17 лекция

Метод эквивалентных синусоид

Метод эквивалентных синусоид

Применяется для приближенного расчета установившегося режима в нелинейных цепях

Которые содержат нелинейные элементы и подключены к периодическим источникам с одинаковым периодом **Т**

При этом напряжения

$$u(t) = \sum_{\kappa=1}^{\infty} \sqrt{2} U_\kappa \sin(\kappa\omega t + \beta_\kappa + \varphi_\kappa)$$

и токи

$$i(t) = \sum_{\kappa=1}^{\infty} \sqrt{2} I_\kappa \sin(\kappa\omega t + \beta_\kappa)$$

Заменяются эквивалентными синусоидами

$$u(t)=\sqrt{2}U\sin(\omega t+\beta+\varphi)$$

$$i(t)=\sqrt{2}I\sin(\omega t+\beta)$$

Где:

$$U = \sqrt{\sum_{\kappa=1}^{\infty} U_{\kappa}^{2}} \qquad I = \sqrt{\sum_{\kappa=1}^{\infty} I_{\kappa}^{2}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Где:

$$\boldsymbol{P = \sum_{\kappa=1}^{\infty} U_{\kappa} I_{\kappa} \cos\varphi_{\kappa}}$$

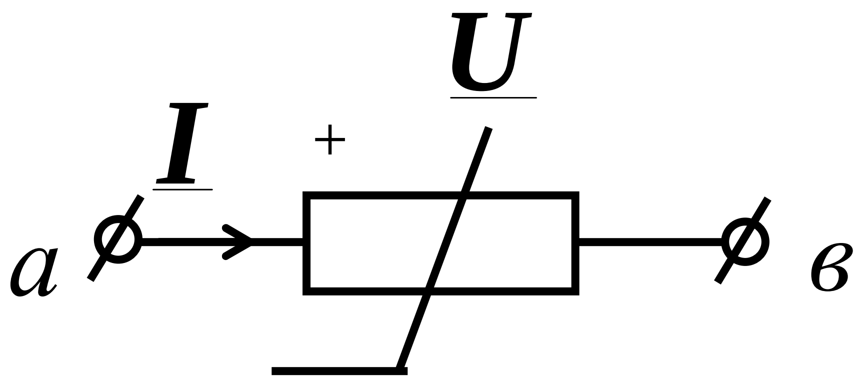
Активная потребляемая мощность

$$P = UI\cos\varphi, \quad Вт$$

должна остаться неизменной

Нелинейные элементы задаются ВАХ $\boldsymbol{U(I)}$ и ФАХ $\varphi(\boldsymbol{I})$ для действующих значений

При этом применяется символический метод



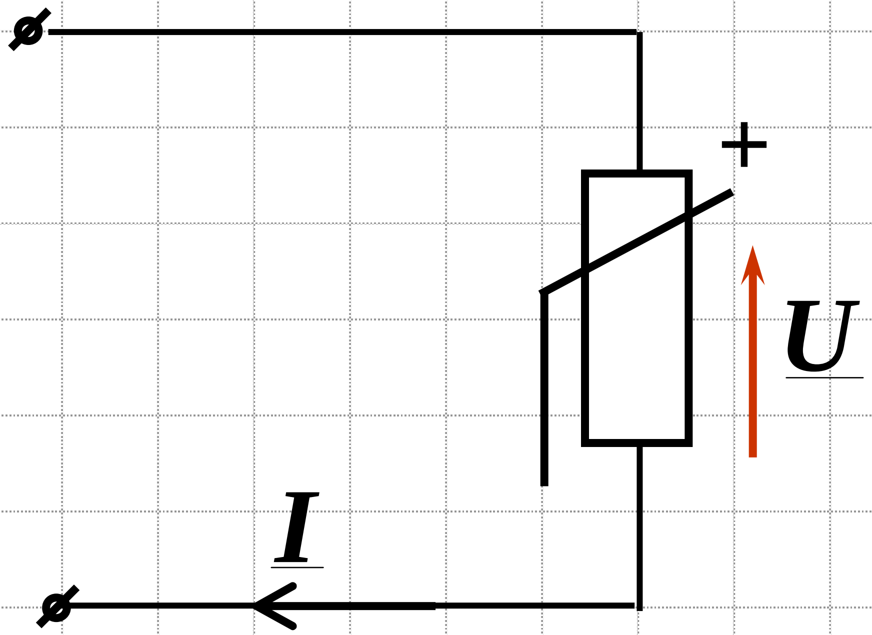
ВАХ $\boldsymbol{U(I)}$ и ФАХ $\boldsymbol{\varphi(I)}$ нелинейных элементов получают экспериментально или расчетом

$$\underline{U} = Ue^{j[\beta + \varphi(I)]}$$

$$\underline{I} = Ie^{j\beta}$$

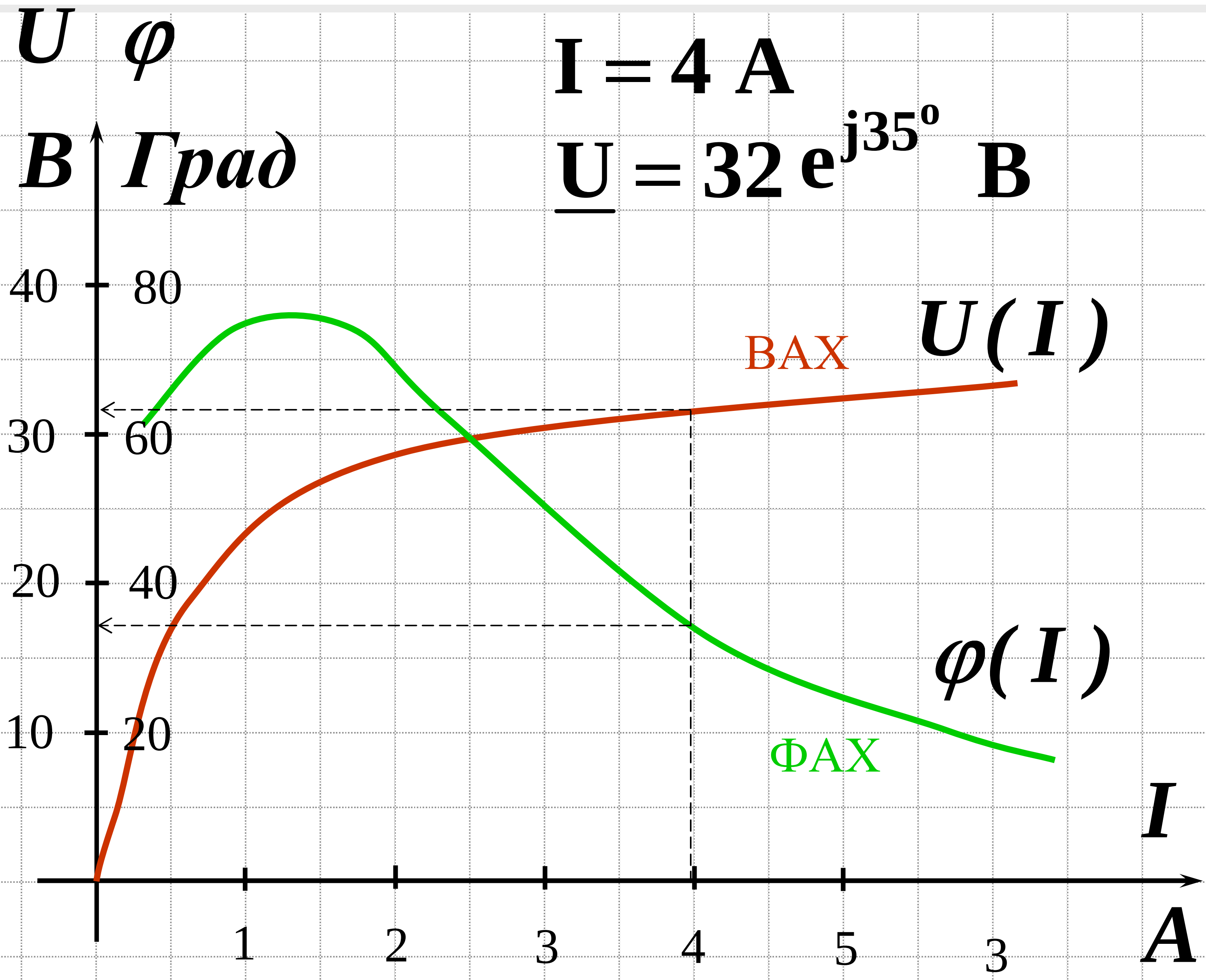
$$P(I) = U(I) \cdot I \cos\varphi(I)$$

$$\underline{I} = 4\ \mathrm{A}$$

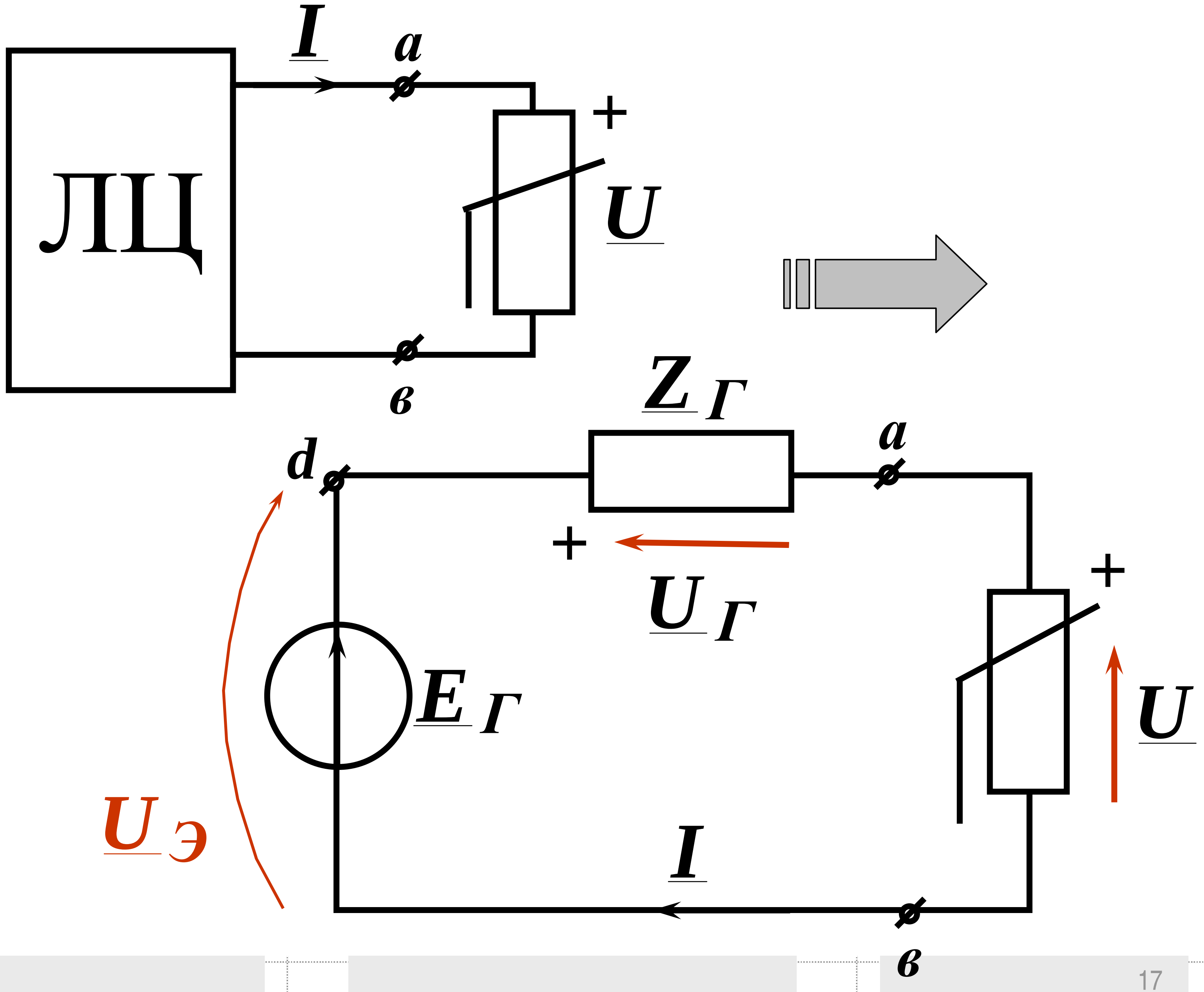


$$I = 4\ A$$

$$\underline{U} = 32\, e^{j35^{o}}\ B$$



1. Метод эквивалентного генератора – применяется для цепей с ***одним*** нелинейным элементом



I
a
ЛЦ
+
U
в
Z Г
d
a
+
U Г
+
E Г
U
U Э
I
в

Для линейной цепи (ЛЦ) определяются параметры эквивалентного генератора

$$\underline{E}_{Г} = E_{Г}e^{j\alpha_{Г}}\;(B)$$

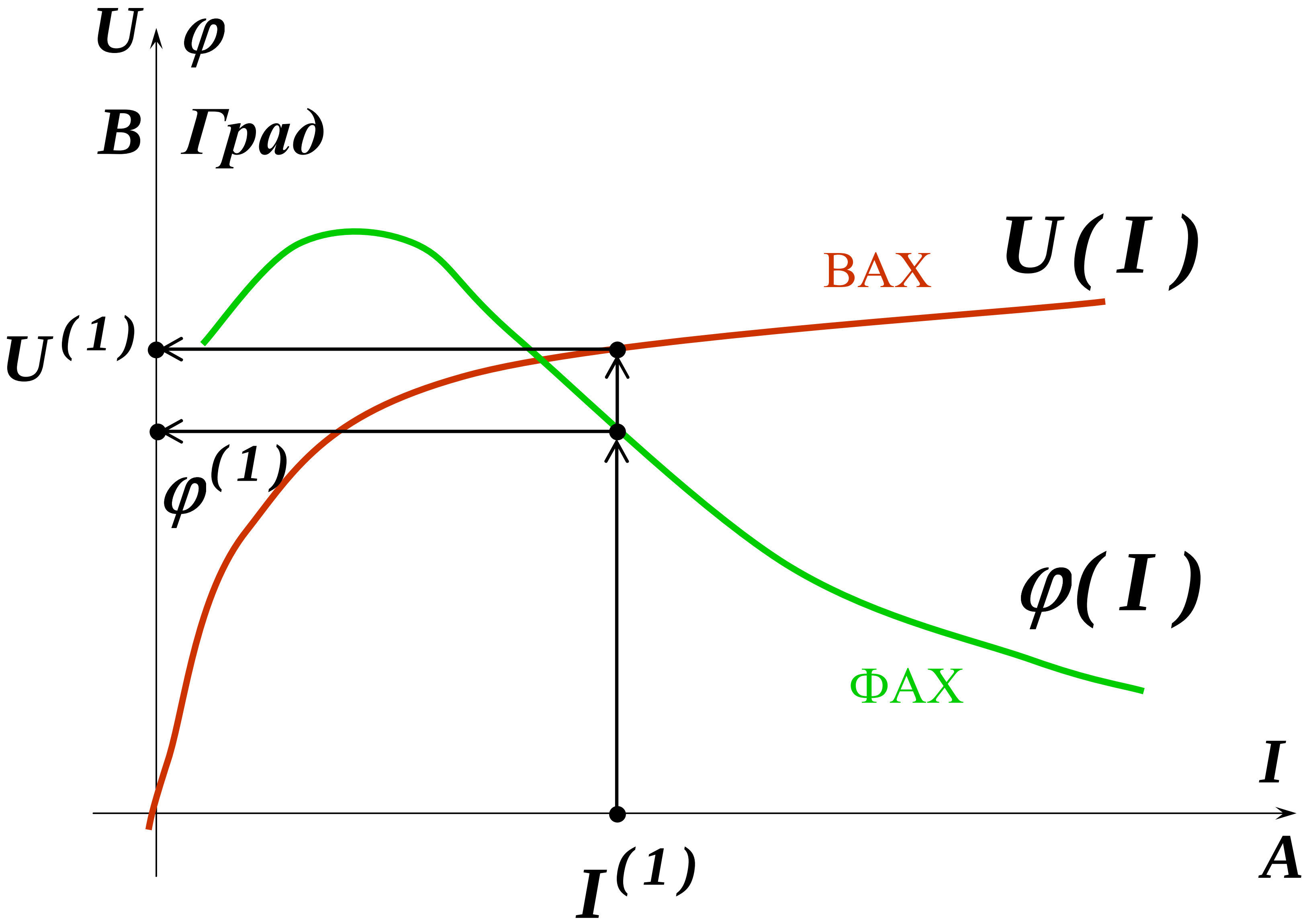
$$\underline{Z}_{Г} = Z_{Г}e^{j\varphi_{Г}}\;(Ом)$$

Задаемся $\underline{I}^{(1)} = I^{(1)} e^{j0^\circ}$

и по известным $U(I)$ и $\varphi(I)$

НЭ графически находим

$U^{(1)}$ и $\varphi^{(1)}$


U φ
B Град
U(I)
ВАХ
U(1)
φ(1)
φ(I)
ФАХ
I
A
I(1)

Рассчитываем $\underline{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{\Gamma}}{}^{(1)} = \underline{\boldsymbol{Z}}_{\boldsymbol{\Gamma}} \cdot \underline{\boldsymbol{I}}^{(1)}$

и по 2 закону Кирхгофа определяем эквивалентное напряжение

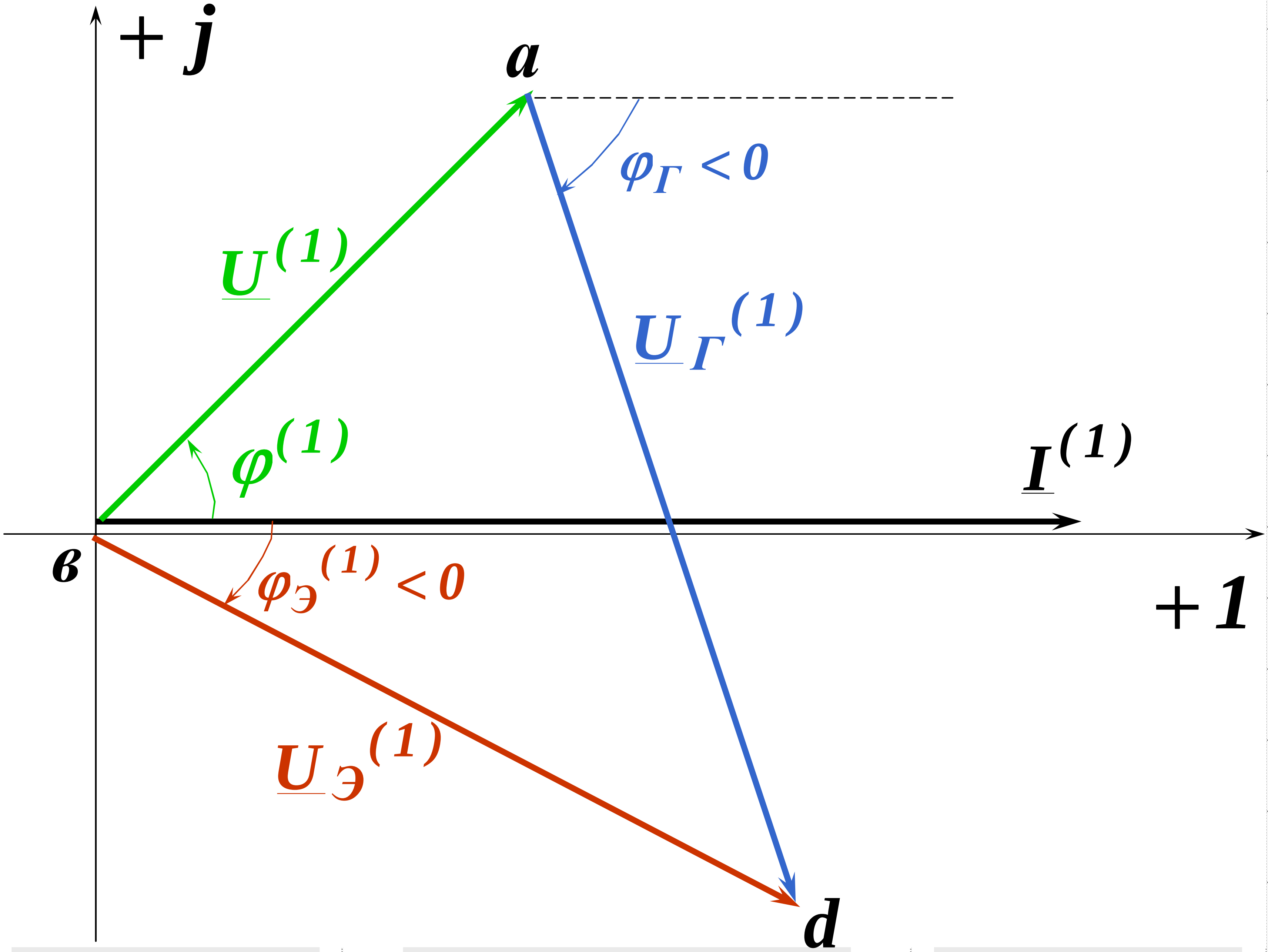
$$\underline{U}_{Э}{}^{(1)} = \underline{U}_{\Gamma}^{(1)} + U^{(1)} \cdot e^{j\varphi^{(1)}} =$$

$$= U_{Э}^{(1)} \cdot e^{j\varphi_{э}^{(1)}}$$

Определяем $U_Э^{(1)}$ и $\varphi_Э^{(1)}$, соответствующие току

$$I^{(1)}$$

Для иллюстрации строим векторную диаграмму



+ j
a
φ_Г < 0
U^(1)
U_Г^(1)
φ^(1)
I^(1)
в
φ_Э^(1) < 0
+ 1
U_Э^(1)
d

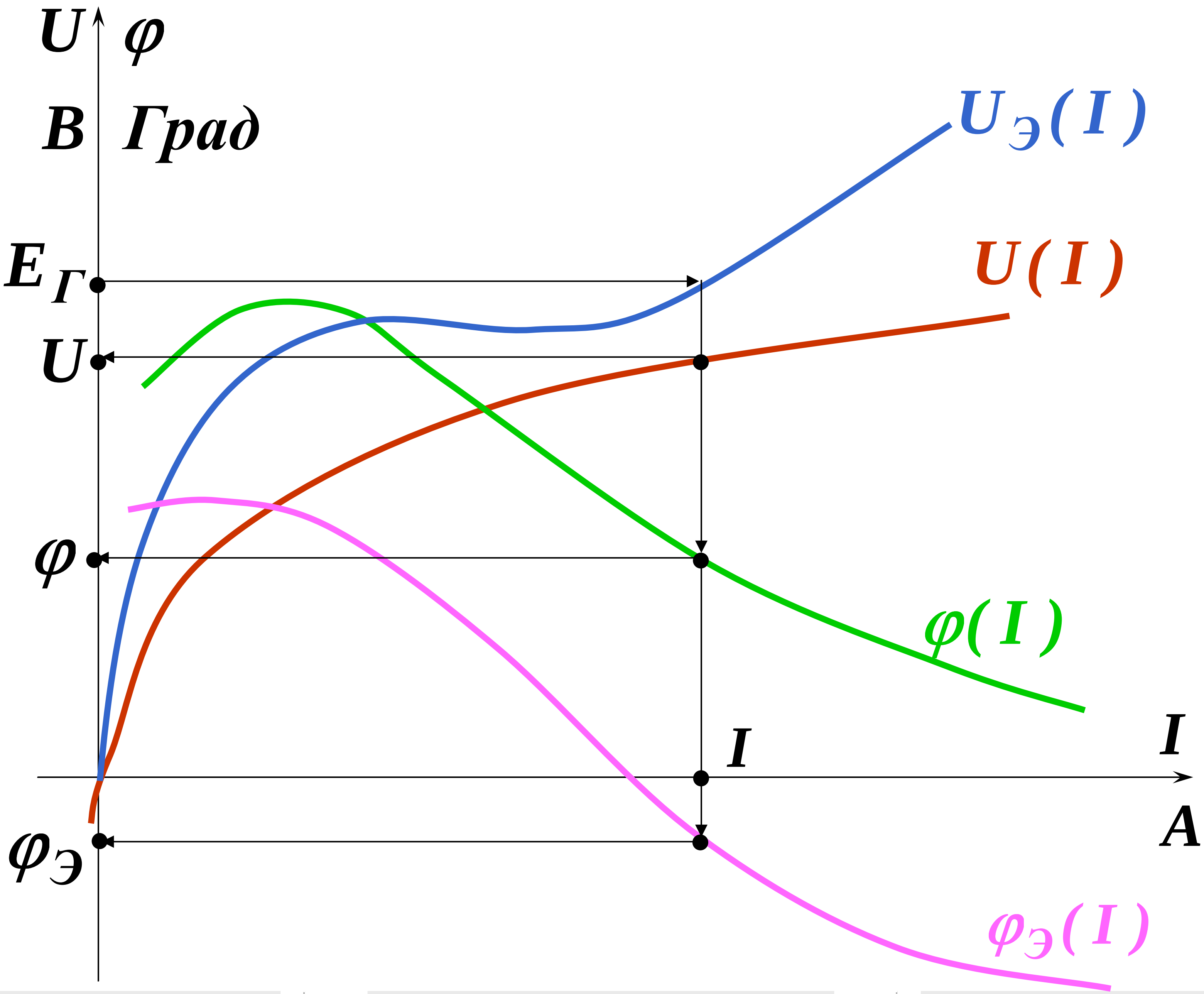
Задаемся другим значением $\underline{I}^{(2)} = I^{(2)} e^{j0°}$

и аналогично определяем

$U_Э^{(2)}$ и $\varphi_Э^{(2)}$

Строим эквивалентные характеристики $U_Э(I)$ и $\varphi_Э(I)$, по которым при $U_Э = E_Г$ графически находим

$$I, \varphi_Э, \varphi, U$$


U φ
В Град
$U_Э(I)$
$U(I)$
$E_Г$
U
φ
$φ(I)$
I
I
A
$φ_Э$
$φ_Э(I)$

В результате

$$\underline{I} = Ie^{j\beta}$$

$$\underline{U} = Ue^{j(\beta+\varphi)}$$

где

$$\beta = \alpha_{Г} - \varphi_{Э}$$

Рассчитываем

$$P = E_{\Gamma} I \cos\varphi_{Э}, \ Вт$$

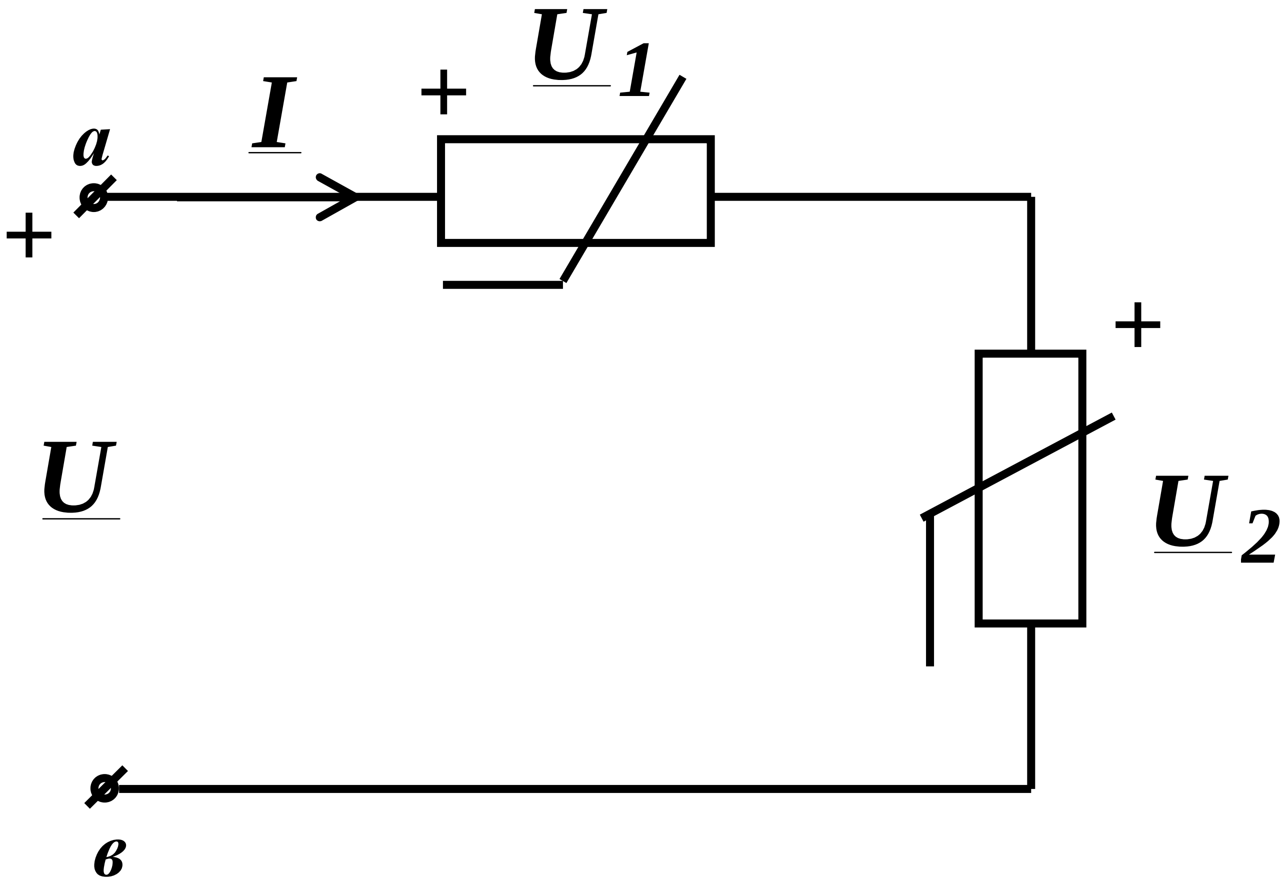
$$\underline{Z}_{н} = \frac{U}{I} e^{j\varphi}, \ Ом$$

При известном сопротивлении НЭ $\underline{Z}_н$ рассчитываем линейную цепь (ЛЦ)

2. Группы линейных и нелинейных элементов для упрощения схем при помощи законов Кирхгофа в комплексной форме

могут быть заменены эквивалентными НЭ с эквивалентными ВАХ и ФАХ

а) последовательное соединение



Дано: $\underline{U} = Ue^{j\alpha}$

$U_1(I),\ \varphi_1(I)$

$U_2(I),\ \varphi_2(I)$

Определить:

$\underline{I} = Ie^{j\beta}$

Задаемся током $\underline{I}^{(1)} = I^{(1)} \cdot e^{j0°}$ по характеристикам нелинейных элементов находим $U_1^{(1)},\ \varphi_1^{(1)}$ и $U_2^{(1)},\ \varphi_2^{(1)}$

По 2 закону Кирхгофа определяем входное напряжение

$$\underline{U}^{(1)} =$$

$$= \boldsymbol{U_1}^{(1)} \cdot \boldsymbol{e}^{j\varphi_1^{(1)}} + \boldsymbol{U_2}^{(1)} \cdot \boldsymbol{e}^{j\varphi_2^{(1)}}$$

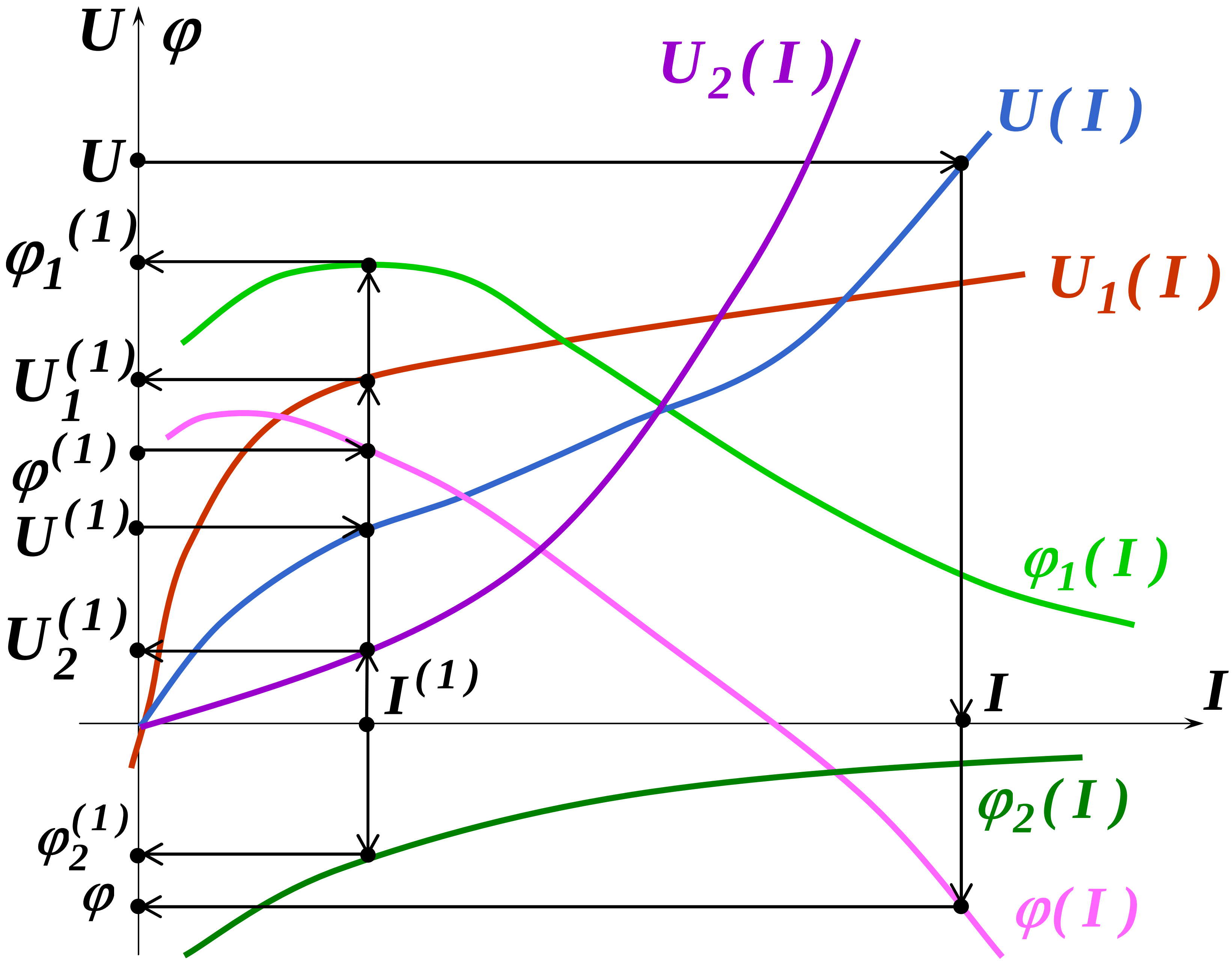
$$= U^{(1)} \cdot e^{j\varphi^{(1)}}$$

Задаемся другим значением тока $\underline{I}^{(2)} = I^{(2)} \cdot e^{j0^\circ}$,

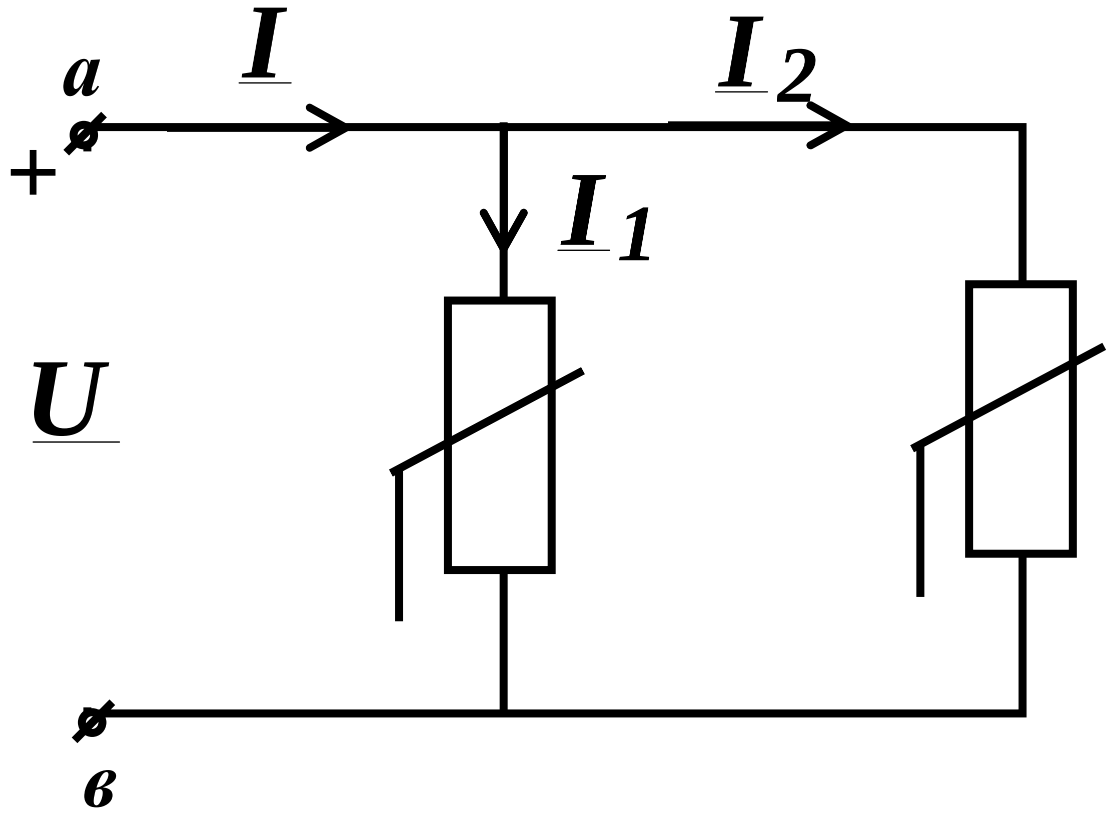
повторяем расчет и находим

$$\underline{U}^{(2)} = U^{(2)} \cdot e^{j\varphi^{(2)}}$$

Строим эквивалентные характеристики $U(I)$ и $\varphi(I)$, по которым графически находим I и φ, тогда $\underline{I} = Ie^{j(\alpha-\varphi)}$


U
φ
U
φ₁⁽¹⁾
U₁⁽¹⁾
φ⁽¹⁾
U⁽¹⁾
U₂⁽¹⁾
I⁽¹⁾
φ₂⁽¹⁾
φ
U₂(I)
U(I)
U₁(I)
φ₁(I)
I
I
φ₂(I)
φ(I)

б) параллельное соединение



Дано: $\underline{I} = Ie^{j\beta}$

$$U(I_1),\ \varphi_1(I_1)$$

$$U(I_2),\ \varphi_2(I_2)$$

Определить:

$$\underline{U} = Ue^{j\alpha}$$

Задаемся $\underline{U}^{(1)} = U^{(1)} \cdot e^{j0°}$

по характеристикам нелинейных элементов находим $I_1^{(1)},\ \varphi_1^{(1)}$ и

$I_2^{(1)},\ \varphi_2^{(1)}$

По 1 закону Кирхгофа определяем входной ток

$$\underline{I}^{(1)} =$$

$$= \boldsymbol{I_1}^{(1)} \cdot \boldsymbol{e}^{-j\varphi_1^{(1)}} + \boldsymbol{I_2}^{(1)} \cdot \boldsymbol{e}^{-j\varphi_2^{(1)}}$$

$$= I^{(1)} \cdot e^{-j\varphi^{(1)}}$$

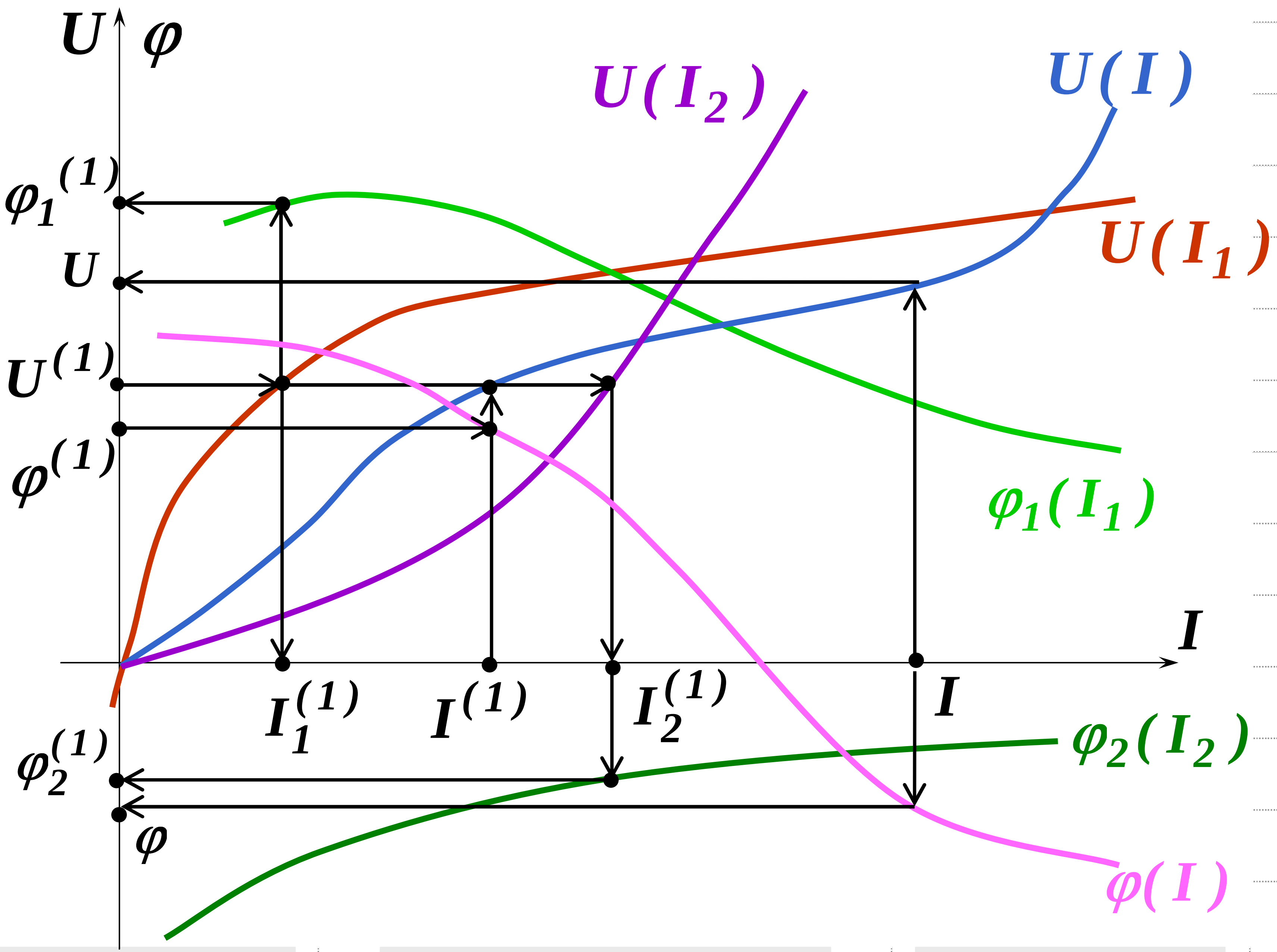
Задаемся другим напряжением

$$\underline{U}^{(2)} = U^{(2)} \cdot e^{j0^\circ}$$

повторяем расчет и находим

$$\underline{I}^{(2)} = I^{(2)} \cdot e^{-j\varphi^{(2)}}$$

Строим эквивалентные характеристики $U(I)$ и $\varphi(I)$, по которым графически находим U и φ, тогда $\underline{U} = Ue^{j(\beta+\varphi)}$



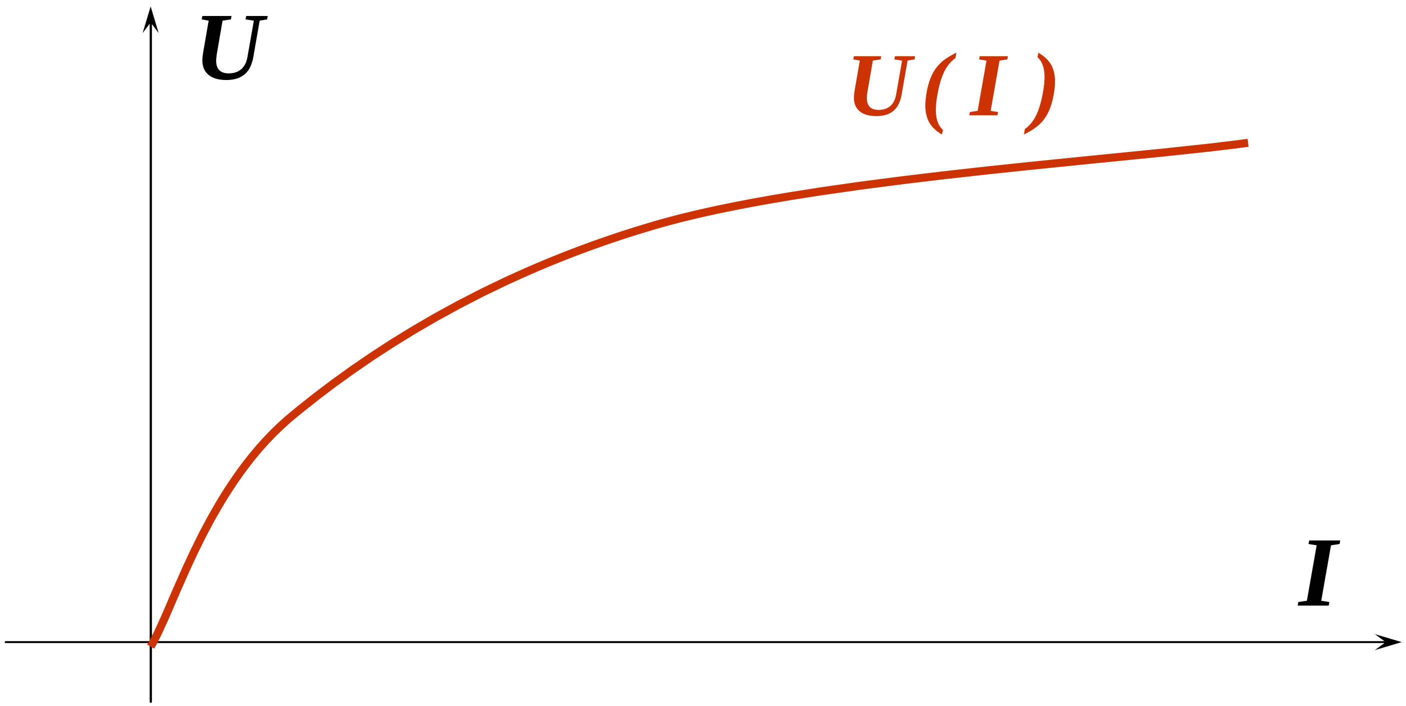
U
φ
U(I_2)
U(I)
φ_1^(1)
U
U(I_1)
U^(1)
φ^(1)
φ_1(I_1)
I
I_1^(1)
I^(1)
I_2^(1)
I
φ_2^(1)
φ_2(I_2)
φ
φ(I)

3. Метод итераций – используется для расчета сложных схем с применением вычислительной техники

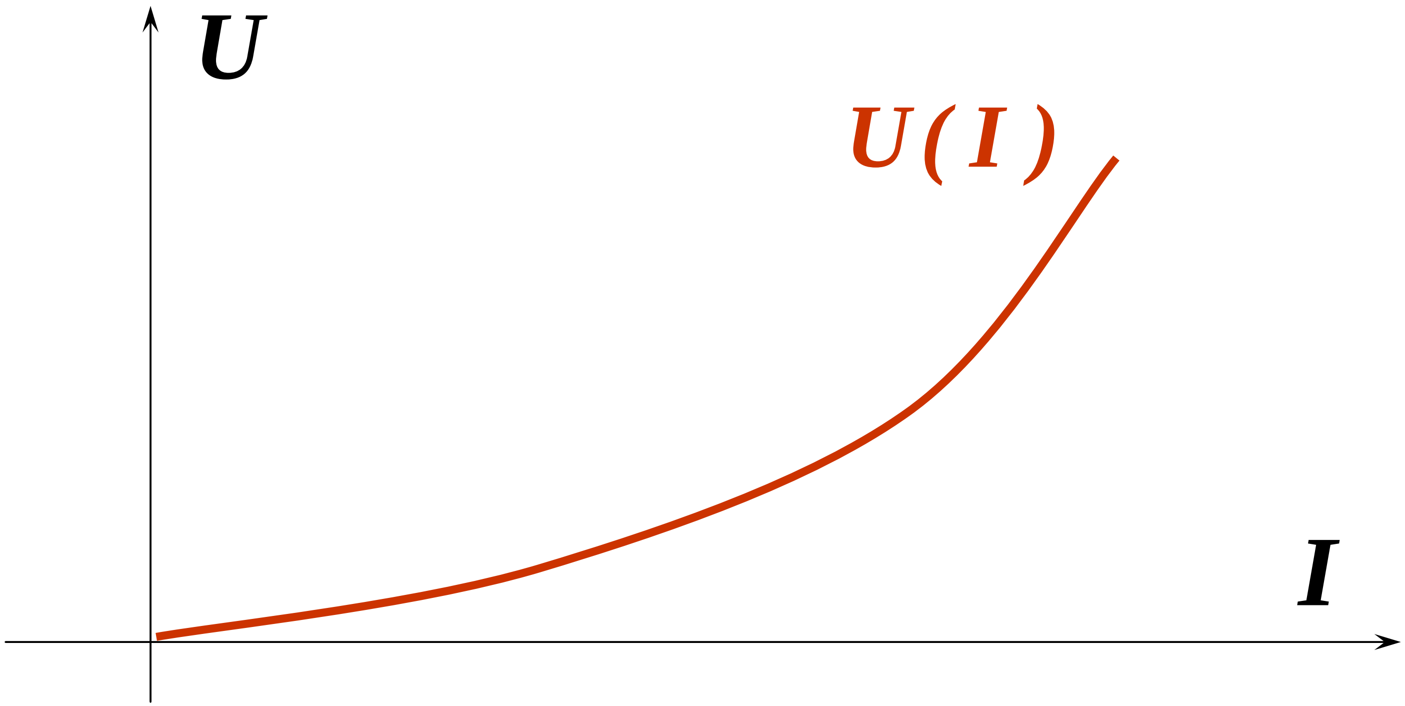
При этом нелинейные элементы представляются в виде неизвестных комплексных сопротивлений

$$\underline{Z}_{н} = \frac{U(I)}{I} \cdot e^{j\varphi(I)},\ Ом$$

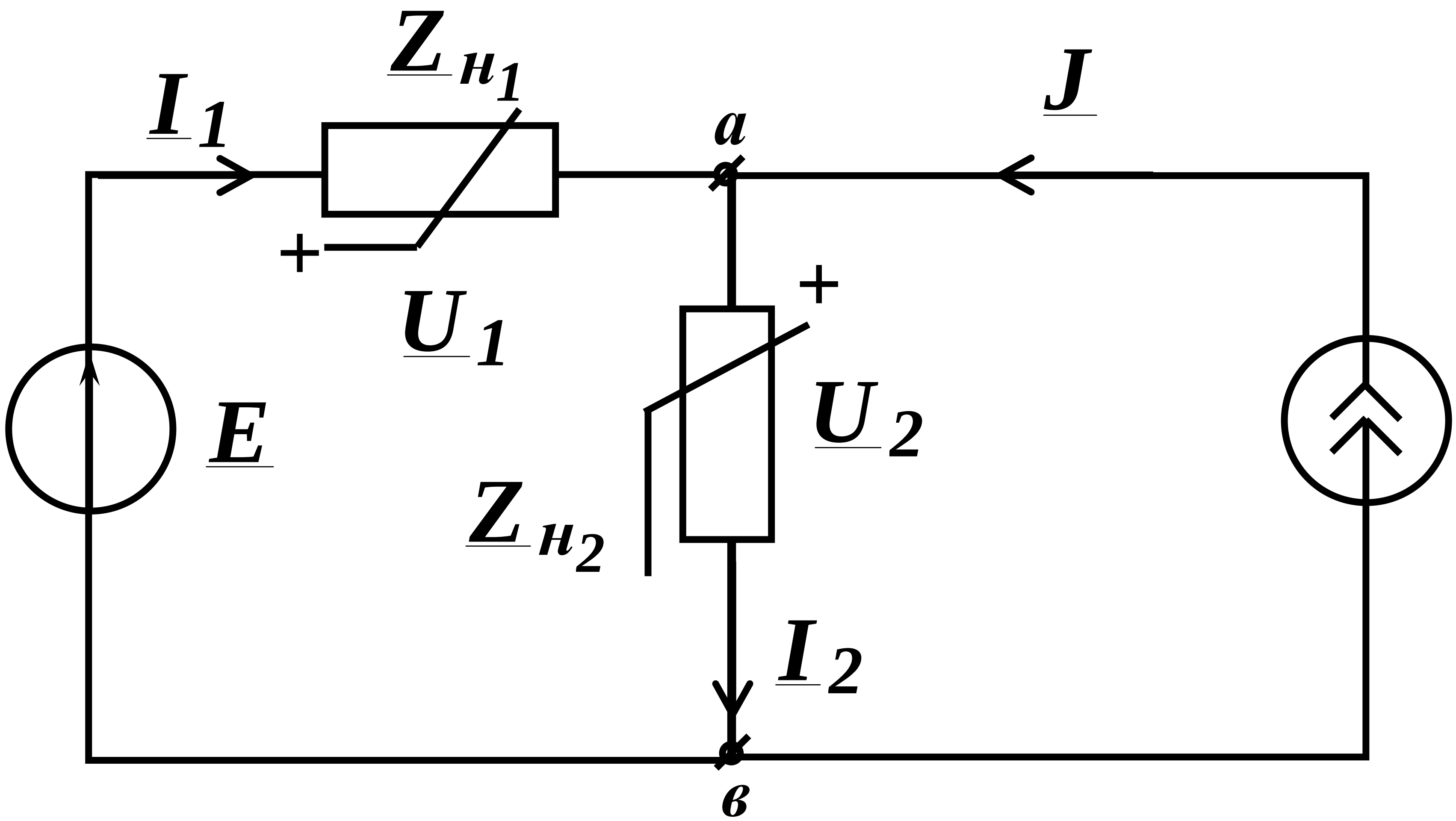
Затем при помощи любого метода расчета в комплексной форме составляются итерационные выражения а) для тока в НЭ, если ВАХ ***U(I)*** загибается к оси тока:



б) для напряжения в НЭ, если ВАХ ***U(I)*** загибается к оси напряжения:



Расчет ведется до тех пор, пока результаты не начнут повторяться



Z н1
I 1
a
J
+
U 1
+
U 2
E
Z н2
I 2
в

Дано: $\underline{E} = Ee^{j\alpha}$ $\underline{J} = Je^{j\beta}$

$$U_1(I_1),\ \varphi_1(I_1)$$

$$U_2(I_2),\ \varphi_2(I_2)$$

Определить:

$$\underline{I}_1,\ \underline{I}_2,\ \underline{U}_1,\ \underline{U}_2$$

Обозначим:

$$\underline{Z}_{н_1} = \frac{U_1(I_1)}{I_1} \cdot e^{j\varphi_1(I_1)},\ Ом$$

$$\underline{Z}_{н_2} = \frac{U_2(I_2)}{I_2} \cdot e^{j\varphi_2(I_2)},\ Ом$$

По методу узловых потенциалов:

$$\underline{\varphi}_{\mathbf{в}} = 0$$

$$\underline{\varphi}_{\mathbf{a}}\left[\frac{1}{\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{н}_1}} + \frac{1}{\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{н}_2}}\right] = \frac{\underline{\mathbf{E}}}{\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{н}_1}} + \underline{\mathbf{J}}$$

Тогда

$$\underline{\varphi}_{\mathbf{a}} = \frac{\underline{\mathbf{E}} + \underline{\mathbf{J}} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{н}_1}}{1 + \dfrac{\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{н}_1}}{\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{н}_2}}}$$

Итерационные выражения

$$\underline{\mathbf{U}}_1 = \underline{\mathbf{E}} - \underline{\varphi}_{\mathbf{a}} = \frac{(\underline{\mathbf{E}} - \underline{\mathbf{J}} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{н}_2}) \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{н}_1}}{\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{н}_1} + \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{н}_2}},\ \mathbf{В}$$

$$\underline{\mathbf{I}}_2 = \frac{\underline{\varphi}_{\mathbf{a}} - \underline{\varphi}_{\mathbf{в}}}{\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{н}_2}} = \frac{(\underline{\mathbf{E}} + \underline{\mathbf{J}} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{н}_1})}{\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{н}_1} + \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{н}_2}},\ \mathbf{A}$$

Задаемся $\boldsymbol{U_1 = \ldots\ B}$ $\boldsymbol{I_2 = \ldots\ A}$

Находим по ВАХ и ФАХ:

$\boldsymbol{I_1 = \ldots\ A}$ $\boldsymbol{\varphi_1 = \ldots\ \text{Град}}$

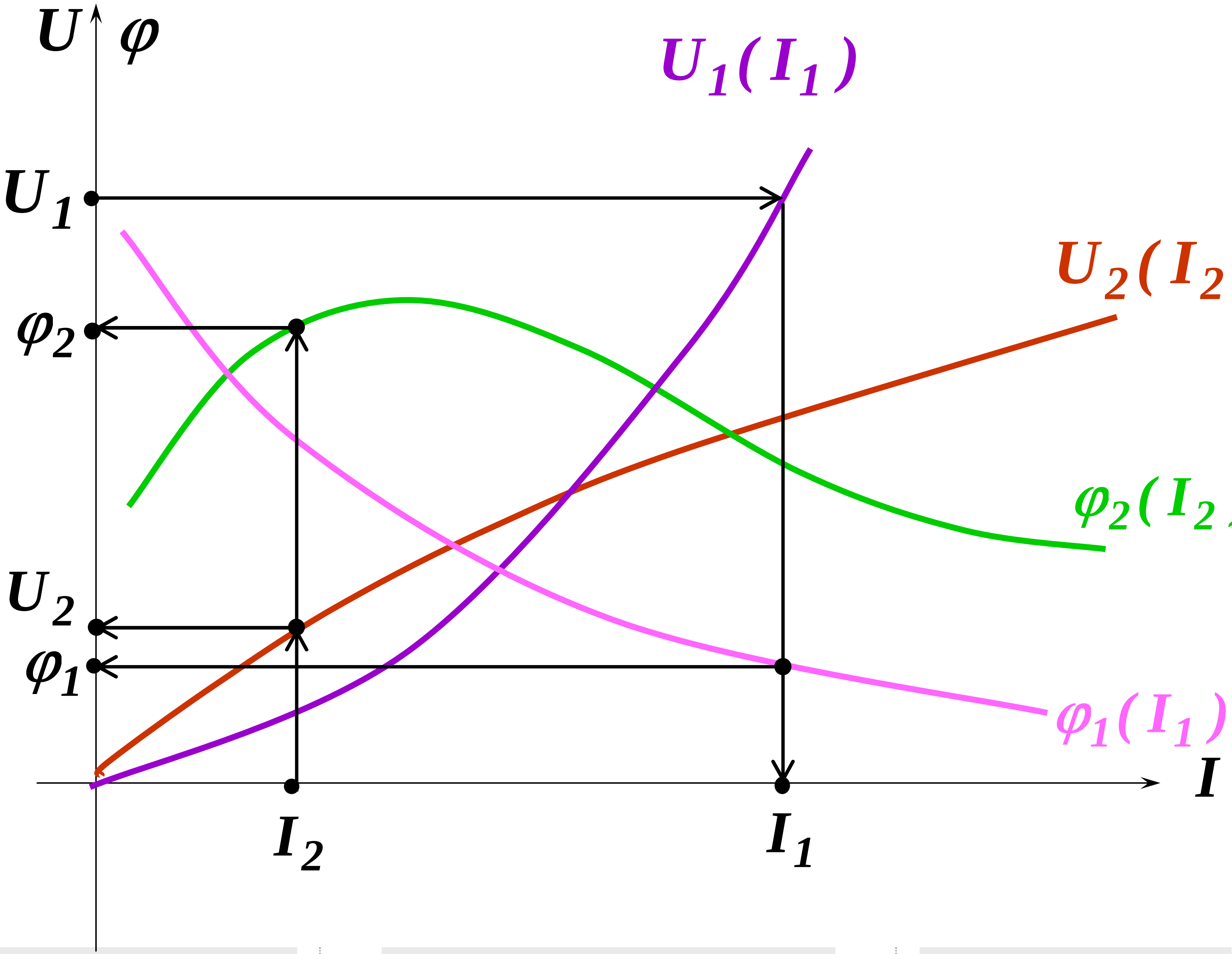
$\boldsymbol{U_2 = \ldots\ B}$ $\boldsymbol{\varphi_2 = \ldots\ \text{Град}}$

Рассчитываем

$$\underline{Z}_{н_1},\ \underline{Z}_{н_2},\ \underline{U}_1,\ \underline{I}_2$$

Находим по ВАХ и ФАХ:

$$I_1,\ U_2,\ \varphi_1,\ \varphi_2\ \text{ и т.д.}$$


U φ
U1(I1)
U1
U2(I2)
φ2
φ2(I2)
U2
φ1
φ1(I1)
I
I2
I1