

8 лекция

Переходные процессы,
законы коммутации,
Классический метод расчета

Переходные процессы и законы коммутации



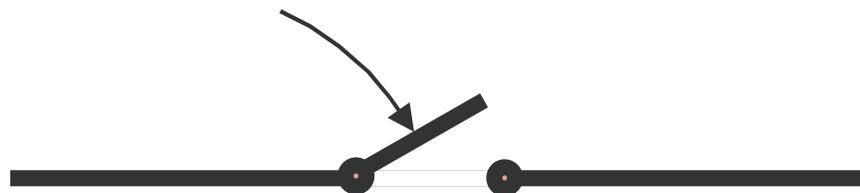
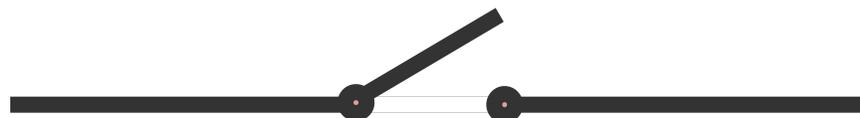
Коммутация

Под *переходными процессами* понимают процессы перехода от одного установившегося режима работы электрической цепи к другому, чем-либо отличающемуся от предыдущего, например величиной амплитуды, фазы, частоты или значениями параметров схемы.

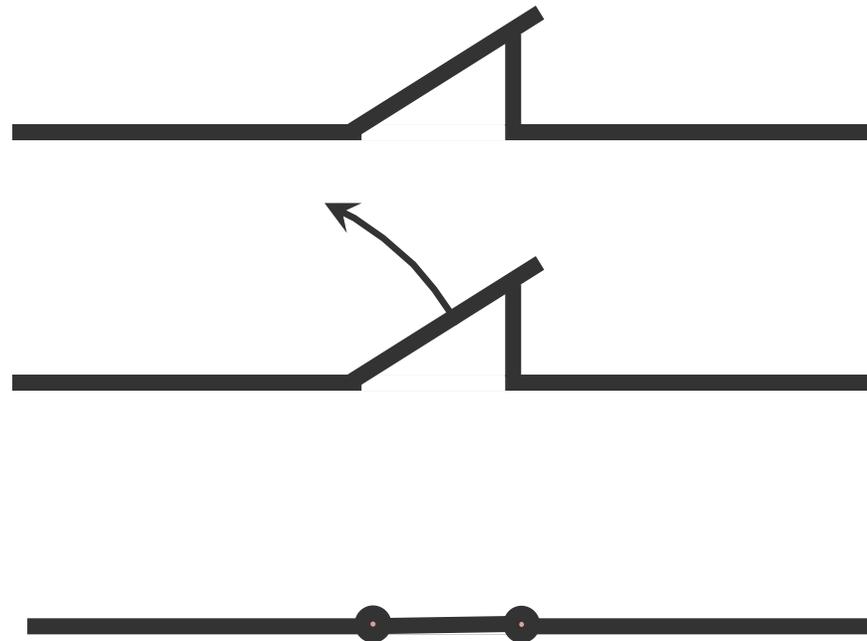
Коммутация это процесс замыкания и размыкания ключей. Переходные процессы обычно являются быстропротекающими; длительность их составляет десятые, сотые, а иногда даже миллиардные доли секунд. Сравнительно редко длительность переходных процессов достигает секунд и десятков секунд.

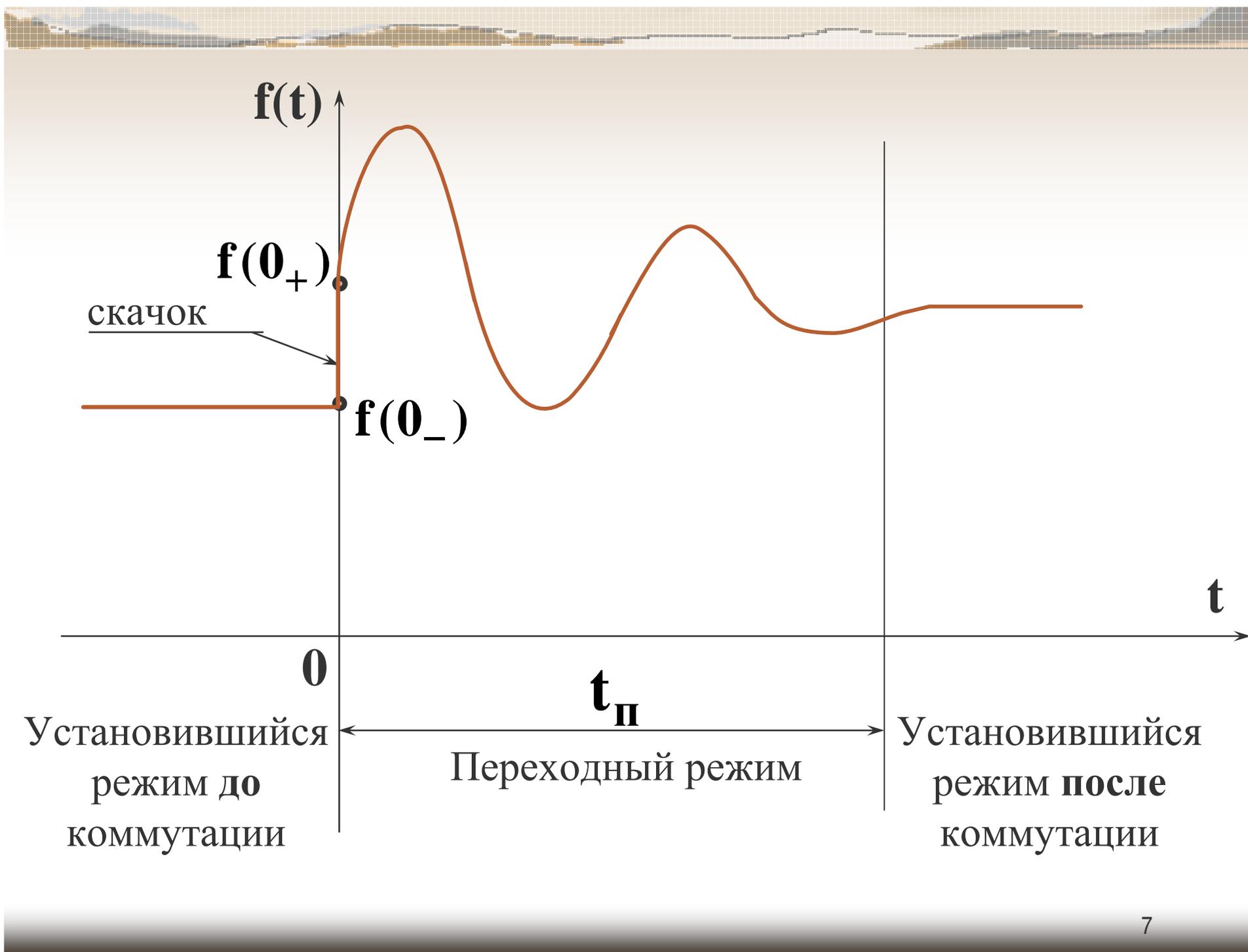
Физически переходные процессы представляют собой процессы перехода электрической системы от одного энергетического состояния к другому, то есть это процесс перераспределения энергии между элементами цепи.

Ключ замыкается:



Ключ размыкается:





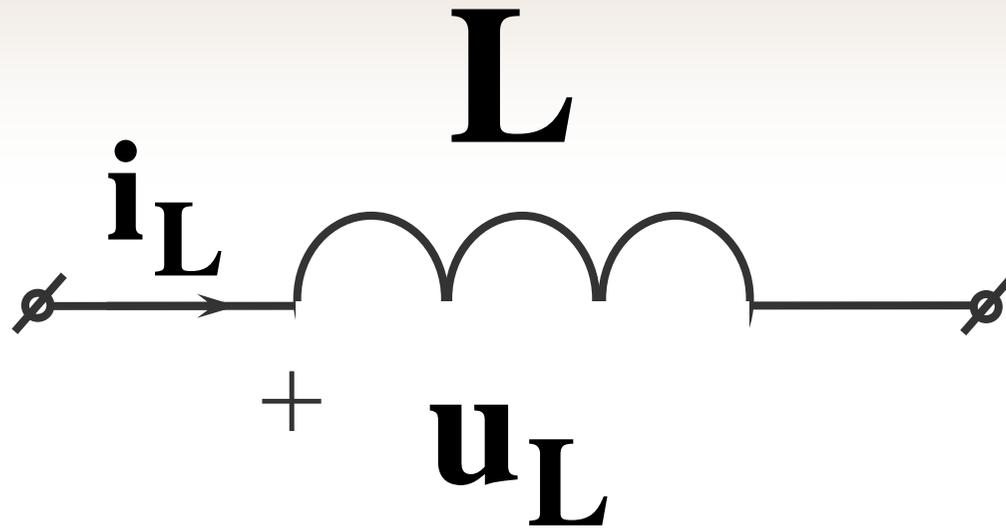
В электрической цепи, не может быть мгновенного изменения накопленной в электрических и магнитных полях энергии

$$W(0-) = W(0+) = W(0) .$$

Так как энергия электрического поля конденсатора и энергия магнитного поля индуктивной катушки равны соответственно

$$W_C = \frac{u^2 C}{2}, \quad W_L = \frac{i^2 L}{2},$$

Первый закон коммутации

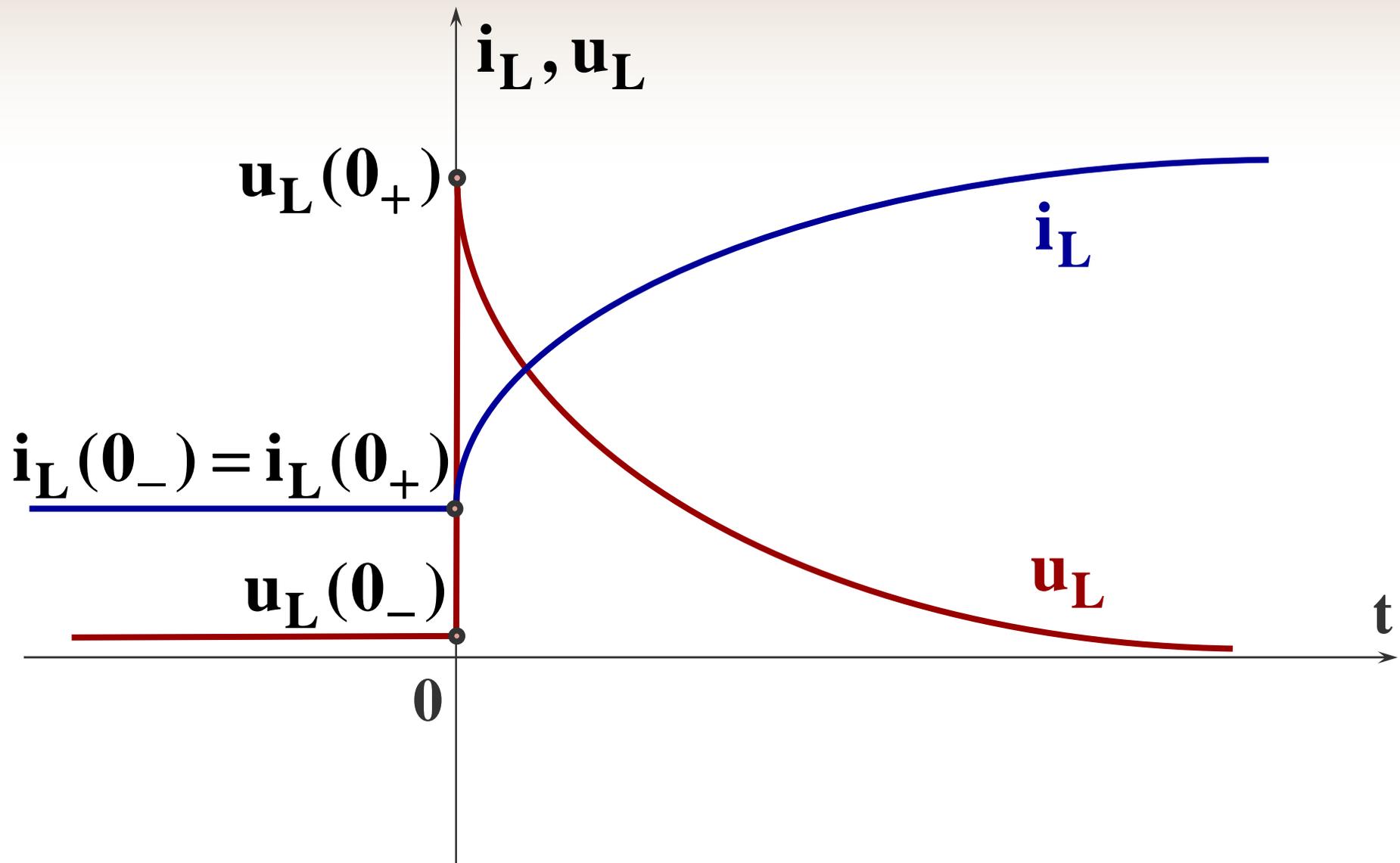


$$\mathbf{i_L(0_-)} = \mathbf{i_L(0_+)}$$

Ток в
ИНДУКТИВНОСТИ **НЕ**
МОЖЕТ ИЗМЕНИТЬСЯ
СКАЧКОМ

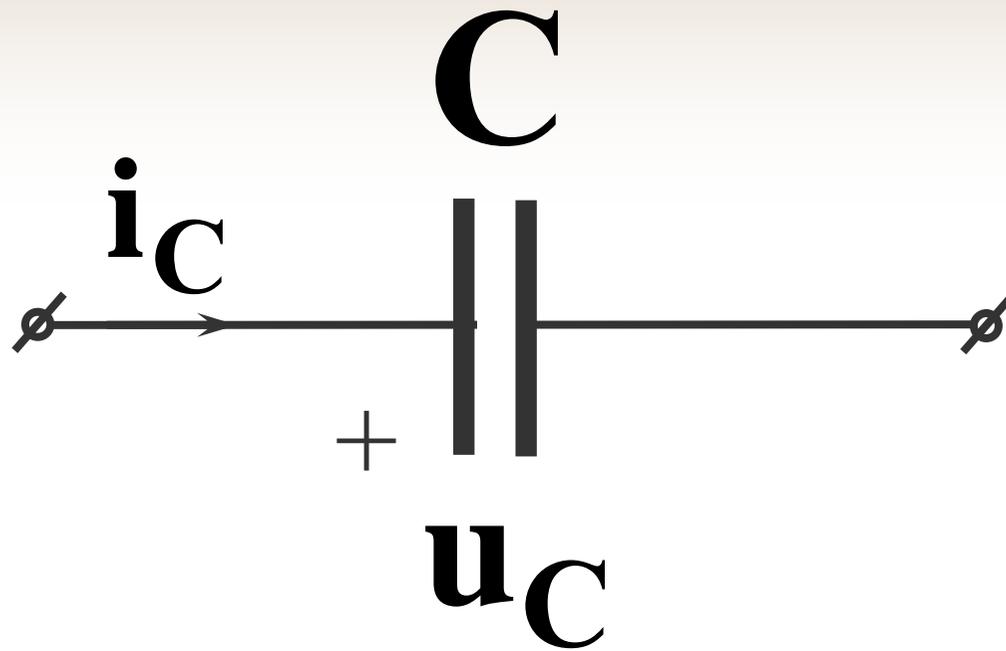
Но $u_L = L \frac{di_L}{dt}$

- напряжение может
ИЗМЕНИТЬСЯ скачком!





Второй закон КОММУТАЦИИ

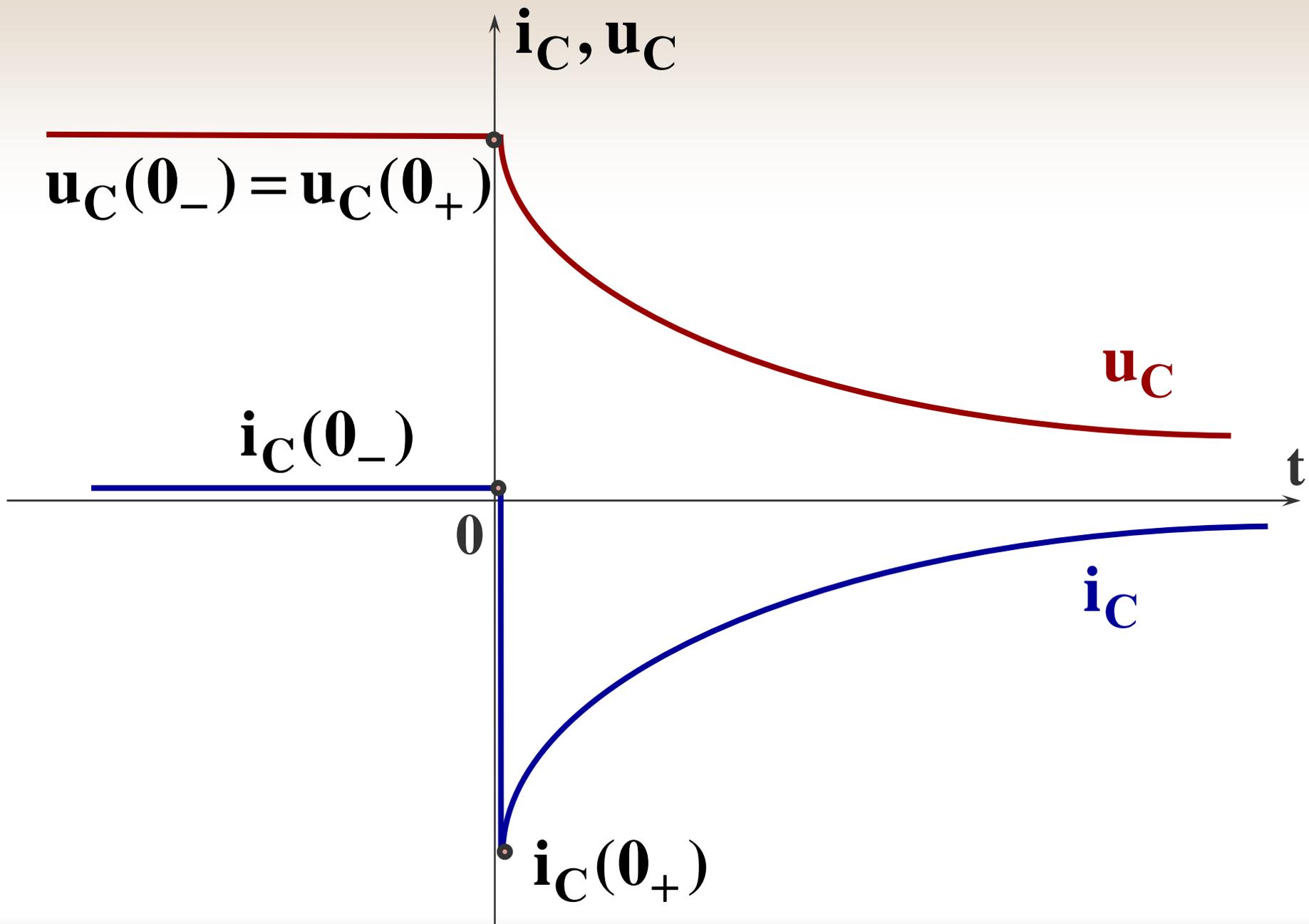


$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

Напряжение на
емкости **не может**
измениться
скачком!

Но $i_C = C \frac{du_C}{dt}$

- ТОК МОЖЕТ
ИЗМЕНИТЬСЯ СКАЧКОМ!



Переходный
процесс обусловлен
наличием в цепи

L и C

Классический **метод расчета** **переходных** **процессов**

Используется для
линейных цепей, которые
характеризуются
линейными
дифференциальными
уравнениями

$$\begin{aligned} & \mathbf{a}_n \cdot \frac{\mathbf{d}^n \mathbf{f}(t)}{\mathbf{d}t^n} + \mathbf{a}_{n-1} \cdot \frac{\mathbf{d}^{n-1} \mathbf{f}(t)}{\mathbf{d}t^{n-1}} + \dots + \\ & + \mathbf{a}_1 \cdot \frac{\mathbf{d} \mathbf{f}(t)}{\mathbf{d}t} + \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{f}(t) = \mathbf{F}(t) \end{aligned}$$

- уравнение 1

- это **линейное** неоднородное дифференциальное уравнение **n**- порядка для тока или напряжения **f(t)** переходного процесса при **t > 0** (схема после коммутации)

Где:

$a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ –

постоянные коэффициенты,
определяемые параметрами
(R, L, C) и структурой цепи
после коммутации

Где:

$F(t)$ –

функция, определяемая
(независимыми)

источниками цепи после
коммутации

Решение уравнения 1:

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{f}_{\text{пр}}(t) + \mathbf{f}_{\text{св}}(t)$$

②

Где:

$f_{\text{пр}}(t)$ –

принужденная составляющая

– это *частное* решение

уравнения 1, зависящее от $F(t)$

Где:

$f_{\text{св}}(t)$ –

свободная составляющая

– это *общее* решение

однородного уравнения 1

при $F(t) = 0$

При постоянных и
гармонических источниках

$$f_{\text{пр}}(t) -$$

это *установившееся*

значение после коммутации

$f_{\text{св}}(t) -$

зависит от *корней*
характеристического
уравнения и *начальных*
условий

Характеристическое уравнение 3:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0$$

а) если корни

$$p_1, p_2, \dots, p_n -$$

уравнения \exists вещественные,
отрицательные и *разные*

ТОГДА

$$f_{\text{св}}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \dots + A_n e^{p_n t}$$

б) если корни уравнения 3
вещественные,
отрицательные и
одинаковые, т.е.

$$p_1 = p_2 = \dots = p_n = p$$

ТОГДА

$$\mathbf{f}_{\text{CB}}(\mathbf{t}) = (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 \mathbf{t} + \dots + \mathbf{A}_n \mathbf{t}^{n-1}) \cdot \mathbf{e}^{p\mathbf{t}}$$

в) если корни уравнения 3
КОМПЛЕКСНЫЕ и *попарно*
сопряженные, т.е.

$$p_{1,2} = -\delta_2 \pm j\omega_{св_2}$$

• • • • •

$$p_{n-1,n} = -\delta_n \pm j\omega_{св_n}$$

To

$$\mathbf{f}_{\mathbf{cB}}(t) = \mathbf{A}_2 e^{-\delta_2 t} \cos(\omega_{\mathbf{cB}_2} t + \beta_2) + \dots +$$
$$+ \mathbf{A}_n e^{-\delta_n t} \cos(\omega_{\mathbf{cB}_n} t + \beta_n)$$

Где:

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta_2, \dots, \beta_n -$$

ПОСТОЯННЫЕ ИНТЕГРИРОВАНИЯ,
определяемые *начальными*
условиями

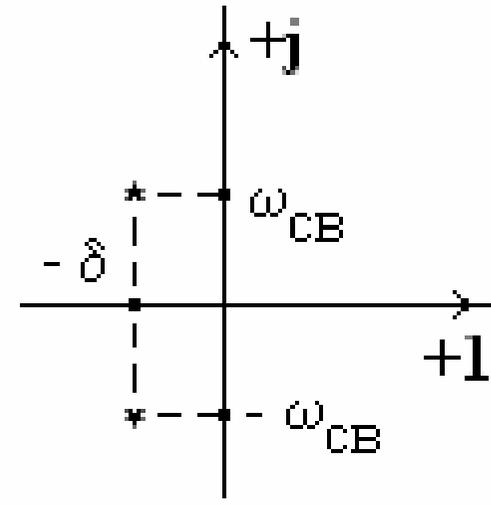
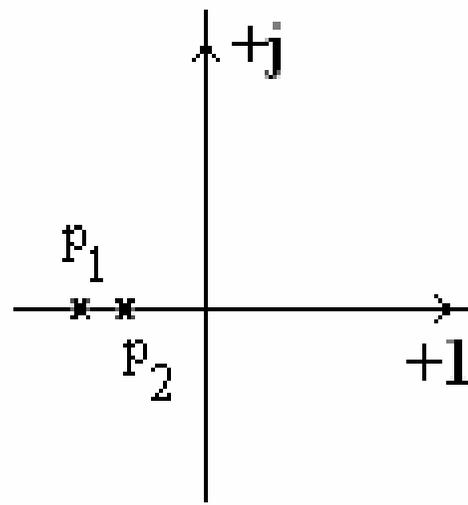
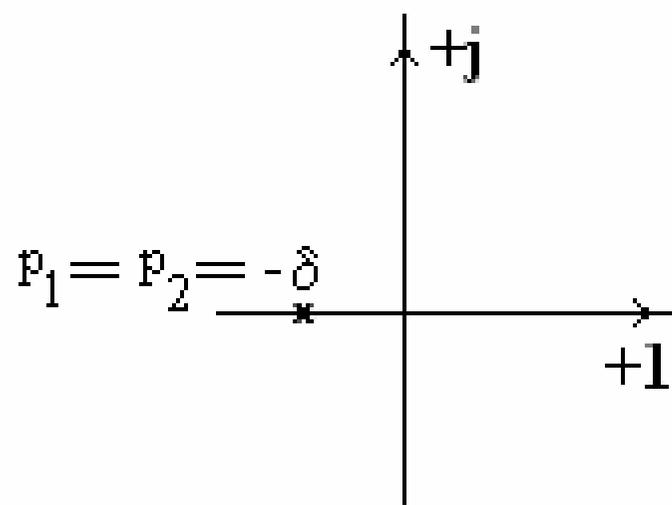
$$\delta_2, \dots, \delta_n -$$

коэффициенты затухания
свободных колебаний $\left(\frac{1}{c} \right)$

$$\omega_{\text{св}2}, \dots, \omega_{\text{св}n} -$$

УГЛОВЫЕ ЧАСТОТЫ
СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

$$\left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$



Различают:

а) *независимые* начальные условия (ННУ)

$$\mathbf{i}_L(\mathbf{0}_-) = \mathbf{i}_L(\mathbf{0}_+)$$

И

$$\mathbf{u}_C(\mathbf{0}_-) = \mathbf{u}_C(\mathbf{0}_+)$$

Различают:

б) *зависимые* начальные условия (ЗНУ), например:

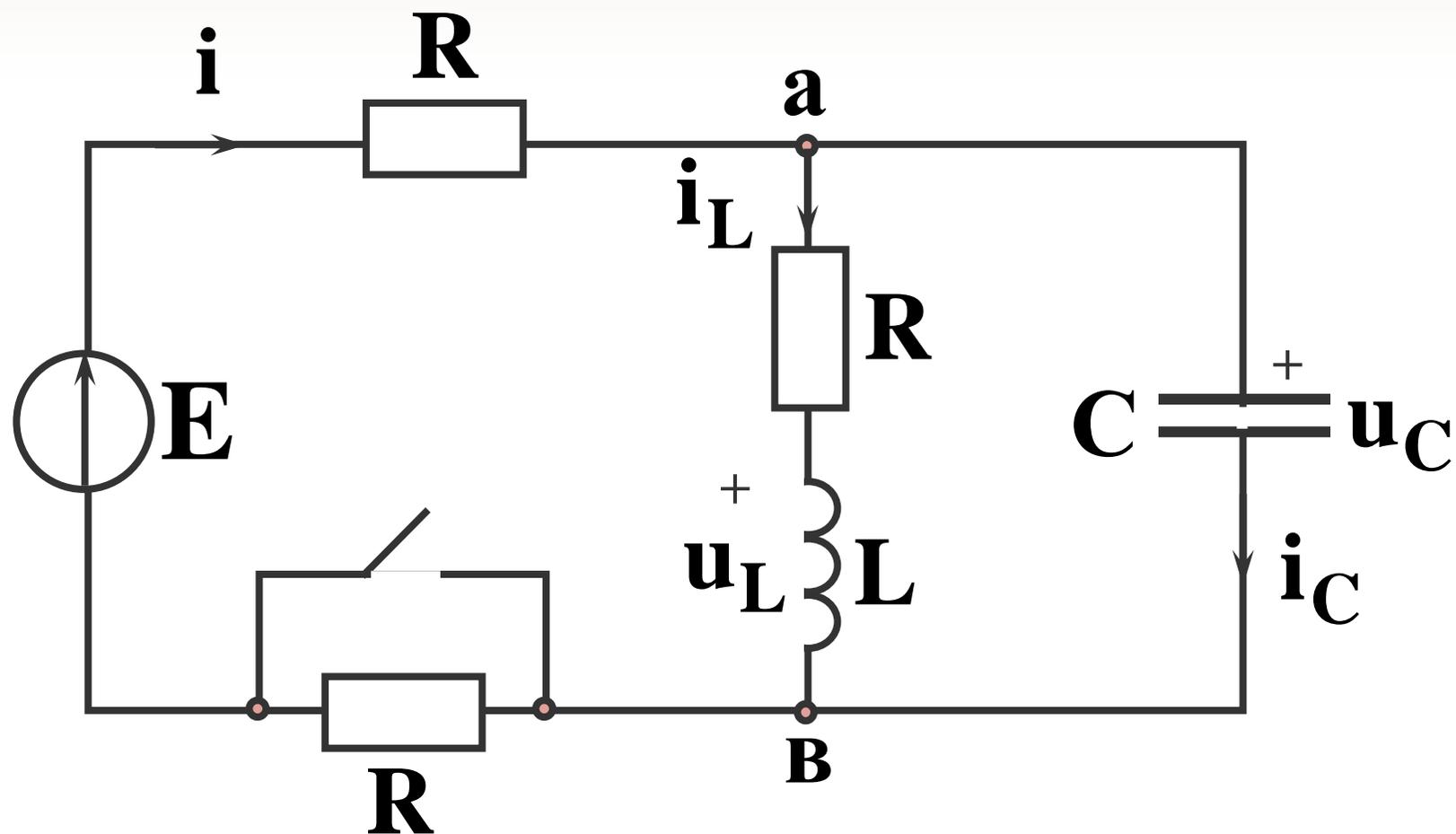
$$i_C(0_+), u_L(0_+)$$

и все остальные
величины в схеме

Различают:

в) *принужденные значения*,
определяемые из расчета
установившегося режима
после коммутации

Пример:



Дано:

$$E = 300 \text{ В}$$

$$R = 100 \text{ Ом}$$

Определить:

*начальные условия и
принужденные составляющие*

а) *независимые* начальные условия
(схема **до** коммутации)

$$i_L(0_-) = \frac{E}{3R} = 1 \text{ A}$$

$$u_C(0_-) = i_L(0_-)R = 100 \text{ V}$$

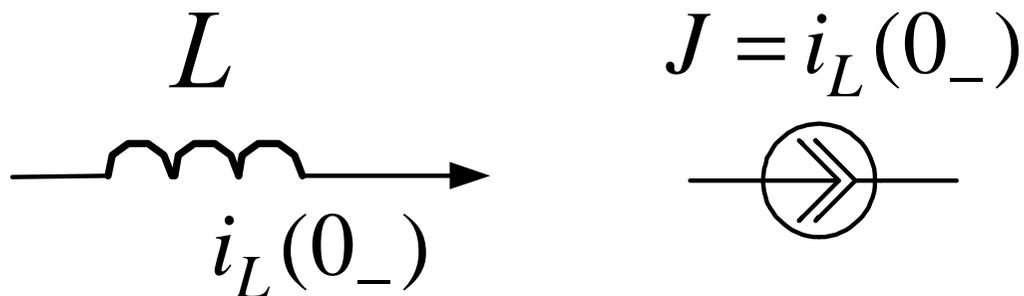
б) *зависимые* начальные
условия

(схема *после*
коммутации при $t = 0_+$)

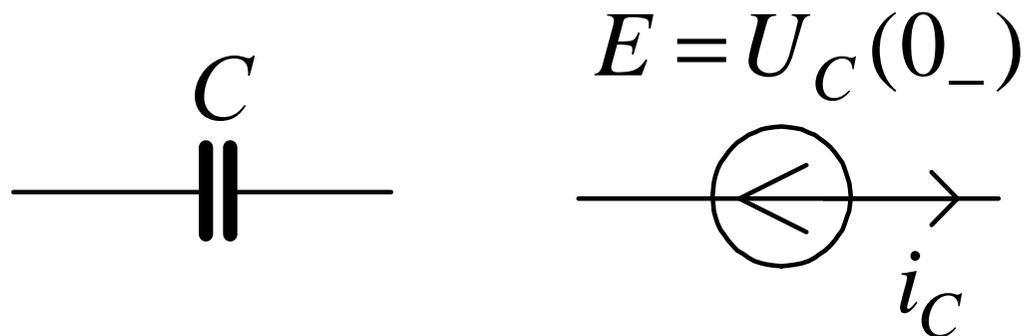
Зависимые начальные условия могут изменяться скачком непосредственно до и после коммутации. То есть их значения «зависят» от того наблюдаем мы их до или после коммутации.

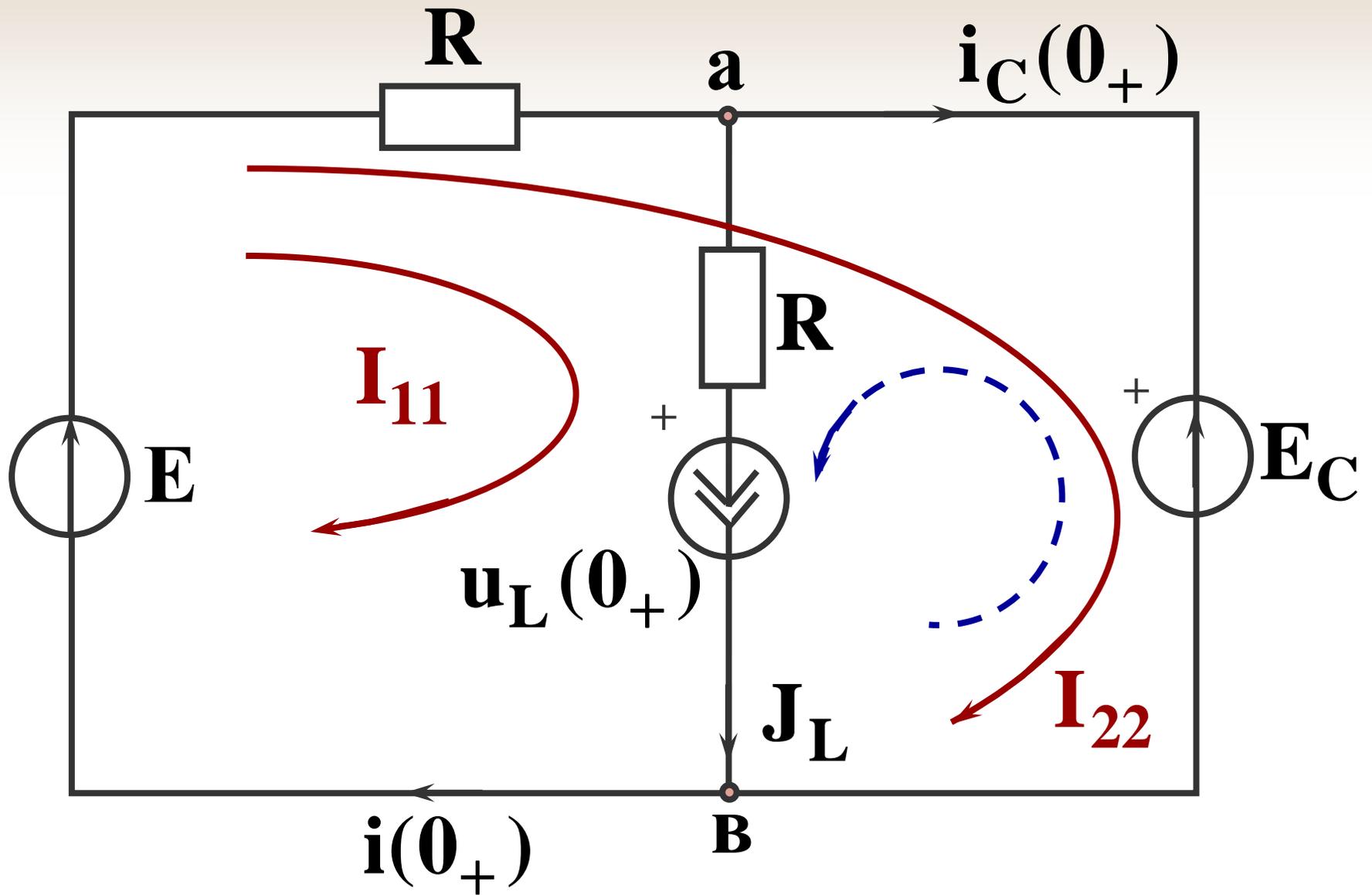
*Зависимые начальные условия
определяются в схеме после
коммутации.*

Реактивные элементы согласно теореме компенсации заменяем на:
Индуктивность на источник тока величиной $I_L(0_-)$



Ёмкость на источник ЭДС, величиной $U_C(0_-)$





$$\mathbf{J}_L = \mathbf{i}_L(\mathbf{0}_-) = \mathbf{i}_L(\mathbf{0}_+) = 1 \text{ A}$$

$$\mathbf{E}_C = \mathbf{u}_C(\mathbf{0}_+) = \mathbf{u}_C(\mathbf{0}_-) = 100 \text{ B}$$

$$\mathbf{I}_{11} = \mathbf{J}_L = 1 \text{ A}$$

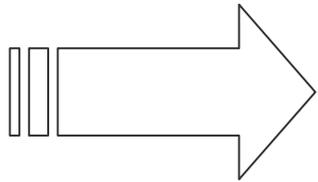
$$\mathbf{I}_{22}\mathbf{R} + \mathbf{I}_{11}\mathbf{R} = \mathbf{E} - \mathbf{E}_C$$

$$\mathbf{I}_{22} = \frac{\mathbf{E} - \mathbf{E}_C - \mathbf{I}_{11}\mathbf{R}}{\mathbf{R}} = \mathbf{1 A}$$

$$\mathbf{i}(\mathbf{0}_+) = \mathbf{I}_{11} + \mathbf{I}_{22} = \mathbf{2 A}$$

$$\mathbf{i}_C(\mathbf{0}_+) = \mathbf{I}_{22} = \mathbf{1 A}$$

$$\mathbf{E}_C - \mathbf{u}_L(\mathbf{0}_+) = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_L(\mathbf{0}_+)$$

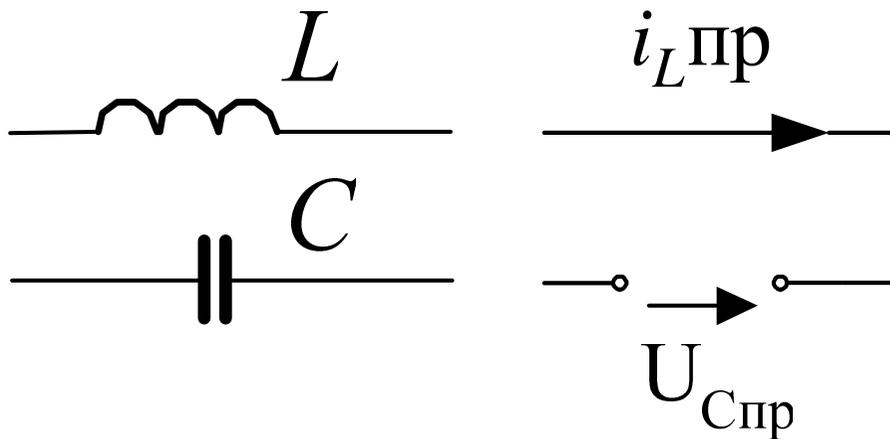


$$\mathbf{u}_L(\mathbf{0}_+) = \mathbf{E}_C - \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_L(\mathbf{0}_+) = \mathbf{0}$$

В) *принужденные*
составляющие

(схема *после* коммутации
при $t = \infty$)

В схеме **после** коммутации,
(ключ срабатывает и изменяет свое положение на противоположное)
Установившийся режим: и если источник постоянный, то не забываем, что **индуктивность – коротка, конденсатор разрыв**
(не рисуем ветвь с конденсатором при определении принуждённых токов)



$$\mathbf{i}_{\text{пр}} = \mathbf{i}_{L_{\text{пр}}} = \frac{\mathbf{E}}{2\mathbf{R}} = 1.5 \text{ A}$$

$$\mathbf{u}_{C_{\text{пр}}} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_{L_{\text{пр}}} = 150 \text{ B}$$

$$\mathbf{i}_{C_{\text{пр}}} = 0$$

$$\mathbf{u}_{L_{\text{пр}}} = 0$$