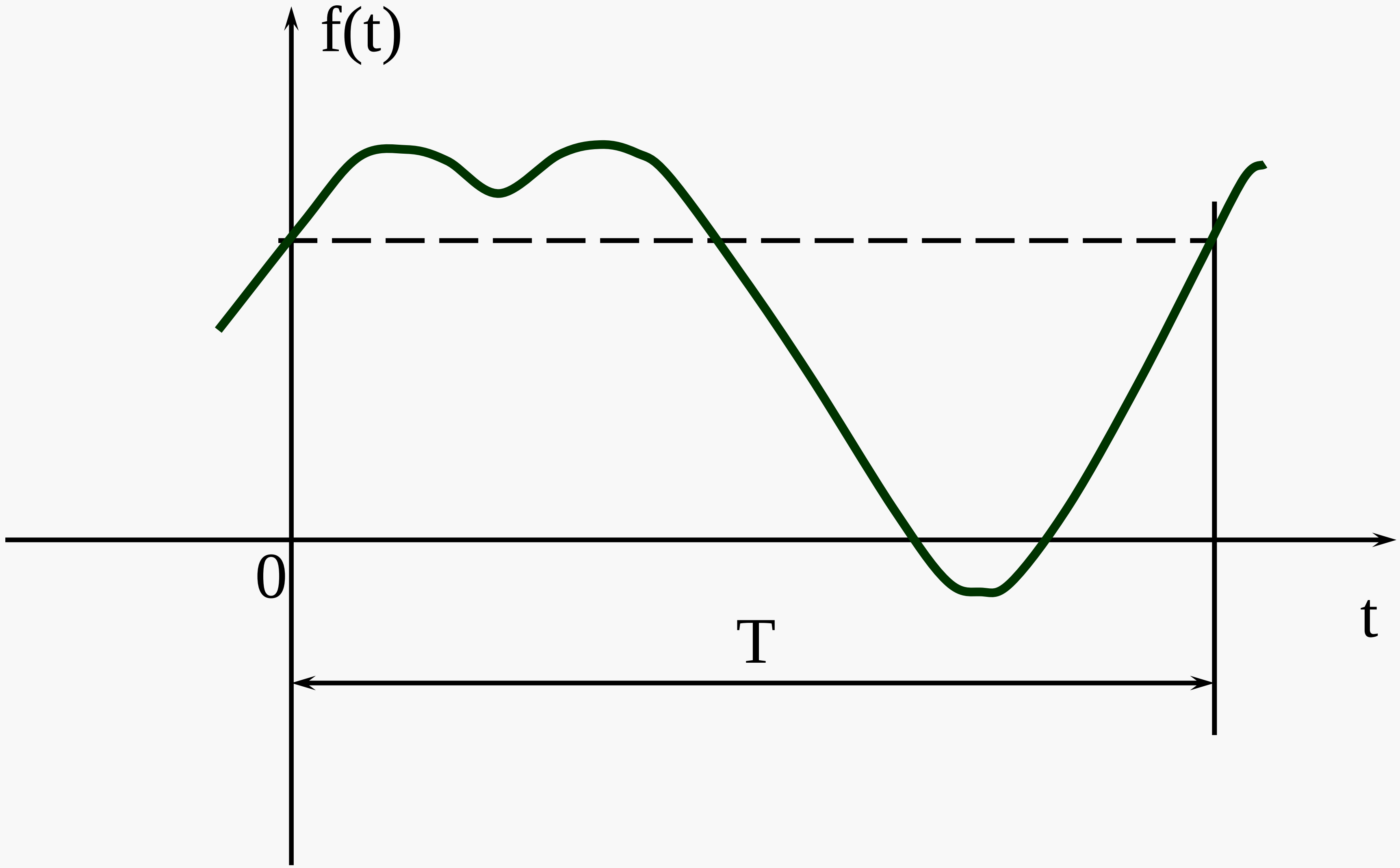
7 лекция

Негармонические периодические напряжения и токи в линейных цепях

Негармонические периодические напряжения и токи

Негармонические периодические напряжения и токи применяются в различных устройствах радиотехники, автоматики и вычислительной техники


f(t)
0
t
T

В электроэнергетике такие напряжения и токи могут появляться при насыщении стальных магнитопроводов трансформаторов и при использовании нелинейных устройств, например, полупроводниковых преобразователей

Негармонические периодические напряжения и токи как функции времени f(t) с периодом T могут быть представлены в виде тригонометрического ряда Фурье

Ряд Фурье:

$$\mathbf{f(t) = A_0 + \sum_{\kappa=1}^{\infty} B_\kappa \sin \kappa\omega t + \sum_{\kappa=1}^{\infty} C_\kappa \cos \kappa\omega t =}$$

$$\mathbf{= A_0 + \sum_{\kappa=1}^{\infty} A_{m\kappa} \sin(\kappa\omega t + \Psi_\kappa)}$$

Где

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$$

- постоянная составляющая

$$B_к = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(к\omega t)\,dt$$

- амплитуда синусной составляющей *к* - гармоники

$$C_к = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(к\omega t)\,dt$$

- амплитуда косинусной составляющей *к* - гармоники

$$\boxed{A_{mк} = \sqrt{B_к^2 + C_к^2}}$$

- амплитудное значение *к* - гармоники

$$\boxed{\Psi_к = (\pm 180^\circ) + \mathrm{arctg}\frac{C_к}{B_к}}$$

- начальная фаза *к* –гармоники, причем 180 градусов учитывается при $B_k<0$

$$\boxed{к = 1,2,3...\infty}$$

- порядковый номер гармоники

$$\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}, \ {}^{1}\!/_{c}}$$

- угловая частота *первой* (основной) гармоники

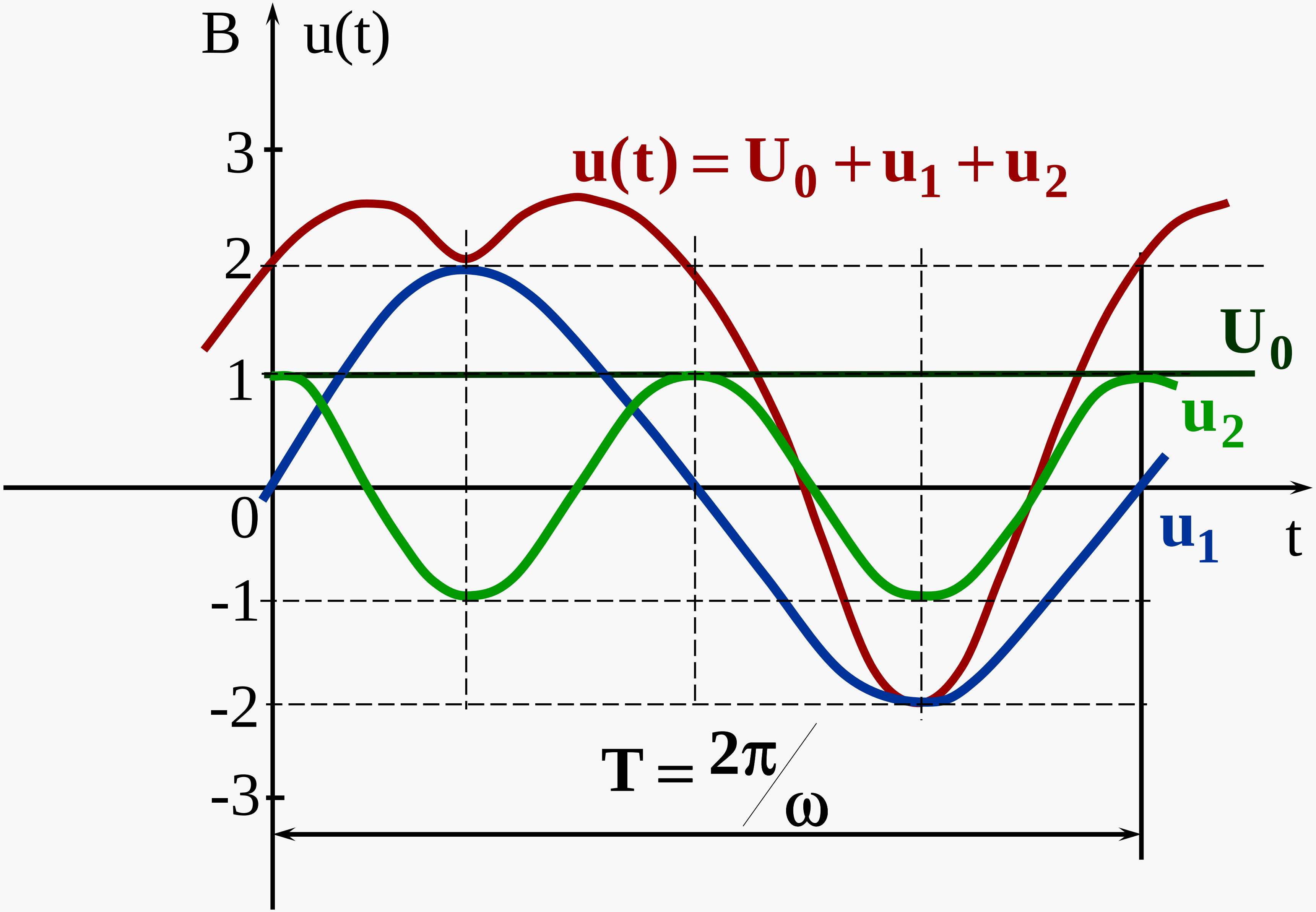
Пример

$$\mathbf{u(t) = 1 + 2\sin\omega t + 1\sin(2\omega t + 90^\circ),\ \ B}$$

где $\mathbf{U_0 = 1\,B}$ $\mathbf{\Psi_1 = 0}$

$\mathbf{U_{m_1} = 2\,B}$ $\mathbf{\Psi_2 = 90^\circ}$

$\mathbf{U_{m_2} = 1\,B}$


B
u(t)
3
2
1
0
-1
-2
-3
$u(t) = U_0 + u_1 + u_2$
U_0
u_2
u_1
t
$T = 2\pi/\omega$

Значения негармонических периодических напряжений и токов

Представленных в виде

$$f(t) = A_0 + A_{m1}\sin(\omega t + \Psi_1) +$$

$$+ A_{m2}\sin(2\omega t + \Psi_2) + \dots$$

1. Среднее за период значение

$$\boxed{A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt}$$

- это постоянная составляющая

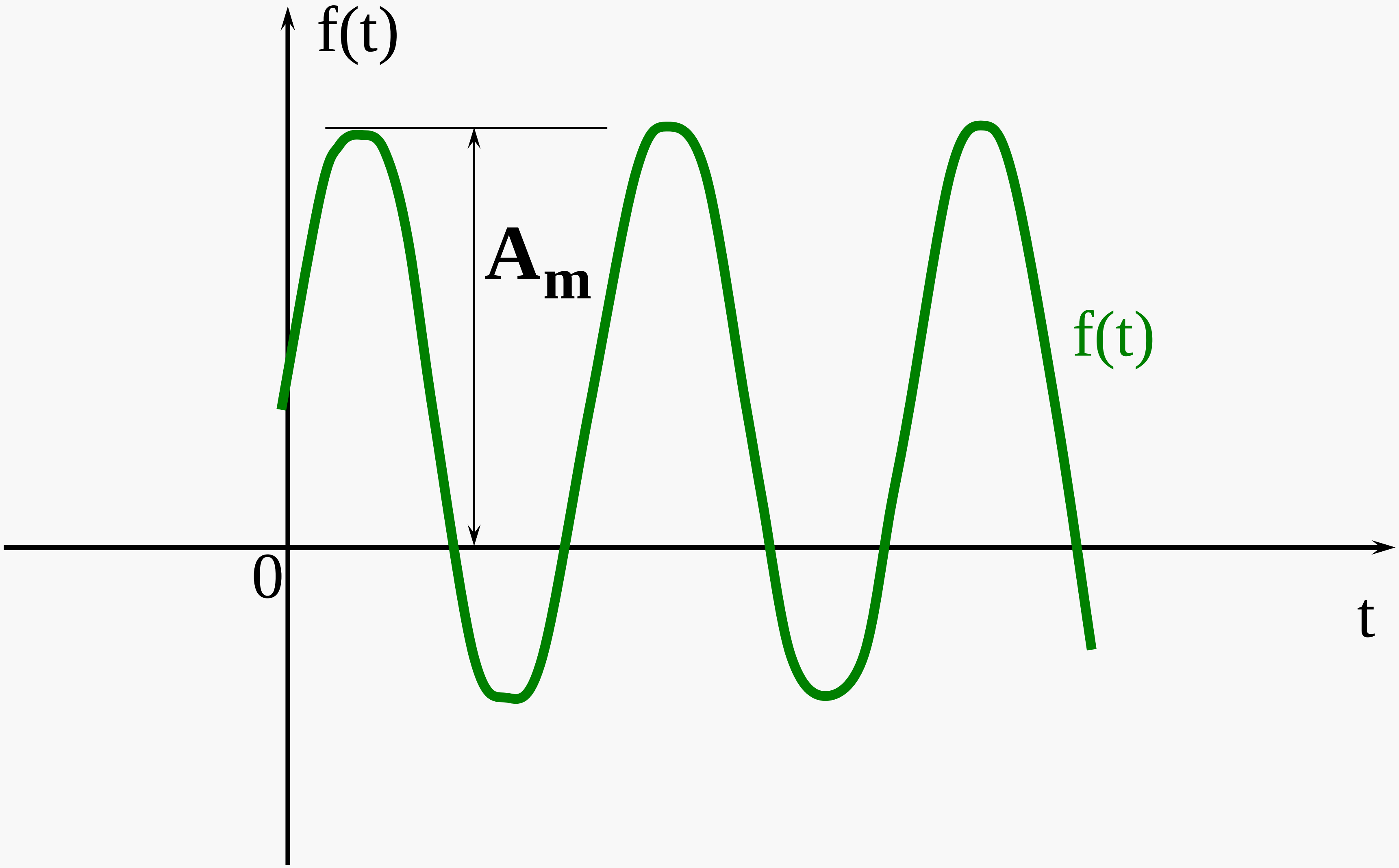
2. Среднее по модулю значение

$$A_{cp} = \frac{1}{T}\int_{0}^{T}\left|f(t)\right| dt$$

3. Максимальное значение

$$\boxed{A_m}$$

- это наибольшее по модулю значение f(t)


f(t)
A
m
f(t)
0
t

4. Действующее значение

A

- это среднеквадратичное значение f(t) за период T

$$A = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt} = \sqrt{A_0^2 + \frac{A_{m1}^2}{2} + \frac{A_{m2}^2}{2} + \ldots} =$$

$$= \sqrt{A_0^2 + A_1^2 + A_2^2 + \ldots}$$

Где

$$\mathbf{A_1 = \frac{A_{m1}}{\sqrt{2}}, \quad A_2 = \frac{A_{m2}}{\sqrt{2}} \ldots}$$

- действующие значения отдельных гармоник

Например:

$$\mathbf{i(t) = 6 + 8\sqrt{2}\sin(\omega t + 30^\circ) +}$$

$$\mathbf{+\, 7.07\sin(3\omega t - 60^\circ),\ A}$$

$$\mathbf{I = \sqrt{6^2 + 8^2 + \frac{7.07^2}{2}} = 11.18\ A}$$

$$u(t) = 3 + 4\sqrt{2}\sin(\omega t + 90^\circ),\ \text{B}$$

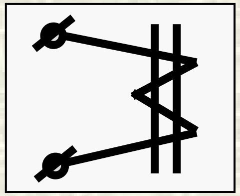
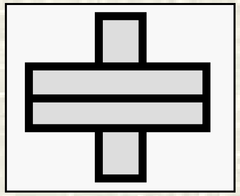
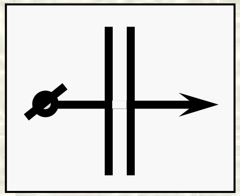
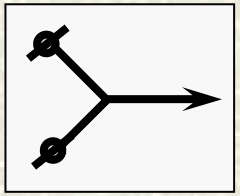
$$U = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ \text{B}$$

Действующие значения тока (I) и напряжения (U) характеризуют тепловую мощность в R:

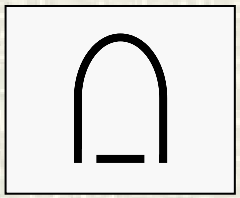
$$\mathbf{P = I^2R = \frac{U^2}{R}, \text{Вт}}$$

Измерения величин периодических напряжений и токов

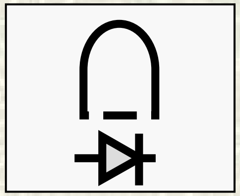
1. Действующие значения могут быть измерены вольтметрами и амперметрами следующих систем:

- Электромагнитной 
- Электродинамической 
- Электростатической 
- Тепловой 

2. Постоянные составляющие измеряются вольтметрами и амперметрами магнитоэлектрической системы:



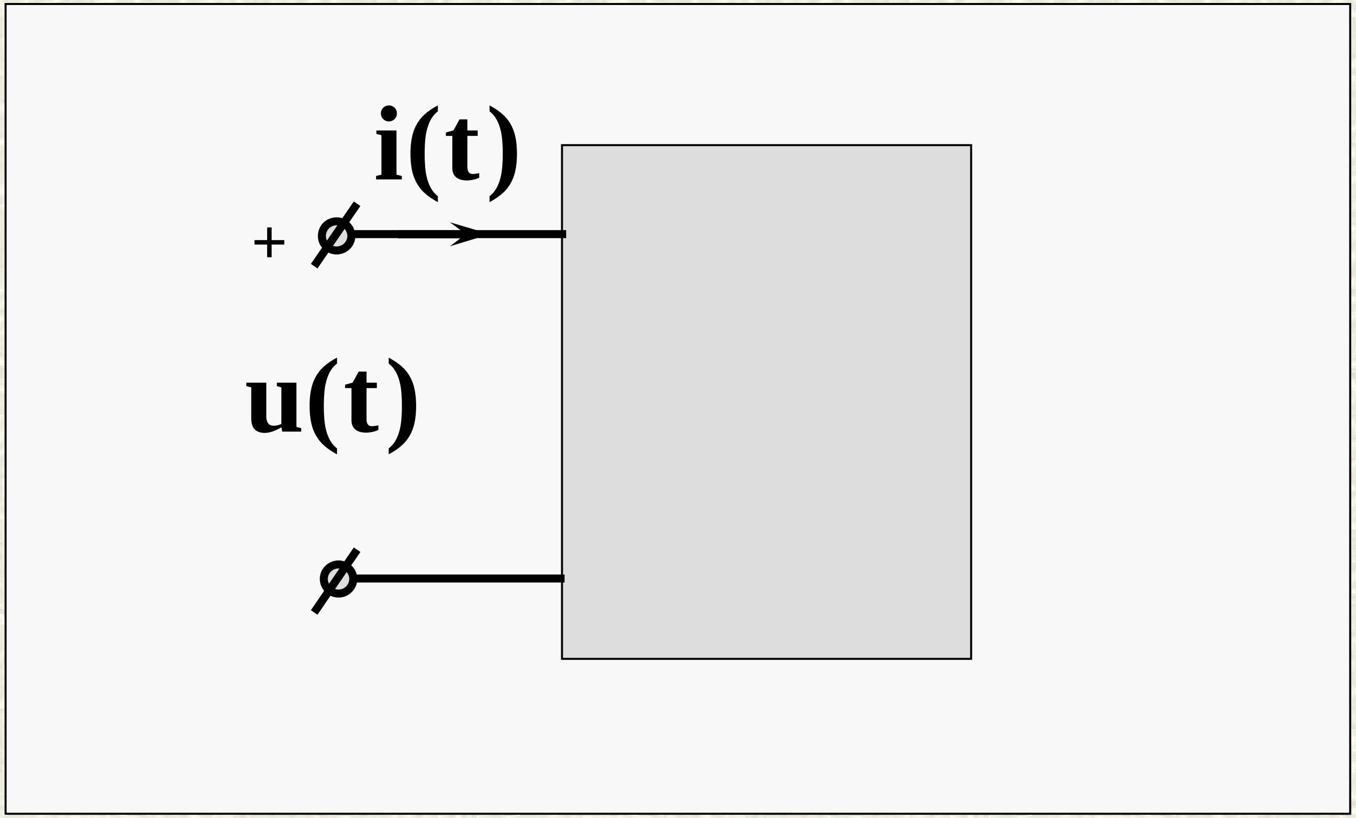
3. Средние по модулю значения напряжений и токов фиксируются при помощи вольтметров и амперметров магнитоэлектрической системы с выпрямителем:



4. Максимальные и мгновенные значения (в функции времени) напряжений и токов измеряются при помощи осциллографов

Мощность
при периодических напряжениях и токах

Рассмотрим двухполюсник:



Напряжение и ток двухполюсника

$$u(t) = U_0 + \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_1) +$$

$$+\sqrt{2}U_2 \sin(2\omega t + \alpha_2) + ... =$$

$$= u_0 + u_1 + u_2 + ...$$

$$i(t) = I_0 + \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t + \beta_1) +$$

$$+\sqrt{2}I_2 \sin(2\omega t + \beta_2) + ...$$

$$= i_0 + i_1 + i_2 + ...$$

1. Активная мощность Р характеризует тепловую энергию

$$\mathbf{P} = \sum_{k=0}^{k=\infty} \mathbf{P_k} = \sum_{k=0}^{k=\infty} \left|\mathbf{I_k}\right|^2 \mathbf{R_k} =$$

$$= \mathbf{U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos\varphi_1 + U_2 I_2 \cos\varphi_2 + \ldots, Вт}$$

где $\varphi_1 = \alpha_1 - \beta_1$

$\varphi_2 = \alpha_2 - \beta_2$

$$P = \frac{1}{T}\int u \cdot i \cdot dt =$$

$$= \frac{1}{T}\int \left(u_0 + u_1 + u_2 + ...\right)\left(i_0 + i_1 + i_2 + ...\right)dt =$$

$$= P_0 + P_1 + P_2 + ... \text{Вт}$$

2. Реактивная мощность Q

$$\mathbf{Q} = \sum_{k=1}^{k=\infty} \mathbf{Q_k} = \sum_{k=1}^{k=\infty} \left|\mathbf{I_k}\right|^2 \mathbf{X_{L_k}} - \sum_{k=1}^{k=\infty} \left|\mathbf{I_k}\right|^2 \mathbf{X_{C_k}} =$$

$$= \mathbf{Q_1} + \mathbf{Q_2} + \mathbf{Q_3} + \ldots =$$

$$= \mathbf{U_1 I_1 \sin\varphi_1 + U_2 I_2 \sin\varphi_2} + \ldots, \ \mathbf{ВАр}$$

3. Полная мощность S

$$\mathbf{S = UI = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \ldots}\times}$$

$$\mathbf{\times\sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \ldots}\,,\ \ ВА}$$

Расчет линейных цепей при периодических напряжениях и токах

После разложения периодических ЭДС и токов источников тока в ряд Фурье линейную цепь можно рассчитывать методом наложения, т.е. рассчитывать постоянную составляющую и каждую гармонику напряжений и токов по отдельности

При этом R=const и:

$$X_L^{(к)} = кX_L^{(1)} = кωL$$

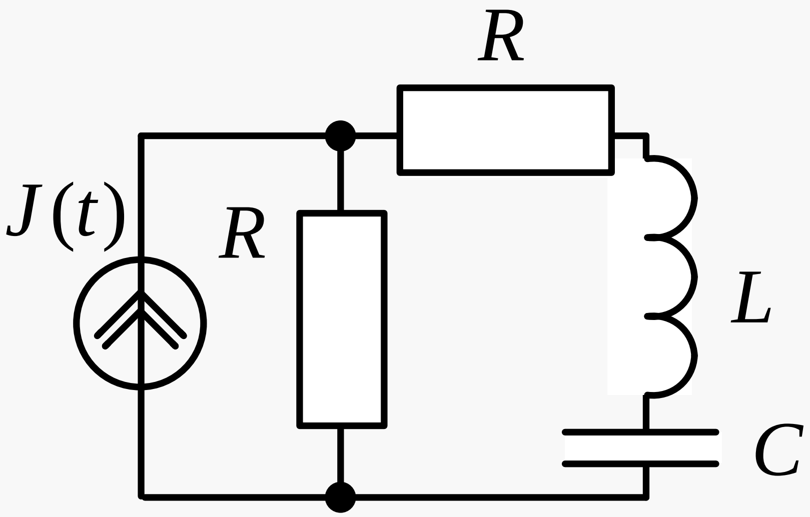
$$X_C^{(к)} = \frac{X_C^{(1)}}{к} = \frac{1}{кωC}$$

$$X_M^{(к)} = кX_M^{(1)} = кωM$$

Порядок расчёта

- Заданное напряжение или ток источника представить в виде ряда Фурье.
- Представить расчётную схему как наложение подсхем, в каждой из которых действует единственный источник – одна из гармоник в ряде Фурье.
- Рассчитать каждую подсхему, определив каждую из гармоник токов.
- Определить несинусоидальные ток или напряжение, как сумму соответствующих гармоник тока или напряжения.

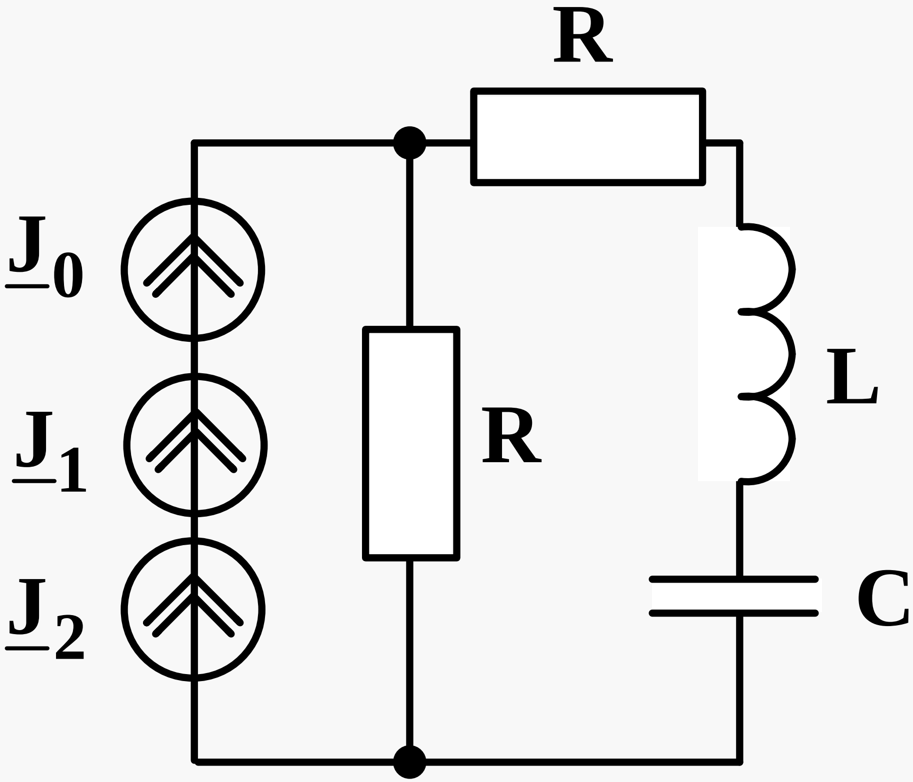
Пример 1



Определить активную и полную мощность источника несинусоидального напряжения

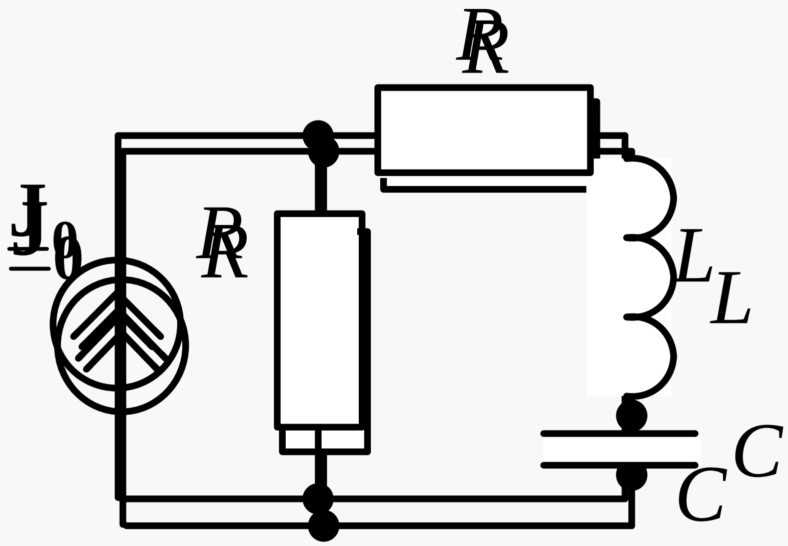
$$J(t) = \underbrace{4}_{\underline{J}_0} + \underbrace{14{,}14\sin(\omega t)}_{\underline{J}_1} + \underbrace{7{,}07\sin(2\omega t)}_{\underline{J}_2}\ \text{A}$$

$$\frac{1}{\omega C} = 20;\quad \omega L = 5\ \text{Ом};\qquad R = 4\ \text{Ом}$$


R
J0
J1
J2
R
L
C

1. k=0

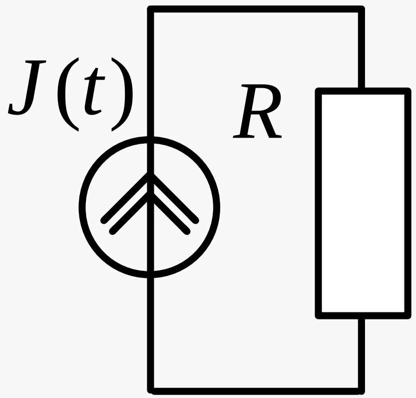
w=0:



$$J_0 = 4$$

$$X_L^{(0)} = 0$$

$$X_C^{(0)} = \infty$$



$$\mathbf{J_0 = 4\ \ A;}$$

$$\mathbf{P_0 = \left|J_0\right|^2 R = 4^2 \cdot 4 = 64\ \ Вт;}$$

$$\mathbf{U_{J0} = J_0 R = 4 \cdot 4 = 16\ \ B}$$

Для к-той гармоники:

$$R=\mathrm{const}$$

$$X_L^{(к)} = кX_L = кωL$$

$$X_C^{(к)} = \frac{X_C}{к} = \frac{1}{кωC}$$

$$X_M^{(к)} = кX_M = кωM$$

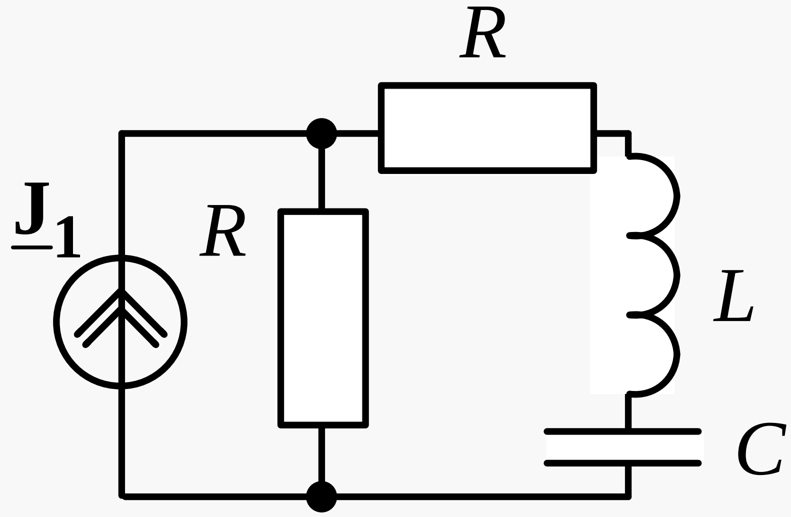
1. k=1

$$J_1(t) = 14{,}14\sin(\omega t)$$

$$\underline{J}_1 = \frac{14{,}14}{\sqrt{2}} = 10$$

$$X_L^{(1)} = k\omega L = 5$$

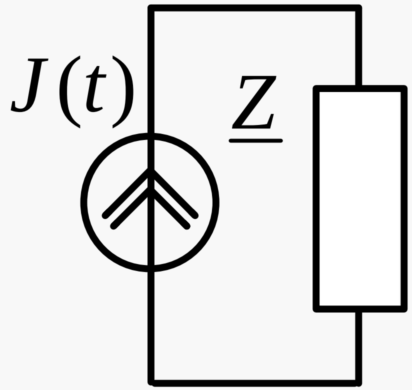
$$X_C^{(1)} = \frac{1}{k\omega C} = 20$$



$$\underline{Z}^{(1)} = \frac{R(R + jX_L^{(1)} - jX_C^{(1)})}{2R + jX_L^{(1)} - jX_C^{(1)}} = \frac{4(4 + j5 - j20)}{8 + j5 - j20} =$$

$$\underline{Z}^{(1)} = \frac{R(R + jX_L^{(1)} - jX_C^{(1)})}{2R + jX_L^{(1)} - jX_C^{(1)}} = \frac{4(4 + j5 - j20)}{8 + j5 - j20} =$$

$$= \underbrace{3,557}_{\mathrm{Re}(\underline{Z})} - \underbrace{j0,83}_{\mathrm{Im}(\underline{Z})} \ \text{Ом}$$



$$P_1 = \left|J_1\right|^2 \mathrm{Re}(\underline{Z}^{(1)}) = 10^2 \cdot 3,557 = 355,7 \ \text{Вт};$$

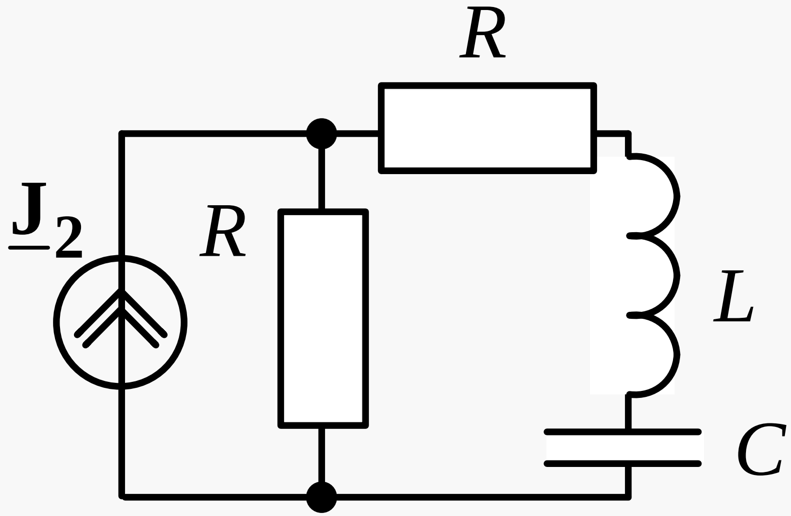
$$U_{J1} = J_1 \underline{Z}^{(1)} = 10 \cdot (3,557 - j0,83) =$$

$$= 35,57 - j8,3 = 36,52e^{-j13,14^0} \ \text{В}$$

1. k=2

$$J_2(t) = 7{,}07\sin(2\omega t)$$

$$\underline{J}_2 = \frac{7.07}{\sqrt{2}} = 5$$

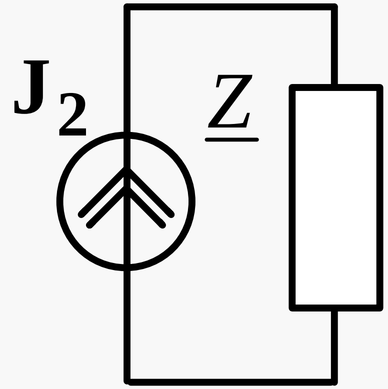


$$X_C^{(2)} = \frac{X_C^{(1)}}{к} = \frac{20}{2} = 10$$

$$X_L^{(2)} = kX_L^{(1)} = 2 \cdot 5 = 10$$

$$\underline{Z}^{(2)} = \frac{R(R + jX_L^{(2)} - jX_C^{(2)})}{2R + jX_L^{(2)} - jX_C^{(2)}} = \frac{4(4 + j10 - j10)}{8 + j10 - j10} =$$

$$= 2 \text{ Ом}$$



$$P_2 = \left|J_2\right|^2 \mathrm{Re}(\underline{Z}^{(2)}) = 5^2 \cdot 2 = 50 \quad \text{Вт};$$

$$U_{J2} = J_2 \underline{Z}^{(2)} = 5 \cdot 2 = 10 \quad \text{В}$$

1. Полная мощность S:

$$\mathbf{S = UI = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \ldots} \cdot \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \ldots}\ , BA}$$

$$\mathbf{U = \sqrt{16^2 + 36{,}5^2 + 10^2} = 41{,}113 \quad B}$$

$$\mathbf{I = \sqrt{4^2 + 10^2 + 5^2} = 11{,}87 \quad A}$$

$$\mathbf{S = UI = 41{,}113 \cdot 11{,}87 = 488{,}18 \ \ BA}$$

2. Активная мощность P:

$$\mathbf{P = P_0 + P_1 + P_2, = 64 + 355{,}7 + 50 = 469{,}7 \ \ Вт}$$

Коэффициенты негармонических периодических напряжений и токов

Коэффициенты периодических напряжений и токов используются для оценки отличия их от гармонических функций

1. Коэффициент формы

$$\boxed{\mathbf{К_ф = \frac{A}{A_{ср}}}}$$

для синусоиды $\mathbf{К_ф = 1{,}11}$

2. Коэффициент амплитуды

$$\mathbf{K_a = \frac{A_m}{A}}$$

для синусоиды $\mathbf{K_a = \sqrt{2} = 1{,}41}$

3. Коэффициент искажения

$$\mathbf{K_и = \frac{A_1}{A} = \frac{A_{m1}}{\sqrt{2}A}}$$

для синусоиды $\mathbf{K_и = 1}$

4. Коэффициент гармоник $(\mathbf{A_0 = 0})$

$$\mathbf{K_г = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + ...}}{A_1}}$$

для синусоиды $\mathbf{K_г = 0}$

Для практически синусоидальных токов и напряжений:

$$\mathbf{К_{г} \leq 0{,}05}$$

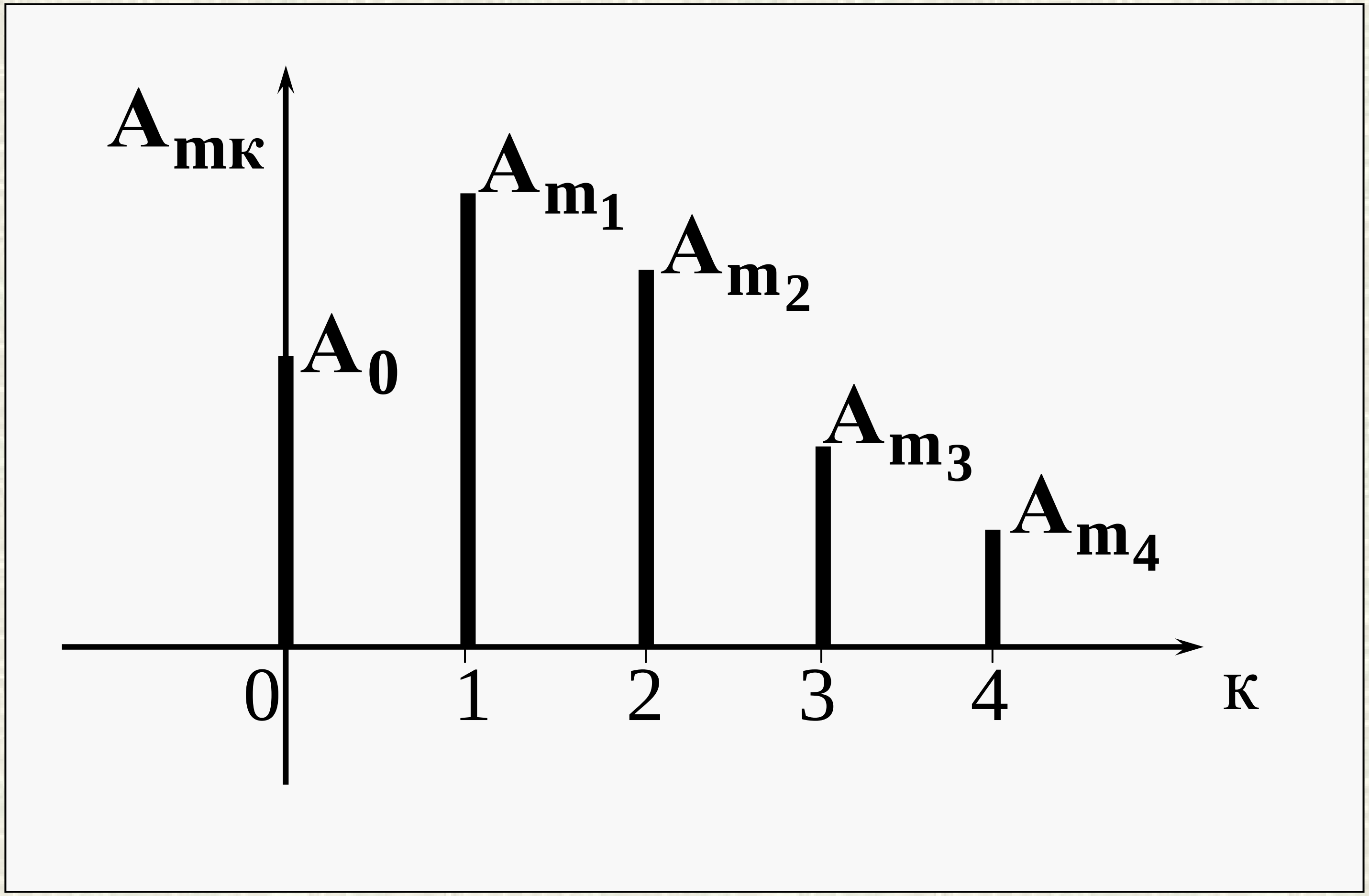
Дискретные спектры

Гармонический состав f(t)

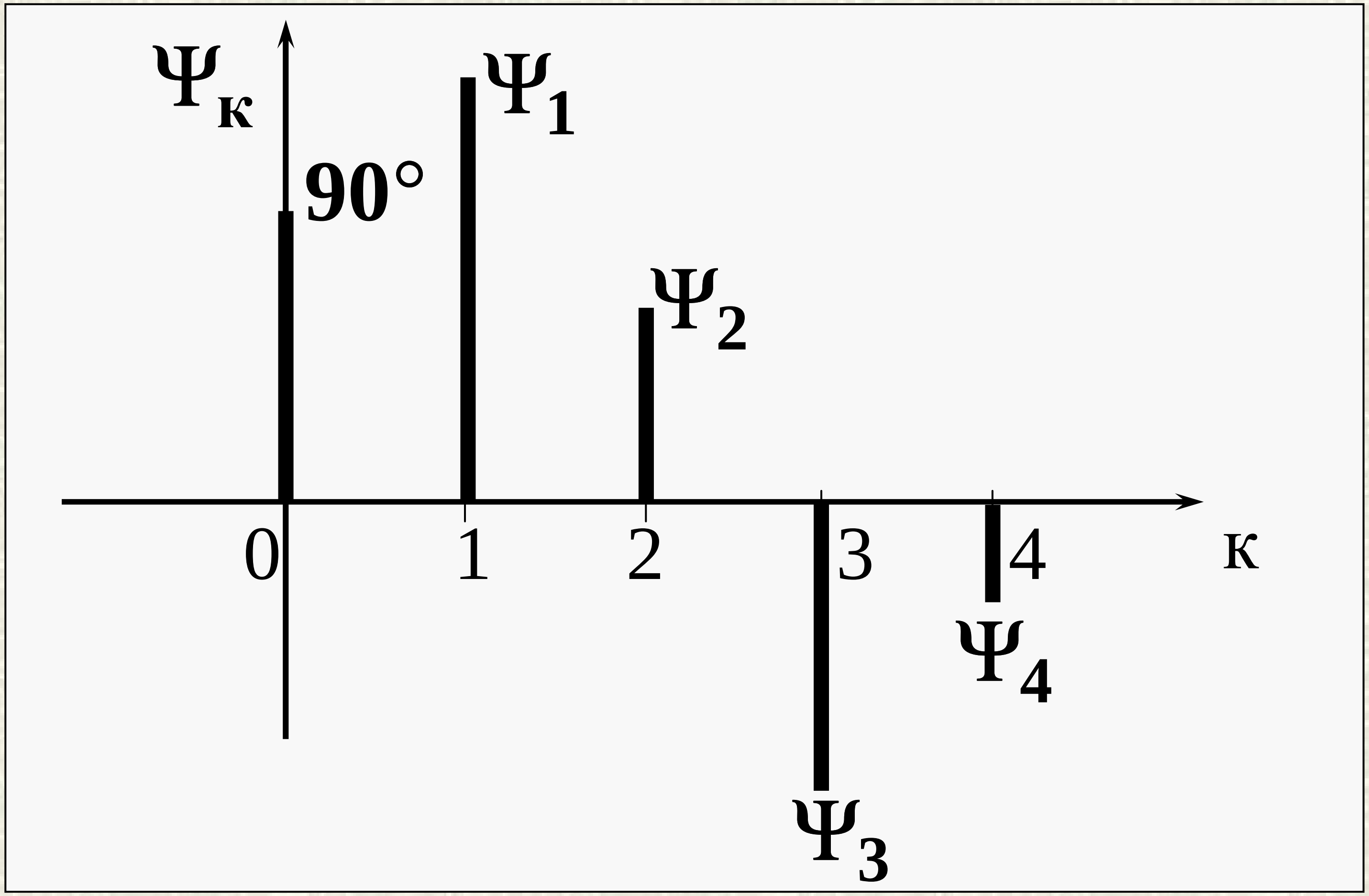
можно задать при помощи дискретных спектров амплитуд и фаз, причем разложение в ряд Фурье f(t) может осуществляться аналитически, приближенно по специальным формулам и при помощи ЭВМ

После разложения f(t) в ряд Фурье учитываются постоянная составляющая и несколько наибольших по амплитуде гармоник, а остальные гармоники отбрасываются

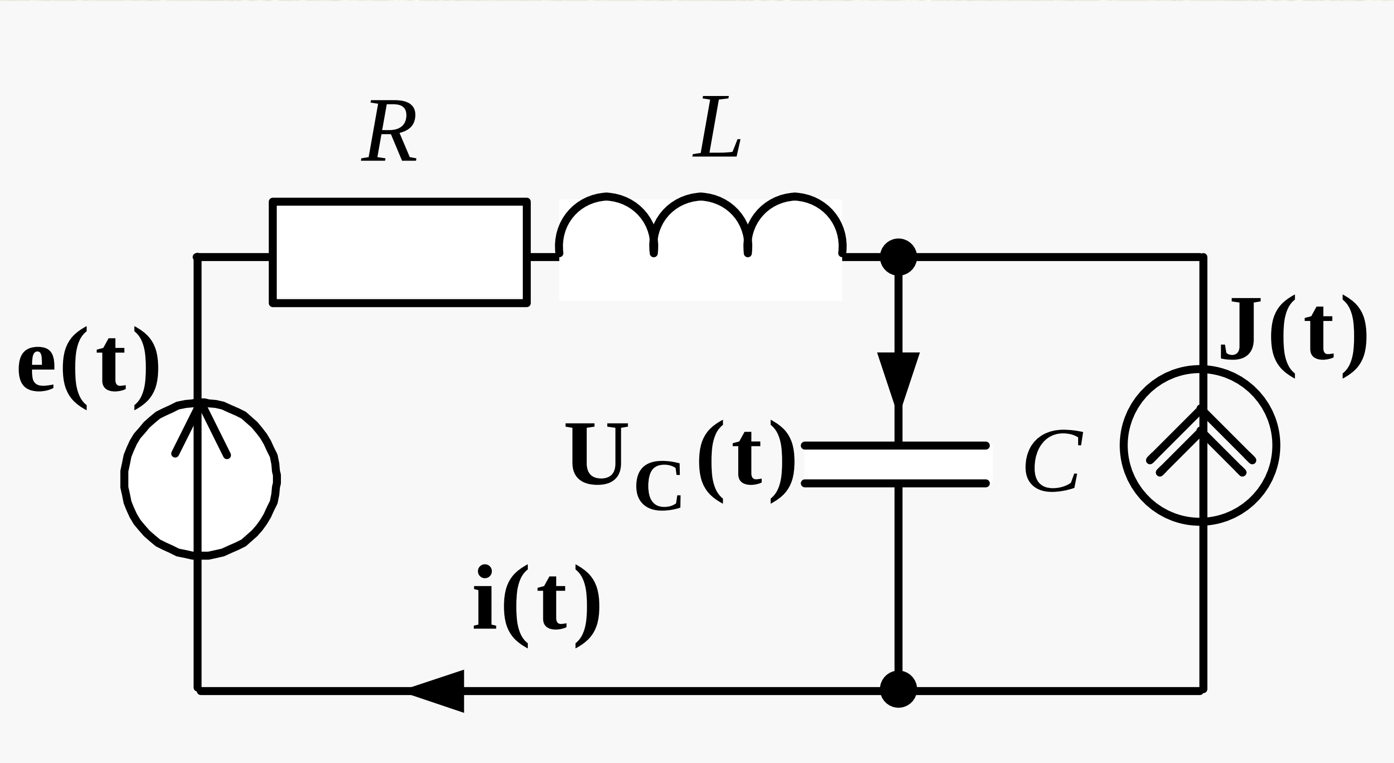
а) спектр амплитуд



б) спектр фаз



Пример 2



Дано:

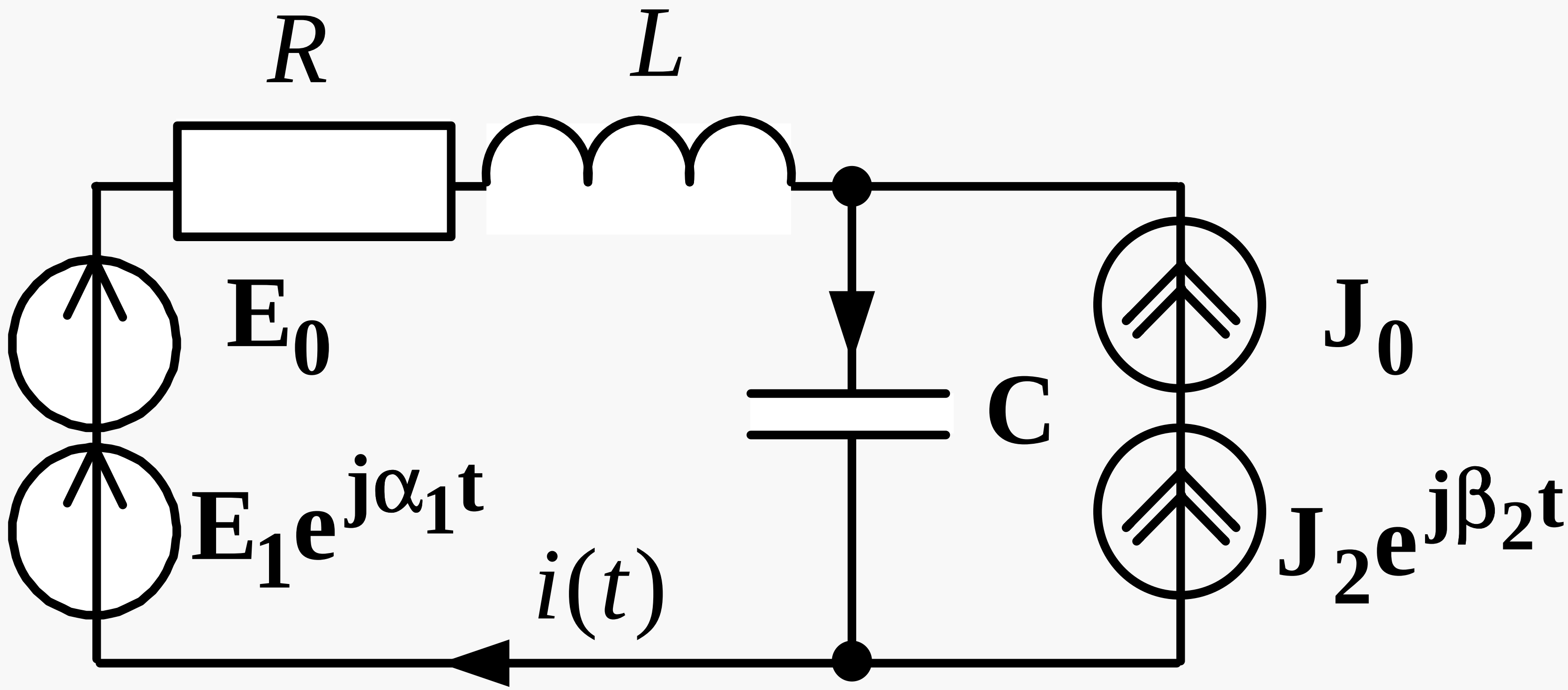
$$\mathbf{e(t) = E_0 + \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \alpha_1)}$$

$$\mathbf{J(t) = J_0 + \sqrt{2}J_2 \sin(2\omega t + \beta_2)}$$

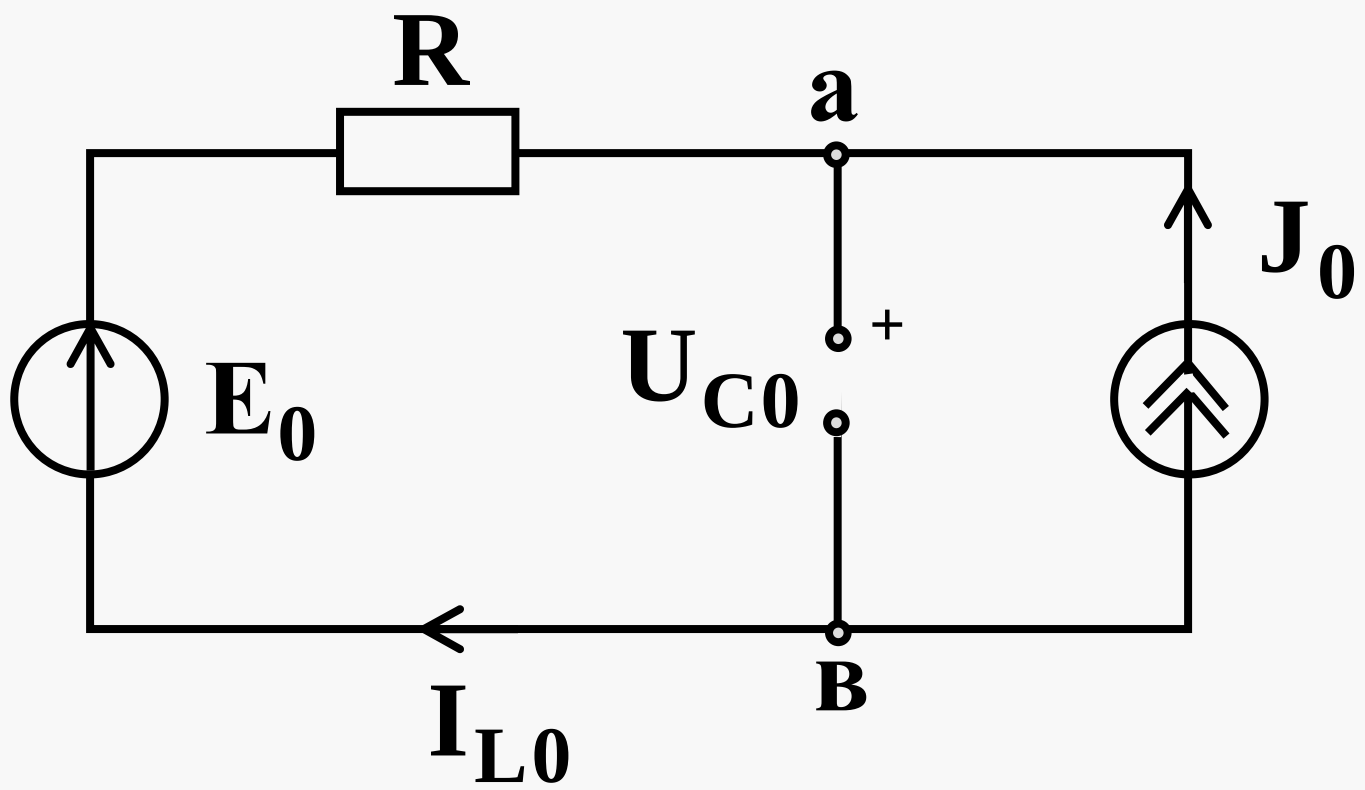
$$\mathbf{\omega,\ R,\ L,\ C}$$

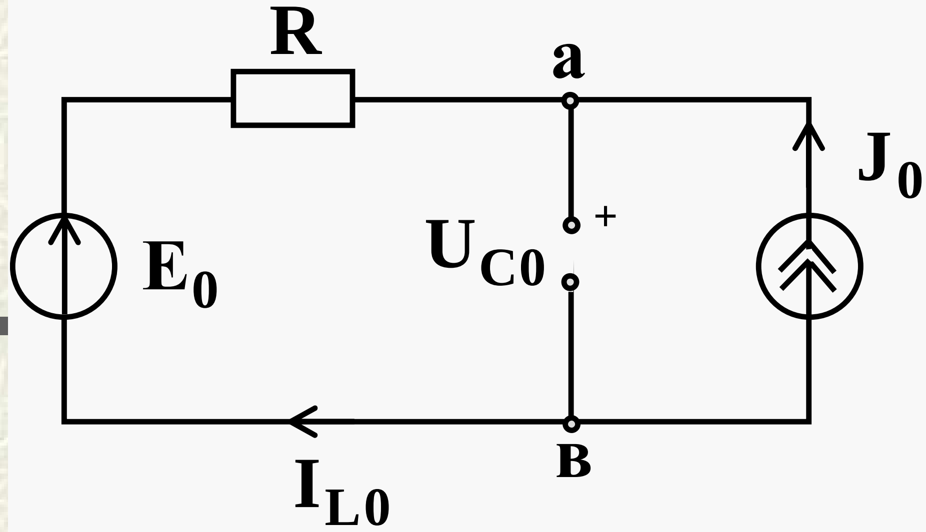
Определить:

$$\mathbf{i_L(t)} \quad , \quad \mathbf{u_C(t)}$$


R
L
E_0
$E_1e^{j\alpha_1 t}$
C
J_0
$J_2e^{j\beta_2 t}$
$i(t)$

1. Расчет постоянных составляющих (к=0)

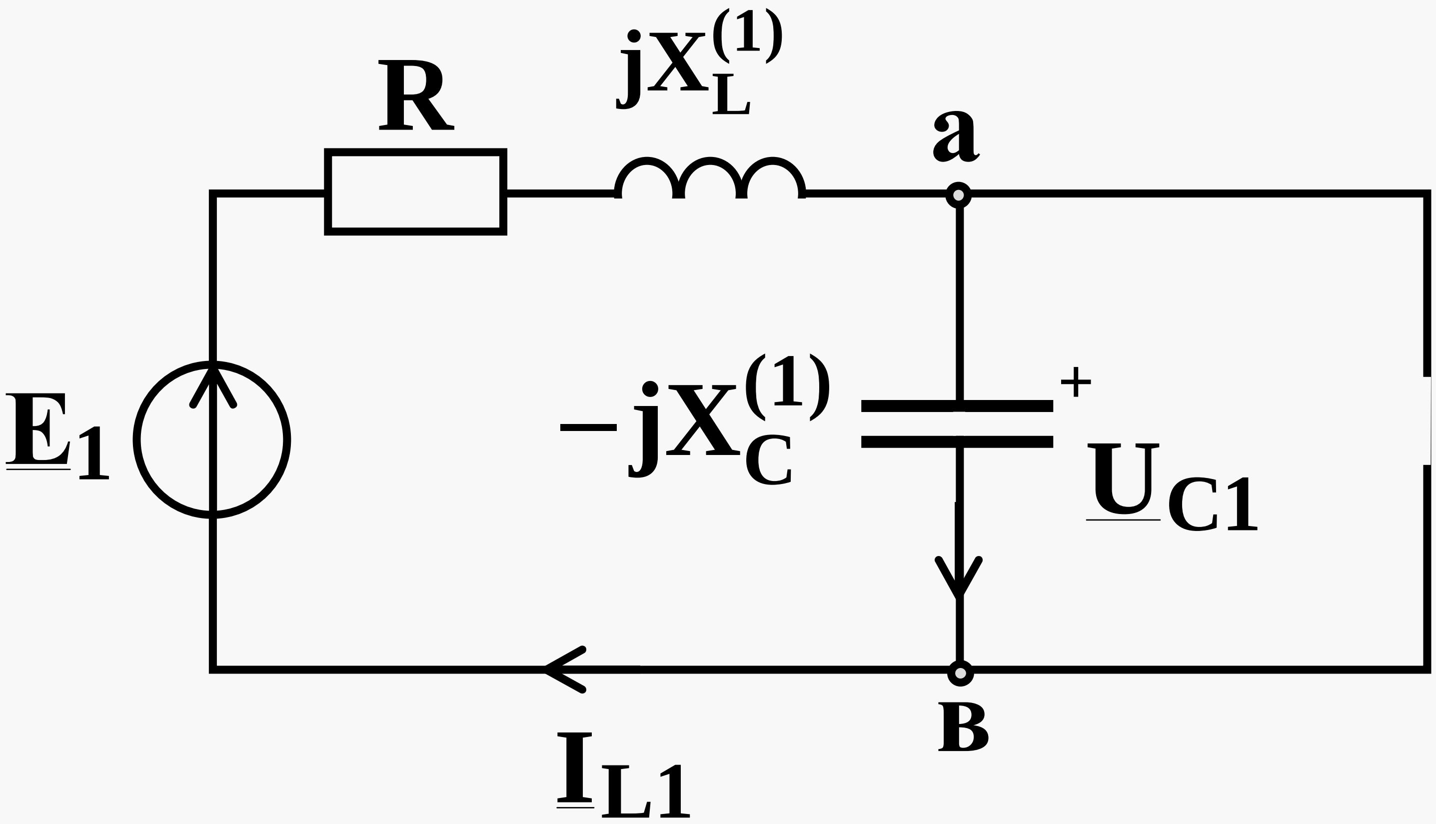

R
a
J0
+
UC0
E0
B
IL0



$$I_{L0} = -J_0$$

$$U_{C0} = E_0 - I_{L0}R = E_0 + J_0R$$

2. Расчет первых гармоник (к=1)


R
$jX_L^{(1)}$
a
$\underline{E}_1$
$-jX_C^{(1)}$
+
$\underline{U}_{C1}$
в
$\underline{I}_{L1}$

$$\underline{E}_1 = E_1 e^{j\alpha_1}; \quad X_C^{(1)} = \frac{1}{\omega C}; \quad X_L^{(1)} = \omega L$$

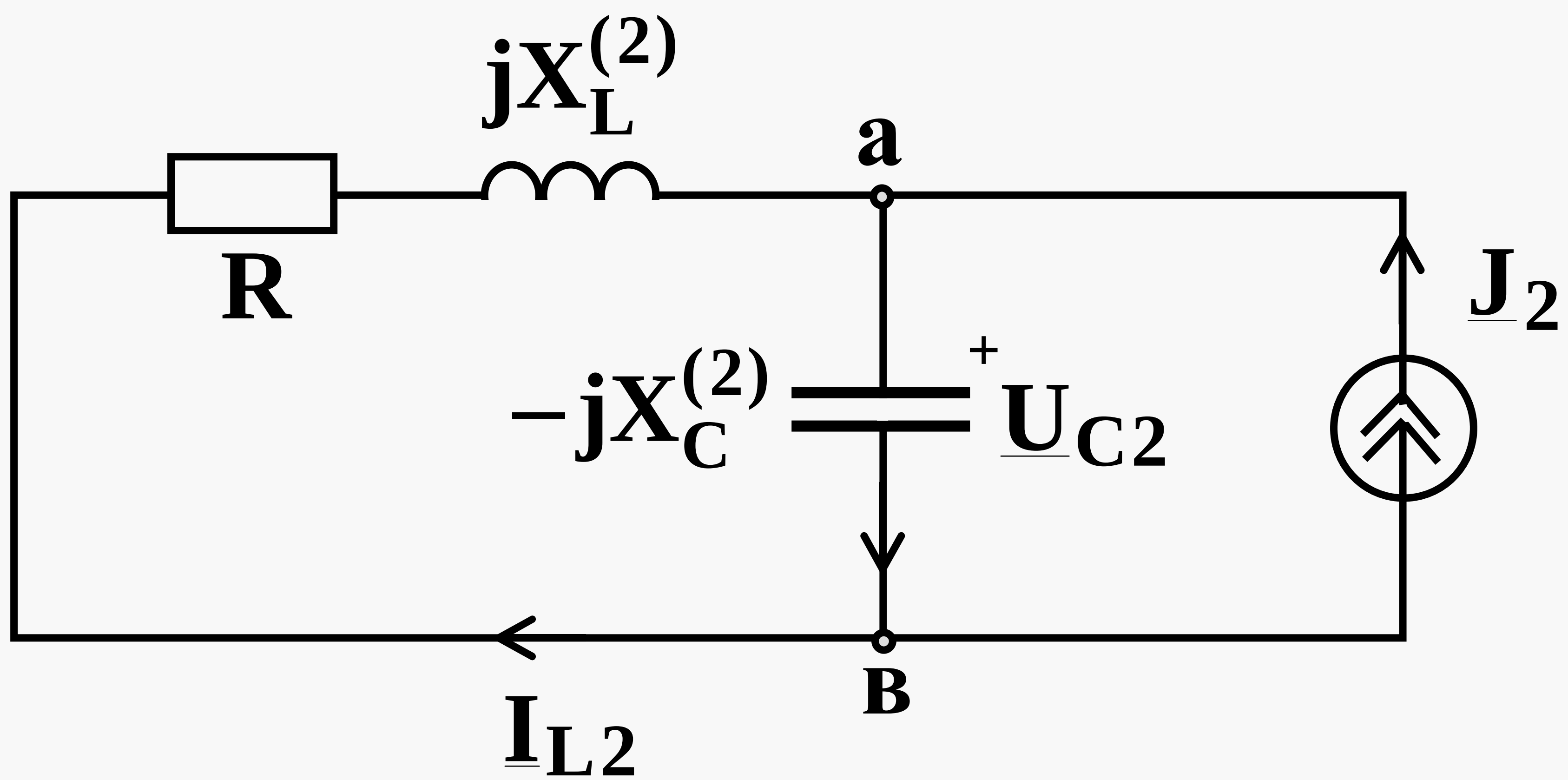
$$\underline{I}_{L1} = \frac{\underline{E}_1}{R + jX_L - jX_C} = I_{L1} e^{j\Theta_1}, \text{ A}$$

$$\underline{U}_{C1} = \underline{I}_{L1}(-jX_C) = U_{C1} e^{j\lambda_1}, \text{ B}$$

3. Расчет вторых гармоник (к=2)

$$\mathbf{X_L^{(2)} = 2X_L^{(1)}}$$

$$\mathbf{X_C^{(2)} = \frac{X_C^{(1)}}{2}}$$


$jX_L^{(2)}$
a
R
J_2
$-jX_C^{(2)}$
+
U_{C2}
B
I_{L2}

$$\underline{J}_2 = J_2 e^{j\beta_2}$$

$$\underline{I}_{L2} = -\underline{J}_2 \frac{-jX_C^{(1)}/2}{R + j2X_L^{(1)} - jX_C^{(1)}/2} = I_{L2} e^{j\Theta_2}, \mathrm{A}$$

$$\underline{U}_{C2} = \underline{J}_2 \frac{(R + j2X_L^{(1)})\left(\dfrac{-jX_C^{(1)}}{2}\right)}{R + j2X_L^{(1)} - \dfrac{jX_C^{(1)}}{2}} =$$

$$= U_{C2}e^{j\lambda_2}, B$$

Окончательный результат

$$i_L(t) = -J_0 + \sqrt{2} I_{L1} \sin(\omega t + \Theta_1) +$$
$$+ \sqrt{2} I_{L2} \sin(2\omega t + \Theta_2), \text{ A}$$

$$u_C(t) = U_{C0} + \sqrt{2} U_{C1} \sin(\omega t + \lambda_1) +$$
$$+ \sqrt{2} U_{C2} \sin(2\omega t + \lambda_2), \text{ B}$$

Резонансные явления при периодических напряжениях и токах

Резонансные явления могут наблюдаться при наличии в цепи индуктивностей и емкостей, причем резонанс может возникать на одной или нескольких гармониках напряжений и токов

При этом входное сопротивление или входная проводимость цепи для этих гармоник становится вещественной (активной) и может быть близкой к 0 или ∞

Различают для к-гармоник резонансы напряжений и токов, а также резонансы в сложной цепи

Резонансные явления могут использоваться в специальных цепях (фильтрах) для пропускания в нагрузку определенных гармоник тока и напряжения.

Рассмотрим такие цепи без учета активных сопротивлений катушек

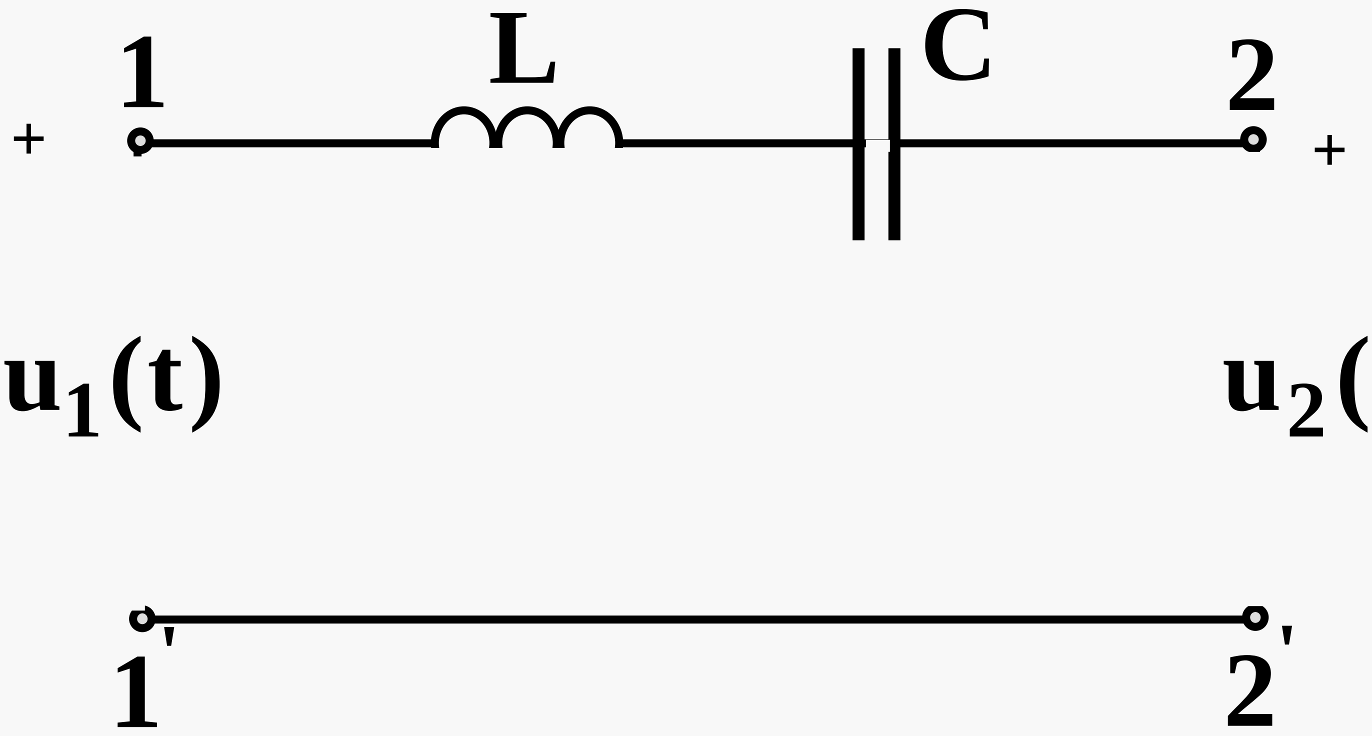
Пример 1:

дано

$$\mathbf{u_1(t) = U_0 + \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_1)}$$

нужно получить

$$\mathbf{u_2(t) = \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_1)}$$



$$\underline{Z}_{12}^{(1)} = jX_L^{(1)} - jX_C^{(1)} = j\omega L - \frac{j}{\omega C} = 0$$

- резонанс напряжений 1 гармоники

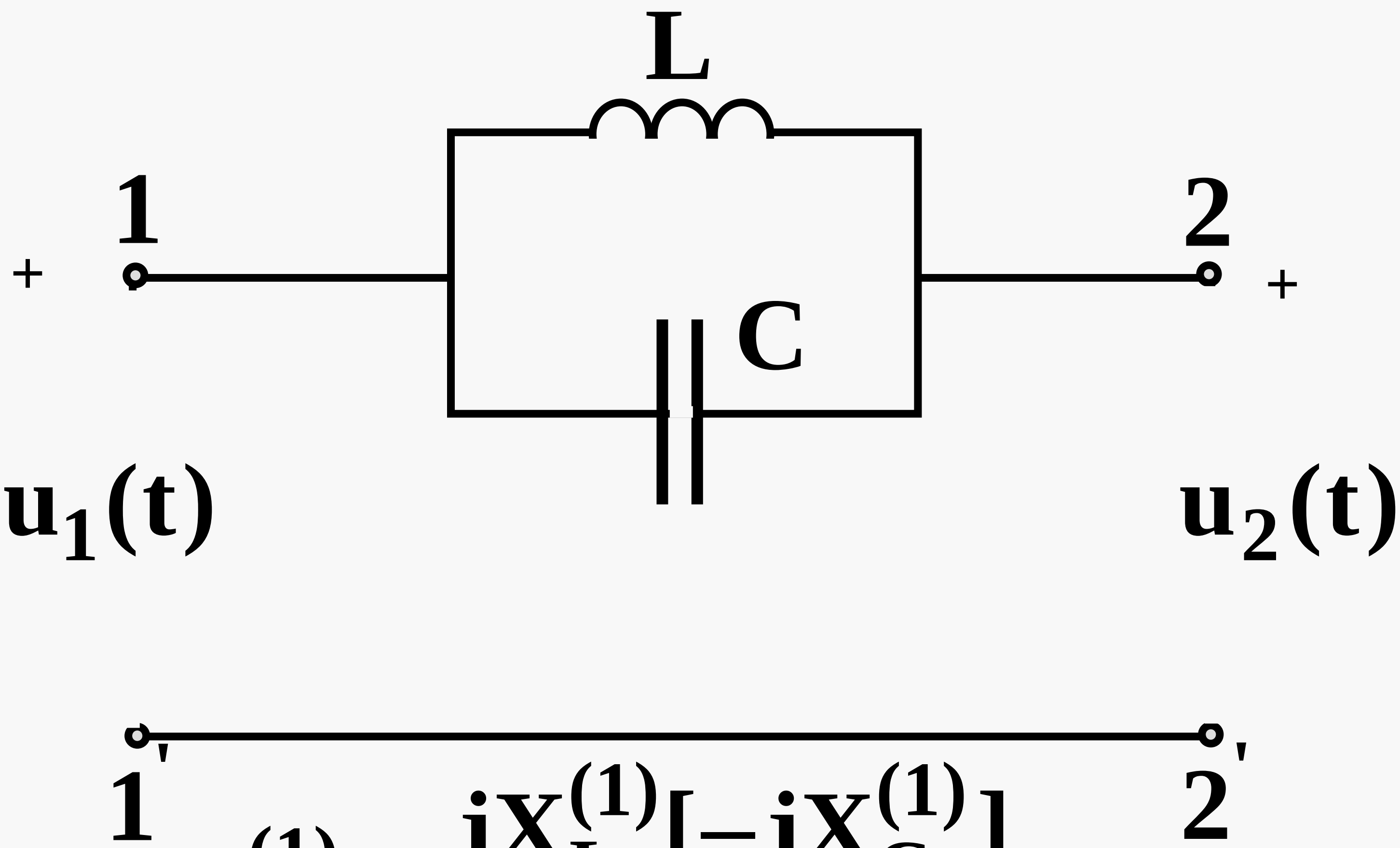
Пример 2:

дано

$$u_1(t) = U_0 + \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_1)$$

нужно получить

$$u_2(t) = U_0$$



$$\underline{Z}_{12}^{(1)} = \frac{jX_L^{(1)}[-jX_C^{(1)}]}{jX_L^{(1)} - jX_C^{(1)}} = \infty$$

- резонанс токов 1 гармоники

Пример 3:

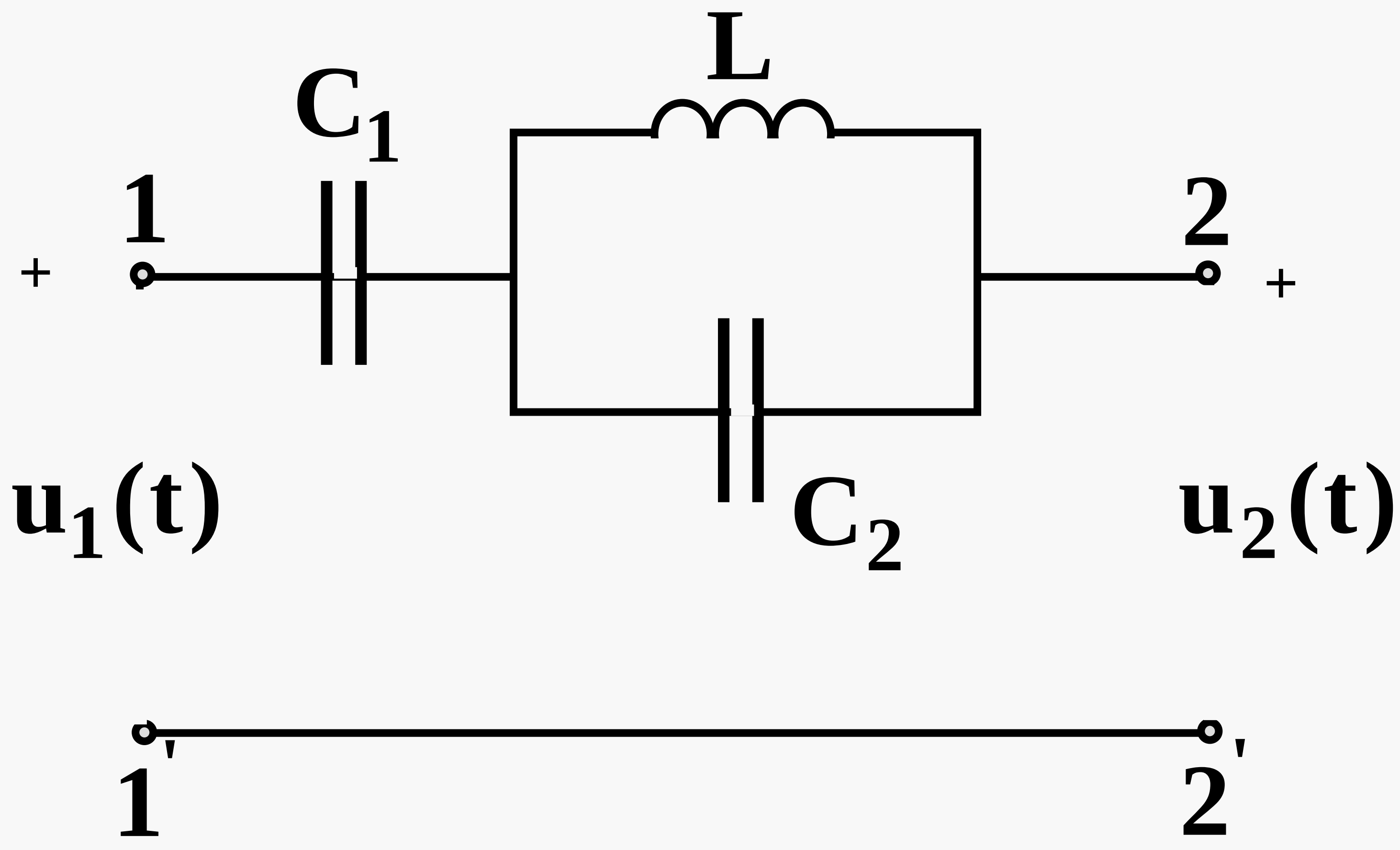
дано

$$u_1(t) = U_0 + \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_1) +$$

$$+ \sqrt{2}U_2 \sin(2\omega t + \alpha_2) + \ldots$$

нужно получить

$$u_2(t) = \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \alpha_1)$$


L
C1
1
2
+
+
C2
u1(t)
u2(t)
1'
2'

а) $\mathbf{C_1}$ задерживает $\mathbf{U_0}$

б) $$\mathbf{2\omega L = \frac{1}{2\omega C_2}} -$$

задерживается 2 гармоника (резонанс токов 2 гармоники) в)

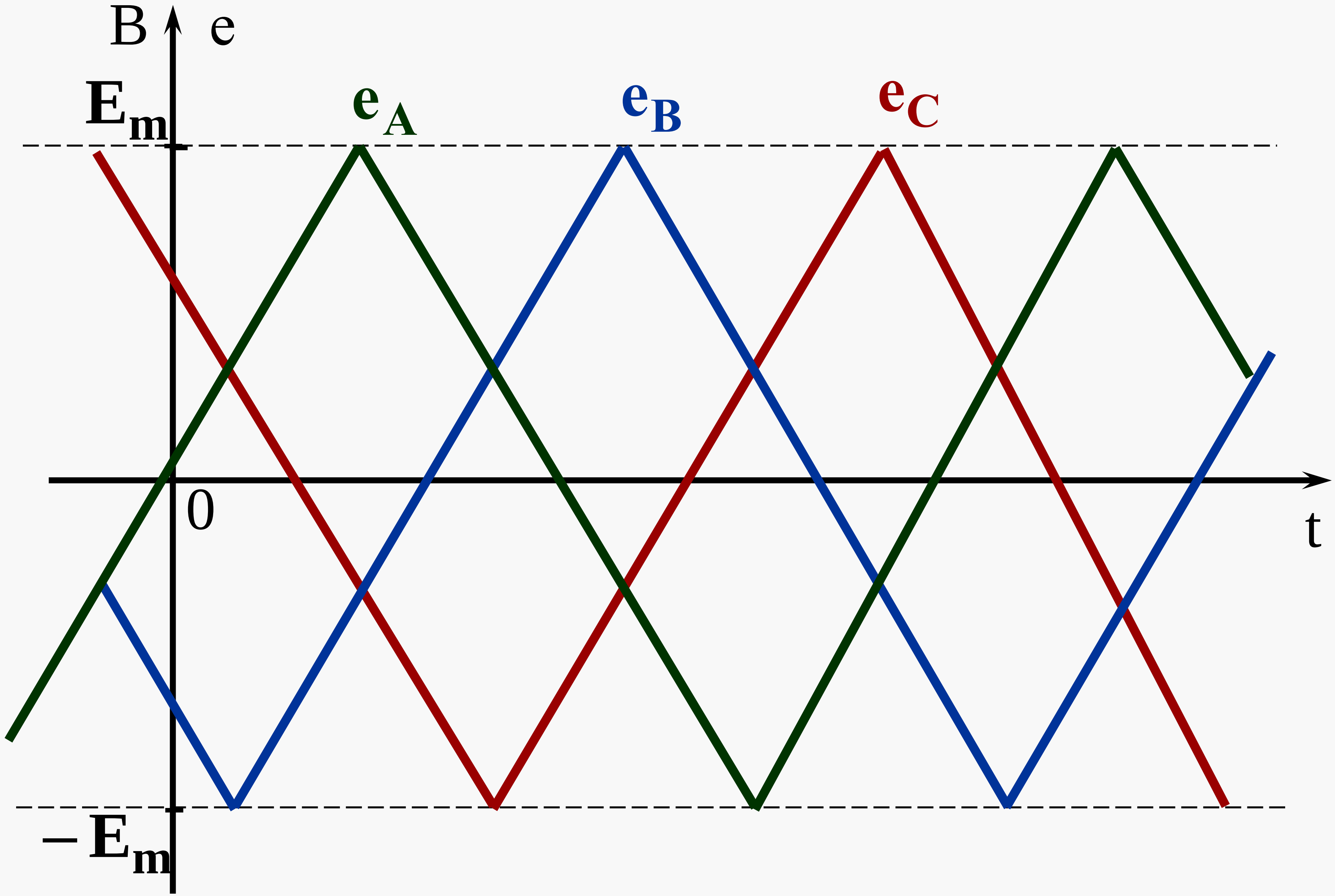
$$\underline{Z}_{12}^{(1)} = -\frac{j}{\omega C_1} + \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C_2}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C_2}} = 0$$

-1 гармоника проходит без изменения (резонанс напряжений 1 гармоники)

Высшие гармоники в трехфазных цепях

Высшие гармоники в трехфазных цепях

появляются за счет негармонических фазных ЭДС генераторов и трансформаторов, которые обычно одинаковы по форме, сдвинуты на треть периода и симметричны относительно оси времени


B
e
E_m
e_A
e_B
e_C
0
t
$-E_m$

- т.к. период k-той гармоники в k раз меньше периода первой гармоники, то угол сдвига фаз k-той гарм. в последующей фазе по отношению к предыдущей фазе равен

$$\mathbf{k}\frac{2\pi}{3}$$

Например:

- Для 3-той гармоники

$$\mathbf{k\frac{2\pi}{3} = 3\frac{2\pi}{3} = 2\pi = 0^0\,град}$$

- Для 5-той гармоники

$$\mathbf{k\frac{2\pi}{3} = 5\frac{2\pi}{3} = \frac{10\pi}{3} = -120^0\,град}$$

- Т.о., все гармоники, порядок которых равен числу фаз, т.е. кратные 3 (k=3,9,12,15 …) сдвинуты относительно друг друга на 2π , т.е. гармоники находятся в фазе друг с другом и образуют симметричные системы нулевой последовательности.

- все гармоники, для которых k-1 делиться на 3, т.е. (k=4,7,10,13 …) образуют симметричные системы прямой последовательности.

- все гармоники, для которых k+1 делиться на 3, т.е. (k=2,5,8,11 …) образуют симметричные системы обратной последовательности.

Пусть фазные ЭДС содержат нечетные гармоники

$$e_A = \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \alpha_1) +$$

$$+ \sqrt{2}E_3 \sin(3\omega t + \alpha_3) +$$

$$+ \sqrt{2}E_5 \sin(5\omega t + \alpha_5) + \ldots$$

Тогда

$$\mathbf{e_B = \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \alpha_1 - 120^\circ) +}$$

$$\mathbf{+ \sqrt{2}E_3 \sin(3\omega t + \alpha_3) +}$$

$$\mathbf{+ \sqrt{2}E_5 \sin(5\omega t + \alpha_5 + 120^\circ) + ...}$$

Тогда

$$\mathbf{e_C = \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \alpha_1 + 120^\circ) +}$$

$$\mathbf{+ \sqrt{2}E_3 \sin(3\omega t + \alpha_3) +}$$

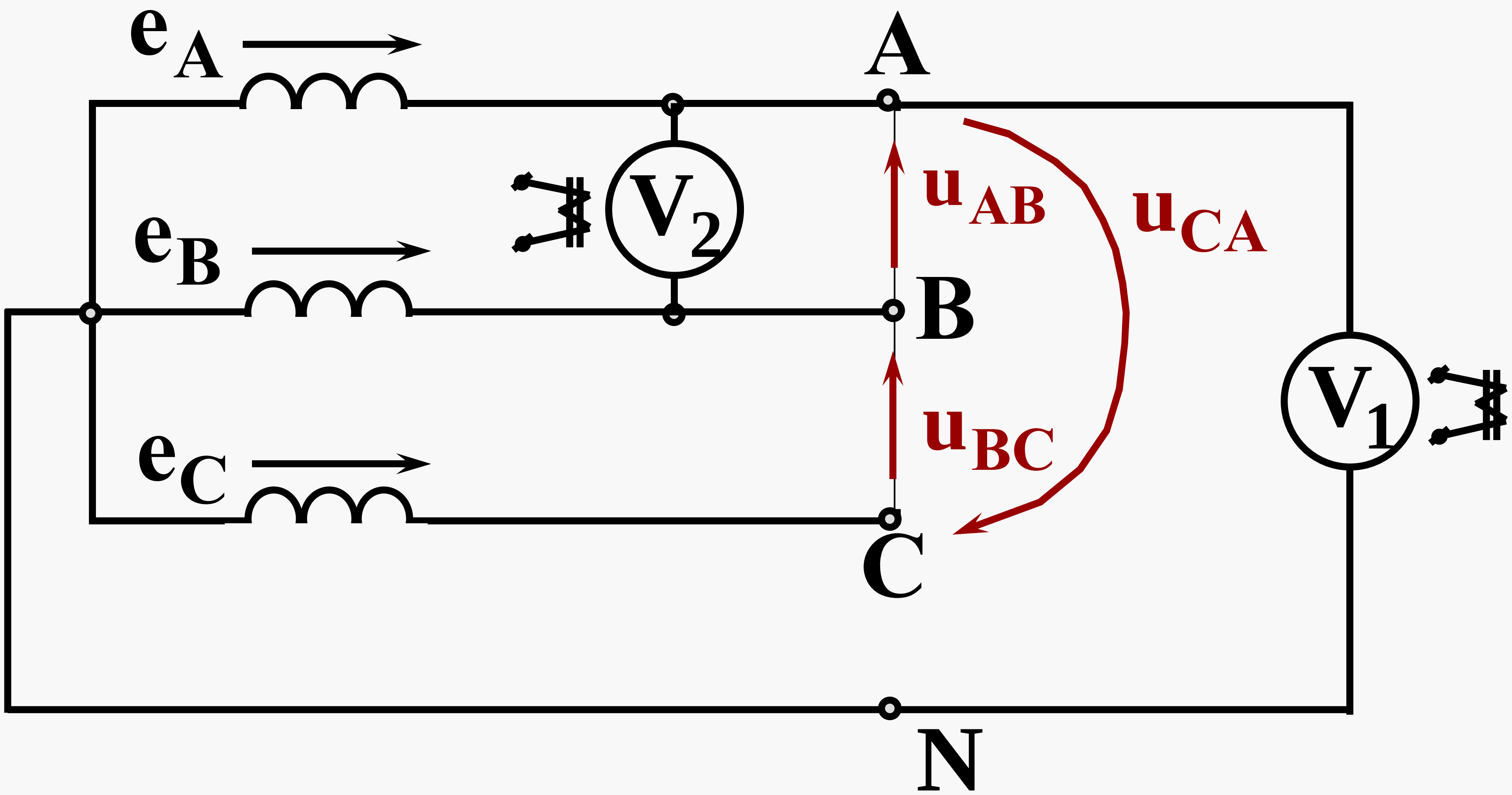
$$\mathbf{+ \sqrt{2}E_5 \sin(5\omega t + \alpha_5 - 120^\circ) + \ldots}$$

Таким образом

гармоники   к = 1, 7, 13 …
образуют прямую
последовательность

Гармоники к = 5, 11, 17 …
образуют обратную
последовательность

Гармоники к = 3, 9, 15 … образуют нулевую последовательность


eA
A
eB
V2
uAB
uCA
B
V1
eC
uBC
C
N

Линейное напряжение

$$\mathbf{u_{AB} = e_A - e_B =}$$

$$= \sqrt{3}\sqrt{2}\mathbf{E_1}\,\mathbf{\sin(\omega t + \alpha_1 + 30^\circ) +}$$

$$+ \sqrt{3}\sqrt{2}\mathbf{E_5}\,\mathbf{\sin(5\omega t + \alpha_5 - 30^\circ) + \ldots}$$

Линейное напряжение

$$\mathbf{u_{BC} = e_B - e_C =}$$

$$\mathbf{= \sqrt{3}\sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \alpha_1 - 90^\circ) +}$$

$$\mathbf{+ \sqrt{3}\sqrt{2}E_5 \sin(5\omega t + \alpha_5 + 90^\circ) + \ldots}$$

Линейное напряжение

$$u_{CA} = e_C - e_A =$$

$$= \sqrt{3}\sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \alpha_1 + 150^\circ) +$$

$$+ \sqrt{3}\sqrt{2}E_5 \sin(5\omega t + \alpha_5 - 150^\circ) + \dots$$

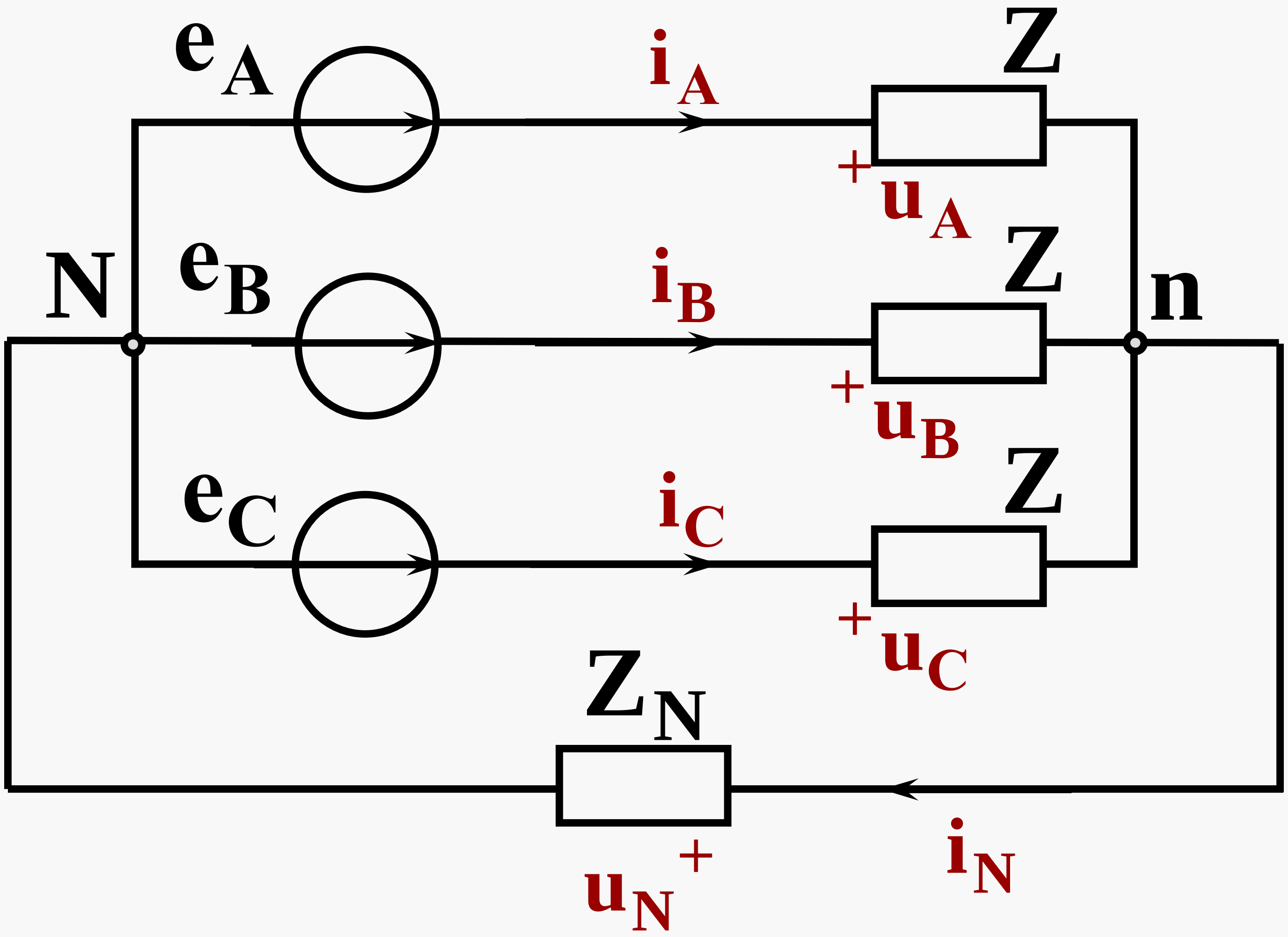
Действующие значения

$$U_{V1} = E_A = E_Ф = \sqrt{E_1^2 + E_3^2 + E_5^2 + \ldots}$$

$$U_{V2} = U_{AB} = U_Л = \sqrt{3}\sqrt{E_1^2 + E_5^2 + \ldots}$$

причем $\dfrac{U_{V2}}{U_{V1}} = \dfrac{U_Л}{E_Ф} \leq \sqrt{3}$

Линейные напряжения не содержат гармоник кратных трем, причем расчет симметричного режима ведется на одну фазу методом наложения для каждой гармоники отдельно


eA
iA
Z
+
uA
N
eB
iB
Z
n
+
uB
eC
iC
Z
+
uC
ZN
uN
+
iN

Дано:

$$\mathbf{e_A(t) = e_B\left(t + \frac{T}{3}\right) = e_C\left(t - \frac{T}{3}\right),}$$

$$\boldsymbol{\omega,\ T = \frac{2\pi}{\omega},\ \underline{Z}^{(1,3,5)},\ \underline{Z}_N^{(3)}}$$

Определить

$$\mathbf{i}_A, \quad \mathbf{u}_A, \quad \mathbf{i}_N, \quad \mathbf{u}_N$$

1. Расчет комплексов 1 гармоники фазы А

$$\underline{I}_1 = \frac{E_1 e^{j\alpha_1}}{\underline{Z}^{(1)}} = I_1 e^{j\beta_1}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}^{(1)} \underline{I}_1 = E_1 e^{j\alpha_1}$$

2. Расчет комплексов 3 гармоники фазы А

$$\underline{\mathbf{I}}_3 = \frac{\mathbf{E}_3 e^{j\alpha_3}}{\underline{\mathbf{Z}}^{(3)} + 3\underline{\mathbf{Z}}_N^{(3)}} = \mathbf{I}_3 e^{j\beta_3}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_3 = \underline{\mathbf{Z}}^{(3)} \underline{\mathbf{I}}_3 = \mathbf{U}_3 e^{j\lambda}$$

Тогда

$$\underline{U}_N = 3\underline{Z}_N^{(3)}\underline{I}_3 = U_N e^{j\Theta}$$

$$\underline{I}_N = 3\underline{I}_3 = I_N e^{j\beta_3}$$

3. Расчет комплексов 5 гармоники фазы А

$$\underline{I}_5 = \frac{E_5 e^{j\alpha_5}}{\underline{Z}^{(5)}} = I_5 e^{j\beta_5}$$

$$\underline{U}_5 = \underline{Z}^{(5)} \underline{I}_5 = E_5 e^{j\alpha_5}$$

4. Функции времени

$$\mathbf{i_A = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t + \beta_1) +}$$

$$\mathbf{+ \sqrt{2} I_3 \sin(3\omega t + \beta_3) +}$$

$$\mathbf{+ \sqrt{2} I_5 \sin(5\omega t + \beta_5)}$$

$$u_A = \sqrt{2}E_1 \sin(\omega t + \alpha_1) +$$

$$+ \sqrt{2}U_3 \sin(3\omega t + \lambda) +$$

$$+ \sqrt{2}E_5 \sin(5\omega t + \alpha_5)$$

$$i_N = \sqrt{2} I_N \sin(3\omega t + \beta_3)$$

$$u_N = \sqrt{2} U_N \sin(3\omega t + \Theta)$$

Примечание:

если $\underline{Z}_N^{(3)} = \infty,$

то $\underline{I}_3 = \underline{I}_N = 0, \quad \underline{U}_3 = 0,$

$\underline{U}_N = E_3 e^{j\alpha_3}$