Лекция №3

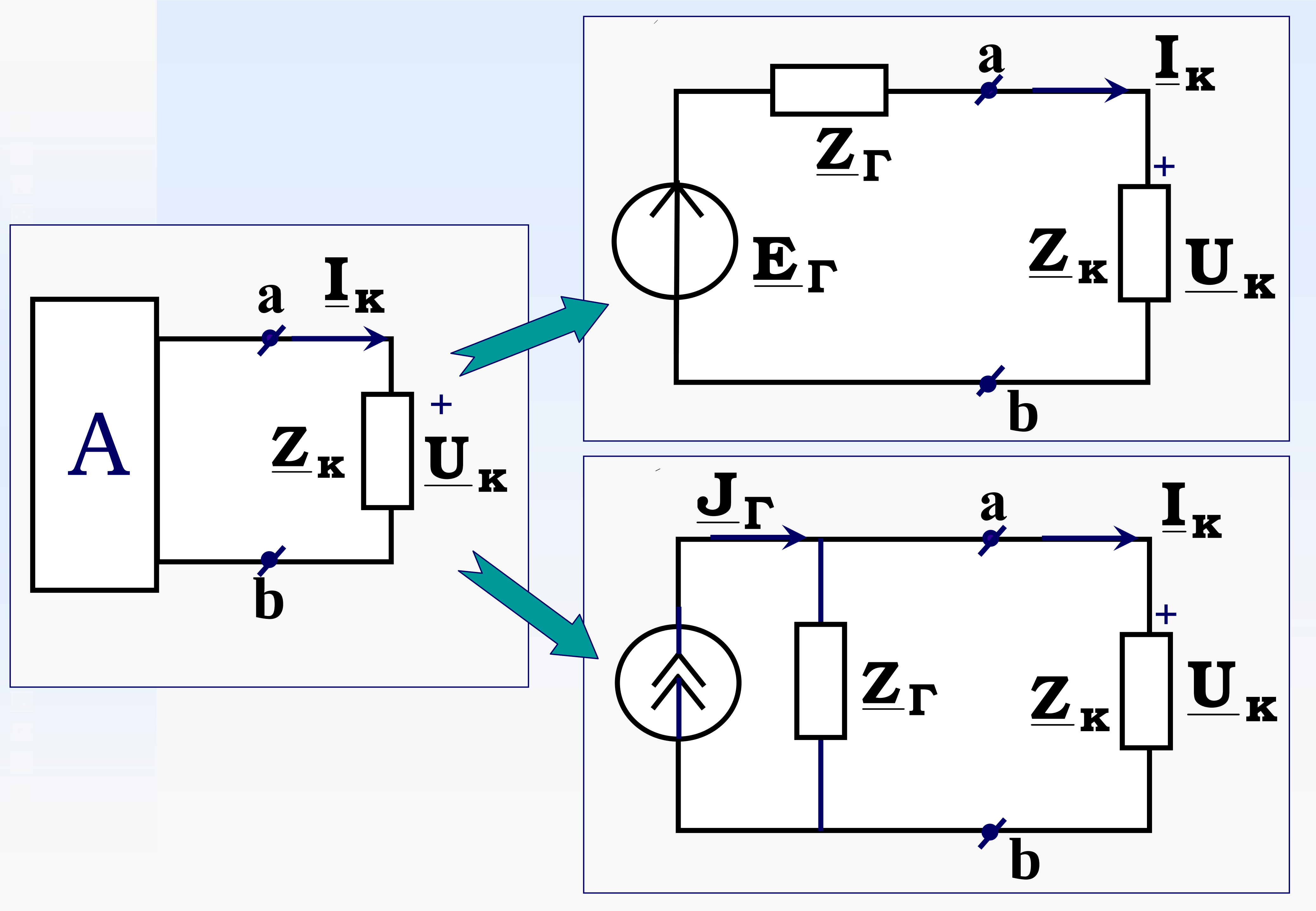
Теорема об эквивалентном генераторе (источнике)

Теорема об эквивалентном генераторе применяется для расчета и анализа линейных цепей с постоянными или гармоническими токами и напряжениями

Эта теорема доказывается при помощи теоремы компенсации и принципа наложения

Любой активный двухполюсник, рассматриваемый относительно двух зажимов (выводов), можно представить в виде эквивалентного источника ЭДС или тока, с ЭДС и током равными соответственно напряжению холостого хода или току короткого замыкания относительно этих зажимов

При этом внутреннее сопротивление этих источников равно эквивалентному сопротивлению активного двухполюсника относительно рассматриваемых зажимов


A
a
Iк
Zк
+
Uк
b
a
Iк
Zг
+
Eг
Zк
Uк
b
Jг
a
Iк
+
Zг
Zк
Uк
b

где

$$\underline{E}_{Г} = \underline{U}_{к}^{(хх)}$$

когда $\underline{I}_{к} = 0$ при $\underline{Z}_{к} = \infty$

где $$\underline{J}_{Г} = \frac{\underline{E}_{Г}}{\underline{Z}_{Г}} = \underline{I}_{к}^{(кз)}$$

когда $\underline{U}_{к} = 0$ при $\underline{Z}_{к} = 0$

$$\underline{Z}_{\Gamma} = \underline{Z}_{ab}$$

Эта теорема используется как метод эквивалентного генератора для расчета некоторого тока, протекающего в к-ветви

$$\underline{I}_{к} = \frac{\underline{E}_{г}}{\underline{Z}_{г} + \underline{Z}_{к}} =$$

$$= \frac{\underline{J}_{г}\,\underline{Z}_{г}}{\underline{Z}_{г} + \underline{Z}_{к}} = \frac{\underline{J}_{г}}{1 + \underline{Z}_{к} / \underline{Z}_{г}}$$

Пример

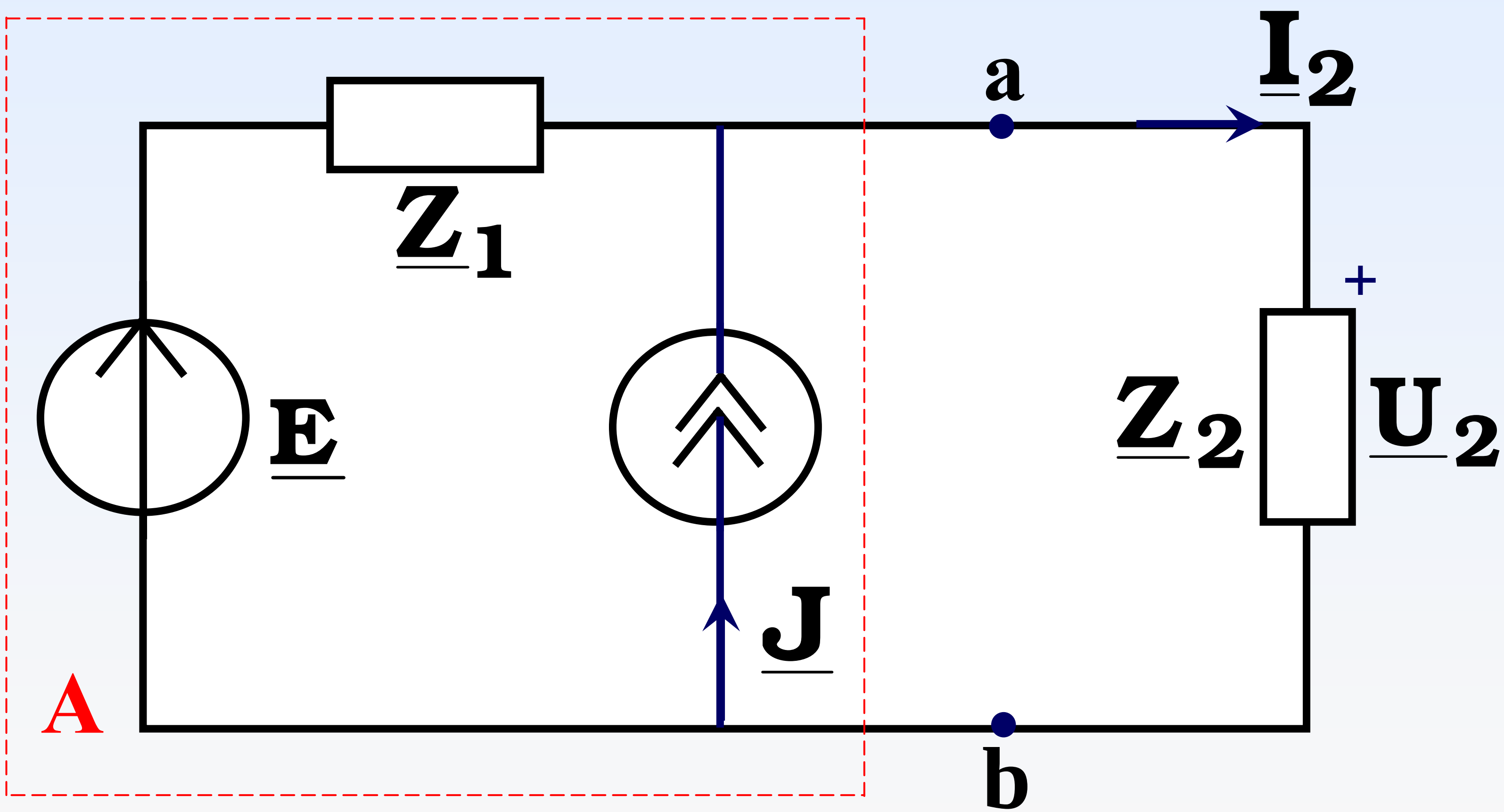
Дано:

$\underline{\mathbf{E}} = \mathbf{E}e^{j\alpha}$, (В) $\quad \underline{\mathbf{Z}}_1 = \mathbf{Z}_1 e^{j\varphi_1}$, (Ом)

$\underline{\mathbf{J}} = \mathbf{J}e^{j\beta}$, (А) $\quad \underline{\mathbf{Z}}_2 = \mathbf{Z}_2 e^{j\varphi_2}$, (Ом)

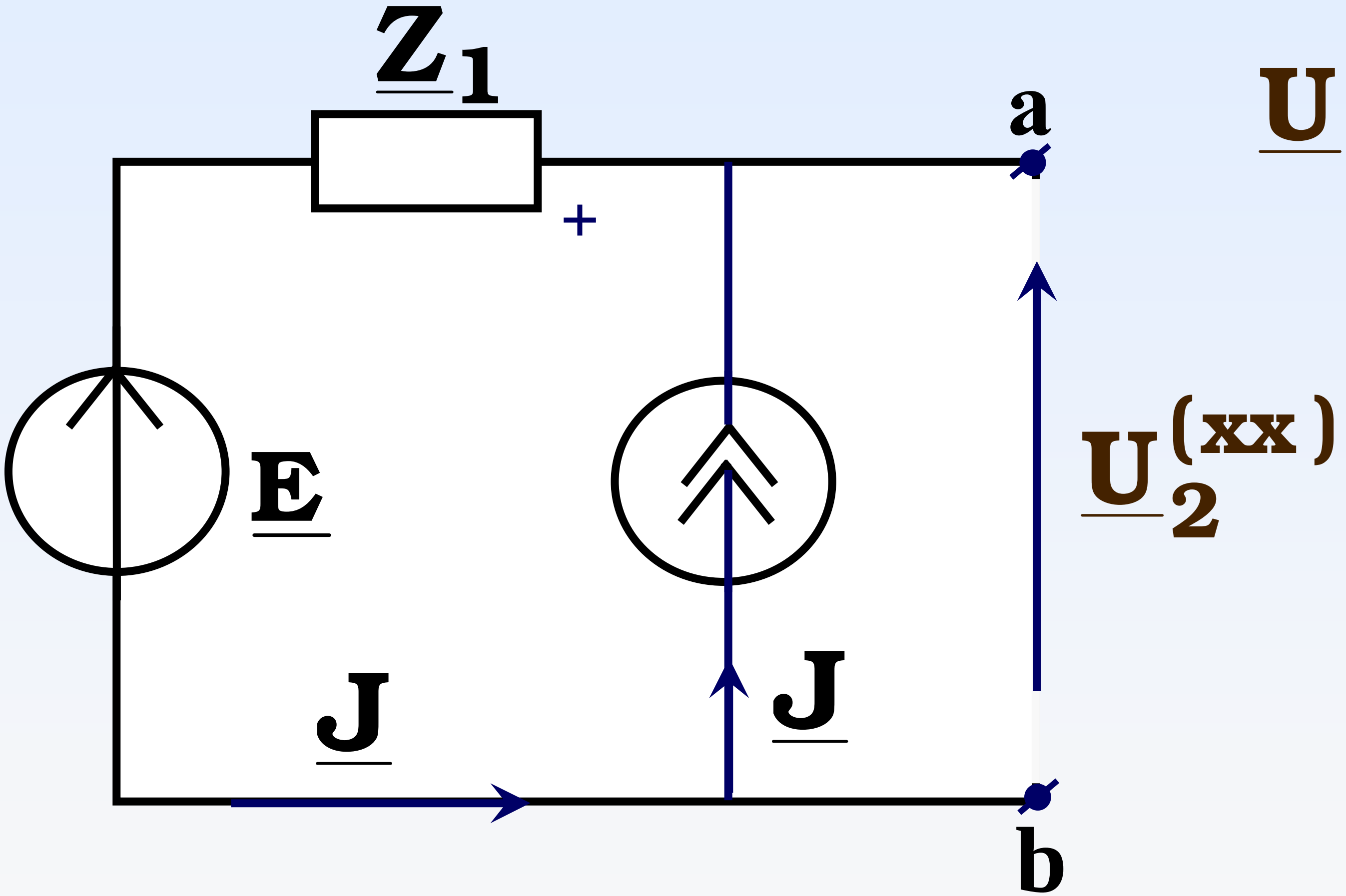
Определить: $\underline{\mathbf{I}}_2$

Схема к примеру



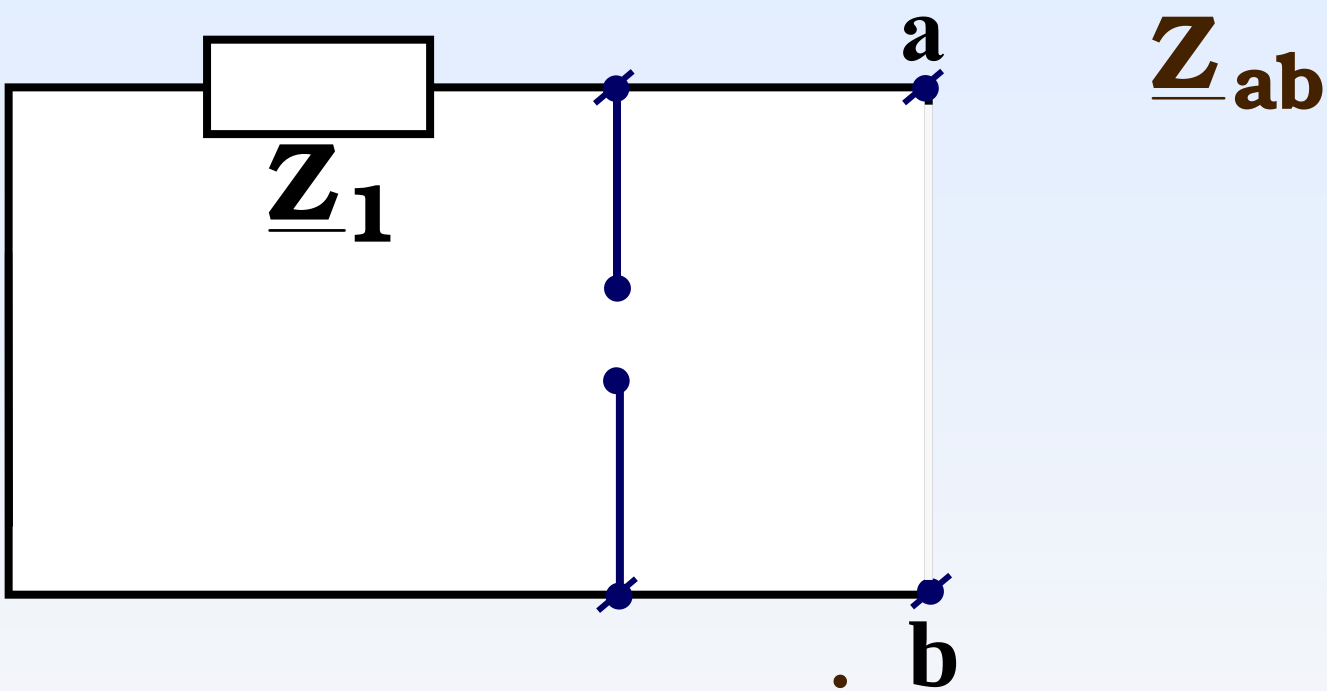
а) напряжение холостого хода :

$\underline{U}_2^{(xx)}$



$$\underline{E}_Г = \underline{U}_2^{(xx)} = \underline{E} + \underline{Z}_1\underline{J} = E_Г e^{j\alpha_Г}, \ (B)$$

б) эквивалентное сопротивление :



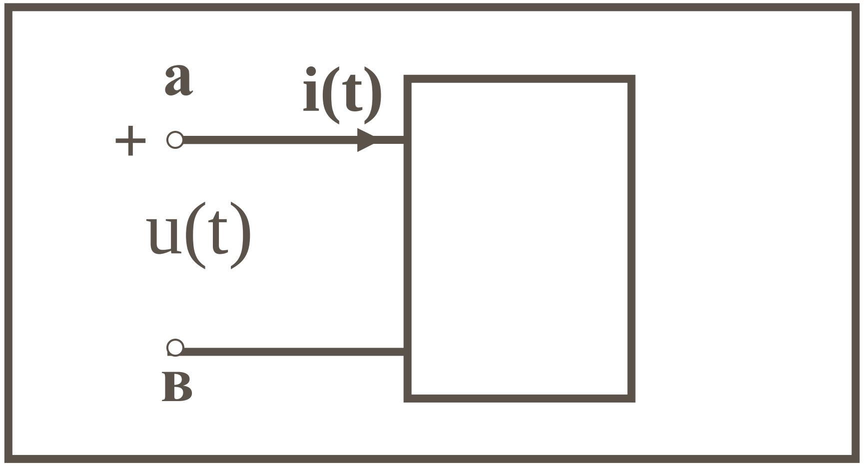
$$\underline{Z}_Г = \underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_1 = Z_Г e^{j\varphi_Г}, (Ом)$$

Тогда $\underline{J}_Г = \underline{I}_2^{(кз)} = \dfrac{\underline{E}_Г}{\underline{Z}_Г}, (A)$

в) окончательный результат

$$\underline{\mathbf{I}}_2 = \frac{\underline{\mathbf{E}}_\Gamma}{\underline{\mathbf{Z}}_\Gamma + \underline{\mathbf{Z}}_2} = \frac{\underline{\mathbf{J}}_\Gamma}{1 + \dfrac{\underline{\mathbf{Z}}_2}{\underline{\mathbf{Z}}_\Gamma}} = \mathbf{I}_2 \mathbf{e}^{j\beta_2}, \ (\mathbf{A})$$

Мощность при гармонических напряжениях и токах



$$u(t) = \sqrt{2}U\sin(\omega t + \alpha),\ (B)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I\sin(\omega t + \beta),\ (A)$$

Мощность в функции времени

$$P(t) = u(t) \cdot i(t) =$$

$$= \mathbf{P} - \mathbf{S}\,\mathbf{cos}(\mathbf{2}\omega\mathbf{t} + \alpha + \beta), \ (\mathbf{Вт})$$

$$P = UI\cos\varphi,\ (\text{Вт})$$

- средняя или активная мощность

$$S = UI,\ (\text{ВА})$$

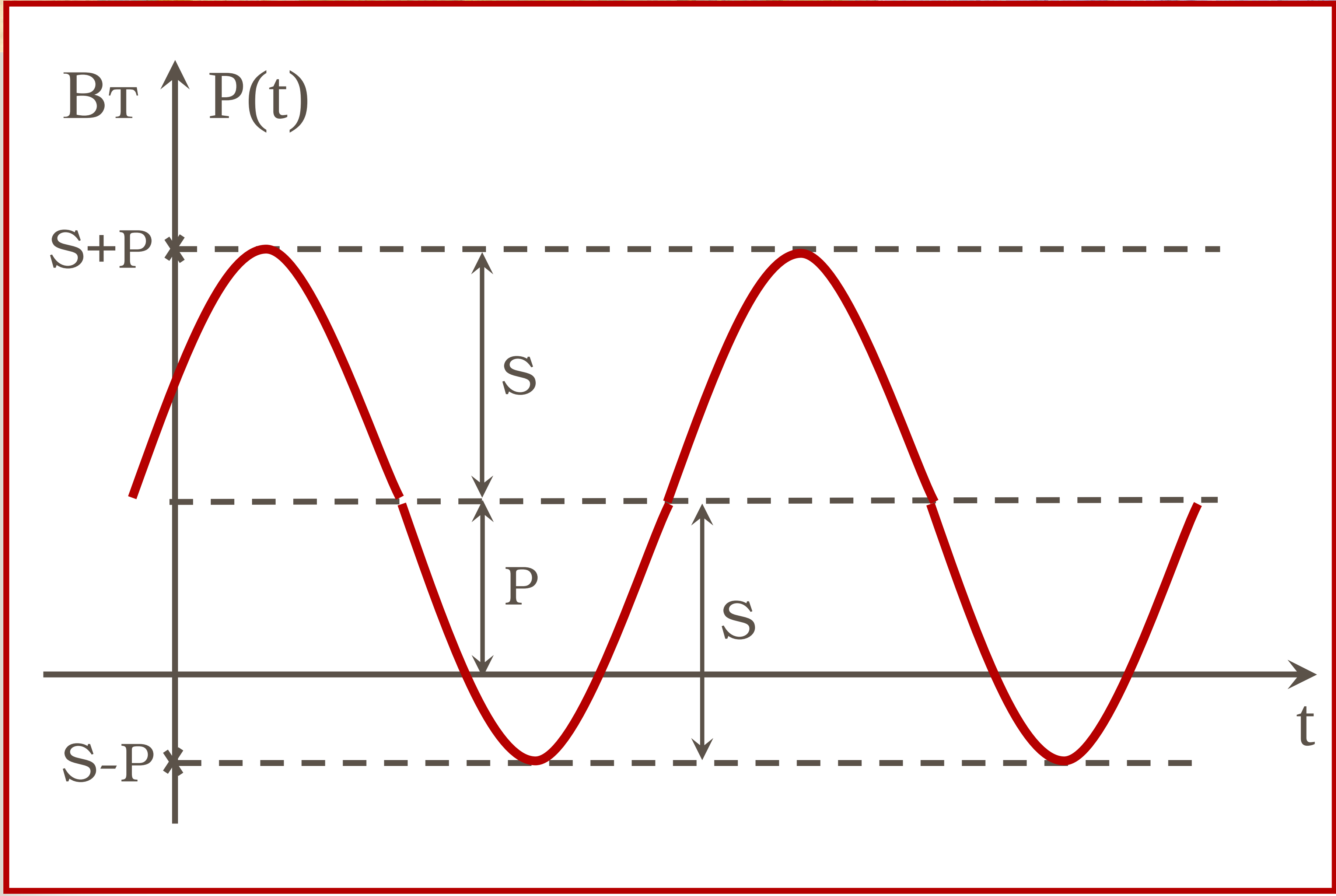
-амплитуда гармонической составляющей мощности или полная мощность

$$\varphi = \alpha - \beta, \text{ (град)}$$

- угол сдвига фаз между напряжением и током

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} \le 1, \text{ т.е. } S \ge P$$

- коэффициент мощности


Вт
P(t)
S+P
S
P
S
S-P
t

Когда

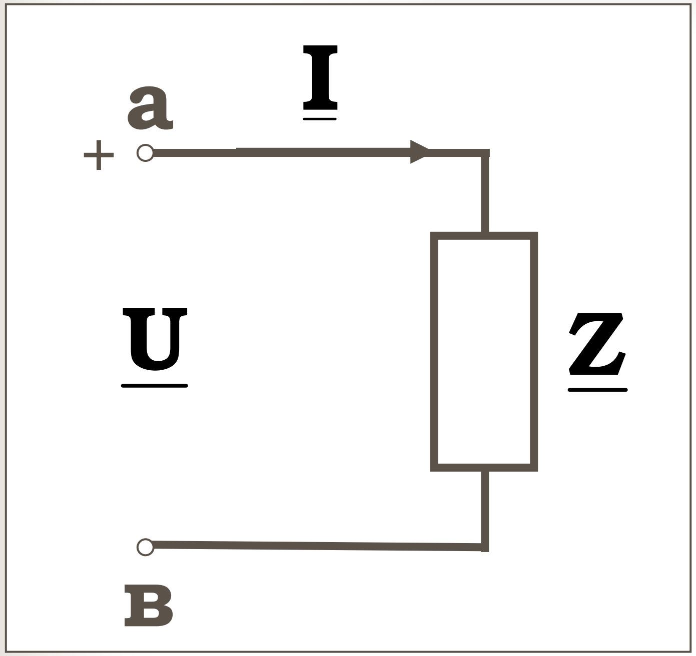
$$\boxed{P(t) > 0}$$

- энергия поступает в двухполюсник

$$\boxed{P(t) < 0}$$

- энергия поступает из двухполюсника во внешнюю цепь

Пусть задано:



$$\underline{U} = Ue^{j\alpha}, \text{ (В)}$$

$$\underline{I} = Ie^{j\beta}, \text{ (А)}$$

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = R + jX, \text{ (Ом)}$$

При $\boxed{\underline{\dot{I}} = Ie^{-j\beta}}$ находим

$$\boxed{\underline{S} = \underline{U}\underline{\dot{I}} = P + jQ,\ (\text{ВА})}$$

- комплекс полной мощности

где $\boxed{\underline{\dot{I}} = Ie^{-j\beta}}$ -сопряженное значение тока

$$\boxed{Q = UI\sin\varphi, \text{ (вар)}}$$

- реактивная мощность

Т.к. $\boxed{\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I}}$, то

$$\boxed{\begin{aligned}&\underline{S} = \underline{U}\,\underline{\dot{I}} = (\underline{Z}\,\underline{I})\underline{\dot{I}} = \\ &= \underline{Z}I^2 = I^2R + jI^2X, \text{ (ВА)}\end{aligned}}$$

активная мощность:

$$\mathbf{P = UI\cos\varphi = I^2R, \ (Вт)}$$

- это мощность тепловой энергии

Реактивная мощность:

$$Q = UI\sin\varphi = I^2X, \text{(вар)}$$

- пропорциональна максимальной энергии, запасаемой в электромагнитном поле

Полная мощность:

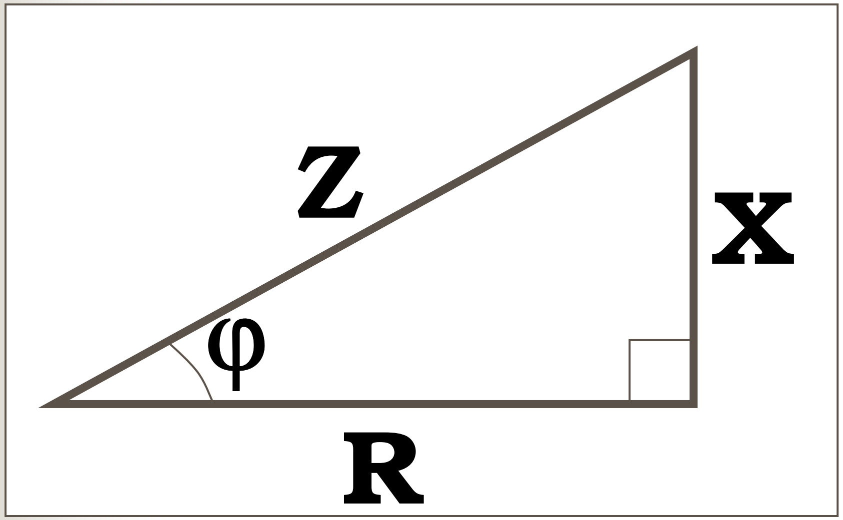
$$S = UI = \frac{P}{\cos\varphi}, (ВА)$$

-это максимально возможная активная мощность

при $\boxed{\cos\varphi = 1}$

Можно изобразить:

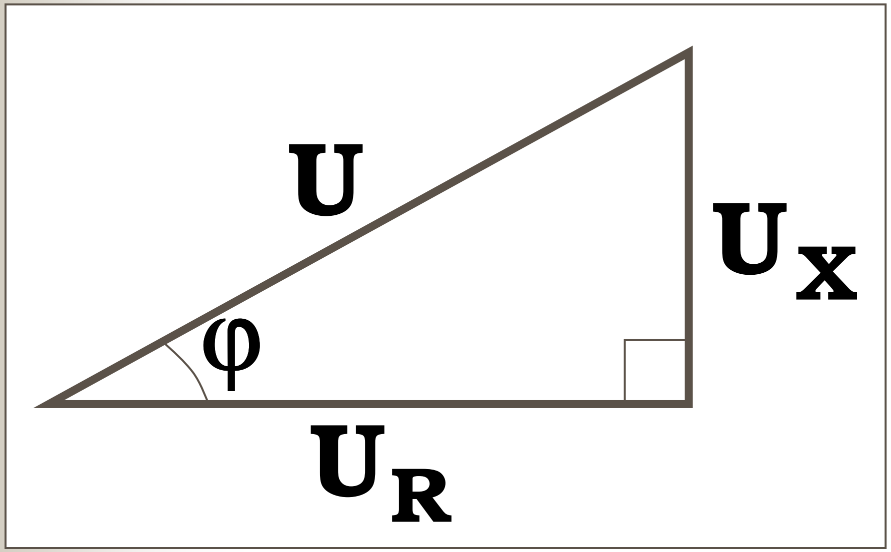
а) треугольник сопротивлений



$$\mathbf{Z} = \sqrt{\mathbf{R}^2 + \mathbf{X}^2}$$

$$\cos\varphi = \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{Z}}$$

б) треугольник напряжений

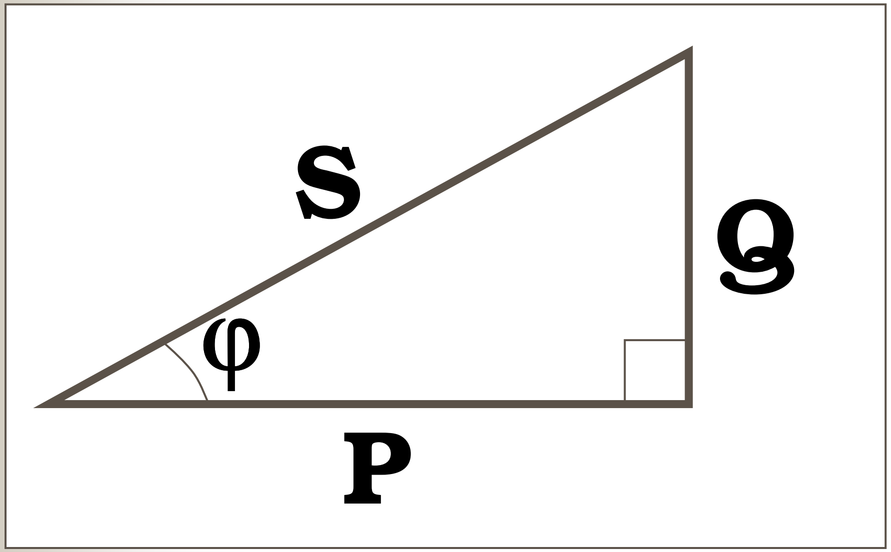


$$U = \sqrt{U_R^2 + U_X^2}$$

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U}$$

$$U_R = IR; \qquad U_X = IX$$

в) треугольник мощностей

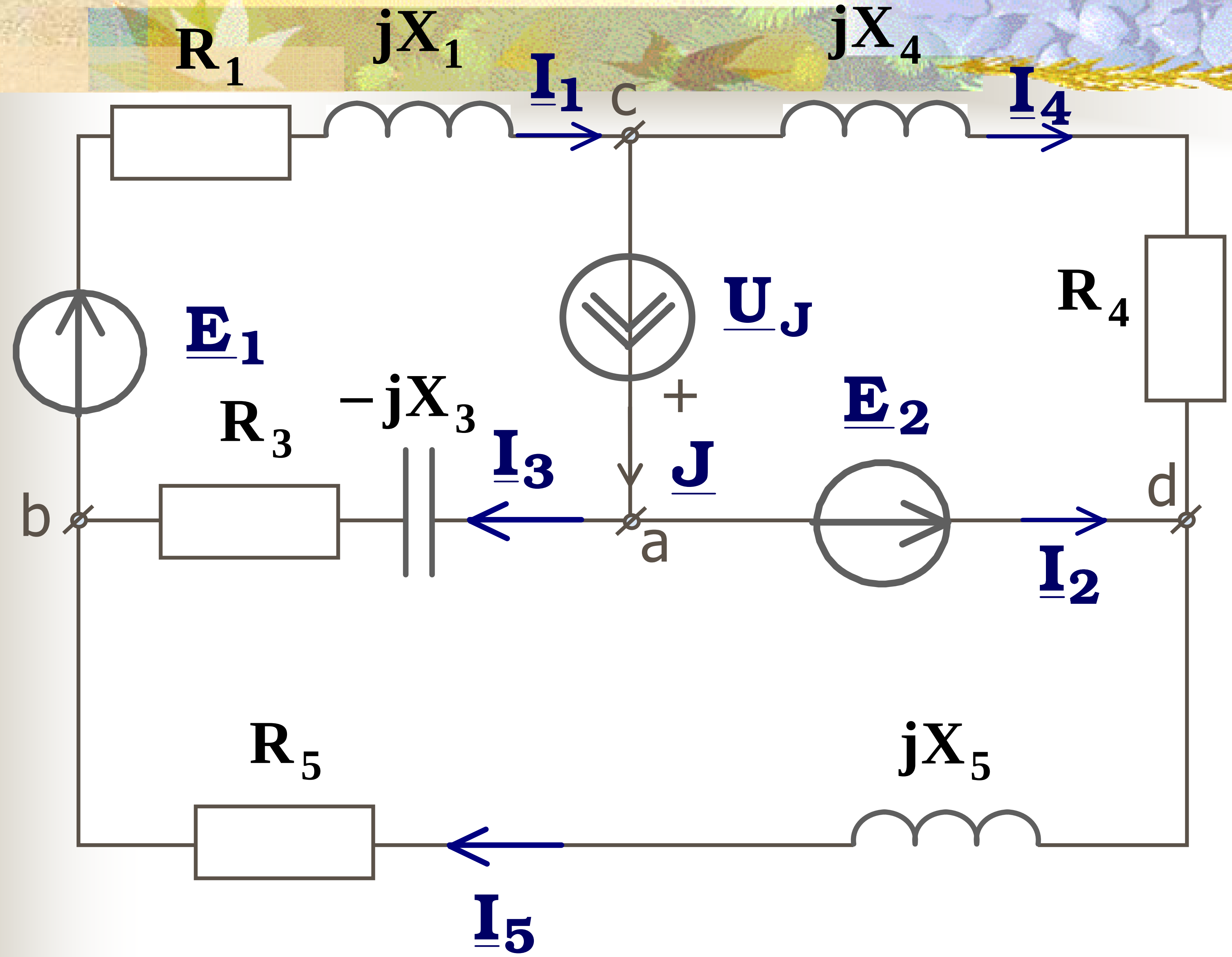


$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

Пример:

Составить баланс мощностей.



R1
jX1
I1
c
jX4
I4
UJ
R4
E1
E2
R3
−jX3
I3
+
J
b
a
d
I2
R5
jX5
I5

Комплекс полной вырабатываемой мощности (для примера):

$$\underline{S}_{\text{в}} = \underline{E}_1 \overset{*}{\underline{I}}_1 + \underline{E}_2 \overset{*}{\underline{I}}_2 + \underline{U}_J \overset{*}{\underline{J}} =$$

$$= P_{\text{В}} + jQ_{\text{В}}, \ \text{ВА}$$

Где: **$P_{\text{В}}$**>0 – активная вырабатываемая мощность, Вт

$Q_{\text{В}}$ – реактивная вырабатываемая мощность, вар

Где:

$$\overset{*}{\underline{\mathbf{I}}}_1 = \mathbf{I}_1 \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{j}(-\beta_1)} \qquad \overset{*}{\underline{\mathbf{I}}}_2 = \mathbf{I}_2 \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{j}(-\beta_1)}$$

- сопряженные значения токов

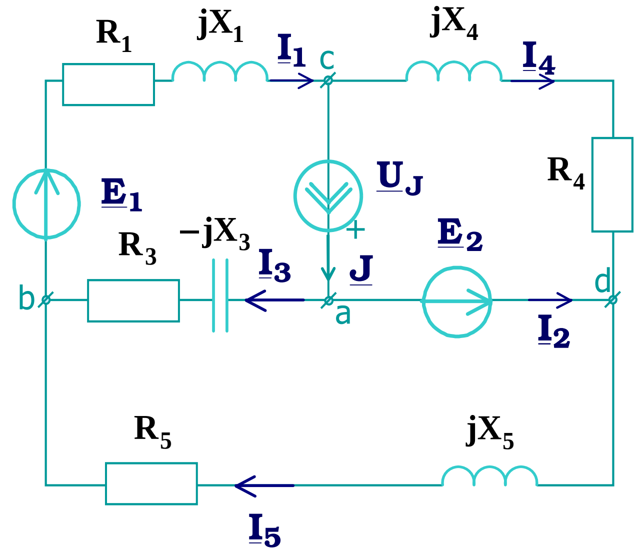
Для тока

$$\dot{\underline{I}} = Ie^{j\beta} = 3 + j4 = 5e^{j53{,}13^0}$$

- его сопряженное значение

$$\overset{*}{\underline{I}} = Ie^{-j\beta} = 3 - j4 = 5e^{-j53{,}13^0}$$

Активная потребляемая мощность:



$$\mathbf{P_{П}} = \sum \left|\mathbf{I_{к}}\right|^{2} \mathbf{R_{к}} = \left|\mathbf{I_{1}}\right|^{2} \mathbf{R_{1}} + \left|\mathbf{I_{3}}\right|^{2} \mathbf{R_{3}} +$$

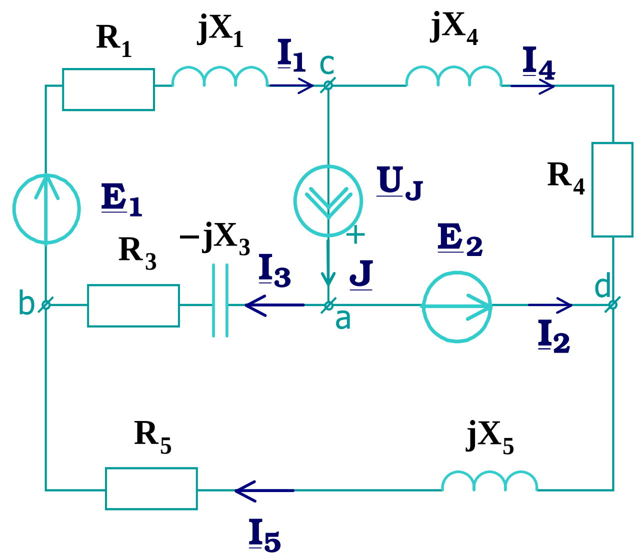
$$+ \left|\mathbf{I_{4}}\right|^{2} \mathbf{R_{4}} + \left|\mathbf{I_{5}}\right|^{2} \mathbf{R_{5}}, \quad \mathbf{Вт}$$

активная мощность:

$$P = UI\cos\varphi = I^2R,\ (\text{Вт})$$

- это мощность тепловой энергии

Реактивная потребляемая мощность:



$$Q_П = \sum \pm |I_к|^2 X_к + \cancelto{=0}{Q_М} = |I_1|^2 X_1 - |I_3|^2 X_3 +$$

$$+ |I_4|^2 X_4 + |I_5|^2 X_5 + Q_М, \quad ВАр$$

Реактивная мощность:

$$Q = UI\sin\varphi = I^2X, (\text{вар})$$

- пропорциональна максимальной энергии, запасаемой в электромагнитном поле

Реактивная мощность обусловленная взаимной индуктивностью:

$$Q_{M} = \pm 2 X_{M} \left|I_{4}\right|\left|I_{5}\right| \cos(\beta_{4} - \beta_{5}), \quad \text{ВАр}$$

Где

- знак ⊕ - согласное включение,
- знак ⊖ - встречное включение

$$\underline{I}_4 = I_4 e^{j\beta_4}, \quad \underline{I}_5 = I_5 e^{j\beta_5}$$

- индуктивно связанные токи