6 лекция

Тема: Симметричный режим трехфазных цепей

Трехфазные цепи

Трехфазные цепи образуются тремя электрически связанными фазами (цепями) A, B, C, находящимися под переменными напряжениями одинакового периода T, которые сдвинуты по фазе относительно друг друга на определенный угол (120 градусов)

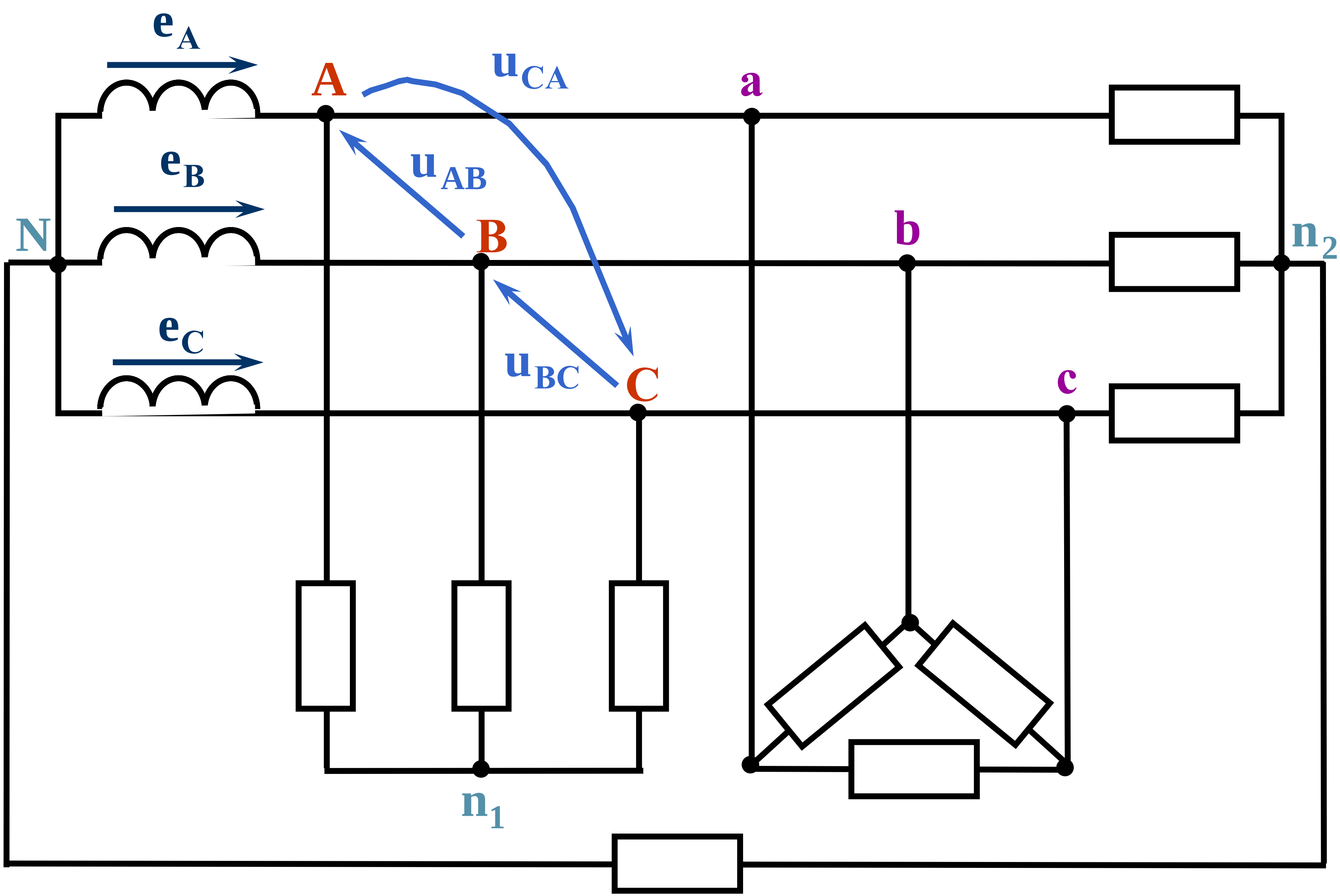
К этим фазам подключаются статические и динамические нагрузки, соединенные как правило звездой или треугольником

Статические нагрузки - это обмотки трансформаторов, лампы, нагреватели, конденсаторы и др.

Динамические нагрузки - это обмотки электрических двигателей

Трехфазные цепи являются наиболее экономичными и совершенными по сравнению с другими многофазными цепями и используются для электроснабжения большинства мощных потребителей электрической энергии

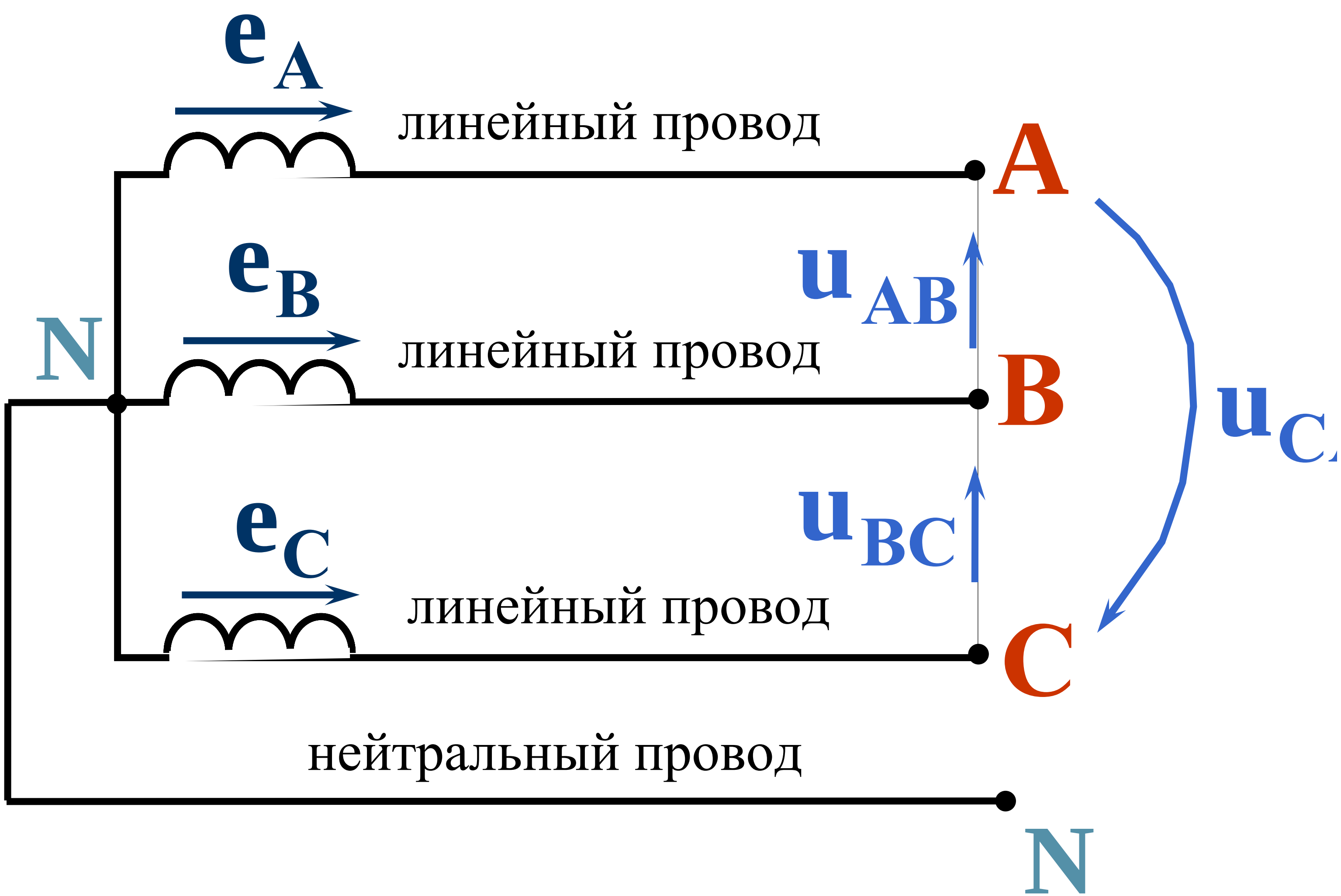
Генерирование и распределение электрической энергии осуществляется посредством трехфазных цепей, которые запитываются от обмоток генераторов и трансформаторов, характеризуемых фазными ЭДС $e_A(t)$, $e_B(t)$, $e_C(t)$



e_A
e_B
e_C
N
A
B
C
u_{CA}
u_{AB}
u_{BC}
a
b
c
n_1
n_2

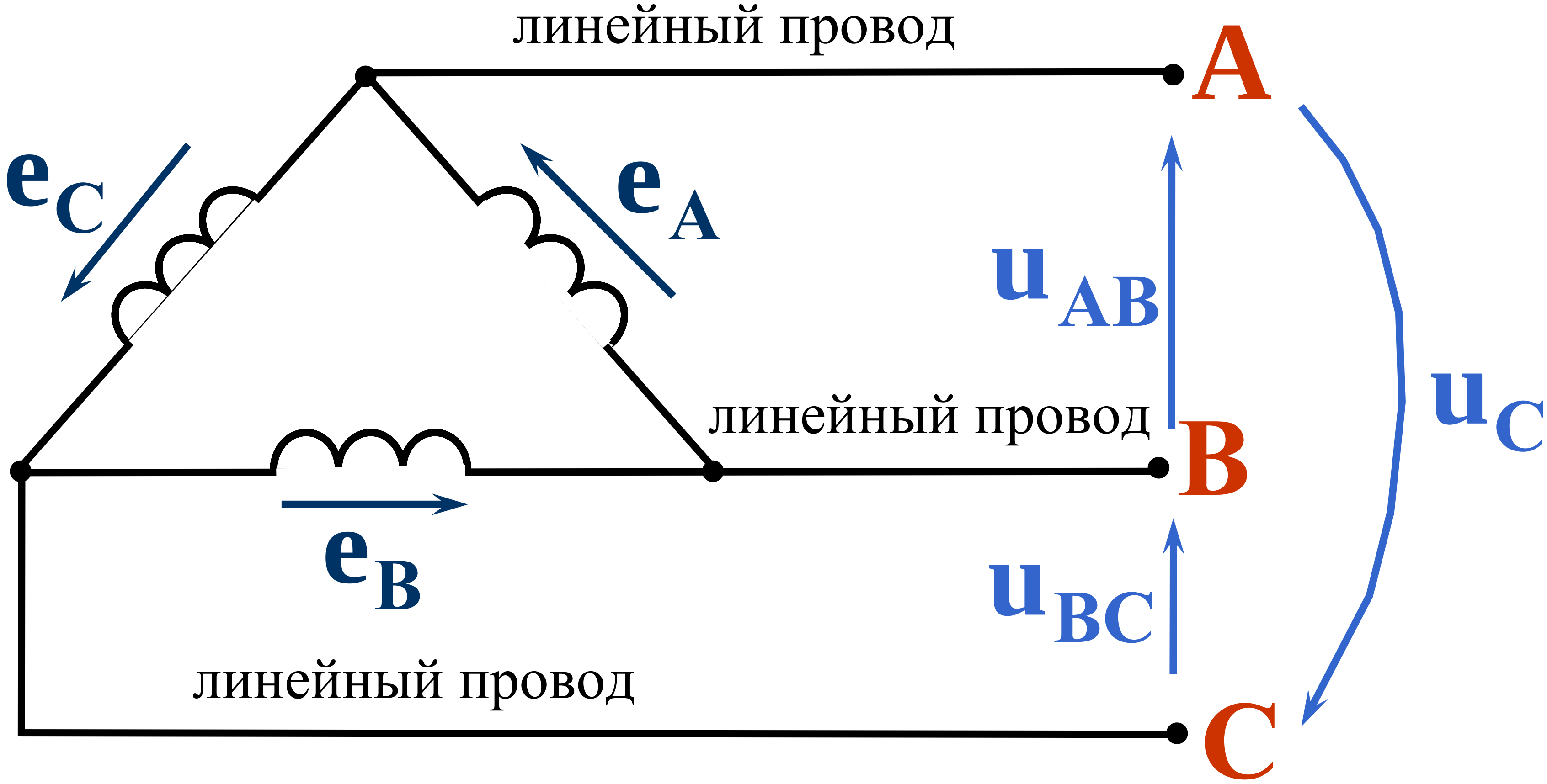
Соединения обмоток генераторов и трансформаторов

а) звездой:

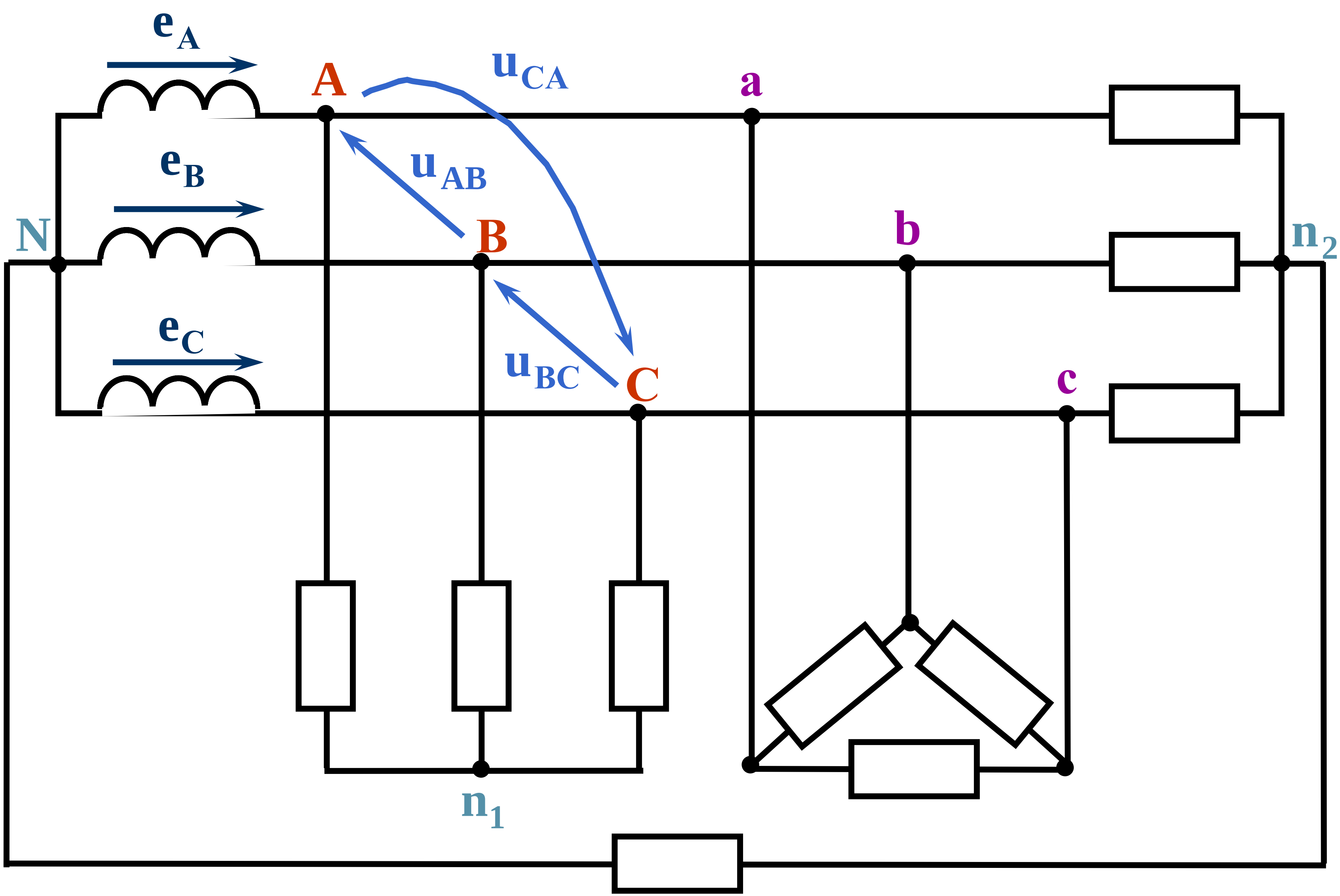


e_A
линейный провод
A
e_B
u_{AB}
N
линейный провод
B
u_C
e_C
u_{BC}
линейный провод
C
нейтральный провод
N

б) треугольником:



Лучи звезды или *ветви* многоугольника приемника называют *фазами* приемника, а сопротивления фаз приемника — фазными сопротивлениями.



eA
eB
eC
N
A
B
C
uCA
uAB
uBC
a
b
c
n2
n1

Симметричная система фазных ЭДС

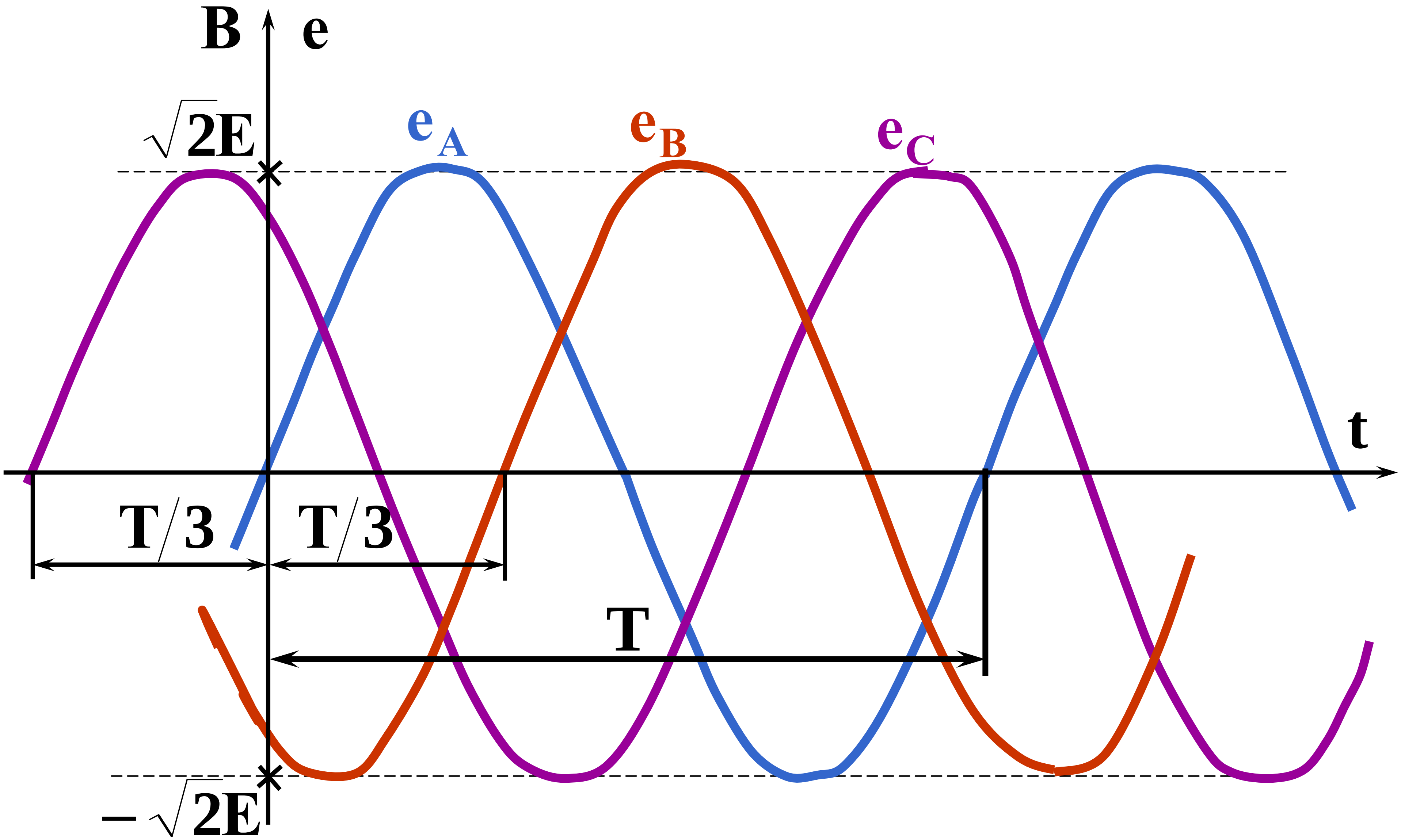
В нормальном режиме фазные ЭДС генераторов и трансформаторов образуют симметричную систему, т.е. имеют одинаковую гармоническую форму, одинаковые частоту и амплитуду и сдвинуты по фазе относительно друг друга на 120 градусов

$$e_A = \sqrt{2}E\sin(\omega t + \alpha)$$

$$e_B = \sqrt{2}E\sin(\omega t + \alpha - 120°)$$

$$e_C = \sqrt{2}E\sin(\omega t + \alpha + 120°)$$

Волновая диаграмма при $\alpha = 0$

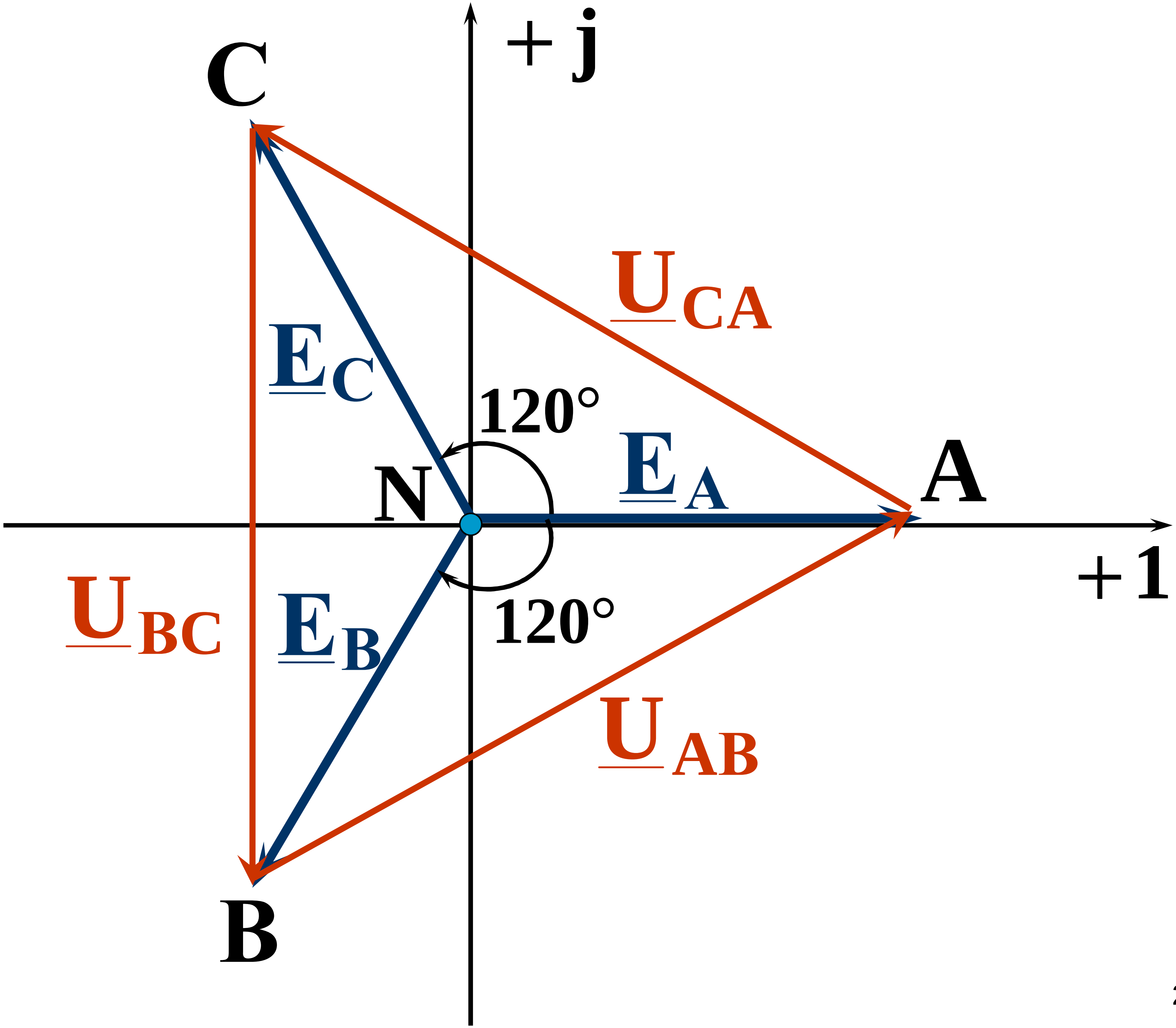


B
e
$\sqrt{2}$E
e_A
e_B
e_C
t
T/3
T/3
T
$-\sqrt{2}$E

$$\underline{E}_A = E \cdot e^{j0°}$$

$$\underline{E}_B = E \cdot e^{-j120°}$$

$$\underline{E}_C = E \cdot e^{j120°}$$



+ j
C
$\underline{U}_{CA}$
$\underline{E}_{C}$
120°
$\underline{E}_{A}$
N
A
+1
$\underline{U}_{BC}$
$\underline{E}_{B}$
120°
$\underline{U}_{AB}$
B

Линейные напряжения :

$$u_{AB} = e_A - e_B = \sqrt{2}\sqrt{3}E\sin(\omega t + \alpha + 30°)$$

$$u_{BC} = e_B - e_C = \sqrt{2}\sqrt{3}E\sin(\omega t + \alpha - 90°)$$

$$u_{CA} = e_C - e_A = \sqrt{2}\sqrt{3}E\sin(\omega t + \alpha + 150°)$$

где

$$\underline{U}_{AB} = U_{Л} \cdot e^{j(\alpha+30°)}$$

$$\underline{U}_{BC} = U_{Л} \cdot e^{j(\alpha-90°)}$$

$$\underline{U}_{CA} = U_{Л} \cdot e^{j(\alpha+150°)}$$

- комплексы действующих значений

где

$$\boxed{U_{Л} = \sqrt{3}E}$$

- действующее значение

Фазовый оператор

$$\boxed{a = 1e^{j120^\circ} = -0{,}5 + j0{,}866}$$

Тогда

$$a^2 = 1e^{j240°} = 1e^{-j120°} =$$

$$= -0{,}5 - j0{,}866$$

$$a^3 = 1e^{j360^\circ} = 1$$

Таким образом

$$\boxed{1 + a + a^2 = 0}$$

$$\underline{E}_A = E \cdot e^{j\alpha}$$

$$\underline{E}_B = a^2 \underline{E}_A$$

$$\underline{E}_C = a\underline{E}_A$$

- фазные напряжения генератора

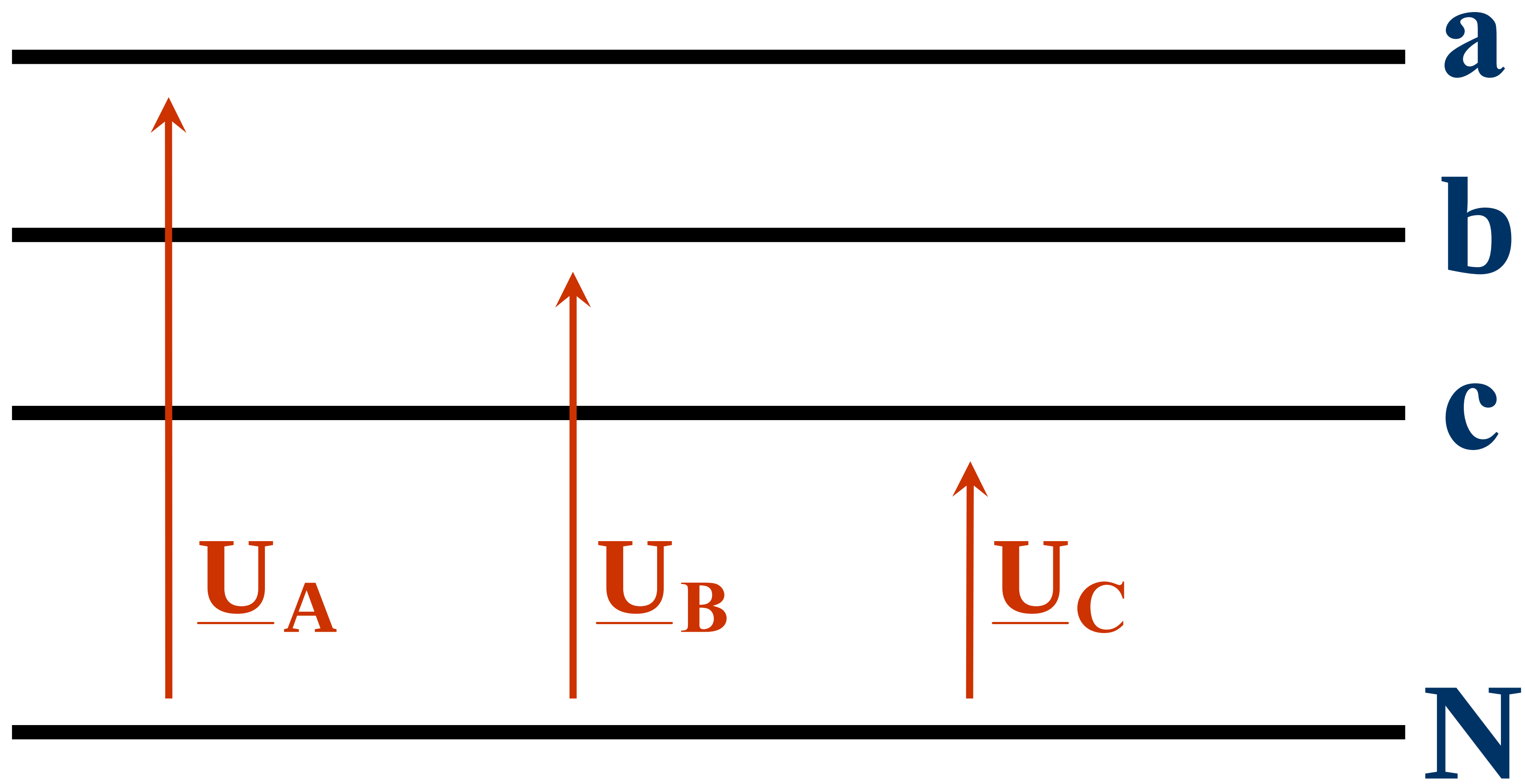
$$\underline{U}_{AB} = U_{Л} \cdot e^{j(\alpha + 30°)}$$

$$\underline{U}_{BC} = a^2 \underline{U}_{AB}$$

$$\underline{U}_{CA} = a\underline{U}_{AB}$$

Фазные напряжения (приёмника) при соединении звездой

Фазные напряжения- это напряжения между фазами и нулевым проводом или нейтралью

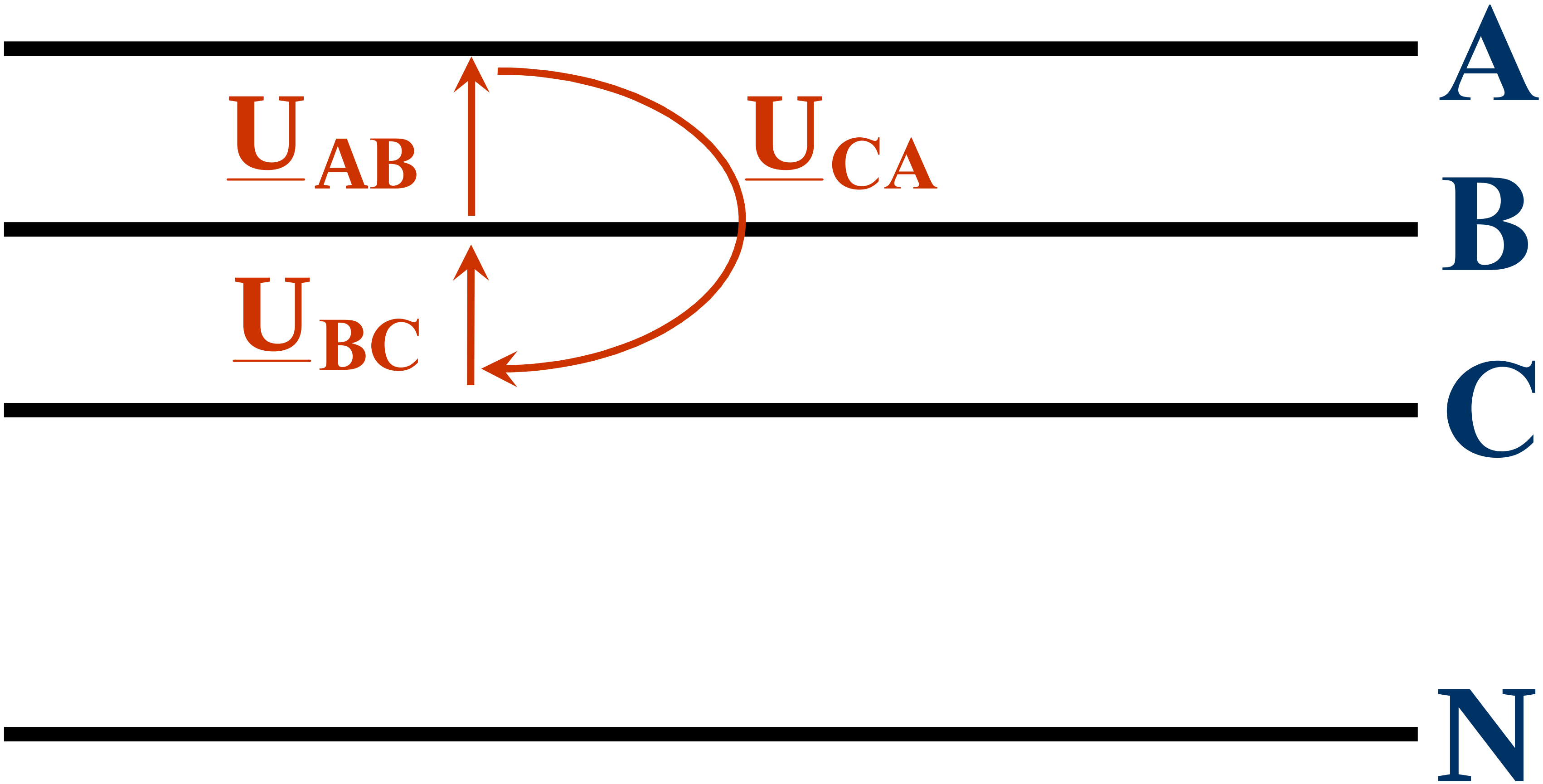

a
b
c
N
UA
UB
UC

где

$$\begin{cases} \underline{U}_A = U_Ф \cdot e^{j\beta} \\ \underline{U}_B = a^2 \cdot \underline{U}_A \\ \underline{U}_C = a \cdot \underline{U}_A \end{cases}$$

Линейные напряжения

Линейные напряжения- это напряжения между фазами, причем эти напряжения могут быть найдены по известным фазным напряжениям



$\underline{U}_{AB}$
$\underline{U}_{CA}$
$\underline{U}_{BC}$
A
B
C
N

где

$$\begin{cases} \underline{U}_{AB} = \underline{U}_{A} - \underline{U}_{B} = U_{Л} \cdot e^{j\lambda} \\ \underline{U}_{BC} = \underline{U}_{B} - \underline{U}_{C} = a^2 \cdot \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{CA} = \underline{U}_{C} - \underline{U}_{A} = a \cdot \underline{U}_{AB} \end{cases}$$

$$U_{Л} = \sqrt{3} U_{Ф}$$

Симметричный режим трехфазной цепи

Симметричный режим характеризуется симметричной системой фазных ЭДС и напряжений, а также одинаковой комплексной нагрузкой фаз

Трехфазная цепь с одинаковой комплексной нагрузкой фаз называется симметричной

Симметричный режим является нормальным режимом трехфазных цепей и рассчитывается известными методами в комплексной форме

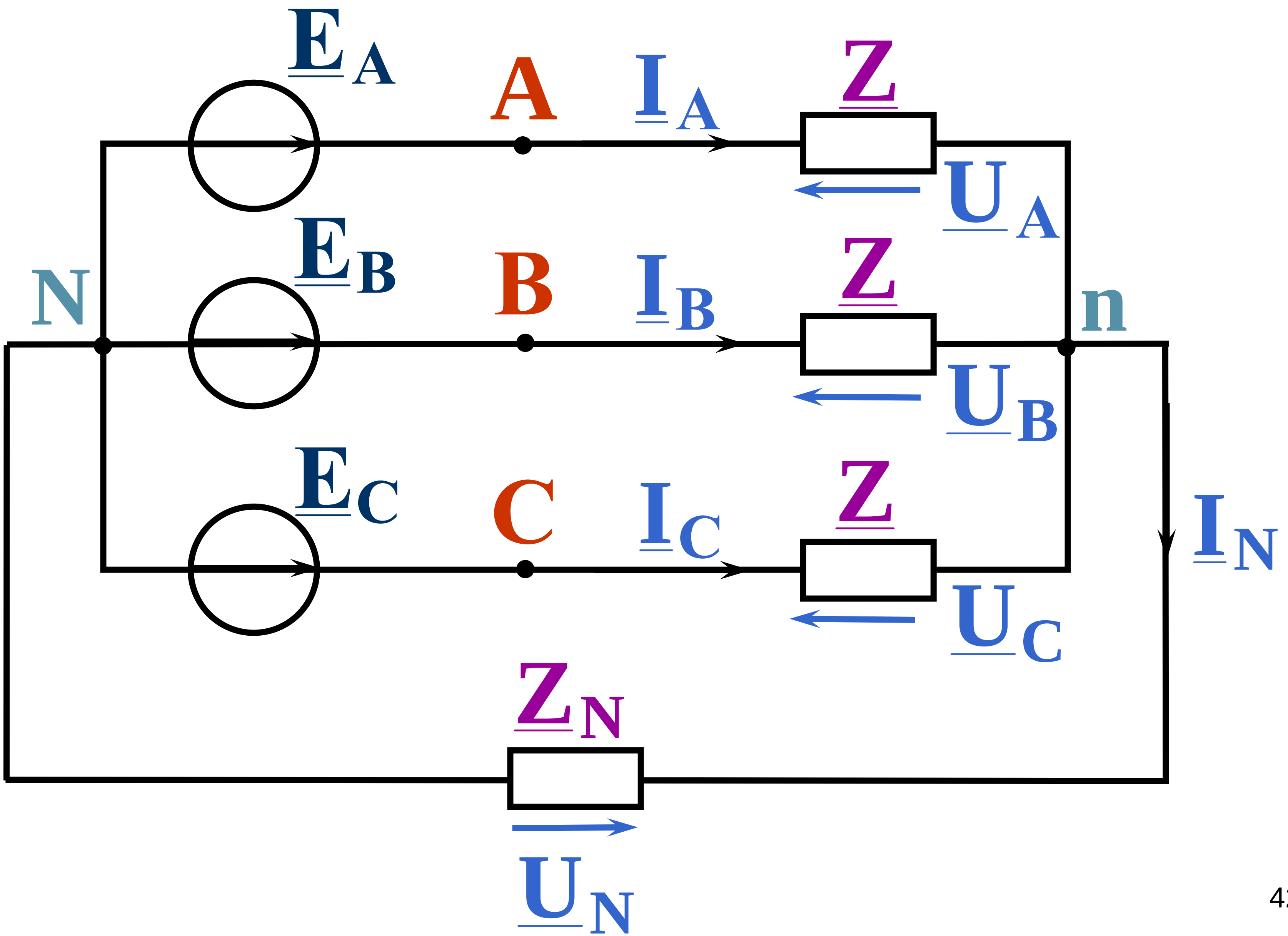
1. Соединение звезда-звезда с нулевым проводом

при

$$\underline{E}_A = Ee^{j\alpha}$$

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$$

$$\underline{Z}_N = Z_N \cdot e^{j\varphi_N}$$



EA
A
IA
Z
UA
EB
N
B
IB
Z
n
UB
EC
C
IC
Z
IN
UC
ZN
UN

Линейные напряжения :

$$\begin{cases} \underline{U}_{AB} = U_{Л} \cdot e^{j\lambda} = \sqrt{3}\underline{E}_{A} e^{j30} \\ \underline{U}_{BC} = a^{2} \cdot \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{CA} = a \cdot \underline{U}_{AB} \end{cases}$$

$\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ **- линейные токи, равные фазным токам;**

$\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ **- фазные напряжения равные фазным ЭДС генератора (E_A; E_B; E_C);**

$\underline{I}_N$ **и** $\underline{U}_N$ **- ток и напряжение нулевого провода**

$$\underline{\mathbf{I}}_N = \frac{\underline{\mathbf{U}}_N}{\underline{\mathbf{Z}}_N} = \mathbf{0}$$

токи

$$\underline{I}_A = \underline{E}_A / \underline{Z} = I_Л e^{j(\alpha - \varphi)}$$

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A$$

$$\underline{I}_C = a \underline{I}_A$$

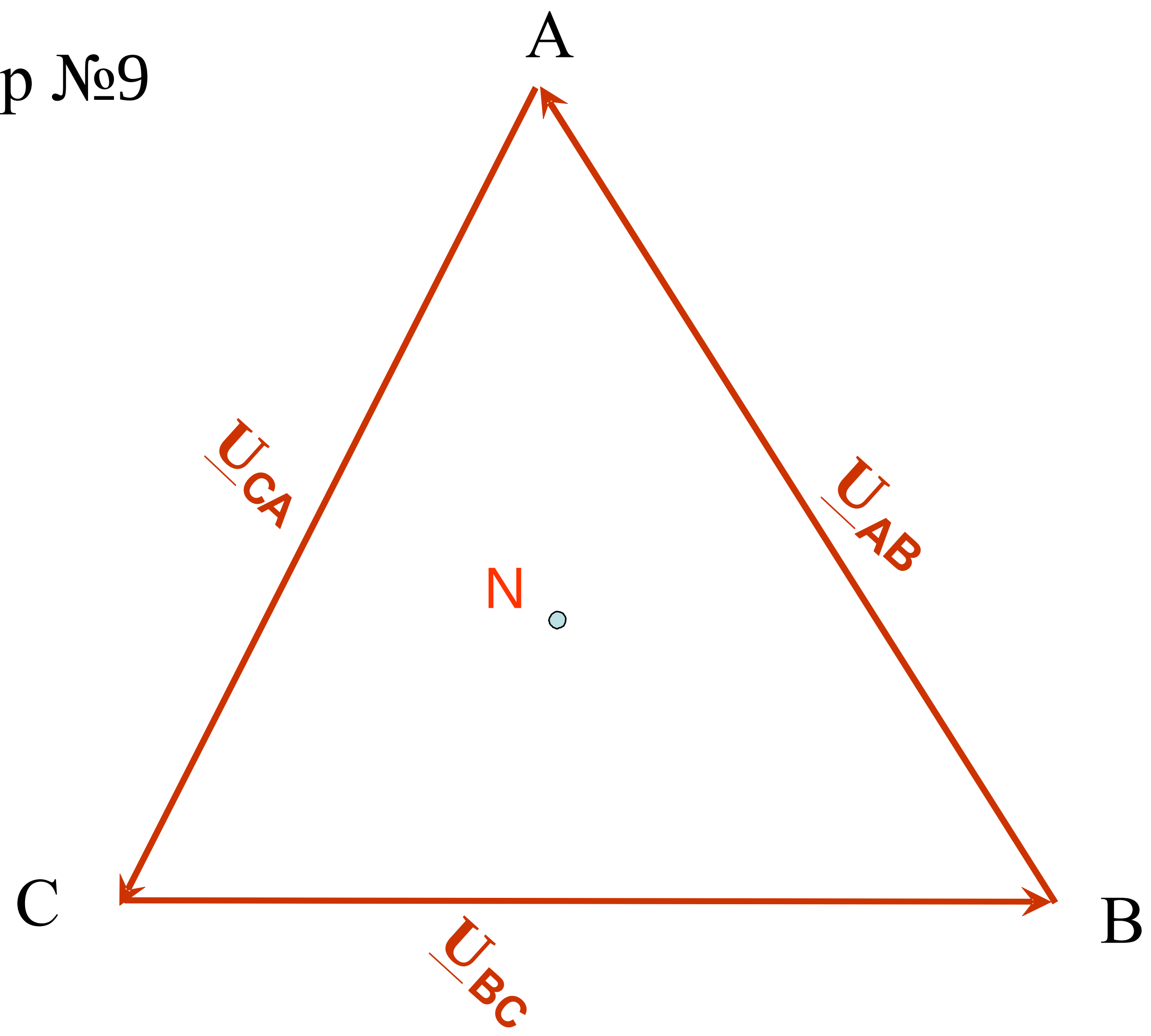
Фазные напряжения

$$\underline{U}_A = \underline{E}_A$$

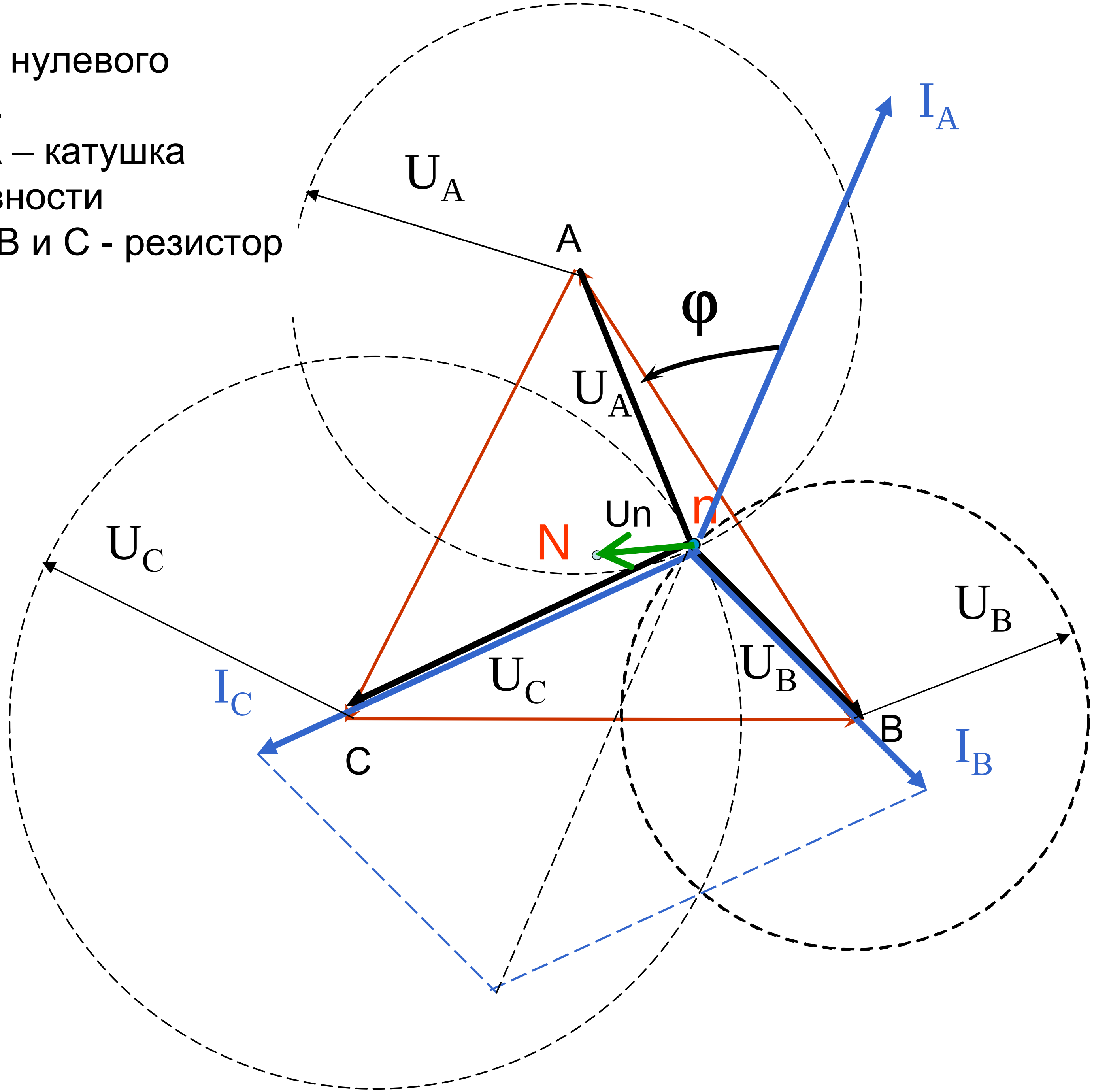
$$\underline{U}_B = a^2\underline{E}_A$$

$$\underline{U}_C = a\underline{E}_A$$

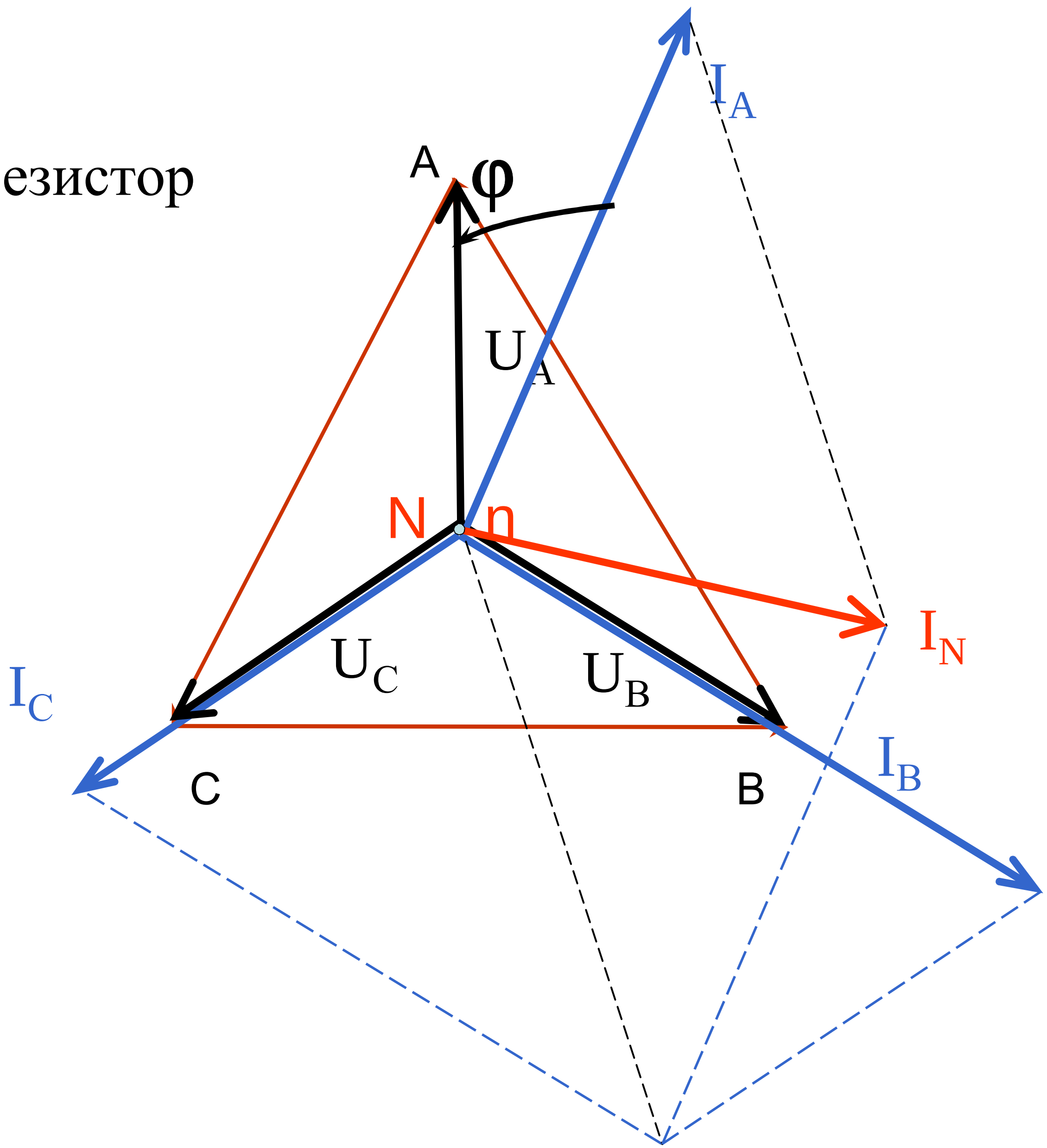
К л/р №9



Цепь без нулевого
Провода.
В фазе А – катушка
Индуктивности
В фазах В и С - резистор



Цепь с нулевым проводом.
В фазе А – катушка Индуктивности
В фазах В и С - резистор



Комплекс полной вырабатываемой мощности

$$\underline{S}_B = \underline{E}_A \overset{*}{\underline{I}}_A + \underline{E}_B \overset{*}{\underline{I}}_B + \underline{E}_C \overset{*}{\underline{I}}_C =$$

$$= 3 \cdot E \cdot I_Л e^{j\varphi} =$$

$$= P_B + jQ_B, (BA)$$

а) активная мощность

$$P_В = P_П = 3 \cdot |E| \cdot |I_Л| \cos\varphi =$$

$$= \sqrt{3} \cdot |U_Л| \cdot |I_Л| \cos\varphi =$$

$$= 3 \cdot |I_Л|^2 \cdot [\mathrm{Re}(\underline{Z})], (\text{Вт})$$

б) реактивная мощность

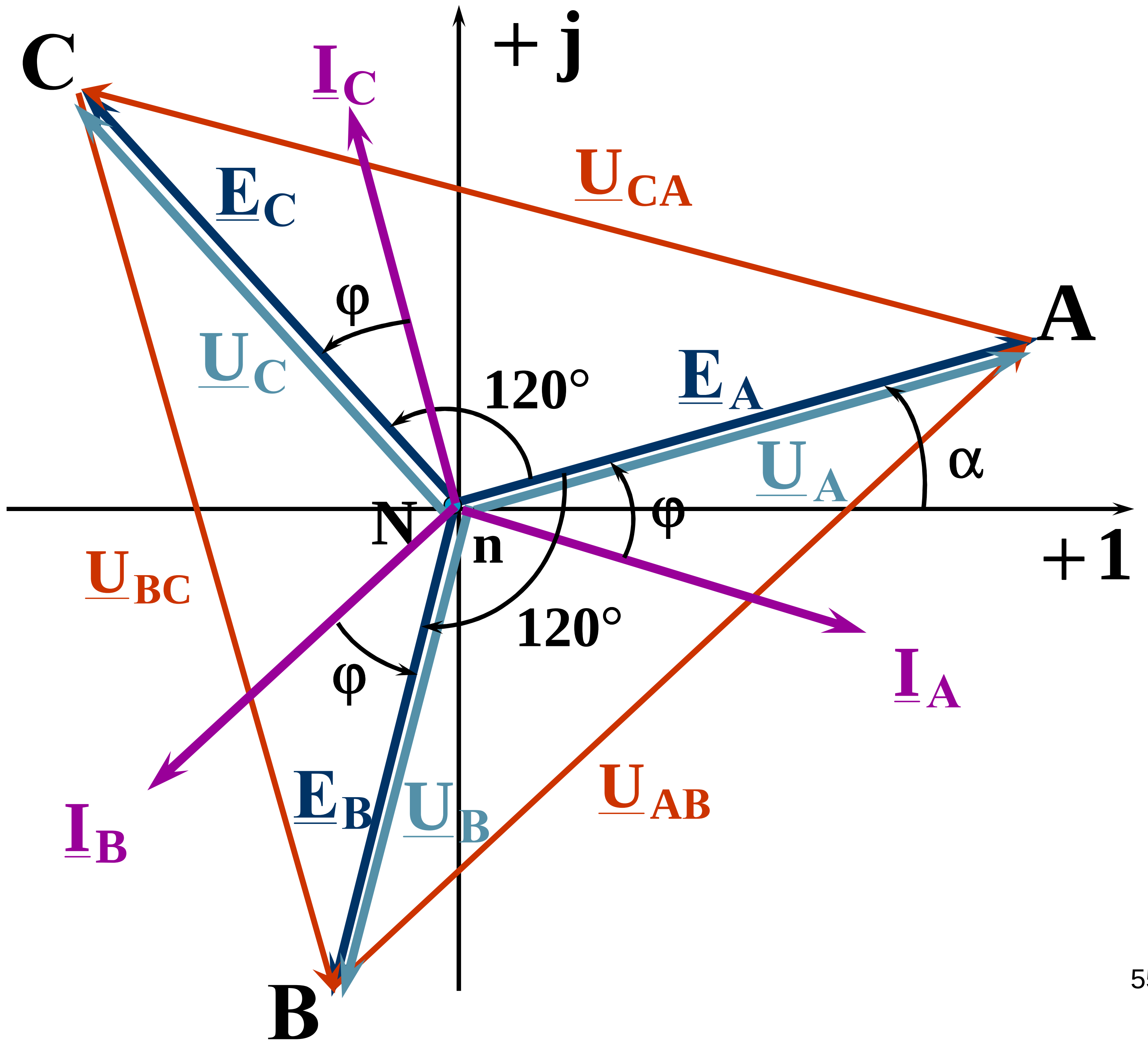
$$Q_B = Q_\Pi = 3 \cdot |E| \cdot |I_Л| \sin\varphi =$$

$$= \sqrt{3} \cdot |U_Л| \cdot |I_Л| \sin\varphi =$$

$$= 3 \cdot |I_Л|^2 \cdot [\mathrm{Im}(\underline{Z})], (\text{вар})$$

Векторная диаграмма

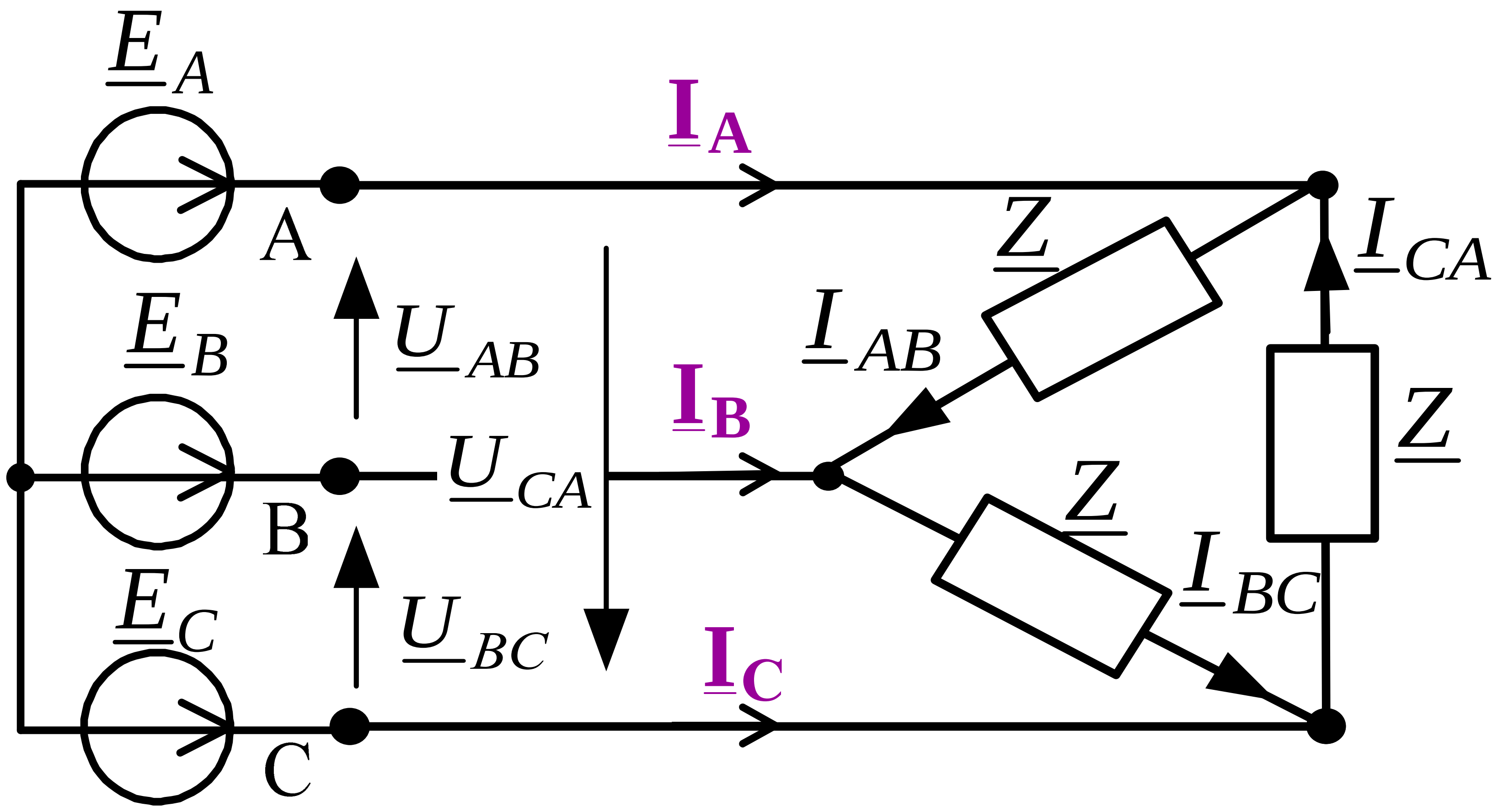
$$\varphi > 0$$



C
$\underline{I}_C$
+ j
$\underline{E}_C$
$\underline{U}_{CA}$
φ
$\underline{U}_C$
120°
A
$\underline{E}_A$
$\underline{U}_A$
α
N
φ
n
+1
$\underline{U}_{BC}$
120°
$\underline{I}_A$
φ
$\underline{E}_B$
$\underline{U}_B$
$\underline{U}_{AB}$
$\underline{I}_B$
B

В симметричном режиме ток нулевого провода $\underline{I}_N$ и напряжение смещения нейтралей $\underline{U}_N$ равны нулю, поэтому цепь без нулевого провода рассчитывается аналогично, причем такой расчет можно вести на одну фазу (А)

2. Соединение нагрузки **треугольником** при



$\underline{E}_A$
$\underline{\mathbf{I}}_\mathbf{A}$
A
$\underline{Z}$
$\underline{I}_{CA}$
$\underline{E}_B$
$\underline{U}_{AB}$
$\underline{I}_{AB}$
$\underline{\mathbf{I}}_\mathbf{B}$
$\underline{Z}$
$\underline{U}_{CA}$
B
$\underline{Z}$
$\underline{E}_C$
$\underline{I}_{BC}$
$\underline{U}_{BC}$
$\underline{\mathbf{I}}_\mathbf{C}$
C

где

$\underline{\underline{I}}_A, \underline{\underline{I}}_B, \underline{\underline{I}}_C$ **- линейные токи;**

$\underline{\underline{I}}_{AB}, \underline{\underline{I}}_{BC}, \underline{\underline{I}}_{CA}$ **- фазные токи;**

$\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$ **- линейные напряжения, равные фазным напряжениям**

Фазные токи:

$$\underline{I}_{AB} = \underline{U}_{AB} / \underline{Z} = I_{\Phi} e^{j(\lambda - \varphi)}$$

$$\underline{I}_{BC} = a^2 \underline{I}_{AB} = \underline{U}_{BC} / \underline{Z}$$

$$\underline{I}_{CA} = a \cdot \underline{I}_{AB} = \underline{U}_{CA} / \underline{Z}$$

Линейные токи

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = I_Л e^{j(\lambda - \varphi - 30°)}$$

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}$$

$$\underline{I}_C = a \cdot \underline{I}_A = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}$$

где

$$I_{\Phi} = \frac{U_{Л}}{Z}$$

$$I_{Л} = \sqrt{3} I_{\Phi}$$

Комплекс полной вырабатываемой мощности

$$\underline{S}_{в} = \underline{E}_{A}\overset{*}{\underline{I}}_{A} + \underline{E}_{B}\overset{*}{\underline{I}}_{B} + \underline{E}_{C}\overset{*}{\underline{I}}_{C} =$$

$$= 3 \cdot E \cdot I_{Л} e^{j\varphi} =$$

$$= P_{B} + jQ_{B}, (BA)$$

а) активная потребляемая мощность

$$P_{П} = 3 \cdot \left|U_{Л}\right| \cdot \left|I_{Ф}\right| \cos\varphi =$$

$$= \sqrt{3} \cdot \left|U_{Л}\right| \cdot \left|I_{Л}\right| \cos\varphi =$$

$$= 3 \cdot \left|I_{Ф}\right|^{2} \cdot \left[\mathrm{Re}(\underline{Z})\right], (\mathrm{Вт})$$

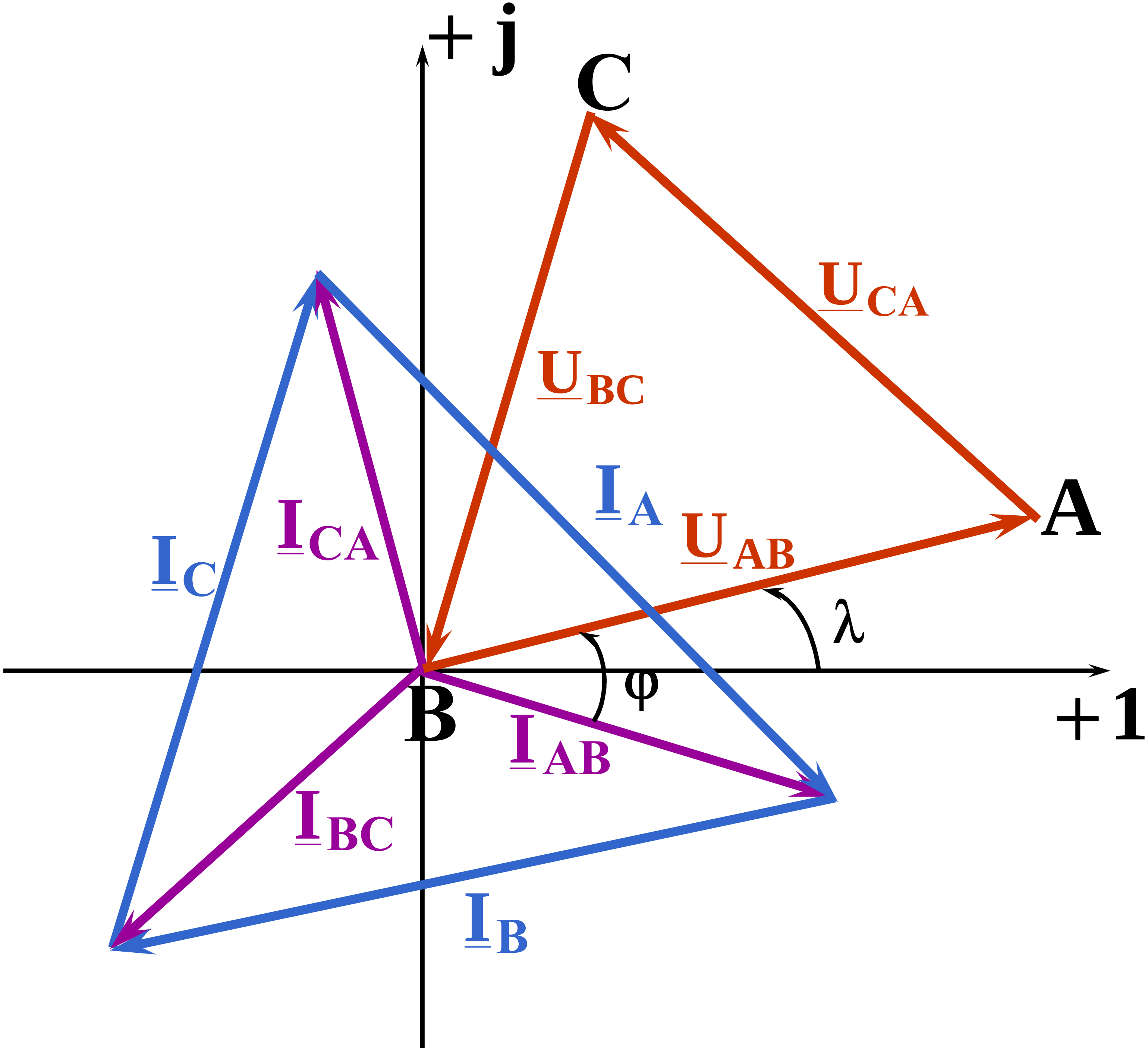
б) реактивная потребляемая мощность

$$Q_{П} = 3 \cdot \left|U_{Л}\right| \cdot \left|I_{Ф}\right| \sin\varphi =$$

$$= \sqrt{3} \cdot U_{Л} \cdot I_{Л} \sin\varphi =$$

$$= 3 \cdot I_{Ф}^{2} \cdot \left[\mathrm{Im}(\underline{Z})\right], (\text{вар})$$

Векторная диаграмма при $\lambda > 0$ и $\varphi > 0$


+ j
C
U_CA
U_BC
I_A
A
U_AB
I_C
I_CA
λ
φ
B
+1
I_AB
I_BC
I_B

В симметричном режиме расчет можно было бы вести на одну фазу (например, А)

3. симметричный режим, комбинированная нагрузка

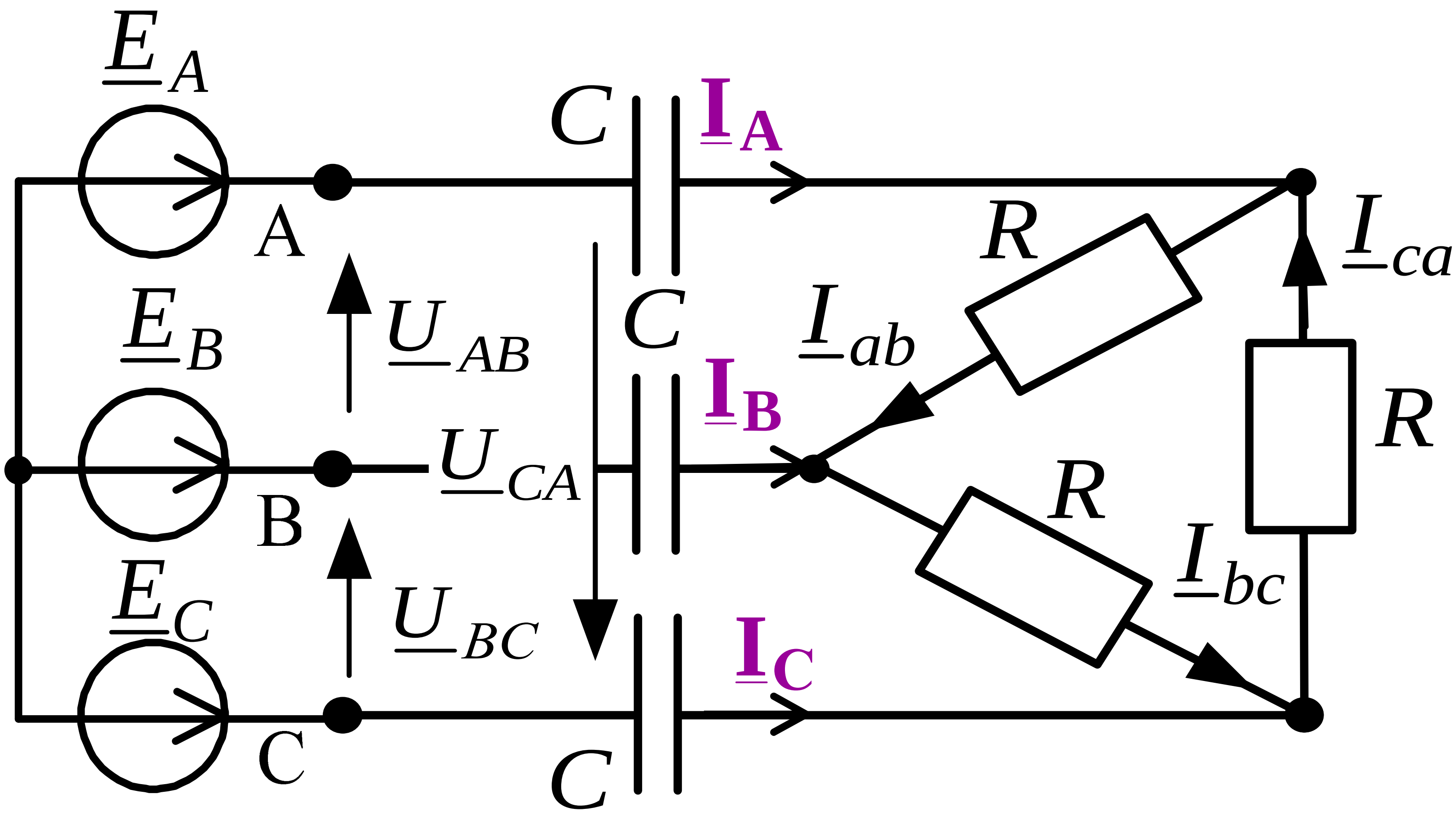
В симметричном режиме расчет сложной трехфазной цепи после преобразования треугольника в звезду ведется на одну фазу (А) любым известным методом в комплексной форме, затем при помощи фазового оператора **a** находятся токи и напряжения других фаз

Пример:

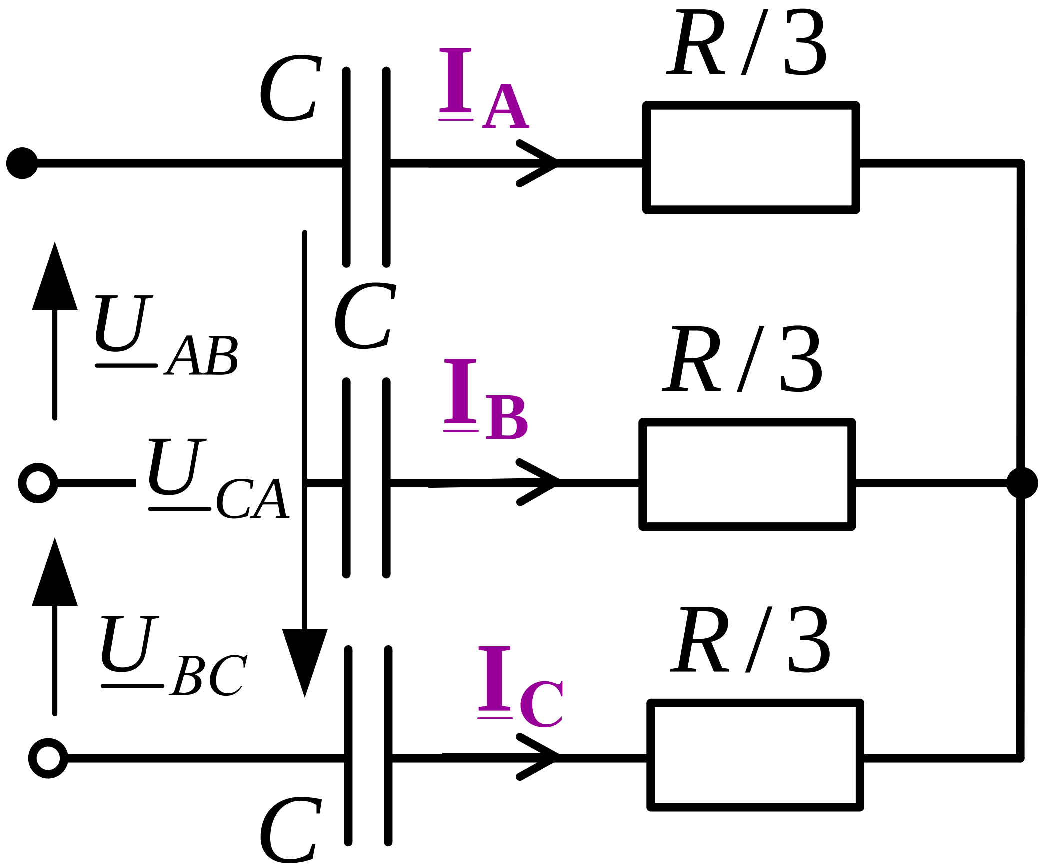
$$\underline{E}_A = Ee^{j\alpha}$$

$$R = \ldots \text{Ом};$$

$$X_C = \ldots \text{Ом};$$

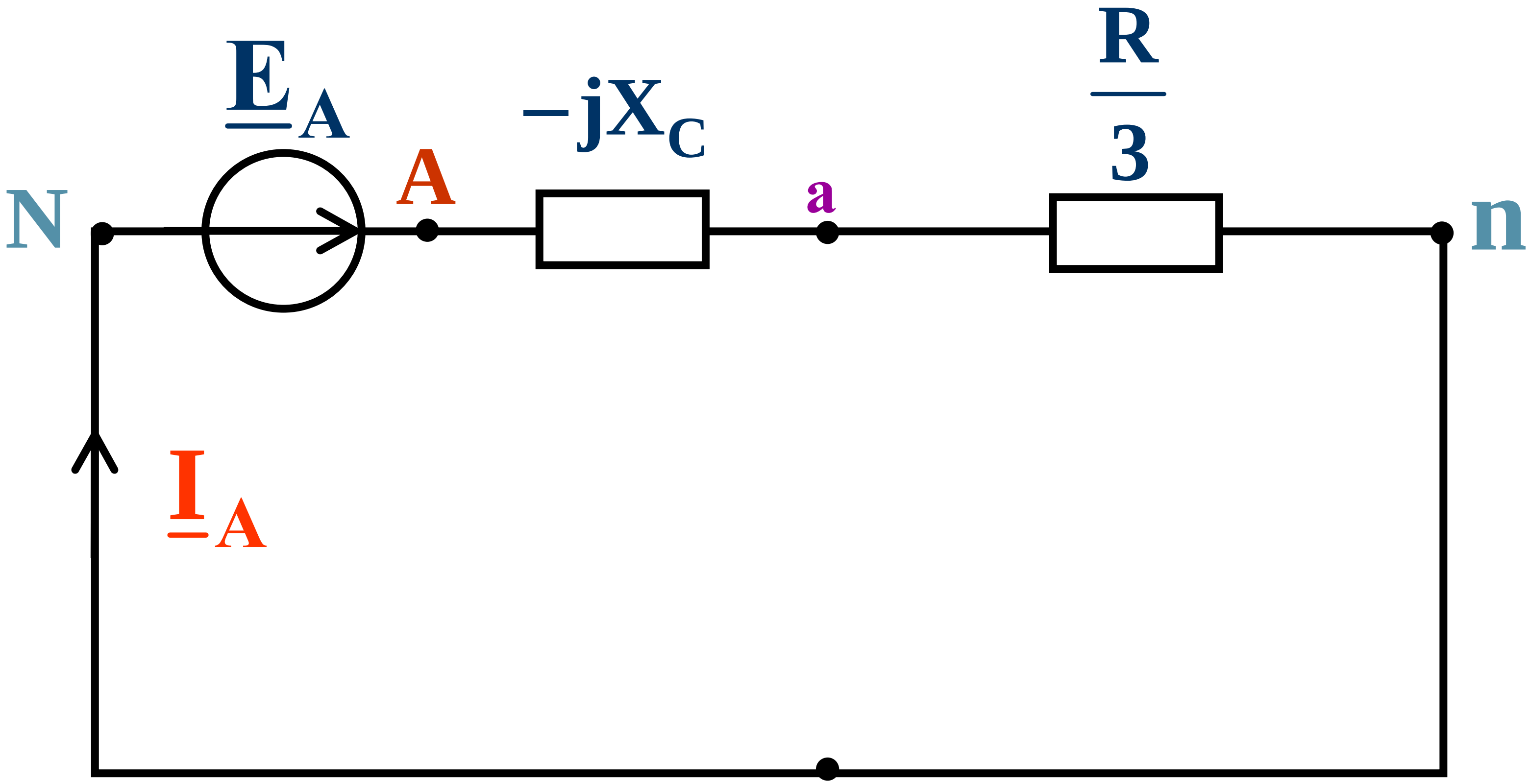


$\underline{E}_A$
$\underline{E}_B$
$\underline{E}_C$
A
B
C
C
C
C
$\underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{A}}$
$\underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{B}}$
$\underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{C}}$
$\underline{U}_{AB}$
$\underline{U}_{CA}$
$\underline{U}_{BC}$
R
R
R
$\underline{I}_{ab}$
$\underline{I}_{ca}$
$\underline{I}_{bc}$



C
$\underline{I}_A$
$R/3$
$\underline{U}_{AB}$
C
$\underline{I}_B$
$R/3$
$\underline{U}_{CA}$
$\underline{U}_{BC}$
$\underline{I}_C$
$R/3$
C

Расчет на одну фазу (А):



$$\underline{Z} = -jX_C + \frac{R}{3}$$

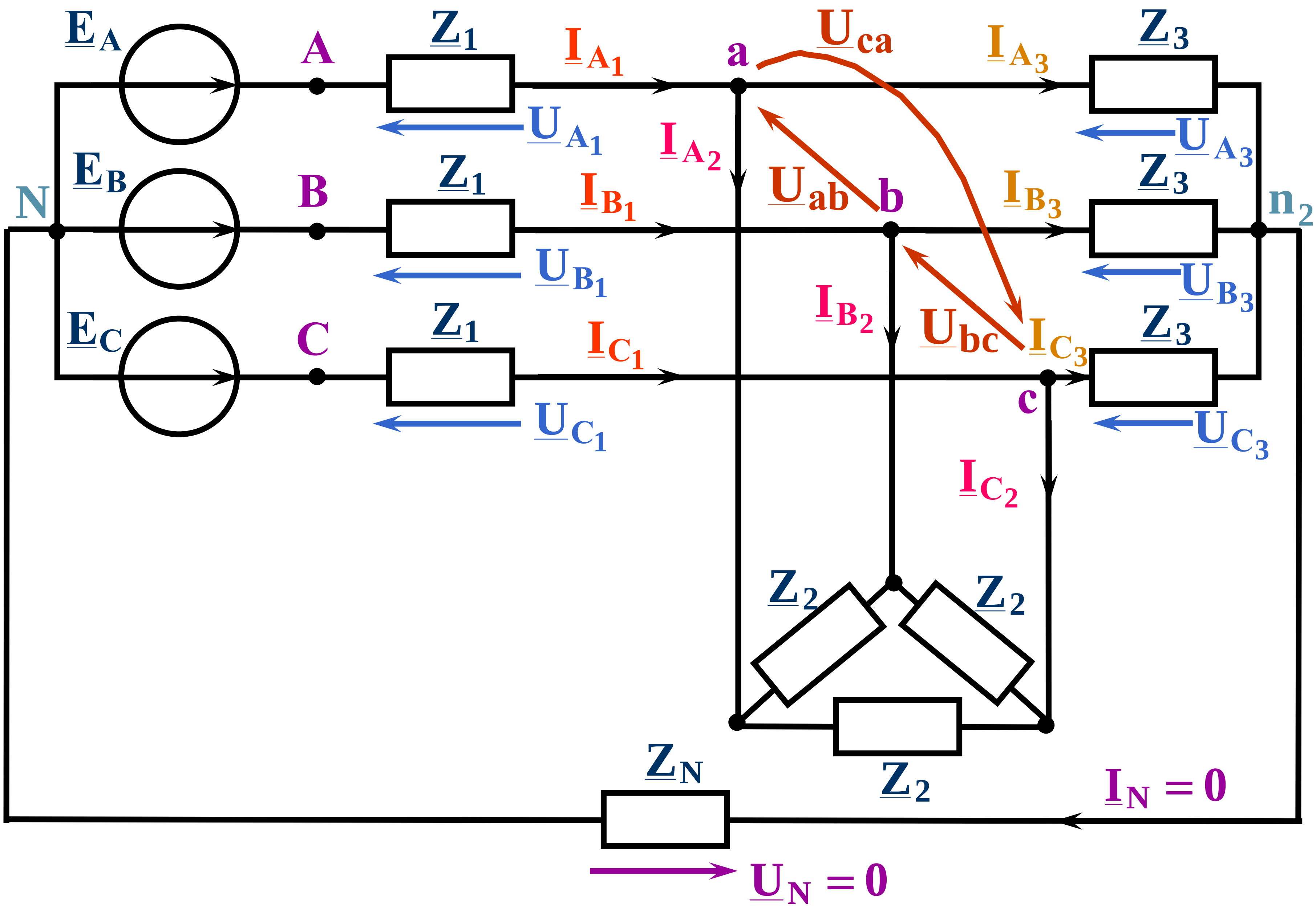
токи

$$\underline{I}_A = \underline{E}_A \big/ \underline{Z} = I_{\text{Л}} e^{j(\alpha - \varphi)}$$

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A$$

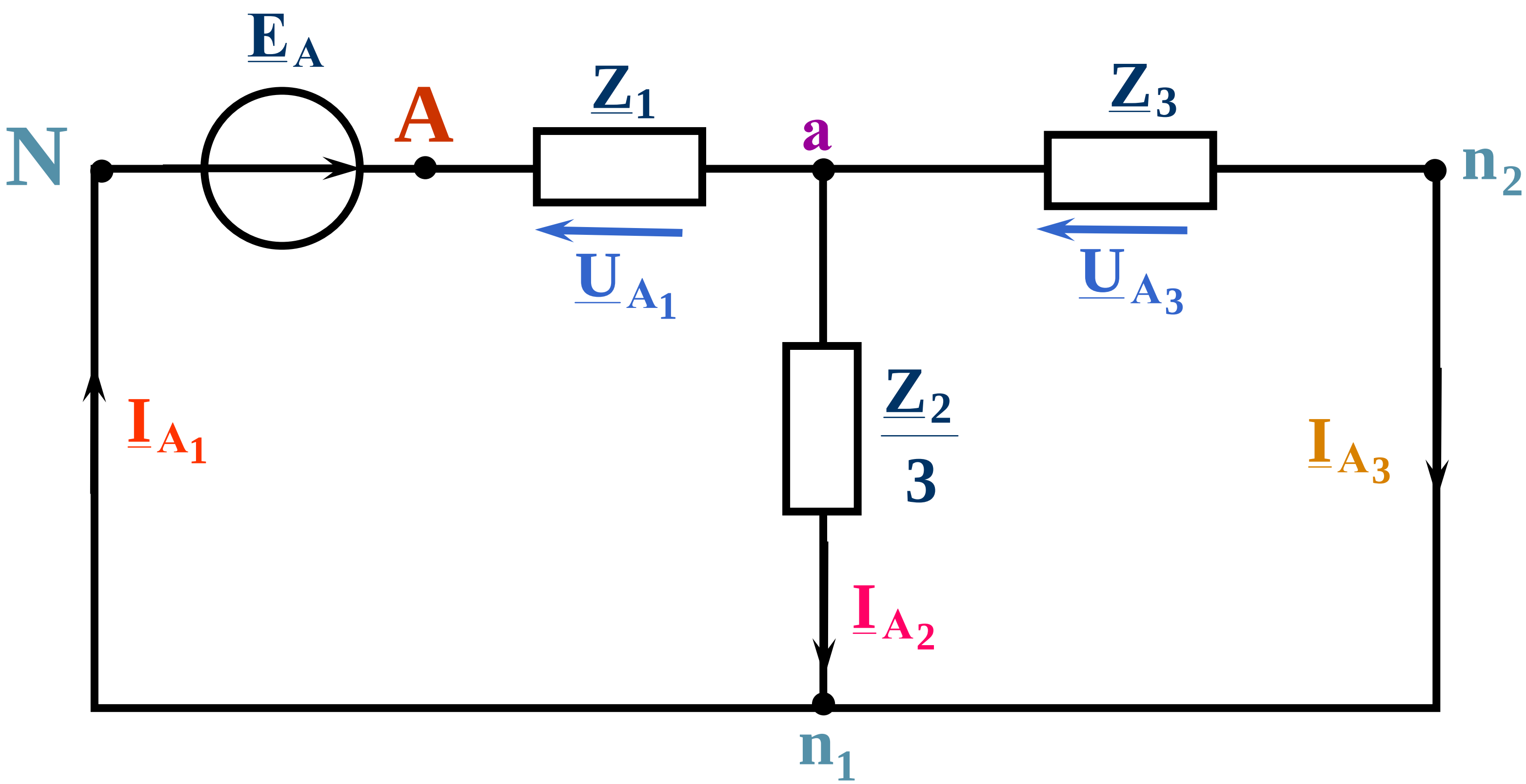
$$\underline{I}_C = a \underline{I}_A$$

Пример:



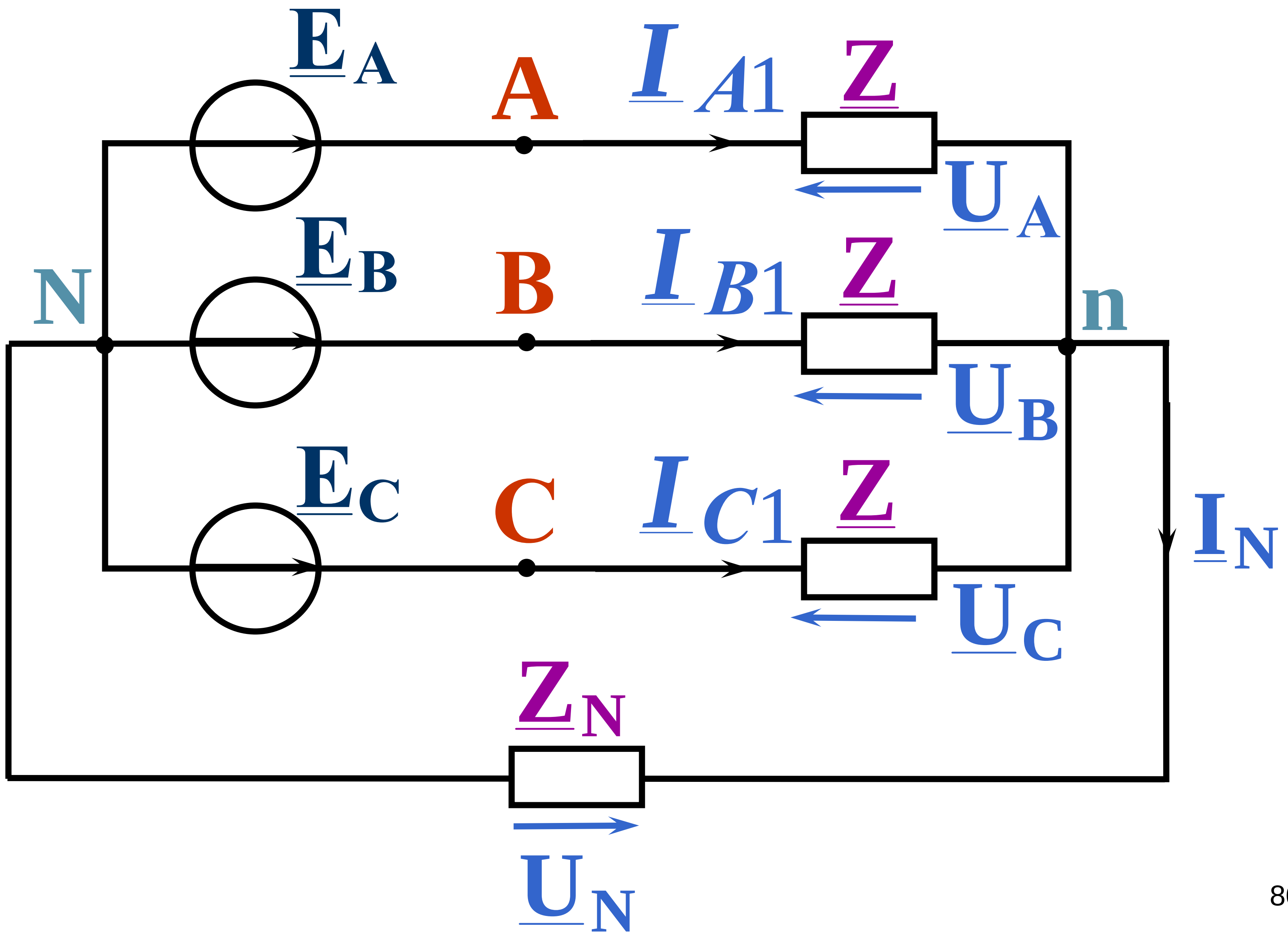
$\underline{E}_A$
A
$\underline{Z}_1$
$\underline{I}_{A_1}$
a
$\underline{U}_{ca}$
$\underline{I}_{A_3}$
$\underline{Z}_3$
$\underline{U}_{A_1}$
$\underline{I}_{A_2}$
$\underline{U}_{A_3}$
$\underline{E}_B$
N
B
$\underline{Z}_1$
$\underline{I}_{B_1}$
$\underline{U}_{ab}$
b
$\underline{I}_{B_3}$
$\underline{Z}_3$
n_2
$\underline{U}_{B_1}$
$\underline{U}_{B_3}$
$\underline{I}_{B_2}$
$\underline{E}_C$
C
$\underline{Z}_1$
$\underline{I}_{C_1}$
$\underline{U}_{bc}$
$\underline{I}_{C_3}$
$\underline{Z}_3$
c
$\underline{U}_{C_1}$
$\underline{U}_{C_3}$
$\underline{I}_{C_2}$
$\underline{Z}_2$
$\underline{Z}_2$
$\underline{Z}_N$
$\underline{Z}_2$
$\underline{I}_N = 0$
$\underline{U}_N = 0$

Расчет на одну фазу (А):



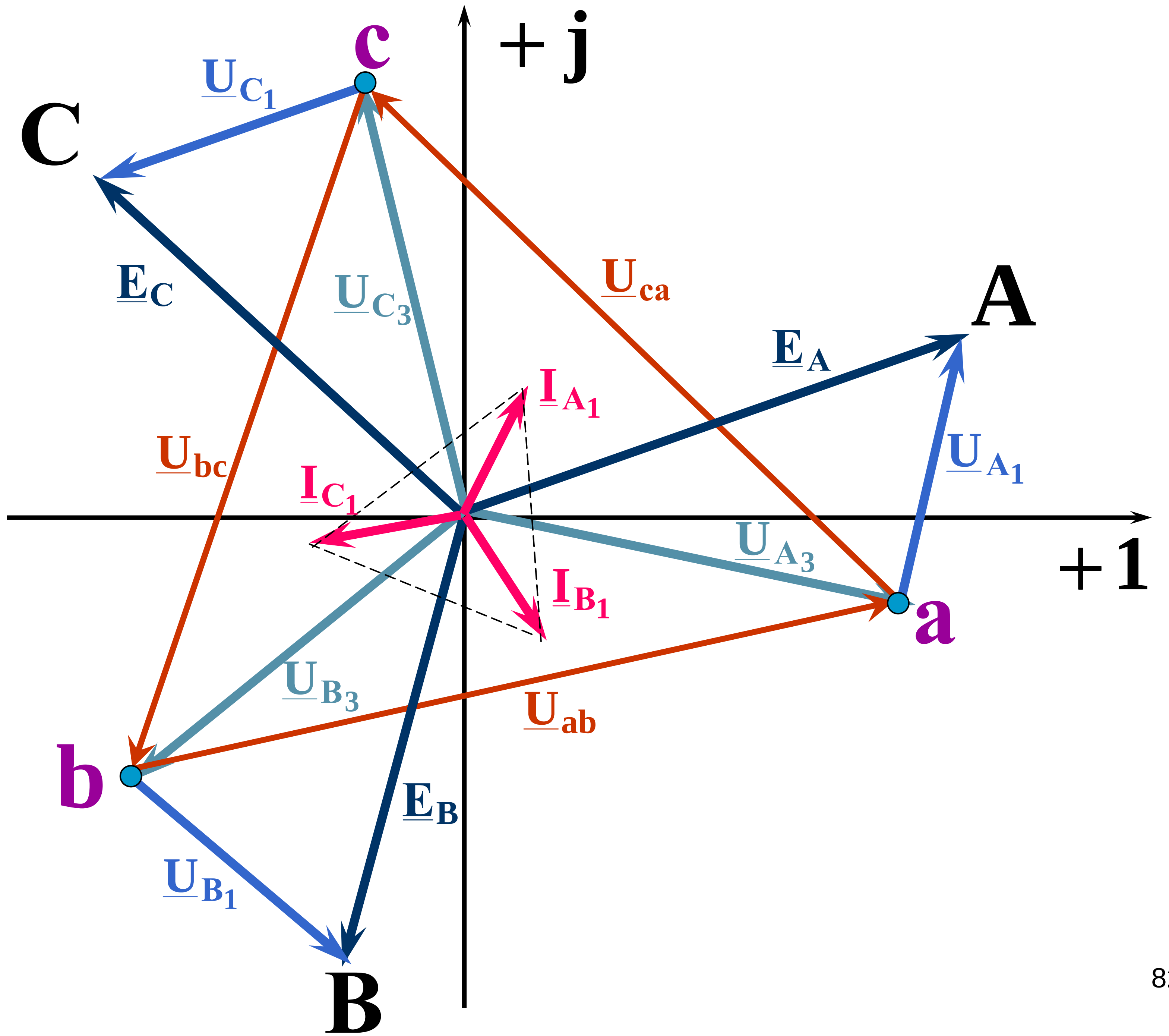
Сложную трехфазную цепь в симметричном режиме можно преобразовать до эквивалентной звезды:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_3 \cdot \left(\underline{Z}_2 / 3 \right)}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 / 3}$$



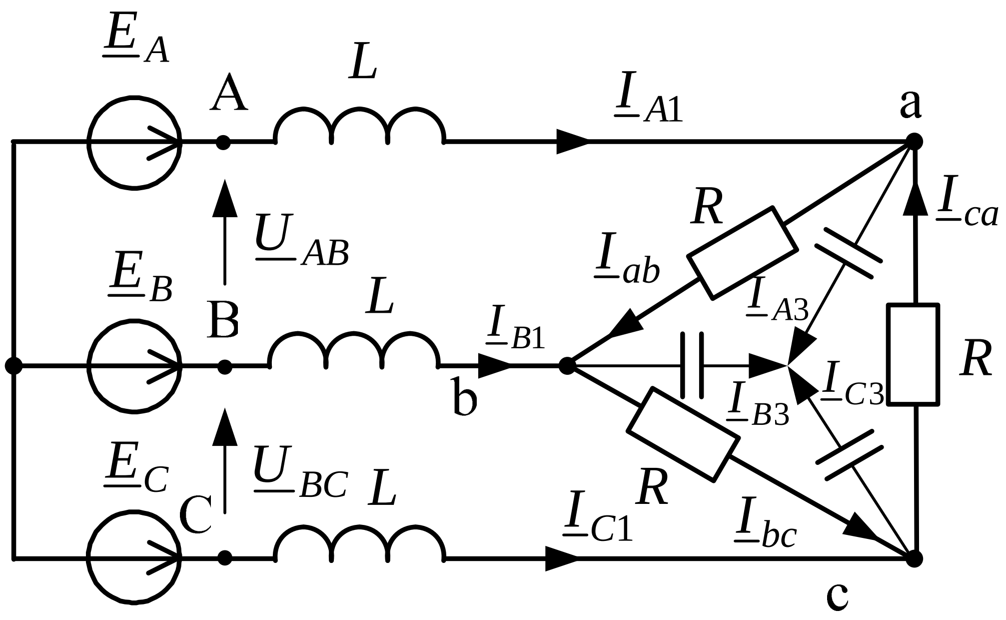
EA
A
IA1
Z
UA
EB
N
B
IB1
Z
n
UB
EC
C
IC1
Z
IN
UC
ZN
UN

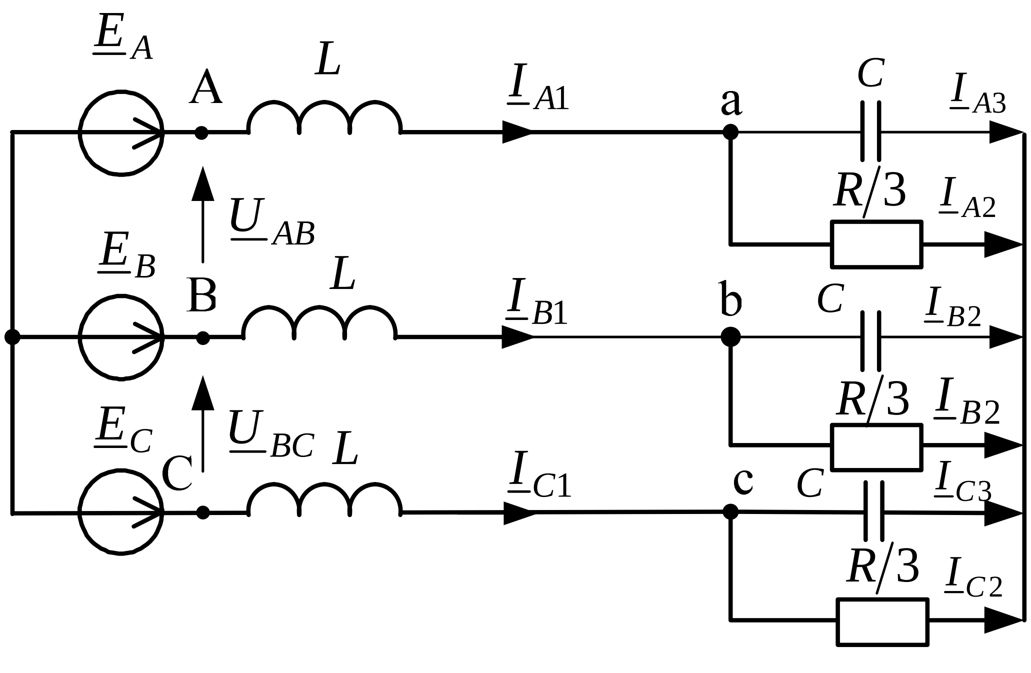
Векторная диаграмма



+ j
+1
c
C
A
a
b
B
U_C1
E_C
U_C3
U_ca
E_A
I_A1
U_A1
U_bc
I_C1
U_A3
I_B1
U_B3
U_ab
E_B
U_B1

Пример:


E_A
A
L
I_A1
a
R
I_ca
U_AB
I_ab
I_A3
E_B
B
L
I_B1
R
b
I_C3
I_B3
E_C
U_BC
L
C
R
I_C1
I_bc
c


E_A
A
L
I_A1
a
C
I_A3
R/3
I_A2
U_AB
E_B
L
B
I_B1
b
C
I_B2
R/3
I_B2
E_C
U_BC
L
C
I_C1
c
C
I_C3
R/3
I_C2

Измерение мощности в трехфазных цепях

Показание ваттметра

(активная мощность участка цепи):

$$P_W = |\underline{U}| \cdot |\underline{I}| \cdot \cos\varphi = \mathrm{Re}\left(\underline{U}\overset{*}{\underline{I}}\right), \text{ Вт}$$

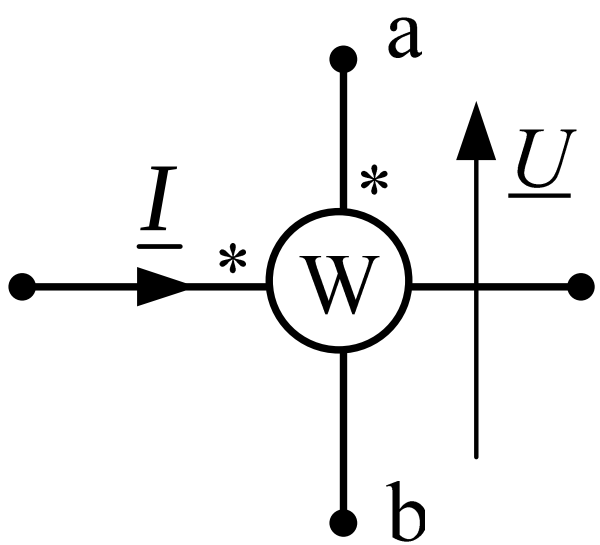
где $\underline{I} = I \cdot e^{j\beta}$, А

$$\underline{U} = U \cdot e^{j\alpha}, \text{ В}$$

$$\varphi = \alpha - \beta, \text{ град}$$

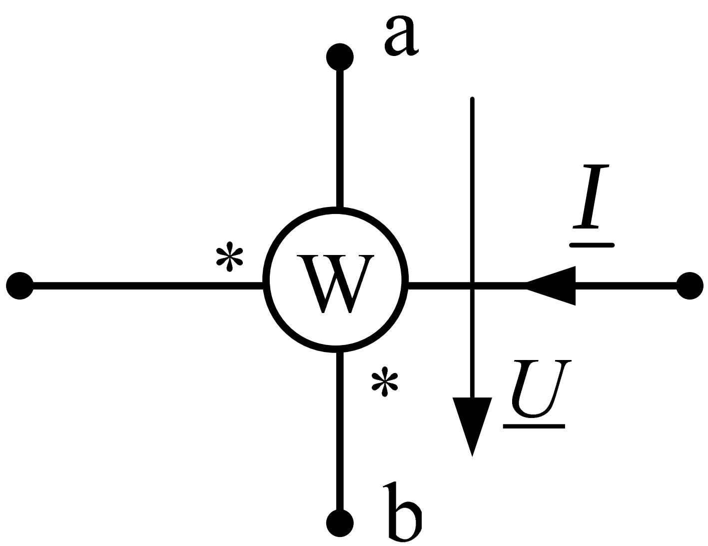
$\underline{U}$ и $\underline{I}$ комплексы действующих значений напряжения и тока участка цепи.

а)



$$\mathbf{P} = |\mathbf{U}_{ab}||\mathbf{I}| \cos\left(\widehat{\underline{\mathbf{U}}_{ab}\,\underline{\mathbf{I}}}\right) = \mathbf{Re}(\mathbf{Uab}, \overset{*}{\underline{\mathbf{I}}})$$

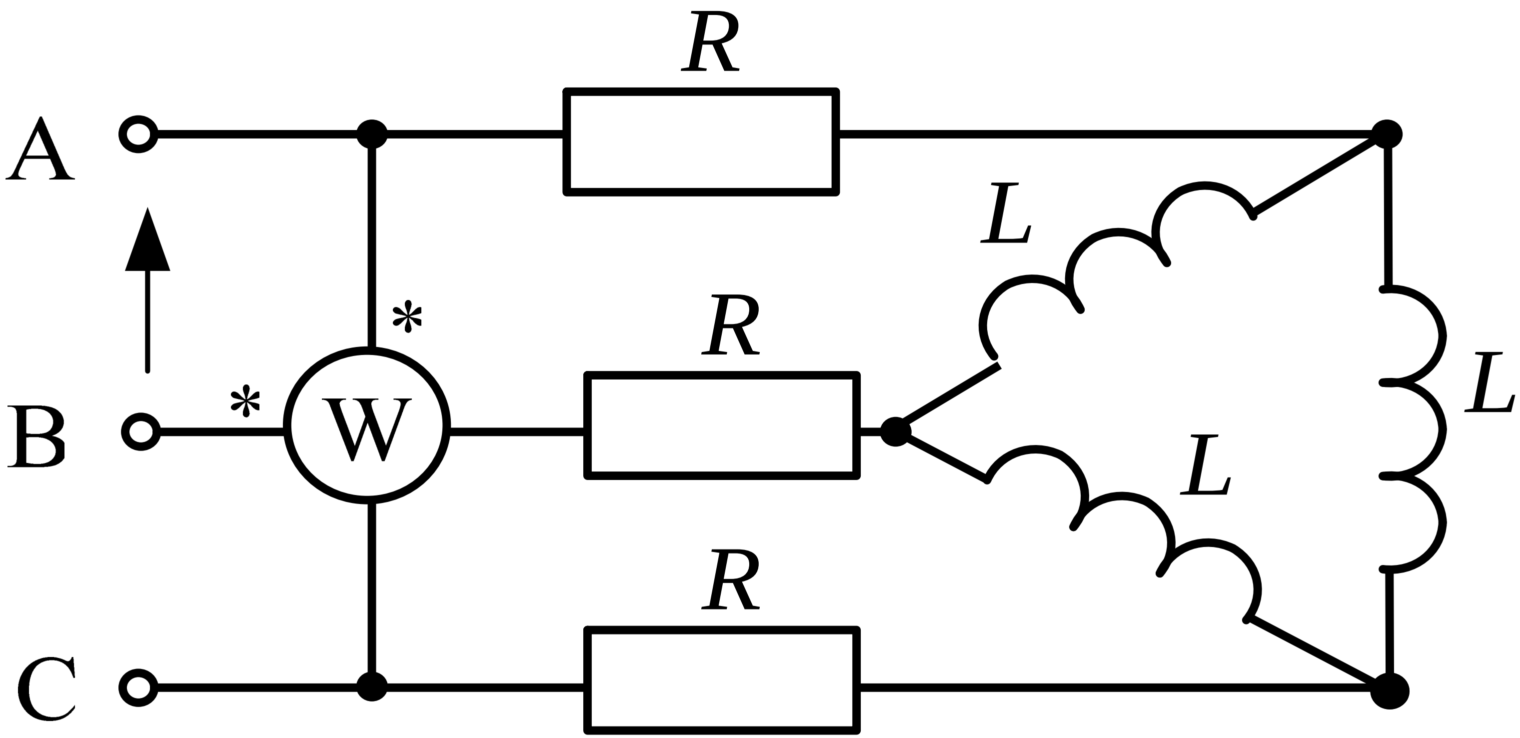
$\overset{*}{\underline{\mathbf{I}}}$, - сопряженный комплекс тока б)



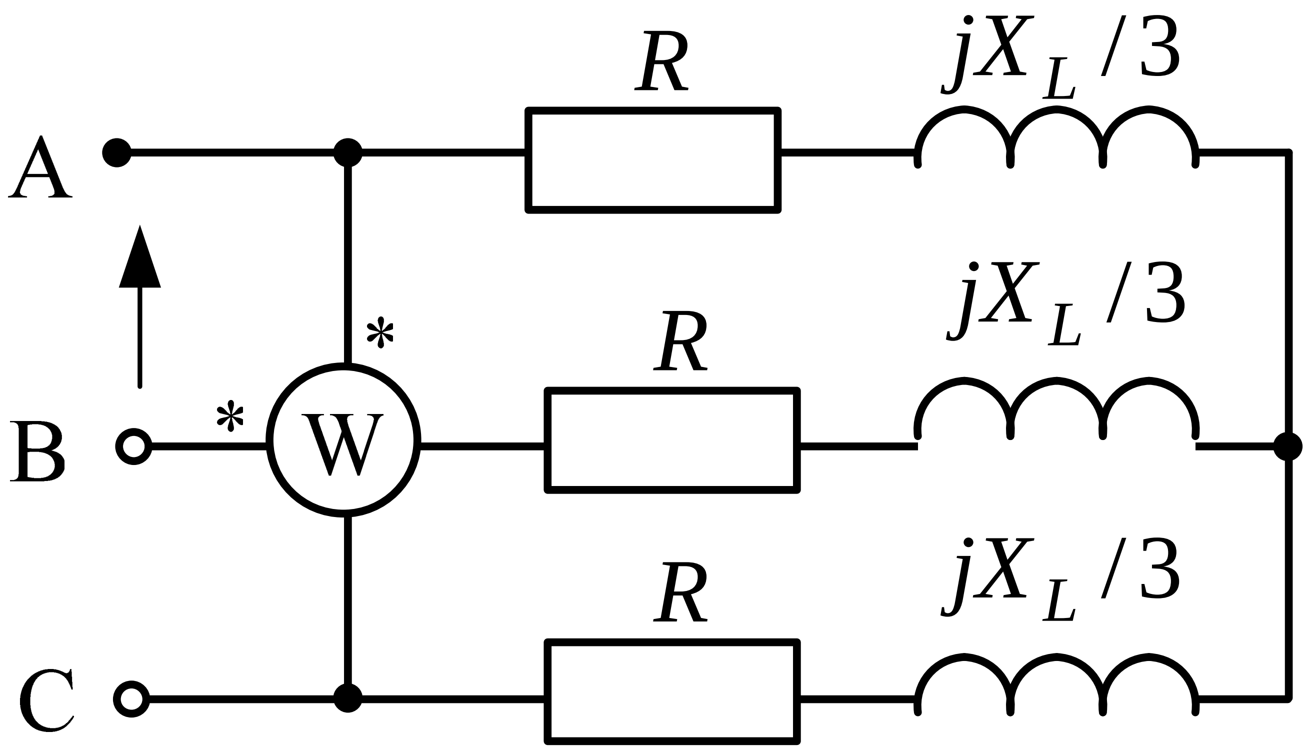
$$\mathbf{P} = \left|\mathbf{U_{ba}}\right|\left|\mathbf{I}\right| \cos\left(\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{ba}} \hat{\left(-\underline{\mathbf{I}}\right)} \right) = \mathbf{Re(Uab}, -\overset{*}{\underline{\mathbf{I}}}\mathbf{)}$$

В уравнениях I берется с плюсом, если на схеме стрелка тока входит в одноименный зажим (*) (а) и с минусом, если ток выходит из зажима (*) (б).

Например: P_W=?



$$P_W = |U_{AC}| \cdot |I_B| \cdot \cos\varphi, \text{ Вт}$$



$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}} = \frac{\underline{E}_A}{R + \frac{jX_L}{3}}$$

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A$$

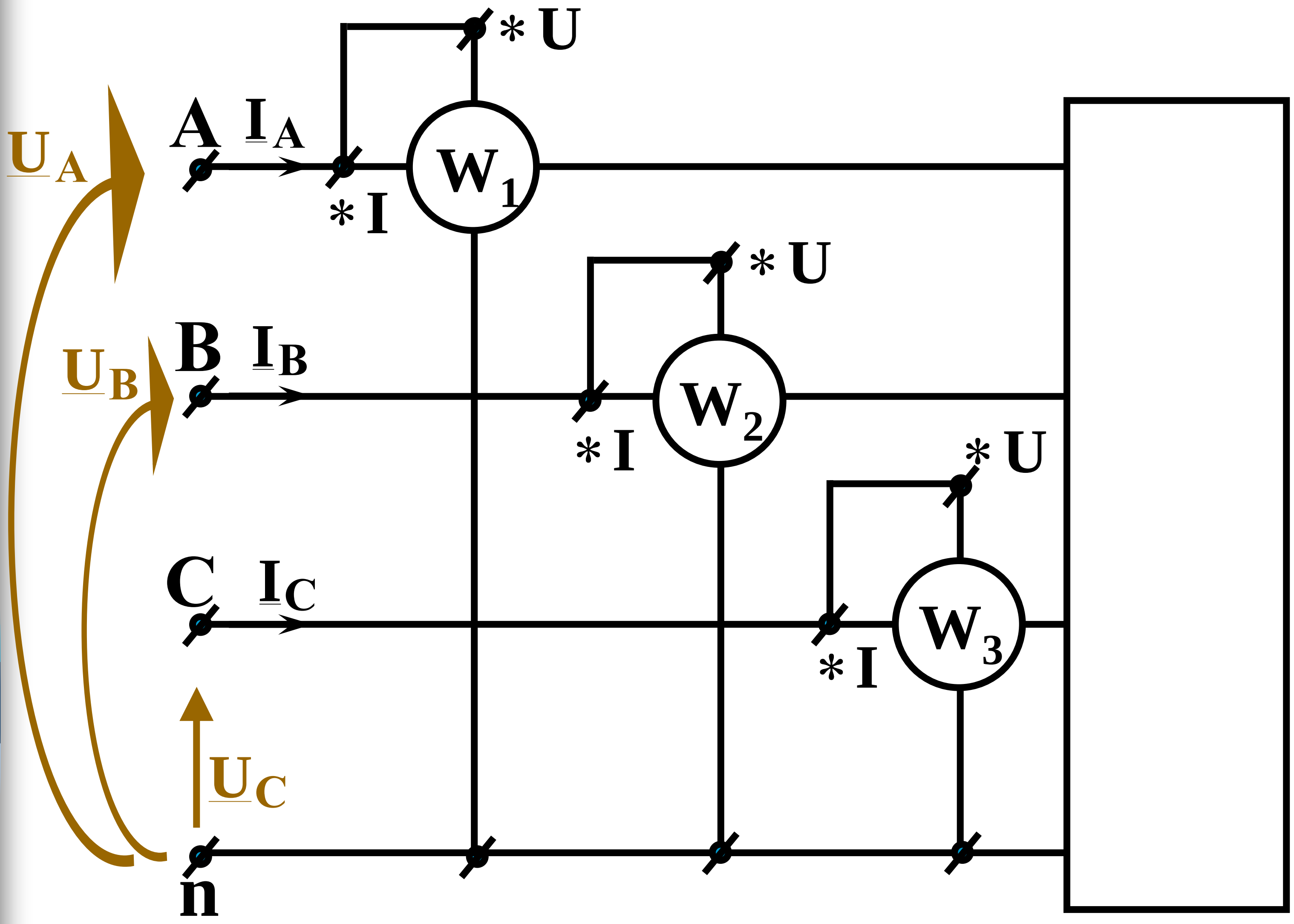
$$P = |U_{AC}||I_B| \cos\left(\underline{U}_{AC} \hat{\ } \underline{I}_B\right) = \mathrm{Re}(\underline{U}_{AC}, \overset{*}{\underline{I}}_B)$$

$$\underline{U}_{AC} = -\underline{U}_{CA} = -a\ \underline{U}_{AB} =$$

$$= \underline{U}_{AB} e^{j(120-180)} = \underline{U}_{AB} e^{-j60} =$$

$$= \underline{E}_A \sqrt{3} e^{j(-60+30)} = \underline{E}_A \sqrt{3} e^{-j30}$$

1. Измерение суммарной активной мощности трехфазной цепи с нулевым проводом



* U
A
I_A
U_A
* I
W_1
* U
B
I_B
U_B
W_2
* I
* U
C
I_C
W_3
* I
U_C
n

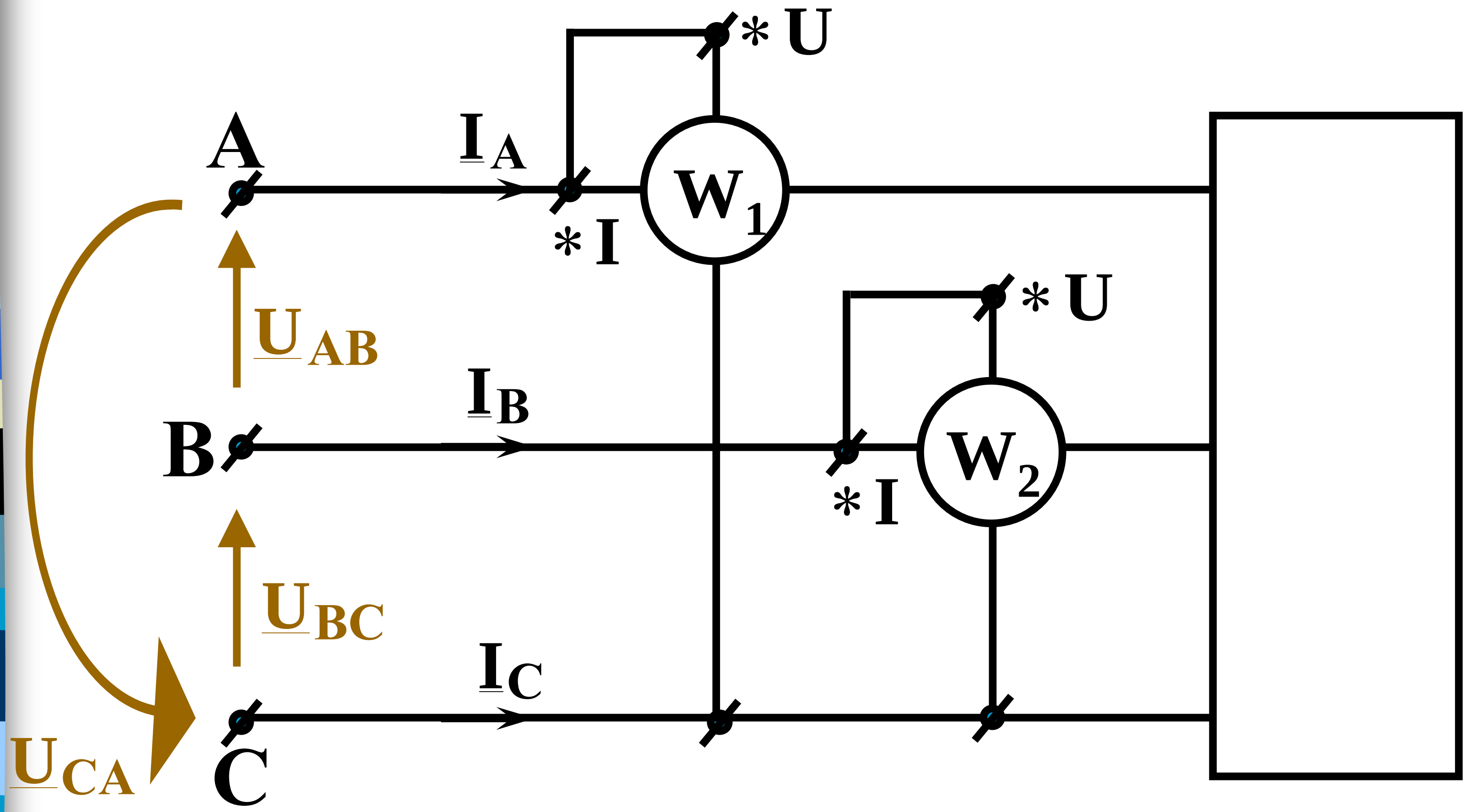
$$P = P_A + P_B + P_C = P_{W_1} + P_{W_2} + P_{W_3} =$$

$$= U_A I_A \cos(\underline{U}_A \hat{\ } \underline{I}_A) + U_B I_B \cos(\underline{U}_B \hat{\ } \underline{I}_B) +$$

$$+ U_C I_C \cos(\underline{U}_C \hat{\ } \underline{I}_C), \text{Вт}$$

2. Измерение суммарной активной мощности трехфазной цепи без нулевого провода

Измерение мощности осуществляется двумя ваттметрами, причем одна из трех возможных схем следующая


A
B
C
I_A
I_B
I_C
U_{AB}
U_{BC}
U_{CA}
W_1
W_2
* U
* I
* U
* I

$$P = P_{W_1} + P_{W_2} = \mathrm{Re}(\underline{U}_{AC}\overset{*}{\underline{I}}_A + \underline{U}_{BC}\overset{*}{\underline{I}}_B)$$

$$= \mathrm{Re}(\left(\underline{U}_A - \underline{U}_C\right)\overset{*}{\underline{I}}_A + \left(\underline{U}_B - \underline{U}_C\right)\overset{*}{\underline{I}}_B) =$$

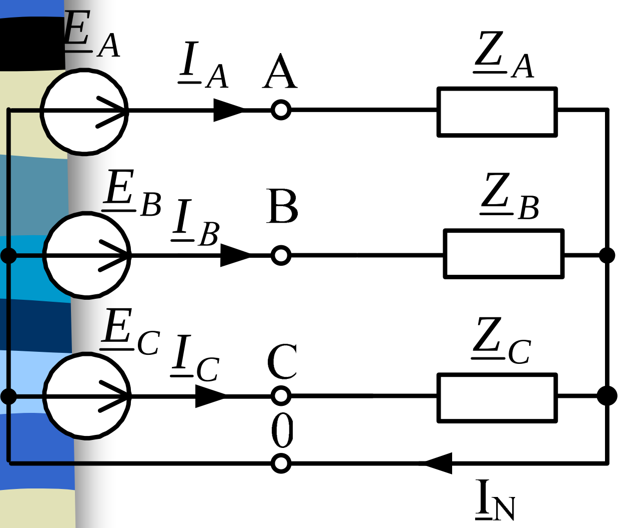
$$= \mathrm{Re}(\underline{U}_A\overset{*}{\underline{I}}_A - \underline{U}_C\overset{*}{\underline{I}}_A + \underline{U}_B\overset{*}{\underline{I}}_B - \underline{U}_C\overset{*}{\underline{I}}_B) =$$

$$= \mathrm{Re}(\underline{U}_A\overset{*}{\underline{I}}_A + \underline{U}_B\overset{*}{\underline{I}}_B + \underline{U}_C\left(-\overset{*}{\underline{I}}_A - \overset{*}{\underline{I}}_B\right)) =$$

$$= \mathrm{Re}(\underline{U}_A\overset{*}{\underline{I}}_A + \underline{U}_B\overset{*}{\underline{I}}_B + \underline{U}_C\overset{*}{\underline{I}}_C)$$

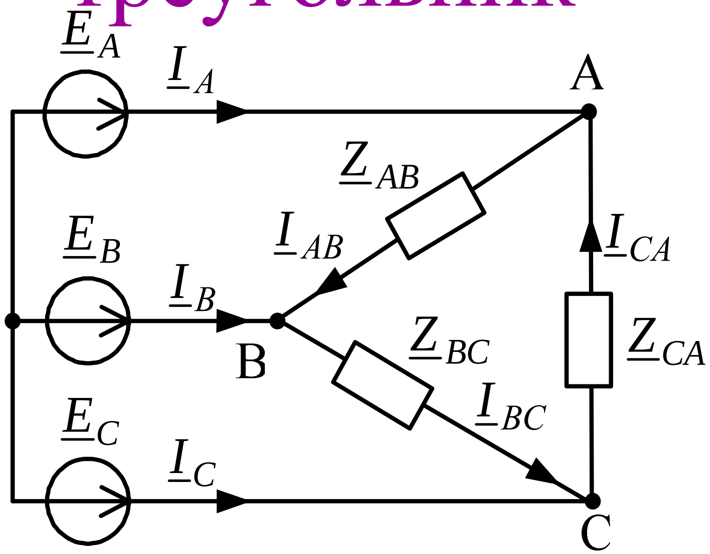
Схемы соединения нагрузки:

звезда



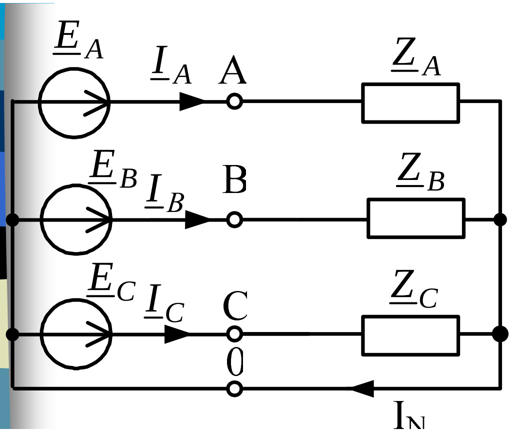
$\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$, $\underline{I}_C$ – линейные токи, равные фазным

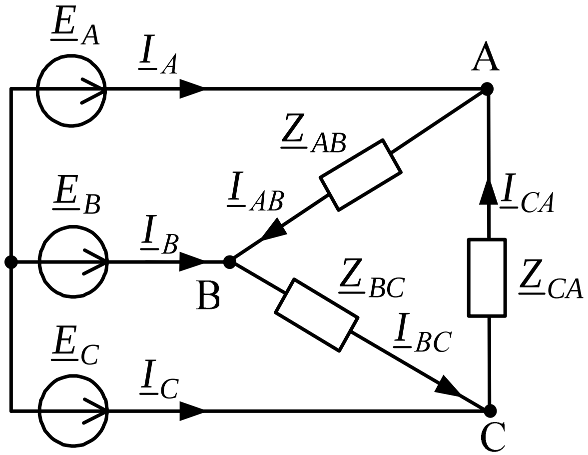
треугольник



$\underline{I}_{AB}$, $\underline{I}_{BC}$, $\underline{I}_{CA}$ – фазные токи

$\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$, $\underline{I}_C$ – линейные токи





Симметричная нагрузка

($\underline{Z}_A=\underline{Z}_B=\underline{Z}_C$)

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}_A}$$

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A$$

$$\underline{I}_C = a\ \underline{I}_A$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C$$

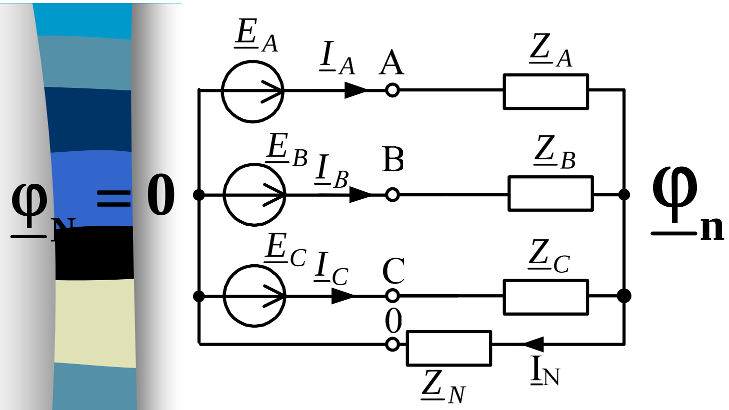
($\underline{Z}_{AB}=\underline{Z}_{BC}=\underline{Z}_{CA}$)

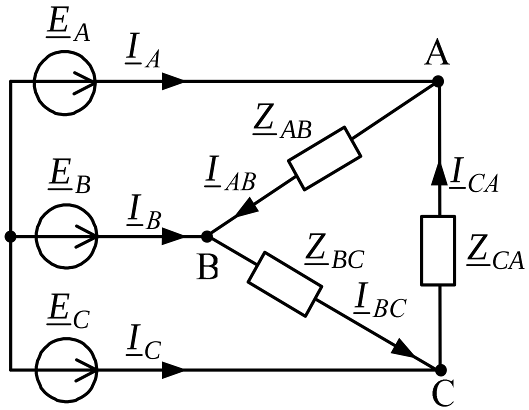
$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}},$$

$$\underline{I}_{BC} = a^2 \underline{I}_{AB}$$

$$\underline{I}_{CA} = a\ \underline{I}_{AB}$$

$$\underline{I}_A = \sqrt{3}\underline{I}_{AB} e^{-j30}$$





Несимметричная нагрузка

$(\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C)$

$$\underline{\varphi}_n \left(\frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C} + \frac{1}{\underline{Z}_N} \right) = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}_A} + \frac{\underline{E}_B}{\underline{Z}_B} + \frac{\underline{E}_C}{\underline{Z}_C}$$

$$\underline{I}_A = \frac{-\underline{\varphi}_n + \underline{E}_A}{\underline{Z}_A}; \quad \underline{I}_B = \frac{-\underline{\varphi}_n + \underline{E}_B}{\underline{Z}_B};$$

$$\underline{I}_C = \frac{-\underline{\varphi}_n + \underline{E}_C}{\underline{Z}_C}$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C$$

$(\underline{Z}_{AB} \neq \underline{Z}_{BC} \neq \underline{Z}_{CA})$

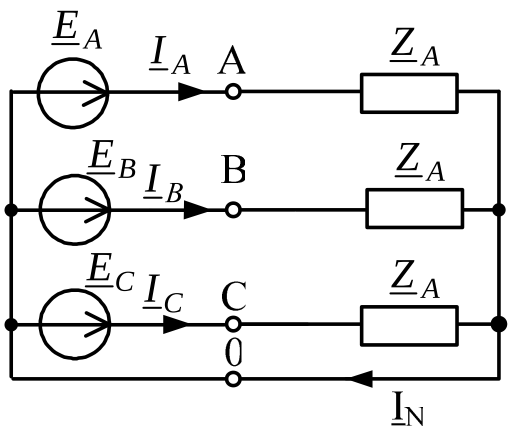
$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}}; \quad \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}};$$

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}}$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}$$

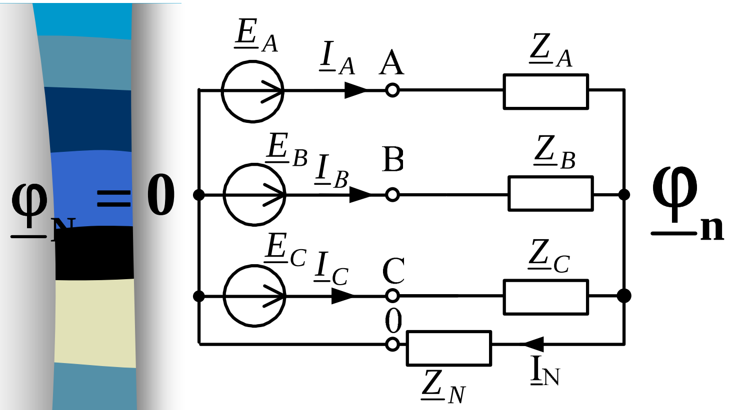


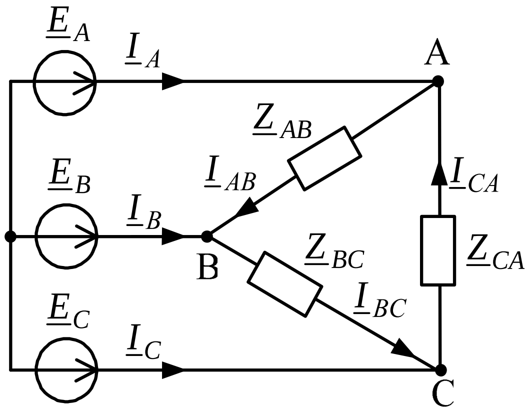
$\underline{\mathbf{Z}}_N = \underline{\mathbf{0}}$

$$\underline{\mathbf{I}}_A = \frac{\underline{\mathbf{E}}_A}{\underline{\mathbf{Z}}_A}; \quad \underline{\mathbf{I}}_B = \frac{\underline{\mathbf{E}}_B}{\underline{\mathbf{Z}}_B};$$

$$\underline{\mathbf{I}}_C = \frac{\underline{\mathbf{E}}_C}{\underline{\mathbf{Z}}_C}$$

$$\underline{\mathbf{I}}_N = \underline{\mathbf{I}}_A + \underline{\mathbf{I}}_B + \underline{\mathbf{I}}_C$$





Несимметричная нагрузка

$(\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C)$

$$\underline{\varphi}_n \left(\frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C} + \frac{1}{\underline{Z}_N} \right) = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}_A} + \frac{\underline{E}_B}{\underline{Z}_B} + \frac{\underline{E}_C}{\underline{Z}_C}$$

$$\underline{I}_A = \frac{-\underline{\varphi}_n + \underline{E}_A}{\underline{Z}_A}; \quad \underline{I}_B = \frac{-\underline{\varphi}_n + \underline{E}_B}{\underline{Z}_B};$$

$$\underline{I}_C = \frac{-\underline{\varphi}_n + \underline{E}_C}{\underline{Z}_C}$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C$$

$(\underline{Z}_{AB} \neq \underline{Z}_{BC} \neq \underline{Z}_{CA})$

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}}; \quad \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}};$$

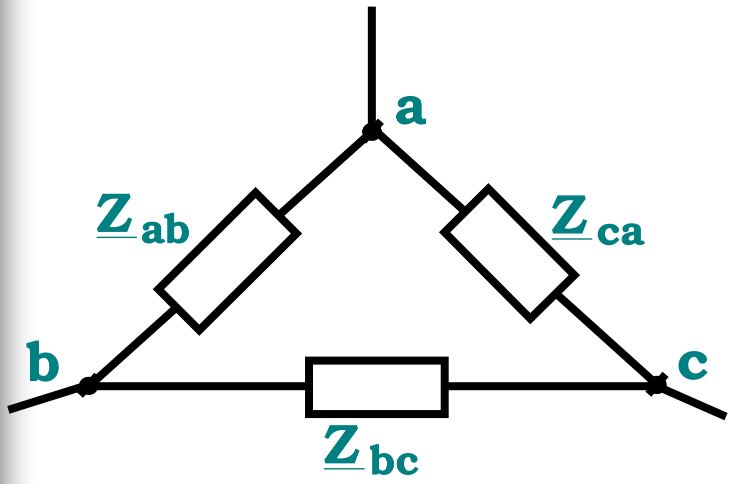
$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}}$$

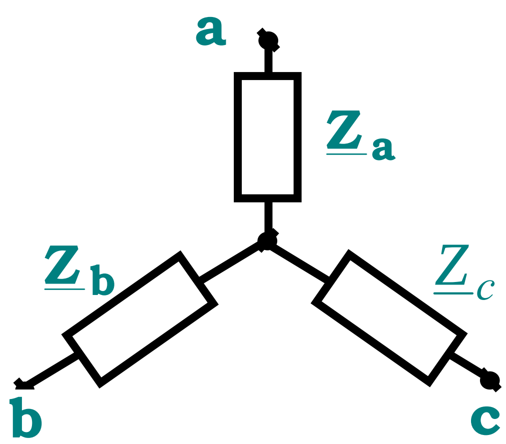
$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}$$

Преобразование треугольника в звезду и наоборот





$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{a} + \underline{Z}_{b} + \frac{\underline{Z}_{a}\underline{Z}_{b}}{\underline{Z}_{c}}$$

$$\underline{Z}_{a} = \frac{\underline{Z}_{ab}\underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}}$$

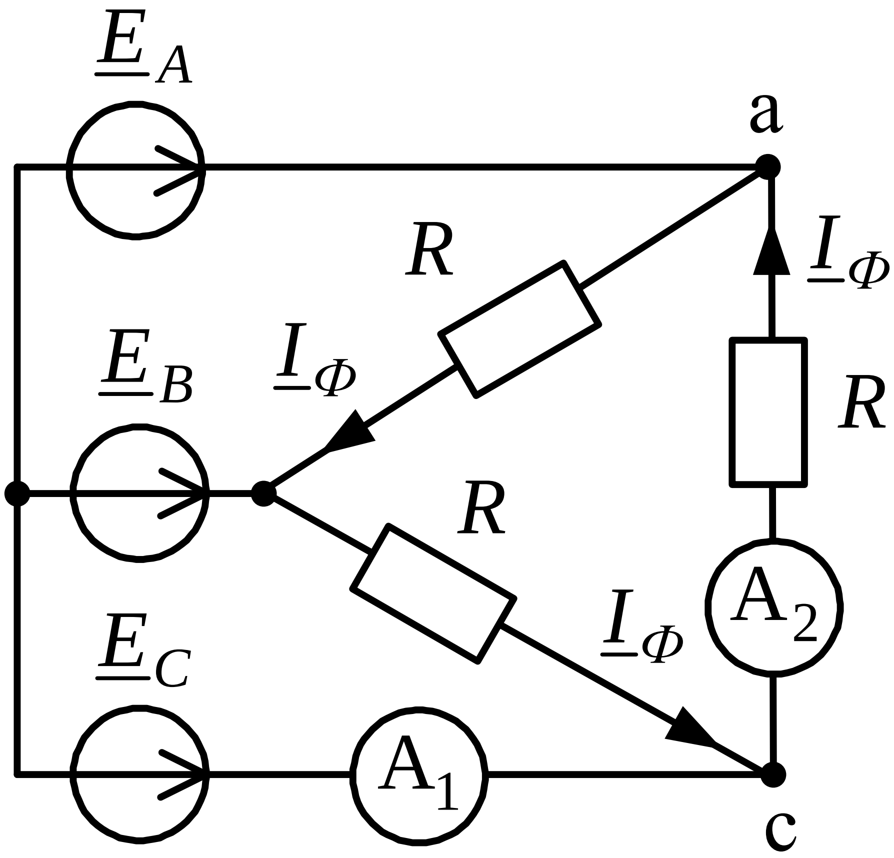
$$\underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{b} + \underline{Z}_{c} + \frac{\underline{Z}_{b}\underline{Z}_{c}}{\underline{Z}_{a}}$$

$$\underline{Z}_{b} = \frac{\underline{Z}_{ab}\underline{Z}_{bc}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}}$$

$$\underline{Z}_{ca} = \underline{Z}_{c} + \underline{Z}_{a} + \frac{\underline{Z}_{c}\underline{Z}_{a}}{\underline{Z}_{b}}$$

$$\underline{Z}_{c} = \frac{\underline{Z}_{ca}\underline{Z}_{bc}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}}$$

Пример 1:



В симметричной трёхфазной цепи фазное напряжение генератора 127 В, сопротивление фаз нагрузки R=11 Ом.

Определить показания амперметров.

$$E = 127\ \text{В}$$

$$U_{Л} = \sqrt{3}E = \sqrt{3} \cdot 127\ \ \text{В} = U_{Ф}$$

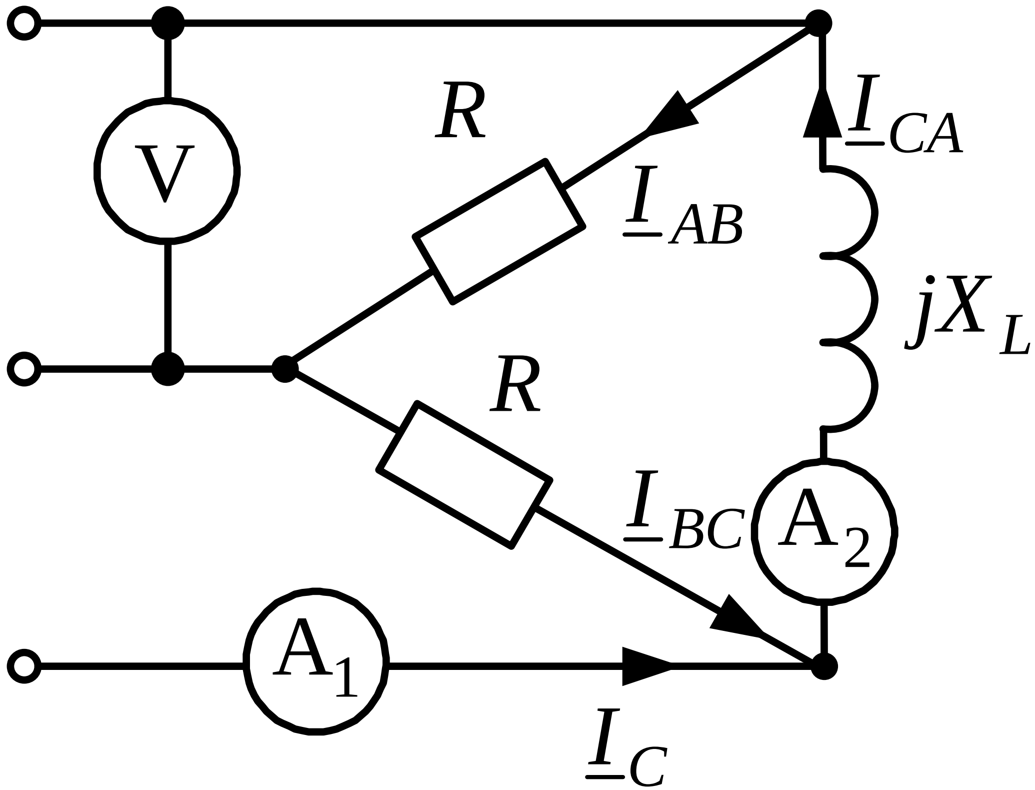
$$I_{ф} = \frac{U_{Ф}}{R} = \frac{\sqrt{3} \cdot 127}{11} = 20\ \text{А}$$

$$I_{A2} = 20\ \ \text{А}$$

$$|\underline{I}_{Л}| = |\underline{I}_{Ф}|\sqrt{3} = 34,64\ \ \ \text{А}$$

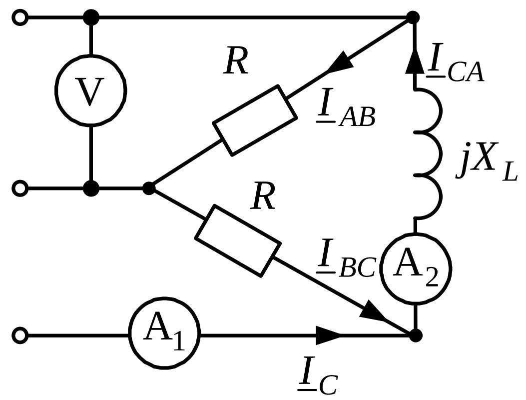
$$I_{A1} = |\underline{I}_{C}| = 34,64\ \ \text{А}$$

Пример 2:



В несимметричной трёхфазной цепи напряжение вольтметра 220 В, сопротивление фаз нагрузки $R=X_L= 11$ Ом.

Определить показания амперметров.



$$U_Л = U_Ф = 220$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}$$

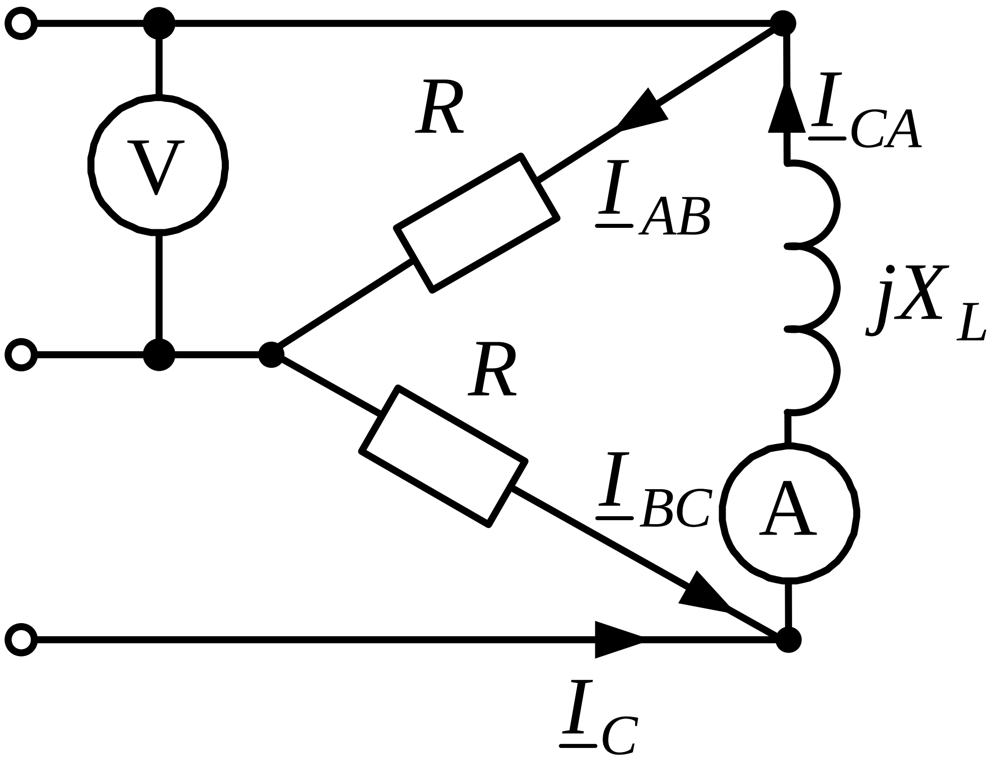
$$\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{R} = \frac{a^2\underline{U}_{AB}}{R} = \frac{220e^{-j120}}{11} = 20e^{-j120}\ \text{A}$$

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{jX_L} = \frac{a\ \underline{U}_{AB}}{jX_L} = \frac{220e^{j120}}{j11} = 20e^{j30}\ \text{A}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = 20e^{j30} - 20e^{-j120} = 38{,}62e^{j45}\ \ \text{A}$$

$$I_{A1} = |\underline{I}_C| = 38{,}62\ \text{A} \qquad I_{A2} = |\underline{I}_{CA}| = 20\ \text{A}$$

Пример 3:



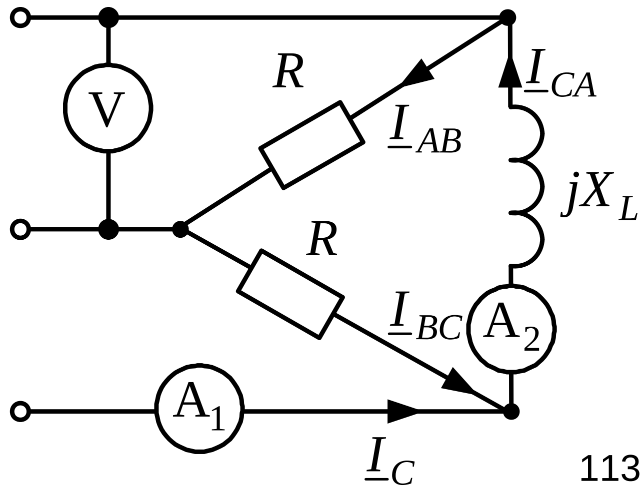
В несимметричной трёхфазной цепи, сопротивление фаз нагрузки $R=X_L= 11$ Ом, Показания амперметра 38,62 А.

Определить показания вольтметра

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = \frac{a\ \underline{U}_{AB}}{jX_L} - \frac{a^2\underline{U}_{AB}}{R} =$$

$$I_A = \frac{a\ U_V}{jX_L} - \frac{a^2U_V}{R} = U_V\left(\frac{a}{jX_L} - \frac{a^2}{R}\right)$$

$$U_V = \frac{I_A}{\left(\dfrac{a}{jX_L} - \dfrac{a^2}{R}\right)} =$$



$$= \frac{38,62\,j11}{\left(\frac{e^{j120}j11}{j11} - \frac{e^{-j120}j11}{11}\right)} = \frac{38,62 \cdot j11}{e^{j120} - e^{-j30}} =$$

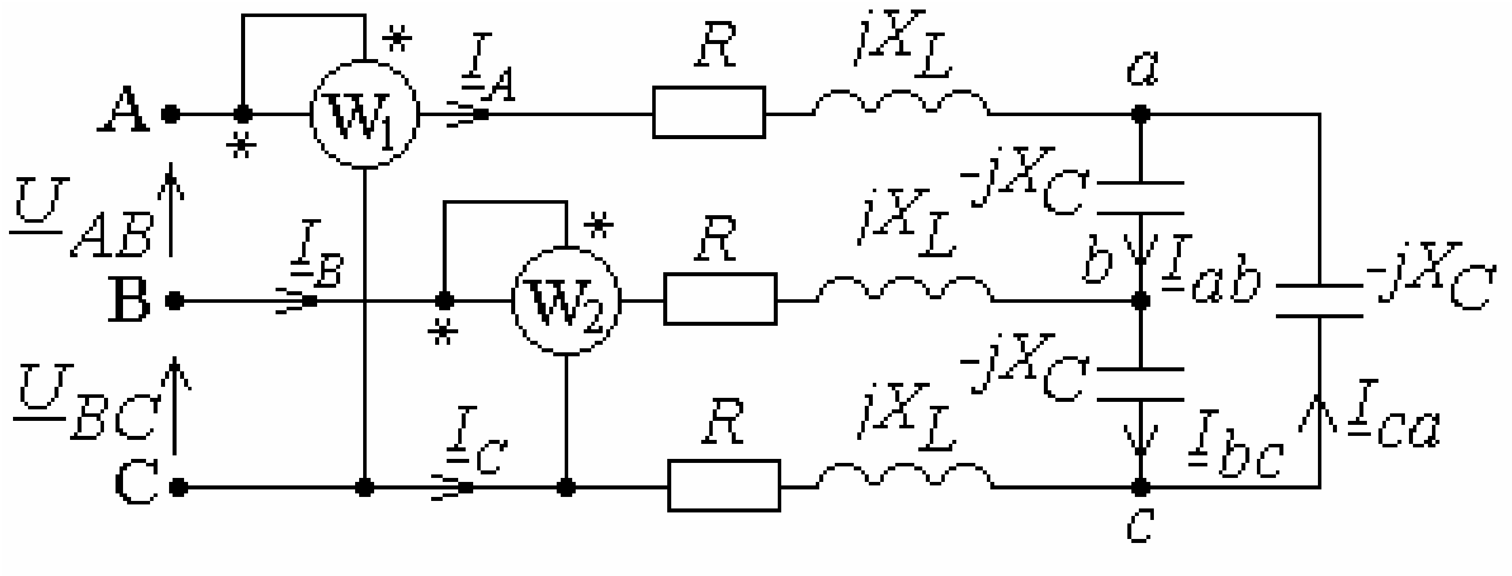
$$= \frac{j484,8}{\left(-0,5 + j0.867\right) - (0,86 - j0,5)} = \frac{484,8e^{j90}}{-1,366+1,366i} =$$

$$= \frac{424,8e^{j90}}{1,932e^{j135}} = 220e^{-j45}$$

$$U_V = 220\ B$$

Пример 4:

Определить показания ваттметров и активную мощность, потребляемую цепью.



$$\underline{U}_{AB} = 173e^{j60^\circ}$$

R = 25 Ом;

$X_L = 24$ **Ом;** $X_C = 72$ **Ом;**

1. Преобразуем "треугольник" сопротивлений abc в эквивалентную звезду с сопротивлениями

$$X_C{}' = X_C/3 = 24\ \text{Ом}$$

2. По заданному линейному напряжению найдем фазную ЭДС:

$$\underline{E}_A = \frac{\underline{U}_{AB}}{\sqrt{3} \cdot e^{j30^\circ}} = \frac{173e^{j60^\circ}}{\sqrt{3} \cdot e^{j30^\circ}} = 100e^{j30^\circ}\,\text{В}$$

3. Найдем линейные токи:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{R + jX_L - jX_C'} = \frac{100e^{j30^\circ}}{25 + j24 - j24} = 4e^{j30^\circ} \quad A$$

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A = e^{-j120^\circ} \cdot 4e^{j30^\circ} = 4e^{-j90^\circ}$$

4. Определим фазные токи “треугольника” *abc* :

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{I}_A}{\sqrt{3}} \cdot e^{j30^\circ} = \frac{4e^{j30^\circ}}{\sqrt{3}} \cdot e^{j30^\circ} = 2,31e^{j60^\circ}$$

$$\underline{I}_{bc} = a^2 \underline{I}_{ab} = 2,31e^{-j60^\circ}$$

$$\underline{I}_{ca} = a\underline{I}_{ab} = 2,31e^{j180^\circ} = -2,31$$

5. Найдем приложенные к ваттметрам напряжения:

а) к первому ваттметру

$$\underline{U}_{AC} = -\underline{U}_{CA} = -a\underline{U}_{AB} = -e^{j120^\circ} \cdot 173e^{j60^\circ} =$$

$$= -173e^{j180^\circ} = 173$$

б) ко второму ваттметру

$$\underline{U}_{BC} = a^2\underline{U}_{AB} =$$

$$= e^{-j120^\circ} \cdot 173e^{j60^\circ} = 173e^{-j60^\circ}$$

6. Определим показания ваттметров:

$$P_1 = U_{AC} \cdot I_A \cdot \cos(\underline{U}_{AC} \hat{\ } \underline{I}_A) =$$

$$= U_{AC} \cdot I_A \cdot \cos(\psi_{AC} - \psi_A) =$$

$$= 173 \cdot 4 \cdot \cos(0 - 30^\circ) = 600 \text{ Вт}$$

$$P_2 = U_{BC} \cdot I_B \cdot \cos(\underline{U}_{BC} \hat{\ } \underline{I}_B) =$$

$$= U_{BC} \cdot I_B \cdot \cos(\psi_{BC} - \psi_B) =$$

$$= 173 \cdot 4 \cdot \cos(-60 + 90^\circ) = 600\,\text{Вт}$$

тогда сумма показаний ваттметров равна

$$P = P_1 + P_2 = 600 + 600 = 1200\ \text{Вт}$$

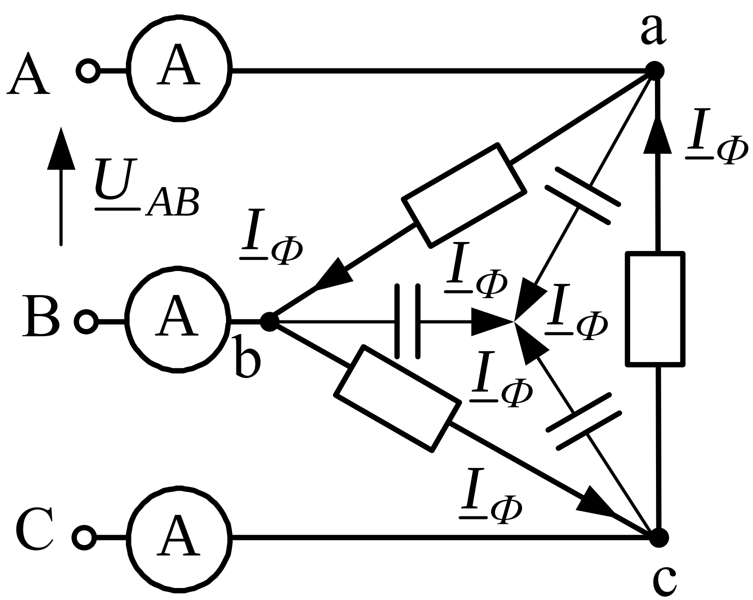
7. Найдем активную потребляемую цепью мощность:

$$\mathbf{P_{П} = 3(I_{A})^{2}R = 3 \cdot 4^{2} \cdot 25 = 1200\ Вт}$$

т.е. расчет проведен верно, т.к. $P = P_1 + P_2 = P_П$.

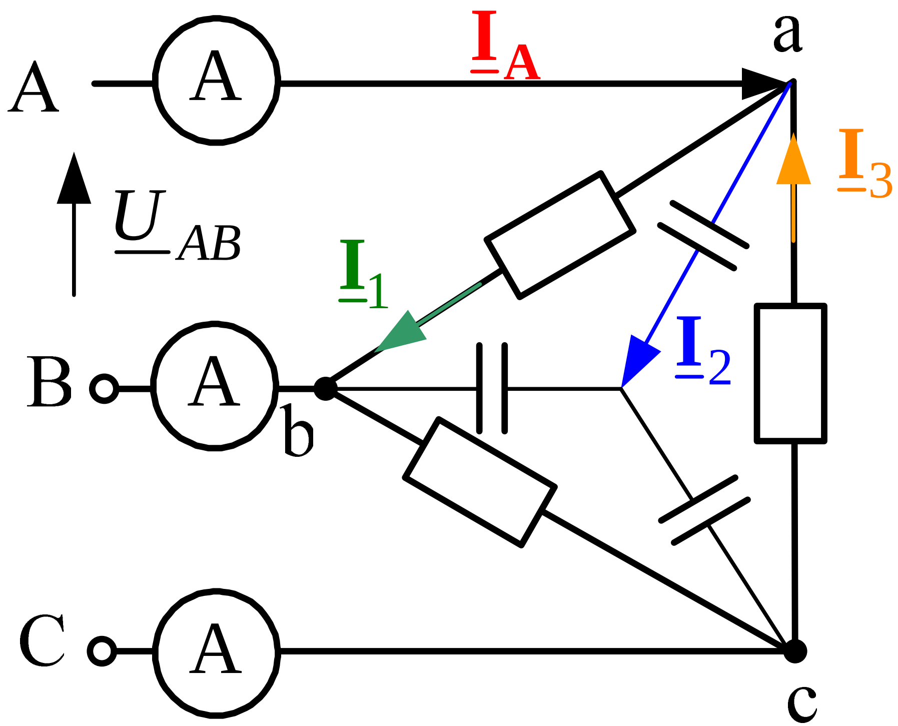
Действительно, для измерения активной мощности симметричной трехфазной цепи, достаточно включить один ваттметр и удвоить его показание.

Пример 5:



$$\left|\underline{\mathbf{I}_{\Phi}}\right| = \mathbf{4\ A}$$

Определить показания амперметров



$$\underline{I}_A = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 4e^{jx1} + 4e^{jx2} - 4e^{jx3} =$$

$$= \frac{\underline{U}_{AB}}{R} + \frac{\underline{U}_A}{-jX_C} - \frac{\underline{U}_{CA}}{R} =$$

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_{A}\sqrt{3}e^{j30}$$

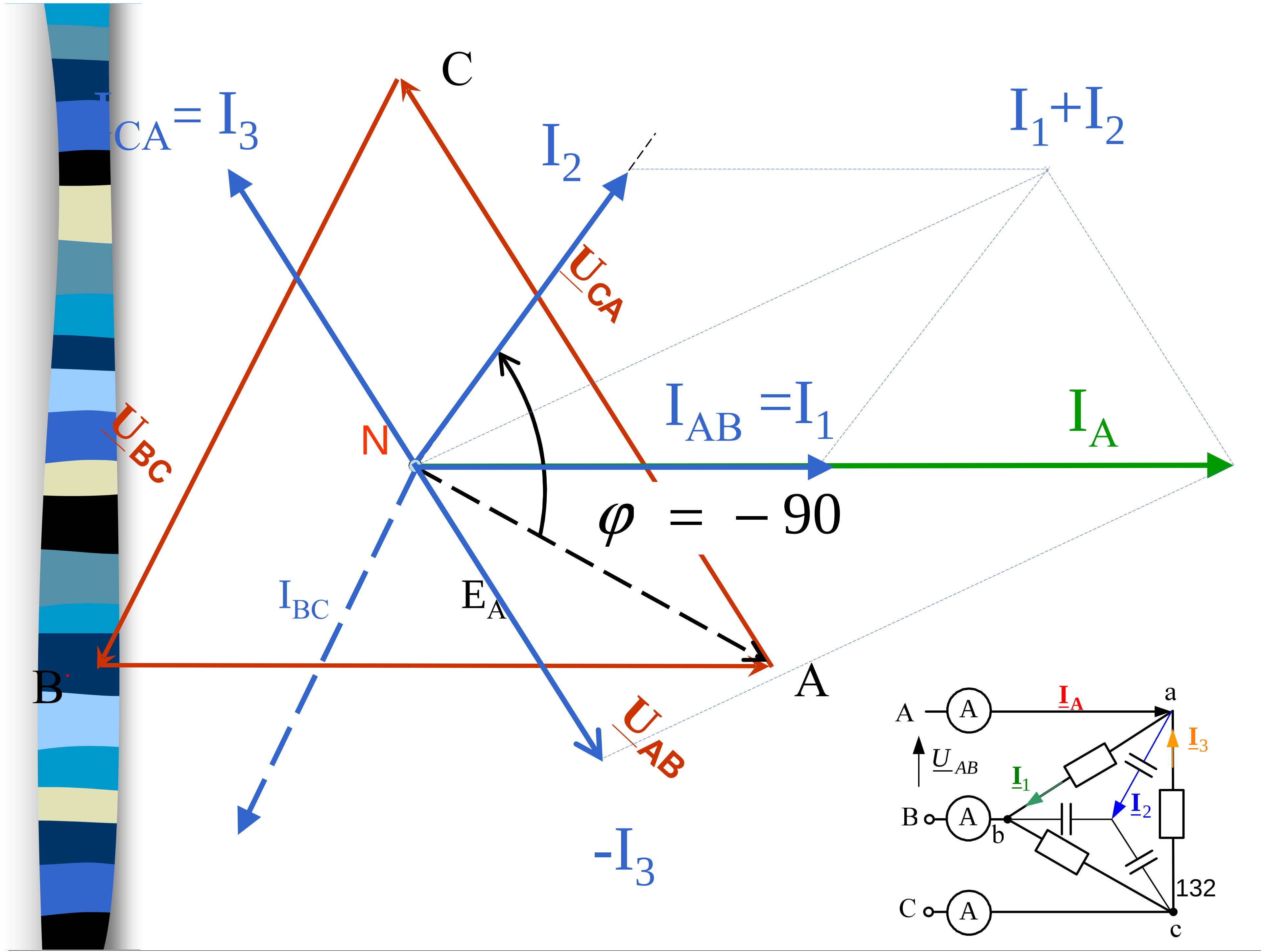
$$= \frac{\underline{U}_{AB}}{R} + \frac{\frac{\underline{U}_{AB}}{\sqrt{3}}e^{-j30}}{-jX_C} - \frac{\underline{U}_{AB}\cdot e^{j120}}{R} =$$

$$= \overbrace{\frac{\underline{U}_{AB}}{R}}^{=4} + \overbrace{\frac{\frac{\underline{U}_{AB}}{\sqrt{3}}}{X_C}}^{=4}\frac{e^{-j30}}{e^{-j90}} - \overbrace{\frac{\underline{U}_{AB}}{R}}^{=4}e^{j120} =$$

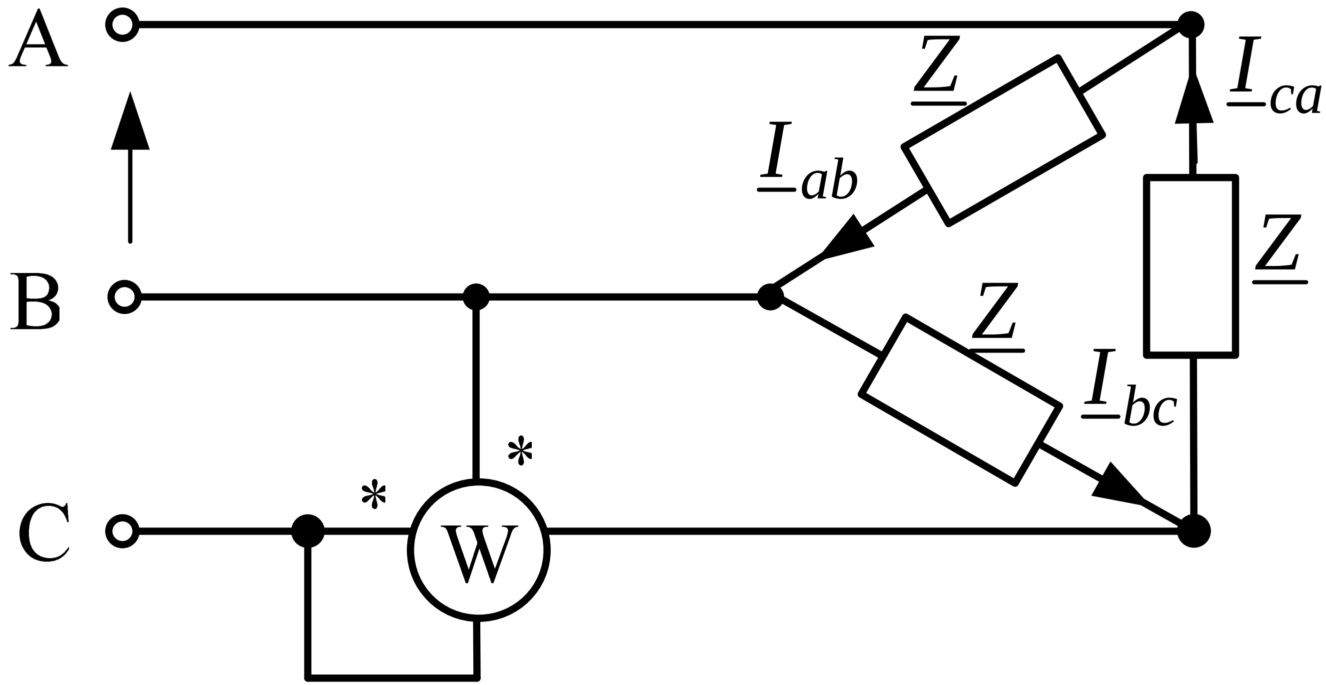
$$= 4 + 4e^{+j60} - 4e^{j120} =$$

$$= 4 + (2 + \mathbf{j}3,464) \text{ - } (\text{-}2 + \mathbf{j}3,464) = 8 \ \mathbf{A}$$

Решение с помощью векторной диаграммы


C
$I_{CA} = I_3$
I_2
$I_1 + I_2$
U_{CA}
U_{BC}
N
$I_{AB} = I_1$
I_A
$\varphi = -90$
I_{BC}
E_A
B
A
U_{AB}
$-I_3$
A
I_A
a
I_3
U_{AB}
I_1
I_2
B
b
C
c

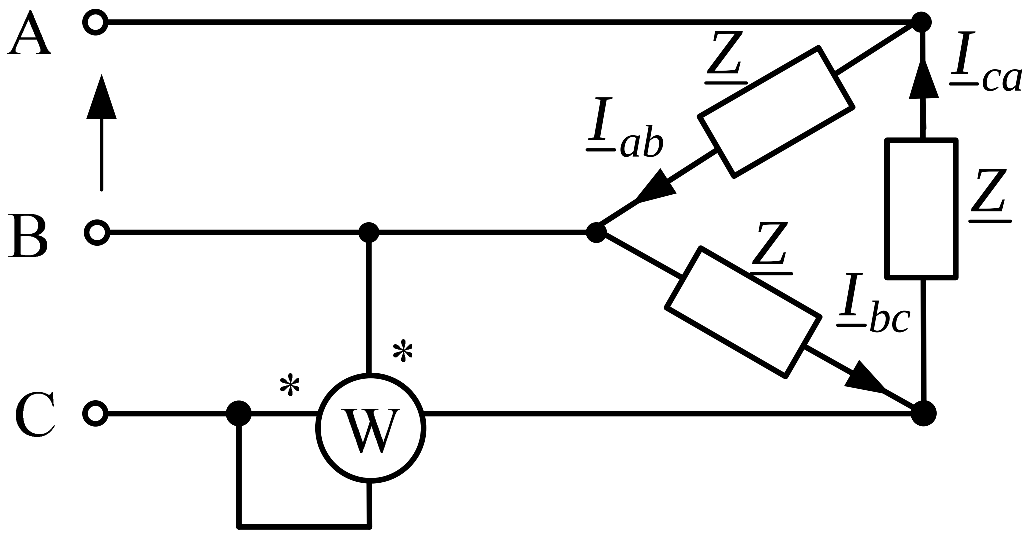
Пример 6:



Найти показание ваттметра, если

$$\underline{E}_A = 500\, e^{j10^0} \quad B$$

$$\underline{Z}_ф = \quad 120+j30 \text{ Ом.}$$



$$P_W = \left|U_{BC}\right| \cdot \left|I_C\right| \cdot \cos\varphi,\ \text{Вт}$$

$$\underline{U}_{BC} = a^2 \underline{U}_{AB} = a^2 \sqrt{3}\underline{E}_A e^{j30} = e^{-j120}\sqrt{3}500 e^{j10} e^{j30} =$$

$$= 500\sqrt{3}\, e^{j(-120+10+30)^0} = 866{,}025\, e^{-j80^0}$$

$$\underline{I}_C = a\underline{I}_A = a\frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}/3} = e^{j120}\frac{500e^{j10}}{\frac{120 + j30}{3}} = \frac{500e^{j130}}{40 + j10} =$$

$$= \frac{500e^{j130}}{41{,}2e^{j14}} = 12{,}127e^{j116}$$

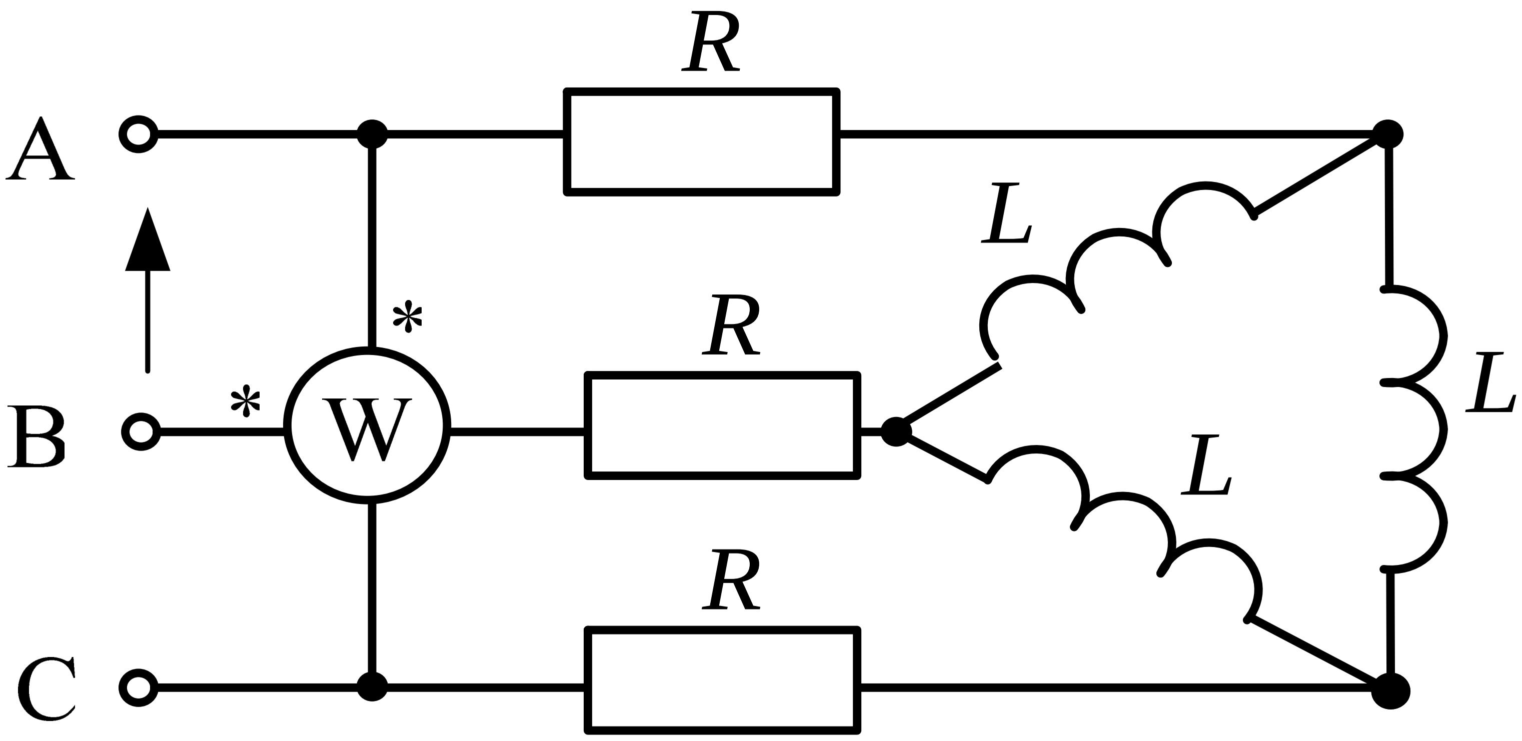
$$P_W = \left|U_{BC}\right| \cdot \left|I_C\right| \cdot \cos\varphi =$$

$$= 866{,}025 \cdot 12{,}127\cos(-80 - 116) =$$

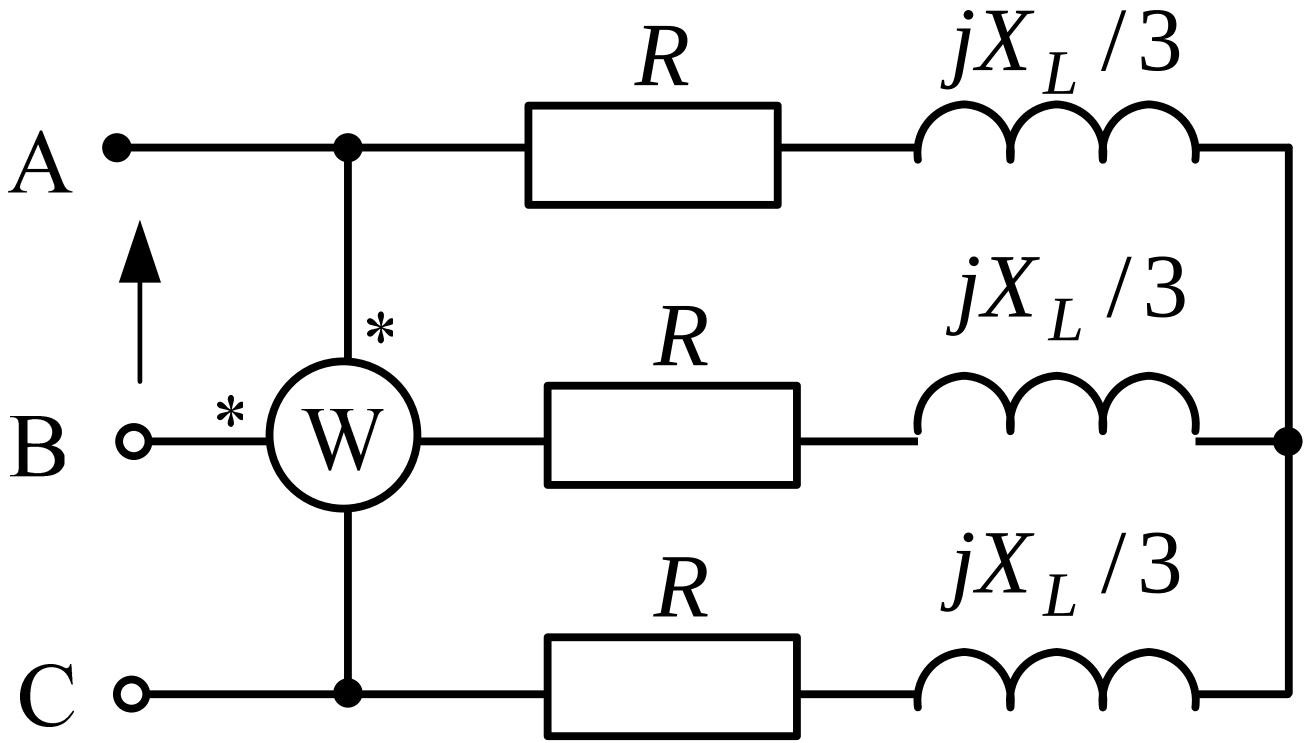
$$= -10097{,}096 \text{ Вт}$$

Пример 7:

Например: P_W=?



$$P_W = \left|U_{AC}\right| \cdot \left|I_B\right| \cdot \cos\varphi,\ \text{Вт}$$



$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}} = \frac{\underline{E}_A}{R + \dfrac{jX_L}{3}}$$

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A$$

$$P = |U_{AC}||I_B| \cos\left(\underline{U}_{AC} \hat{\ } \underline{I}_B\right) = \mathrm{Re}(U_{AC}, \overset{*}{\underline{I}}_B)$$

$$\underline{U}_{AC} = -\underline{U}_{CA} = -a\ \underline{U}_{AB} =$$

$$= \underline{U}_{AB} e^{j(120-180)} = \underline{U}_{AB} e^{-j60} =$$

$$= \underline{E}_A \sqrt{3} e^{j(-60+30)} = \underline{E}_A \sqrt{3} e^{-j30}$$