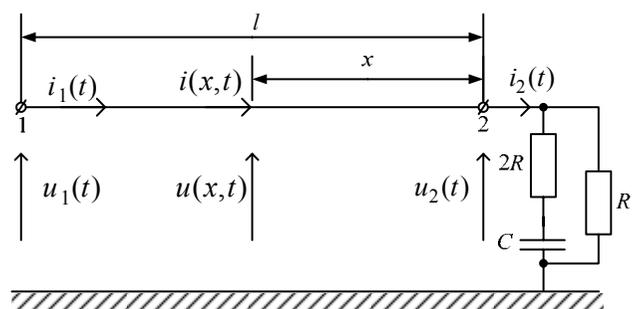


Рис. 3.1

Дано:

$$R_0 = 0,12 \frac{\text{Ом}}{\text{км}}; \quad L_0 = 10^{-3} \frac{\text{Гн}}{\text{км}};$$

$$G_0 = 10^{-6} \frac{\text{См}}{\text{км}}; \quad C_0 = 1,11 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Ф}}{\text{км}};$$

$$U_2 = 330 \text{ кВ}; \quad \psi_{u_2} = 45^\circ; \quad l = 1500 \text{ км};$$

$$R = 600 \text{ Ом}; \quad C = 2,654 \text{ мкФ}; \quad \omega = 314 \frac{1}{\text{с}}.$$

1. В установившемся режиме при заданном фазном напряжении $u_2(t) = \sqrt{2} \cdot U_2 \sin(\omega t + \psi_{u_2}) = \sqrt{2} \cdot 330 \cdot 10^3 \sin(314t + 45^\circ)$ В, в конце линии определяем следующие величины.

1.1. Волновое сопротивление:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_B &= \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{0,12 + j314 \cdot 10^{-3}}{10^{-6} + j314 \cdot 1,11 \cdot 10^{-8}}} = \\ &= 304,195 - j13,032 = 304,474 e^{-j2,45^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

1.2. Постоянная распространения:

$$\begin{aligned} \underline{\gamma} &= \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \sqrt{(0,12 + j314 \cdot 10^{-3})(10^{-6} + j314 \cdot 1,11 \cdot 10^{-8})} = \\ &= 3,496 \cdot 10^{-4} + j1,047 \cdot 10^{-3} = \alpha + j\beta \frac{1}{\text{км}}. \end{aligned}$$

где $\alpha = 3,496 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{км}}$ – коэффициент затухания;

$$\beta = 1,047 \cdot 10^{-3} \frac{\text{рад}}{\text{км}} \approx 1,047 \cdot 10^{-3} \frac{180}{\pi} = 0,06 \frac{\text{град}}{\text{км}}$$

– коэффициент фазы.

1.3. Фазовая скорость:

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{314}{1,047 \cdot 10^{-3}} = 2,999 \cdot 10^5 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

1.4. Длина волны:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{6,28}{1,047 \cdot 10^{-3}} = 5998 \text{ км}.$$

1.5. Комплексное сопротивление нагрузки при

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 2,654 \cdot 10^{-6}} = 1200 \text{ Ом};$$

$$Z_H = \frac{R(2R - jX_C)}{R + (2R - jX_C)} = \frac{600(1200 - j1200)}{1800 - j1200} =$$

$$= 461,538 - j92,308 = 470 e^{-j11,31^\circ} \text{ Ом}.$$

1.6. Комплекс действующего значения тока в нагрузке:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_H} = \frac{U_2 e^{j\psi_{u_2}}}{Z_H} = \frac{330 \cdot 10^3 e^{j45^\circ}}{470,679 e^{-j11,31^\circ}} = 701,11 e^{j56,31^\circ} \text{ А}.$$

1.7. Постоянные интегрирования:

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 &= \frac{\dot{U}_2 + \underline{Z}_B \dot{I}_2}{2} = \\ &= \frac{330 \cdot 10^3 e^{j45^\circ} + 304,474 e^{-j2,45^\circ} \cdot 701,11 e^{j56,31^\circ}}{2} = \end{aligned}$$

$$179,6 \cdot 10^3 + j202,9 \cdot 10^3 = 271 \cdot 10^3 e^{j48,48^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{A}_2 = \frac{\dot{U}_2 - \underline{Z}_B \dot{I}_2}{2} = 53,72 \cdot 10^3 + j30,48 \cdot 10^3 = 61,76 \cdot 10^3 e^{j29,6^\circ} \text{ В}.$$

1.8. Комплексы действующих значений напряжения и тока в начале линии при $x = l = 1500 \text{ км}$:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{A}_1 e^{\gamma l} + \dot{A}_2 e^{-\gamma l} = 271 \cdot 10^3 e^{j48,48^\circ} e^{(3,496 \cdot 10^{-4} + j1,047 \cdot 10^{-3})1500} + \\ &+ 61,76 \cdot 10^3 e^{j29,6^\circ} e^{-(3,496 \cdot 10^{-4} + j1,047 \cdot 10^{-3})1500} = \\ &= 271 \cdot 10^3 e^{j48,48^\circ} e^{0,5244} e^{j90^\circ} + 61,76 \cdot 10^3 e^{j29,6^\circ} e^{-0,5244} e^{-j90^\circ} = \\ &= -324,7 \cdot 10^3 + j271,7 \cdot 10^3 = 423,4 \cdot 10^3 e^{j140^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{A}_1}{Z_B} e^{\gamma l} - \frac{\dot{A}_2}{Z_B} e^{-\gamma l} = -1231 + j1049 = 1618 e^{j139,5^\circ} \text{ А.}$$

1.9. Активные мощности:
в конце линии

$$\begin{aligned} P_2 &= U_2 I_2 \cos(\psi_{u_2} - \psi_{I_2}) = 330 \cdot 10^3 \cdot 701,11 \cos(45^\circ - 56,31^\circ) = \\ &= 2,269 \cdot 10^8 \text{ Вт} = 226,9 \text{ МВт}; \end{aligned}$$

в начале линии

$$P_1 = U_1 I_1 \cos(\psi_{u_1} - \psi_{I_1}) = 423,4 \cdot 10^3 \cdot 1618 \cos(140^\circ - 139,5^\circ) = 684,8 \text{ МВт},$$

а так же эффективность передачи энергии по линии

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{226,9}{684,8} = 0,33.$$

1.10. Изменяя координату x от 0 до $l = 1500 \text{ км}$ по уравнениям

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{A}_1 e^{\gamma x} + \dot{A}_2 e^{-\gamma x}; \\ \dot{I}(x) = \frac{\dot{A}_1}{Z_B} e^{\gamma x} - \frac{\dot{A}_2}{Z_B} e^{-\gamma x} \end{cases}$$

рассчитываем с использованием программы Mathcad действующие значения напряжения $\dot{U}(x)$ и тока $\dot{I}(x)$, а так же активную мощность

$P(x) = U(x)I(x)\cos(\psi_U - \psi_I)$. Результаты расчётов заносим в таблицу.

$x, \text{ км}$	0	300	600	900	1200	1500
$U(x), \text{ кВ}$	330	336	337,1	346	373,6	423,4
$I(x), \text{ А}$	701,11	895,9	1112	1313	1482	1618
$P(x), \text{ МВт}$	226,9	283,1	353,6	441,6	550,7	684,8

По данным таблицы строим совмещённые графики $U(x), I(x)$ и $P(x)$.

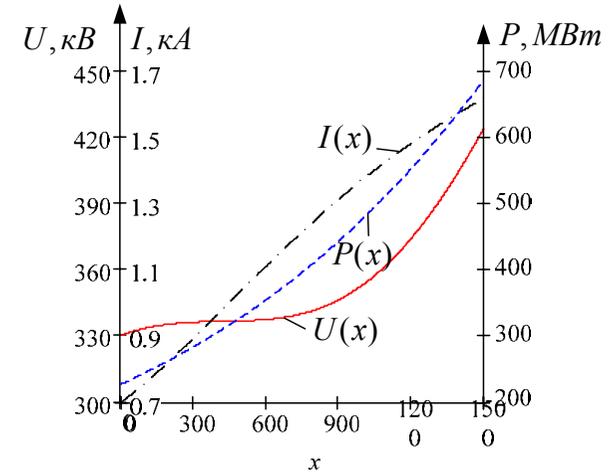


Рис. 3.2

Ниже приводится расчет программой Mathcad.

Документ Mathcad

ORIGIN:= 1

$$\begin{aligned} R0 &:= 0.12 \quad \frac{\text{Ом}}{\text{км}} & L0 &:= 1 \cdot 10^{-3} \quad \frac{\text{Гн}}{\text{км}} \\ g0 &:= 1 \cdot 10^{-6} \quad \frac{\text{См}}{\text{км}} & c0 &:= 1.11 \cdot 10^{-8} \quad \frac{\text{Ф}}{\text{км}} \\ R &:= 600 \quad \text{Ом} & U2 &:= 330 \cdot 10^3 \cdot e^{45i \cdot \text{deg}} \quad \text{В} \\ \omega &:= 314 \quad \frac{\text{рад}}{\text{с}} & L &:= 1500 \quad \text{км} \\ c &:= 2.654 \cdot 10^{-6} \quad \text{Ф} \end{aligned}$$

$$h(z) := \begin{cases} x_{1,1} \leftarrow \text{Re}(z) \\ x_{1,2} \leftarrow \text{Im}(z) \\ x_{2,1} \leftarrow |z| \\ x_{2,2} \leftarrow \frac{\arg(z)}{\text{deg}} \end{cases}$$

1.1. Волновое сопротивление z (Ом) и коэффициент распространения γ (1/км):

$$Z_B := \sqrt{\frac{R_0 + j\omega \cdot L_0}{g_0 + j\omega \cdot c_0}} \quad \text{Ом} \quad h(Z_B) = \begin{pmatrix} 304.195 & -13.032 \\ 304.474 & -2.453 \end{pmatrix}$$

1.2. Постоянная распространения γ (1/км):

$$\gamma := \sqrt{(R_0 + j\omega \cdot L_0) \cdot (g_0 + j\omega \cdot c_0)} \quad \frac{1}{\text{км}}$$

$$\gamma = 3.496 \times 10^{-4} + 1.047i \times 10^{-3}$$

Коэффициент затухания α (Нп/км) и коэффициент фазы β (рад/км):

$$\alpha := \text{Re}(\gamma) \quad \beta := \text{Im}(\gamma)$$

$$\alpha = 3.496 \times 10^{-4} \frac{\text{Нп}}{\text{км}} \quad \beta = 1.047 \times 10^{-3} \frac{\text{рад}}{\text{км}}$$

1.3. Фазовая скорость v (км/с)

$$v := \frac{\omega}{\beta} \quad v = 2.998 \times 10^5$$

1.4. Длина волны λ (км)

$$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{\beta} \quad \lambda = 6 \times 10^3$$

1.5. Комплексное сопротивление нагрузки (Ом) $x_c := \frac{1}{\omega \cdot c}$

$$Z_H := \frac{R \cdot (2 \cdot R - i \cdot x_c)}{R + 2 \cdot R - i \cdot x_c} \quad h(Z_H) = \begin{pmatrix} 461.536 & -92.307 \\ 470.676 & -11.31 \end{pmatrix}$$

1.6. Комплекс действующего значения тока в нагрузке (А)

$$I_2 := \frac{U_2}{Z_H} \quad h(I_2) = \begin{pmatrix} 388.911 & 583.366 \\ 701.119 & 56.31 \end{pmatrix} \text{ А}$$

1.7. Постоянные интегрирования (В)

$$A_1 := \frac{U_2 + Z_B \cdot I_2}{2} \quad h(A_1) = \begin{pmatrix} 1.796 \times 10^5 & 2.029 \times 10^5 \\ 2.71 \times 10^5 & 48.477 \end{pmatrix}$$

$$A_2 := \frac{U_2 - Z_B \cdot I_2}{2} \quad h(A_2) = \begin{pmatrix} 5.372 \times 10^4 & 3.048 \times 10^4 \\ 6.176 \times 10^4 & 29.569 \end{pmatrix}$$

1.8. Комплексы действующих значений напряжения (В) и тока (А) в начале линии

$$U(x) := A_1 \cdot e^{\gamma \cdot x} + A_2 \cdot e^{-\gamma \cdot x}$$

$$I(x) := \frac{A_1}{Z_B} \cdot e^{\gamma \cdot x} - \frac{A_2}{Z_B} \cdot e^{-\gamma \cdot x}$$

$$U(L) = -3.247 \times 10^5 + 2.717i \times 10^5 \quad |U(L)| = 4.234 \times 10^5 \text{ В}$$

$$I(L) = -1.231 \times 10^3 + 1.049i \times 10^3 \quad |I(L)| = 1.618 \times 10^3 \text{ А}$$

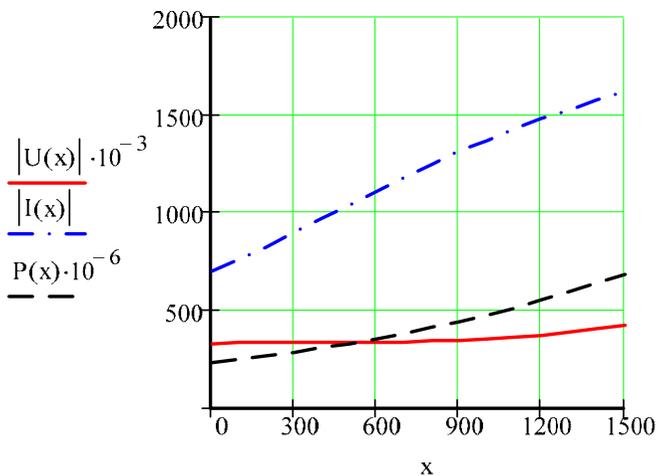
1.9. Активные мощности (Вт) в начале линии

$$P(x) := \text{Re}(U(x) \cdot \overline{I(x)}) \quad P(L) = 6.848 \times 10^8 \text{ Вт}$$

$$\text{в конце линии} \quad P(0) = 2.269 \times 10^8 \text{ Вт}$$

1.10. Эффективность передачи энергии по линии

$$\eta := \frac{P(0)}{P(L)} \quad \eta = 0.331$$



2. В переходном режиме для линии без потерь ($R_0 \approx 0$; $G_0 \approx 0$) при подключении к источнику постоянного напряжения $U_0 = \sqrt{2} \cdot U_1 \sin(\psi_{u1}) = \sqrt{2} \cdot 423,4 \cdot 10^3 \sin(140^\circ) = 384,9$, кВ определяем следующие величины.

2.1. Волновое сопротивление:

$$Z_B = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{10^{-3}}{1,11 \cdot 10^{-8}}} = 300 \text{ Ом.}$$

2.2. Фазовая скорость:

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-3} \cdot 1,11 \cdot 10^{-8}}} = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

2.3. Падающие волны напряжения и тока

$$U_{\text{над}} = U_0 = 384,9 \text{ кВ}; \quad I_{\text{над}} = \frac{U_0}{Z_B} = 1,283 \text{ кА.}$$

2.4. Напряжение $u_2(t)$ и ток $i_2(t)$ в нагрузке, воспользовавшись, например, классическим методом (цепь первого порядка).

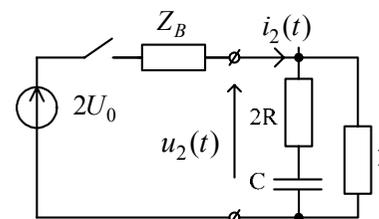


Рис. 3.3

$$\begin{cases} i_2(t) = i_{2np} + Ae^{pt}; \\ u_2(t) = u_{2np} + Be^{pt}. \end{cases}$$

2.4.1. Определяем независимые начальные условия (ННУ) при $t=0-$: $u_C(0-) = 0$.

2.4.2. Зависимые начальные условия (ЗНУ) при $t=0+$ (схема после коммутации ключа), когда $u_C(0-) = u_C(0+) = 0$.

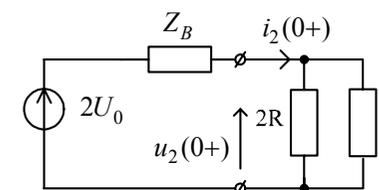


Рис. 3.4

$$i_2(0+) = \frac{2U_0}{Z_B + \frac{2R \cdot R}{2R + R}} = 1,1 \text{ кА};$$

$$u_2(0+) = i_2(0+) \frac{2R \cdot R}{2R + R} = 440 \text{ кВ.}$$

2.4.3. Определяем принуждённую составляющую при $t = \infty$: схема после коммутации ключа, установившейся режим, постоянный источник, C – разрыв, L – коротка.

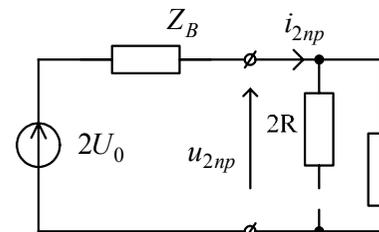


Рис. 3.5

$$i_{2np} = \frac{2U_0}{Z_B + R} = 0,855 \text{ кА};$$

причём
 $u_{2np} = i_{2np} R = 513,2 \text{ кВ.}$

2.4.4. Определяем корень характеристического уравнения: $p = ?$.

Используем метод сопротивления цепи после коммутации:

$$(C \rightarrow \frac{1}{Cp}; L \rightarrow Lp), \text{ причём } R_E = 0.$$

$$z(p) = \frac{1}{pC} + 2R + \frac{RZ_B}{R + Z_B} = 0 \Rightarrow p = -\frac{1}{\left(2R + \frac{RZ_B}{R + Z_B}\right)C} = -269 \frac{1}{\text{с}}.$$

2.4.5. Постоянные интегрирования

$$A = i_2(0+) - i_{2np} = 0,245 \text{ кА};$$

$$B = u_2(0+) - u_{2np} = -73,2 \text{ кВ}.$$

2.4.6. Окончательный результат

$$i_2(t) = i_{2np} + Ae^{pt} = 0,855 + 0,245e^{-269t} \text{ кА};$$

$$u_2(t) = u_{2np} + Be^{pt} = 513,2 - 73,2e^{-269t} \text{ кВ}.$$

2.5. Отраженные от конца линии волны напряжения

$$u_{omp}(t) = u_2(t) - U_{naд} = 128,3 - 73,2e^{-269t} \text{ кВ};$$

$$i_{omp} = -\frac{u_{omp}(t)}{Z_B} = -0,428 + 0,244e^{-269t} \text{ кА}.$$

2.6. Рассчитываем распределение напряжения и тока вдоль линии

для момента времени $t_0 = \frac{3l}{2v} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$, после подключения источника, когда отражённые от конца линии волны напряжения и тока достигли середины линии.

Для этого заполняем таблицу.

Точка	А Середина линии	Б	В	Г нагрузка
$t, \text{ с}$	$t_A = 0$	$t_B = \frac{(l/2)}{3v} = 0,833 \cdot 10^{-3}$	$t_B = \frac{2(l/2)}{3v} = 1,66 \cdot 10^{-3}$	$t_B = \frac{(l/2)}{v} = 2,5 \cdot 10^{-3}$
$u_{omp}, \text{ кВ}$	$u_{omp}(t_A) = 55,1$	$u_{omp}(t_B) = 69,795$	$u_{omp}(t_B) = 81,464$	$u_{omp}(t_\Gamma) = 90,936$
$i_{omp}, \text{ кА}$	$i_{omp}(t_A) = -0,184$	$i_{omp}(t_B) = -0,233$	$i_{omp}(t_B) = -0,272$	$i_{omp}(t_\Gamma) = -0,303$
$u(x, t), \text{ кВ}$	$u(t_A) = 440$	$u(t_B) = 454,7$	$u(t_B) = 466,36$	$u(t_\Gamma) = 475,84$
$i(x, t), \text{ кА}$	$i(t_A) = 1,1$	$i(t_B) = 1,051$	$i(t_B) = 1,012$	$i(t_\Gamma) = 0,98$

Расчёт ведётся следующим образом

$$u_2(t_B) = 513,2 - 73,2e^{-269 \cdot 0,833 \cdot 10^{-3}} = 454,7 \text{ кВ}.$$

Далее строим графики для $t = t_0$ (рис. 3.6).

3. Анализируем полученные результаты, графики и формулируем выводы по работе.

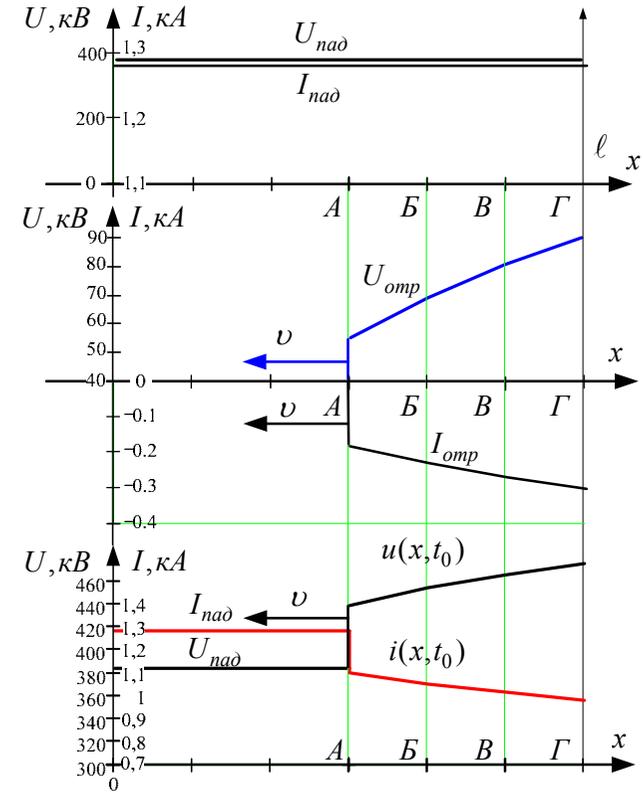


Рис. 3.6

Ниже приводится расчет программой Mathcad.

Документ Mathcad

2. Переходный режим в линии без потерь

$$U_0 := \left| |U(L)| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\arg(U(L))) \right| \quad U_0 = 3.842 \times 10^5$$

2.1. Волновое сопротивление z (Ом)

$$Z_B := \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad Z_B = 300.15$$

2.2. Фазовая скорость v (км/с)

$$v := \frac{1}{\sqrt{L_0 \cdot C_0}} \quad v = 3.002 \times 10^5 \quad t_0 := \frac{3 \cdot L}{2 \cdot v} \quad t_0 = 7.496 \times 10^{-3}$$

2.3 Падающие волны напряжения и тока

$$U_{\text{пад}} := U_0 \quad I_{\text{пад}} := \frac{U_{\text{пад}}}{Z_B} \quad I_{\text{пад}} = 1.28 \times 10^3$$

2.4.1. Начальные условия

$$I_0 := \frac{2 \cdot U_0}{Z_B + \frac{2}{3} \cdot R} \quad U_{20} := I_0 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot R \right)$$

$$I_0 = 1.097 \times 10^3 \quad U_{20} = 4.39 \times 10^5$$

2.4.2. Определяем принуждённые составляющие

$$I_{\text{пр}} := \frac{2 \cdot U_0}{Z_B + R} \quad I_{\text{пр}} = 853.649$$

$$U_{2\text{пр}} := I_{\text{пр}} \cdot R \quad U_{2\text{пр}} = 5.122 \times 10^5$$

2.4.3. Определяем корень характеристического уравнения

$$p := \frac{1}{c \cdot p} + 2 \cdot R + \frac{R \cdot Z_B}{R + Z_B} \quad \text{solve}, p \rightarrow -269.12271380813932938$$

$$p = -269.123$$

2.4.4. Постоянные интегрирования

$$A := I_0 - I_{\text{пр}} \quad B := U_{20} - U_{2\text{пр}}$$

2.4.5. Ток и напряжение в нагрузке

$$I_2(t) := I_{\text{пр}} + A \cdot e^{p \cdot t} \quad U_2(t) := U_{2\text{пр}} + B \cdot e^{p \cdot t}$$

2.5. Определяем отраженные волны

$$U_{\text{отр}}(t) := U_2(t) - U_{\text{пад}} \quad I_{\text{отр}}(t) := \frac{-U_{\text{отр}}(t)}{Z_B}$$

Строим графики распределения напряжения и тока вдоль линии как сумму падающих и отраженных волн, когда отраженная волна достигла середины линии

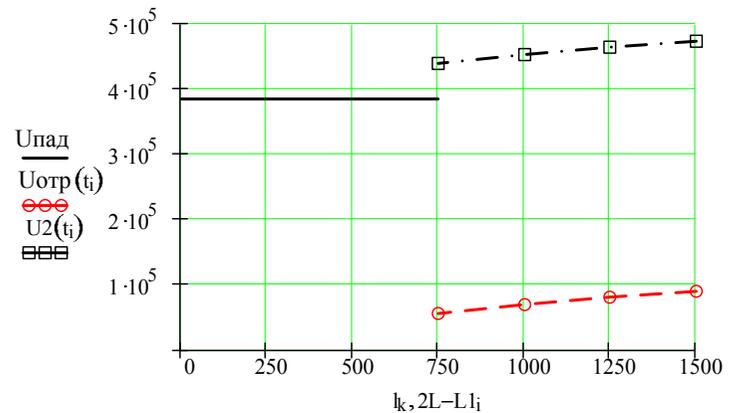
$$x_0 := v \cdot t_0$$

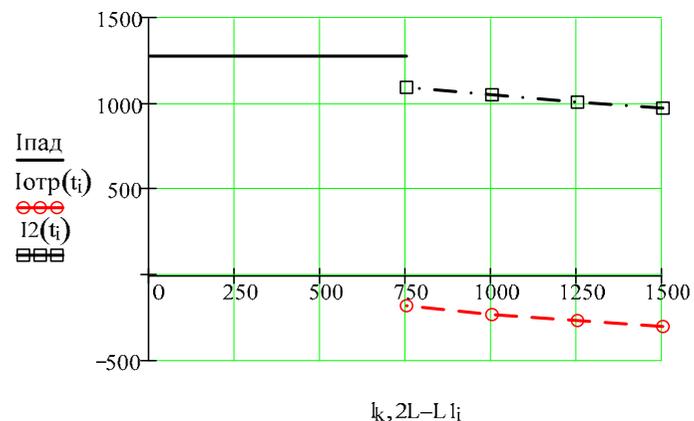
$$N := 3 \quad i := 0..N \quad \delta L := (x_0 - L) \cdot \frac{1}{N} \quad L_{1i} := L + \delta L \cdot i$$

$$t_i := \frac{3 \cdot L}{2 \cdot v} - \frac{L \cdot i}{v}$$

$L_{1i} =$	$t_i =$	$k := 0..1$
1.5·10 ³	2.499·10 ⁻³	$k_k :=$
1.75·10 ³	1.666·10 ⁻³	0
2·10 ³	8.329·10 ⁻⁴	2L - x ₀
2.25·10 ³	0	

$U_{\text{отр}}(t_i) =$	$I_{\text{отр}}(t_i) =$	$U_2(t_i) =$	$I_2(t_i) =$
9.062·10 ⁴	-301.927	4.748·10 ⁵	978.12
8.124·10 ⁴	-270.651	4.654·10 ⁵	1.009·10 ³
6.949·10 ⁴	-231.517	4.537·10 ⁵	1.049·10 ³
5.479·10 ⁴	-182.55	4.39·10 ⁵	1.097·10 ³





Список литературы

1. Бессонов, Лев Алексеевич. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник / Л. А. Бессонов. — 10-е изд. — М. : Гардарики, 1999. — 638 с.
2. Теоретические основы электротехники : учебник для вузов в 3 т. / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. — 4-е изд., доп. для самостоятельного изучения курса. — СПб. : Питер, 2003.
3. Основы теории цепей : учебное пособие / Г.В.Зевеке, П.А.Ионкин, А.В.Нетушил, С.В.Страхов. — 5-е изд., перераб. — М. : Энергоатомиздат, 1989. — 528 с.
4. Гурский, Дмитрий Анатольевич. Mathcad для студентов и школьников / Д. А. Гурский, Е. Турбина. — СПб. : Питер, 2005. — 400 с.
5. Кирьянов, Дмитрий Викторович. Mathcad 11 / Д. Кирьянов. — СПб. : БХВ-Петербург, 2003. — 560 с.

Содержание

Требования к оформлению.....	3
Задание № 4	5
Задание № 5	8
Задание № 6	12
Пример выполнения задания № 4	15
Пример выполнения задания № 5	42
Пример выполнения задания № 6	63
Список литературы	75

Расчетно-графические работы по теоретическим основам электротехники

Часть 2

Методические указания по самостоятельной работе для студентов ЭЛТИ

Составители: Носов Геннадий Васильевич
Колчанова Вероника Андреевна
Кулешова Елена Олеговна

Подписано к печати
Формат 60x84/16. Бумага офсетная.
Печать RISO. Усл. печ. л. . Уч.-изд.л. .
Тираж экз. Заказ . Цена свободная.
Издательство ТПУ. 634050, Томск, пр. Ленина, 30.

