12 лекция

Расчет переходных процессов комбинированным

операторно-классическим методом

Используется для расчета переходных процессов в линейных цепях с гармоническими источниками

Цель метода – упрощение операторных изображений искомых напряжений и токов

Сущность метода – применение принципа наложения

Когда принужденные составляющие находятся из расчета установившегося режима после коммутации а свободные составляющие определяются из расчета операторной схемы (после коммутации)

Порядок расчета

1. Определяются ННУ:

$$i_L(0_-) = i_L(0) = ?$$

$$u_C(0_-) = u_C(0) = ?$$

2. Определяются принужденные составляющие тока в индуктивности, напряжения емкости и искомых величин, например,

$$i_{пр}(t)$$

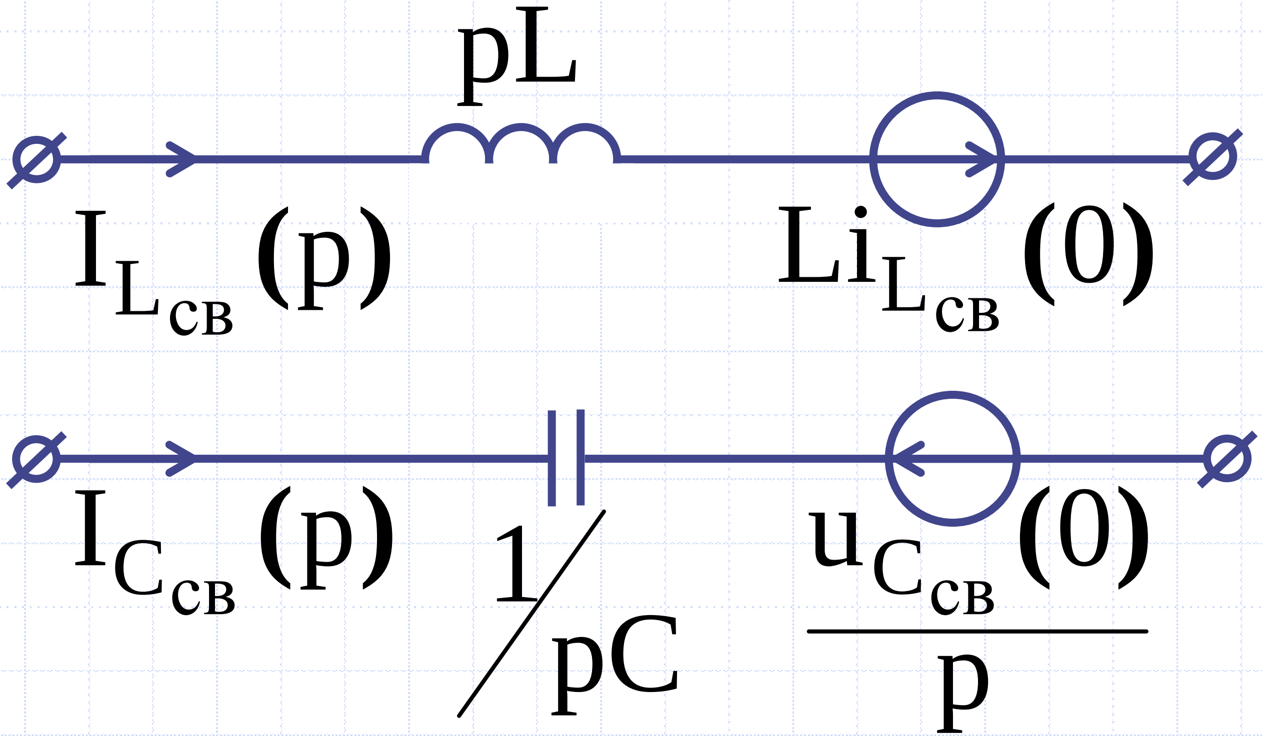
3. Определяются значения свободных составляющих при $t = 0$:

$$i_{L_{св}}(0) = i_L(0) - i_{пр_L}(0)$$

$$u_{C_{св}}(0) = u_C(0) - u_{пр_C}(0)$$

4. Рассчитывается операторная схема для свободных составляющих, где источники ЭДС закорочены, ветви с источниками тока разорваны,

Причем индуктивности и емкости изображаются так:



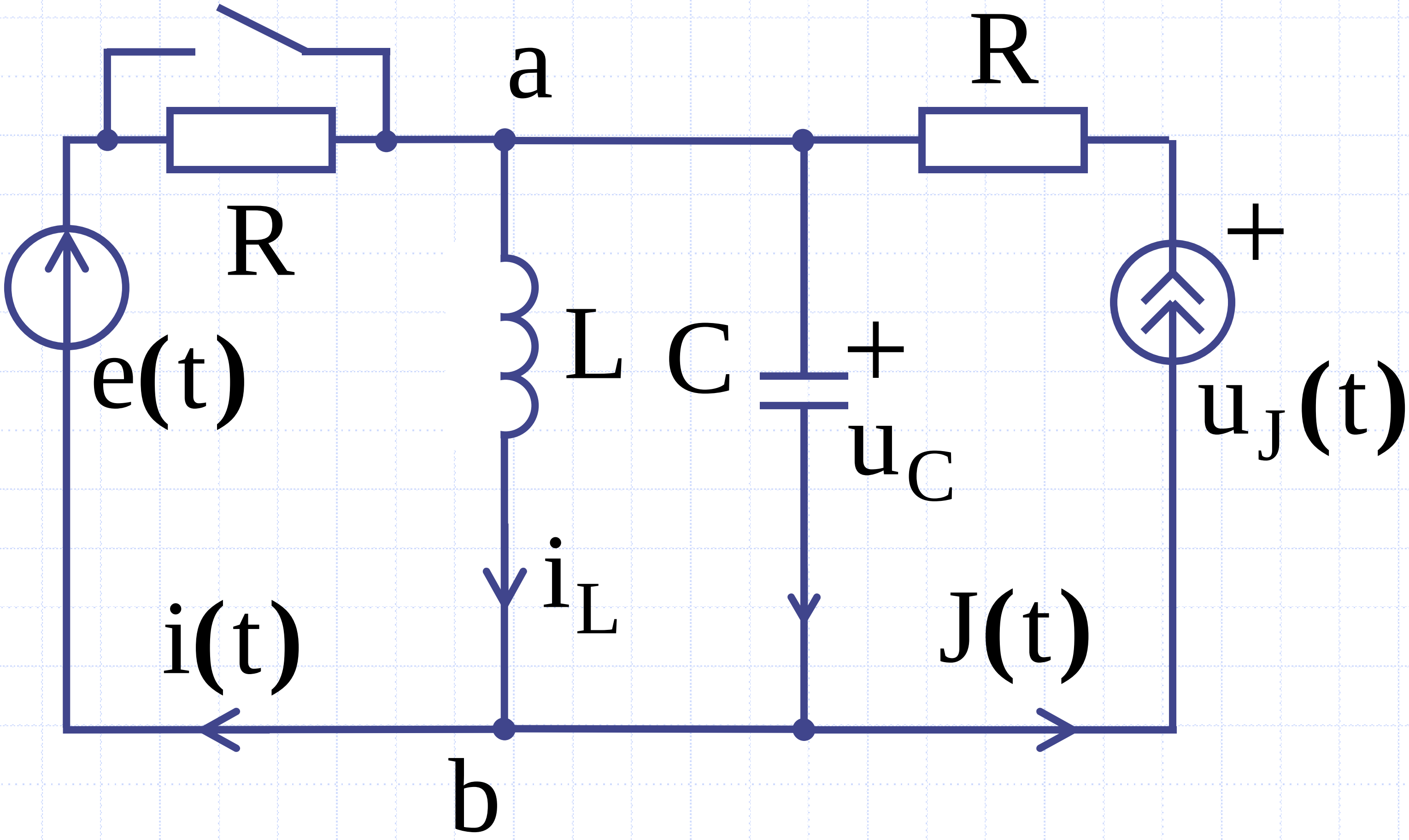
Находится операторное изображение свободной составляющей, например,

$$I_{св}(p) = \frac{D(p)}{B(p)}$$

5. По теореме разложения и принципу наложения находим

$$i(t) = i_{пр}(t) + \underbrace{\sum_{k=1}^{n} \frac{D(p_k)}{B'(p_k)} e^{p_k t}}_{i_{св}(t)}$$

Пример:



Дано:

$$e(t) = 200\sin(100t + 90^{\circ}),\ \text{В}$$

$$J(t) = 1\sin 100t,\ \text{А}$$

$$R = 100\ \text{Ом} \quad L = 1\ \text{Гн}$$

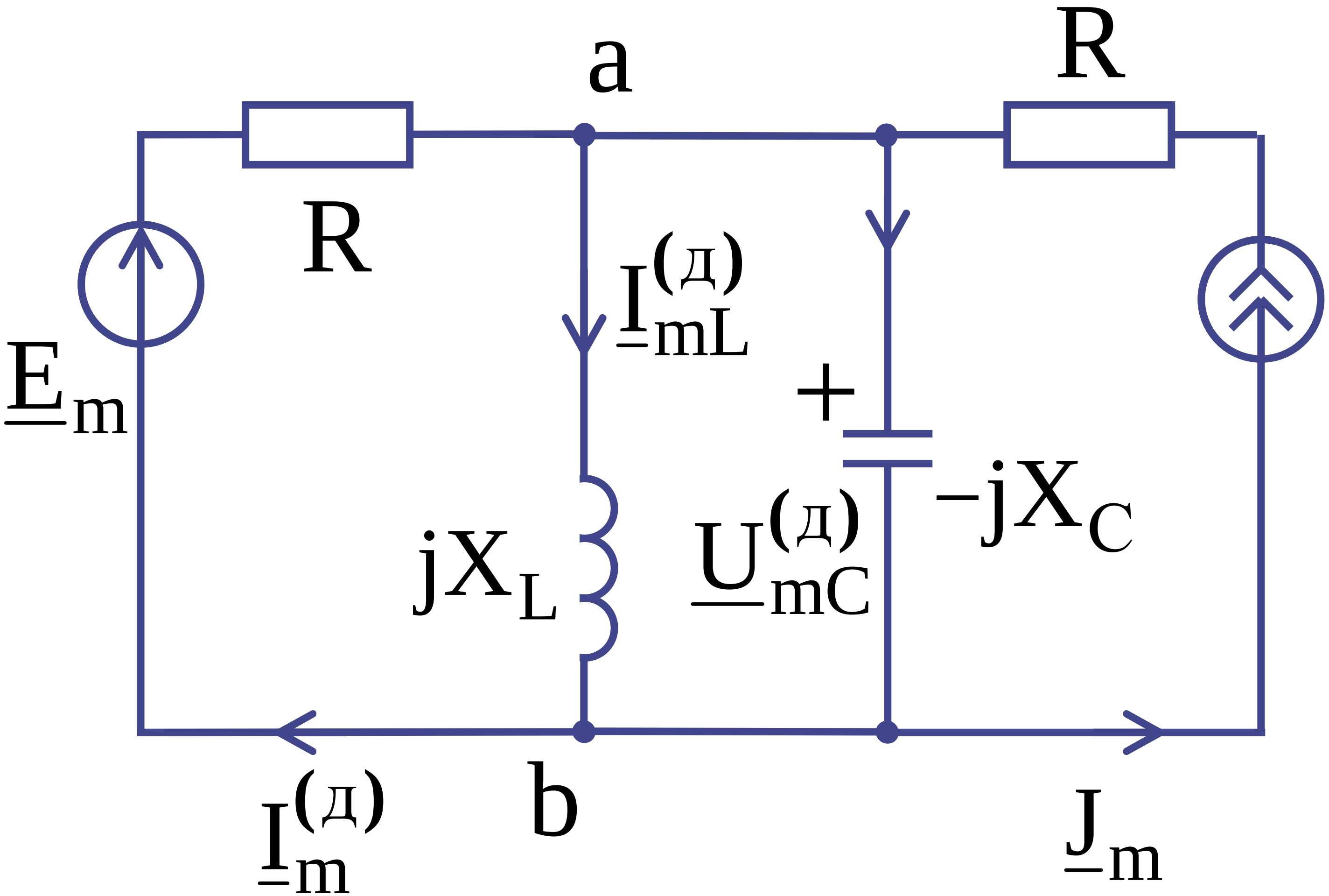
$$C = 100\ \text{мкФ}$$

Определить: $i(t) = ?\quad u_J(t) = ?$

1. Определяем ННУ $(t = 0\_)$:

$$i_L(0\_) = i_L(0) = ?$$

$$u_C(0\_) = u_C(0) = ?$$


a
R
R
E_m
I_mL^(д)
+
-jX_C
jX_L
U_mC^(д)
I_m^(д)
b
J_m

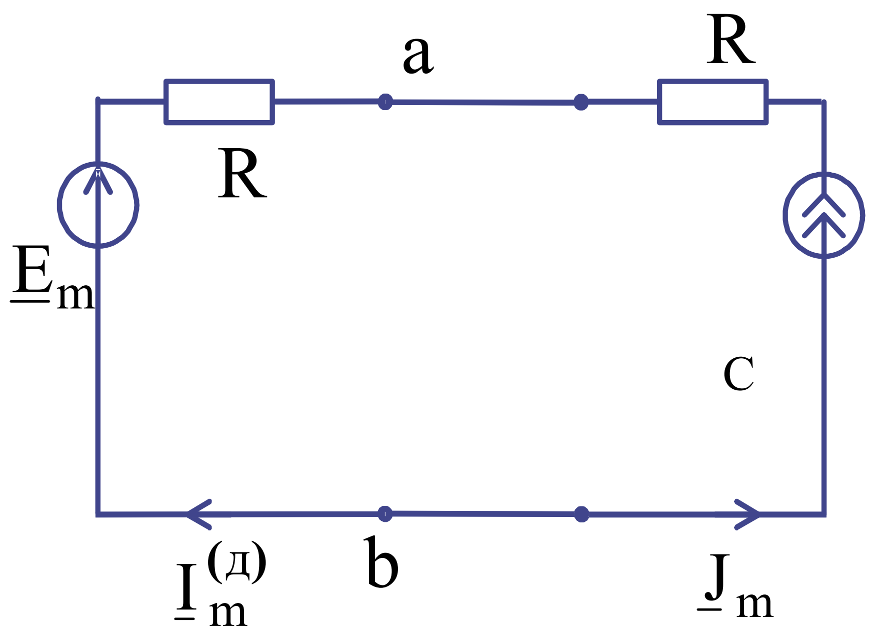
Символический метод:

$$\underline{E}_m = 200e^{j90^\circ}\ \text{В}$$

$$\underline{J}_m = 1e^{j0^\circ}\ \text{А}$$

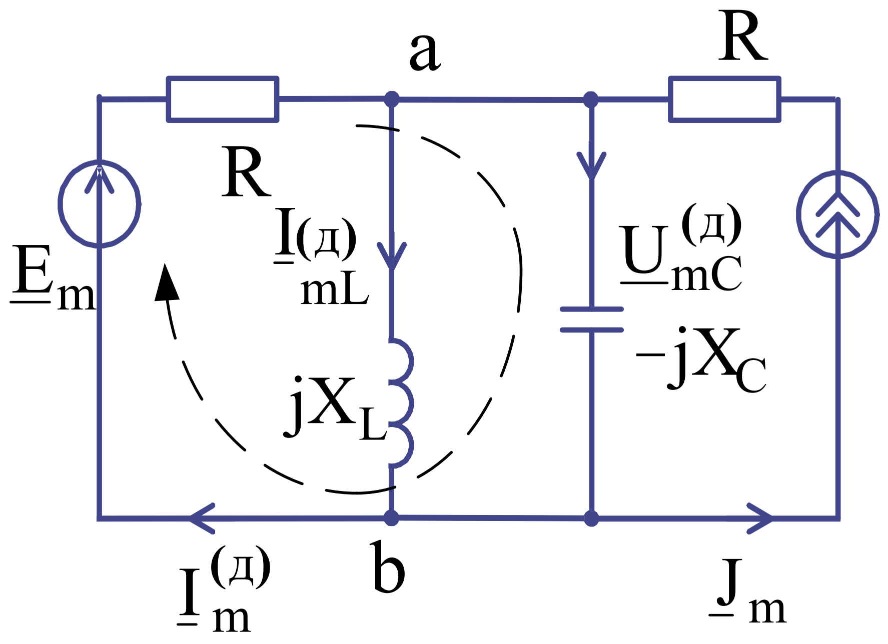
$$X_L = \omega L = 100\ \text{Ом}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 100\ \text{Ом}$$



Т.к. $$\underline{Z}_{ab} = \frac{jX_L(-jX_C)}{jX_L - jX_C} = \infty$$

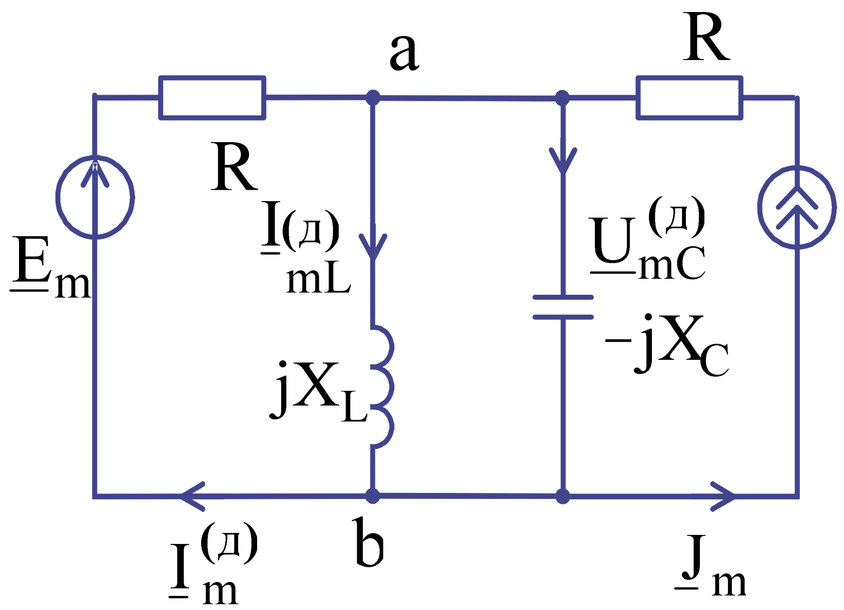
то $$\underline{I}_m^{(д)} = -\underline{J}_m$$



Тогда $$\underline{U}^{(д)}_{mC} = \underline{E}_m - \underline{I}^{(д)}_m R =$$

$$= 200e^{j90^\circ} + 2e^{j0^\circ} \cdot 100 =$$

$$= 282e^{j45^\circ}\ \text{B}$$



$$\underline{I}^{(д)}_{mL} = \frac{\underline{U}^{(д)}_{mC}}{jX_L} = \frac{282e^{j45^\circ}}{j100} =$$

$$= 2{,}82e^{-j45^\circ}\ \text{A}$$

В результате

$$i_L^{(д)} = 2{,}82\,\mathbf{sin(}100t - 45^\circ\mathbf{)}\ \text{А}$$

$$u_C^{(д)} = 282\,\mathbf{sin(}100t + 45^\circ\mathbf{)}\ \text{В}$$

Тогда ННУ

$$i_L(0) = i_L^{(\text{д})}(0) =$$

$$= 2{,}82\,\mathbf{sin}(-45^\circ) = -2\ \text{A}$$

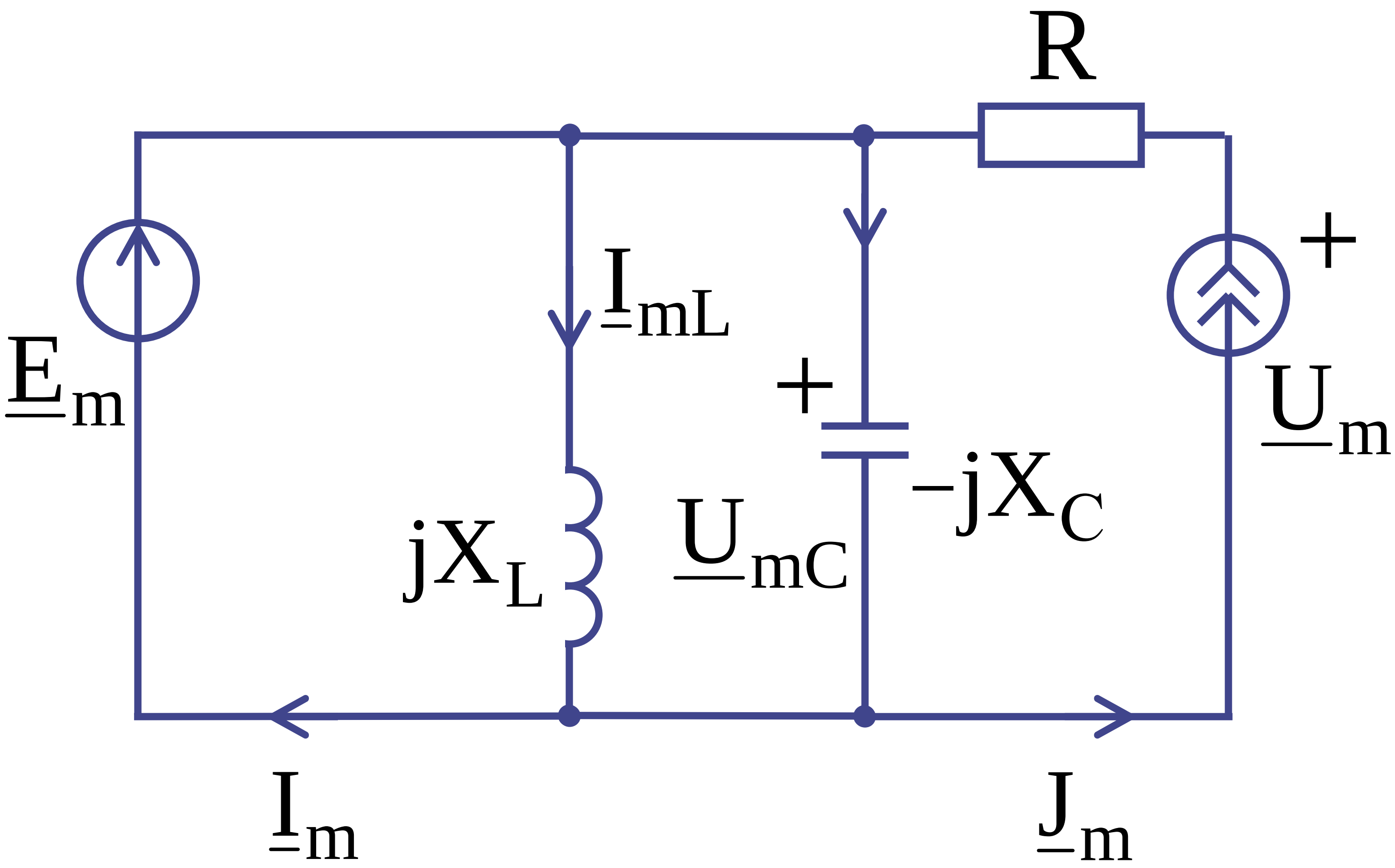
$$u_C(0) = u_C^{(\text{д})}(0) =$$

$$= 282\,\mathbf{sin}(45^\circ) = 200\ \text{B}$$

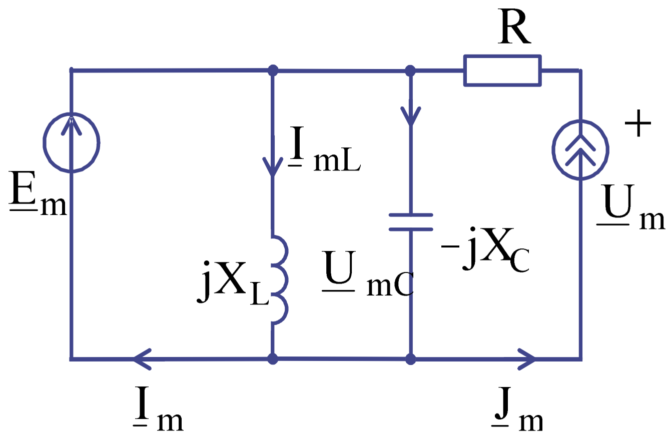
2. Определяем принужденные составляющие $(t=\infty)$:

$$i_{\text{пр}_L}(t)=?\qquad u_{\text{пр}_C}(t)=?$$

$$i_{\text{пр}}(t)=?\qquad u_{\text{пр}_J}(t)=?$$


R
$\underline{I}_{mL}$
+
$\underline{E}_m$
+
$-jX_C$
$\underline{U}_m$
jX_L
$\underline{U}_{mC}$
$\underline{I}_m$
$\underline{J}_m$

$$X_L = X_C$$



$$\underline{U}_{mC} = \underline{E}_m = 200e^{j90^\circ}\ \text{B}$$

$$\underline{I}_{mL} = \underline{U}_{mC} \big/ jX_L = 2e^{j0^\circ}\ \text{A}$$

$$\underline{I}_m = -\underline{J}_m = 2e^{j180^\circ}\ \text{A}$$

$$\underline{U}_m = R\underline{J}_m + \underline{U}_{mC} = 282e^{j45^\circ}\ \text{B}$$

$$\underline{I}_{mL} = \frac{U_{mC}}{jX_L} = 2e^{j0^\circ}\ A$$

Тогда $$i_{пр_L}(t) = 2\sin 100t\ A$$

$$u_{пр_C}(t) = 200\sin(100t + 90^\circ)\ B$$

$$i_{пр}(t) = 2\sin(100t + 180^\circ)\ A$$

$$u_{пр_J}(t) = 282\sin(100t + 45^\circ)\ B$$

3. Определяем значения свободных составляющих при $t = 0$:

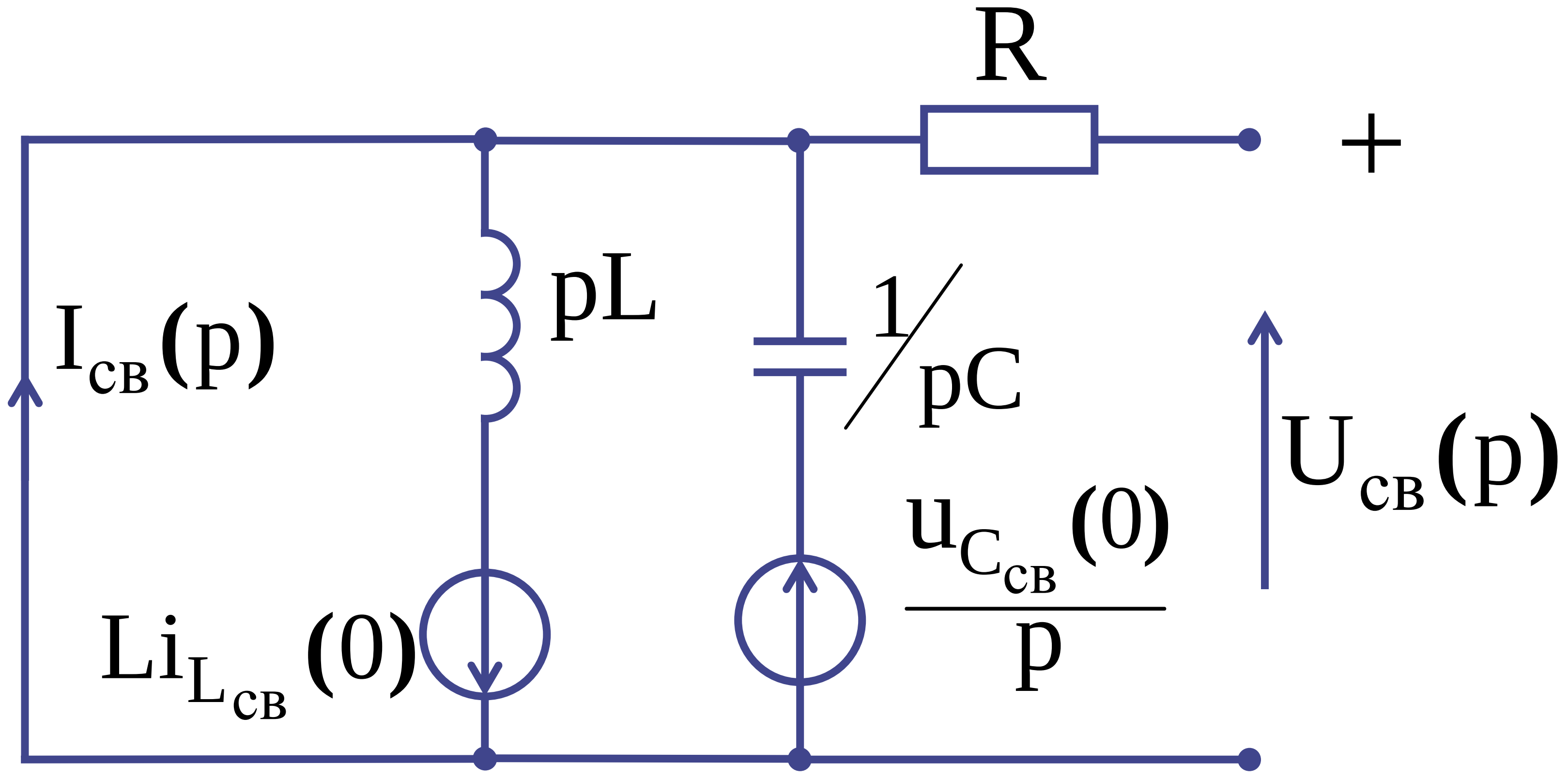
$$i_{L_{св}}(0) = i_L(0) - i_{пр_L}(0) =$$

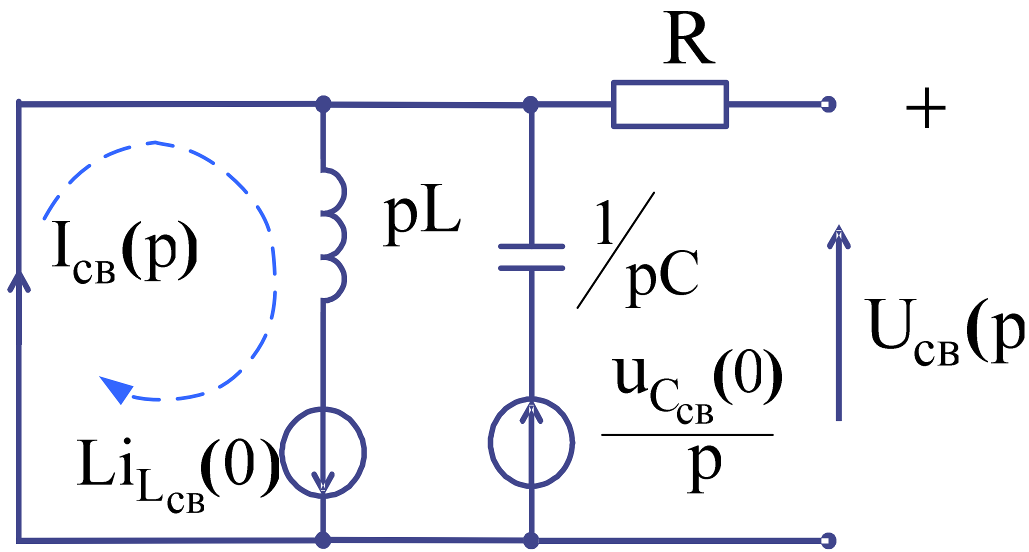
$$= -2 - 2\sin 0 = -2 \text{ A}$$

$$u_{C_{св}}(0) = u_C(0) - u_{пр_C}(0) =$$

$$= 200 - 200\sin 90^\circ = 0\ \text{В}$$

4. Операторная схема после коммутации для свободных составляющих


R
+
pL
1/pC
I_св(p)
U_св(p)
u_Cсв(0)/p
Li_Lсв(0)



$$I_{св}(p) = \frac{Li_{L_{св}}(0)}{pL} = -\frac{2}{p} = \frac{D(p)}{B(p)}$$

$$U_{св}(p) = 0$$

Окончательный результат:

$$i(t) = i_{пр}(t) + \sum_{k=1}^{n=1} \frac{D(p_k)}{B'(p_k)} e^{p_k t} =$$

$$= 2\sin(100t + 180^\circ) - 2,\ A$$

$$u_J(t) = u_{\text{пр}J}(t) + \cancel{u_{\text{св}}(t)}^{\,0} =$$

$$= 282\,\mathbf{sin}(100t + 45^\circ),\ \text{В}$$

Метод переменных состояния

Метод переменных состояния

Уравнения состояния в матричной форме

$$[X'(t)] = [A] \cdot [X(t)] + [B] \cdot [F(t)] \quad ①$$

Где $[X'(t)]$ – матрица-столбец производных от токов в индуктивностях и напряжений в емкостях (n - элементов)

[A] – квадратная матрица коэффициентов при переменных состояния (n – строк и n – столбцов)

[X(t)] – матрица-столбец переменных состояния (n – элементов)

$[F(t)]$ – матрица-столбец (независимых) источников ЭДС и тока (m – элементов)

[B] – прямоугольная матрица связи, состоящая из коэффициентов перед источниками ЭДС и тока (n – строк, m – столбцов)

Алгебраические уравнения для выходных величин в матричной форме

$$[Y(t)] = [C] \cdot [X(t)] + [D] \cdot [F(t)] \quad (2)$$

Где $[Y(t)]$ – матрица-столбец выходных величин (k - элементов)

[C] – прямоугольная матрица связи выходных величин с переменными состояния (k – строк, n – столбцов)

[D] – прямоугольная матрица связи выходных величин с источниками (k – строк, m – столбцов)

Порядок расчета

1. Из расчета схемы до коммутации определяются ННУ $i_L(0\_)=i_L(0)=?$

$$u_C(0\_)=u_C(0)=?$$

2. Для схемы после коммутации по законам Кирхгофа с 1 авля 2 и уравнения и

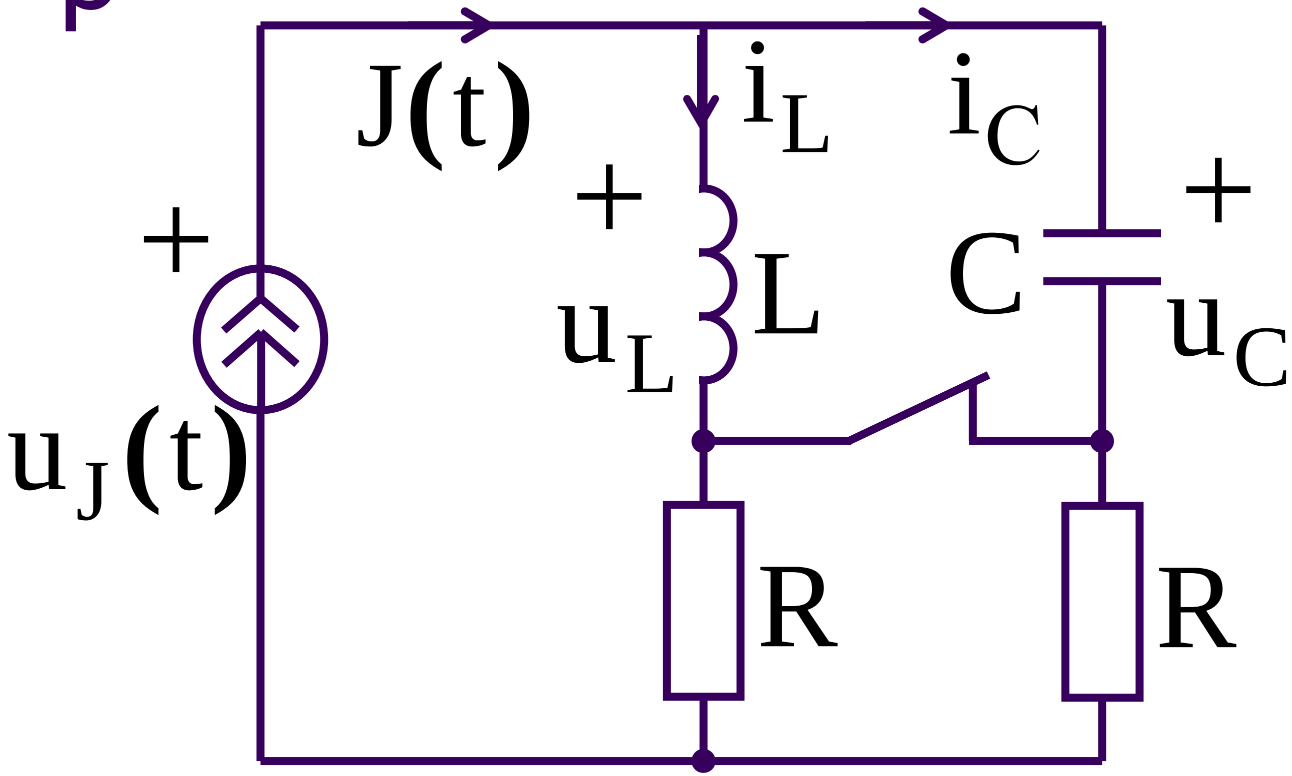
3. По специальным

программам на ЭВМ реша 1

2 авнения и получаем численные

значения для $Y(t)$

Приме
р



Дано:

$$J(t) = 1\,\text{А} \qquad R = 100\,\text{Ом}$$

$$L = 1\,\text{Гн} \qquad C = 10\,\text{мкФ}$$

Определить:

$$u_J(t) = ?$$

1. Определяем независимые начальные условия:

$$i_L(0) = i_L(0\_) = J(0) = 1\,A$$

$$u_C(0) = u_C(0\_) = 0$$

2. Для схемы после коммутации по законам Кирхгофа составляем уравнения 1 и 2

$n=2$ $m=1$

$k=1$

$$J(t) = i_L + i_C$$

$$u_J(t) = u_L + Ri_L$$

$$0 = u_L + Ri_L - u_C - Ri_C$$

Тогда $i_C = C\frac{du_C}{dt} = -i_L + J(t)$

$$u_L = L\frac{di_L}{dt} = -Ri_L + u_C + Ri_C =$$

$$= -Ri_L + u_C + R\left[-i_L + J(t)\right]$$

В результате

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{2R}{L} \cdot i_L + \frac{1}{L} \cdot u_C + \frac{R}{L} \cdot J(t)$$

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{C} \cdot i_L + 0 \cdot u_C + \frac{1}{C} \cdot J(t)$$

Тогда

$$\begin{bmatrix} i_L' \\ u_C' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2R/L & 1/L \\ -1/C & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R/L \\ 1/C \end{bmatrix} \cdot [J(t)]$$

1

Где

$$[A] = \begin{bmatrix} -2R/L & 1/L \\ -1/C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -200 & 1 \\ -10^5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} R/L \\ 1/C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 10^5 \end{bmatrix}$$

$$u_J(t) = u_C + Ri_C = u_C + R\left[-i_L + J(t)\right] =$$

$$= -Ri_L + u_C + R \cdot J(t)$$

Тогда

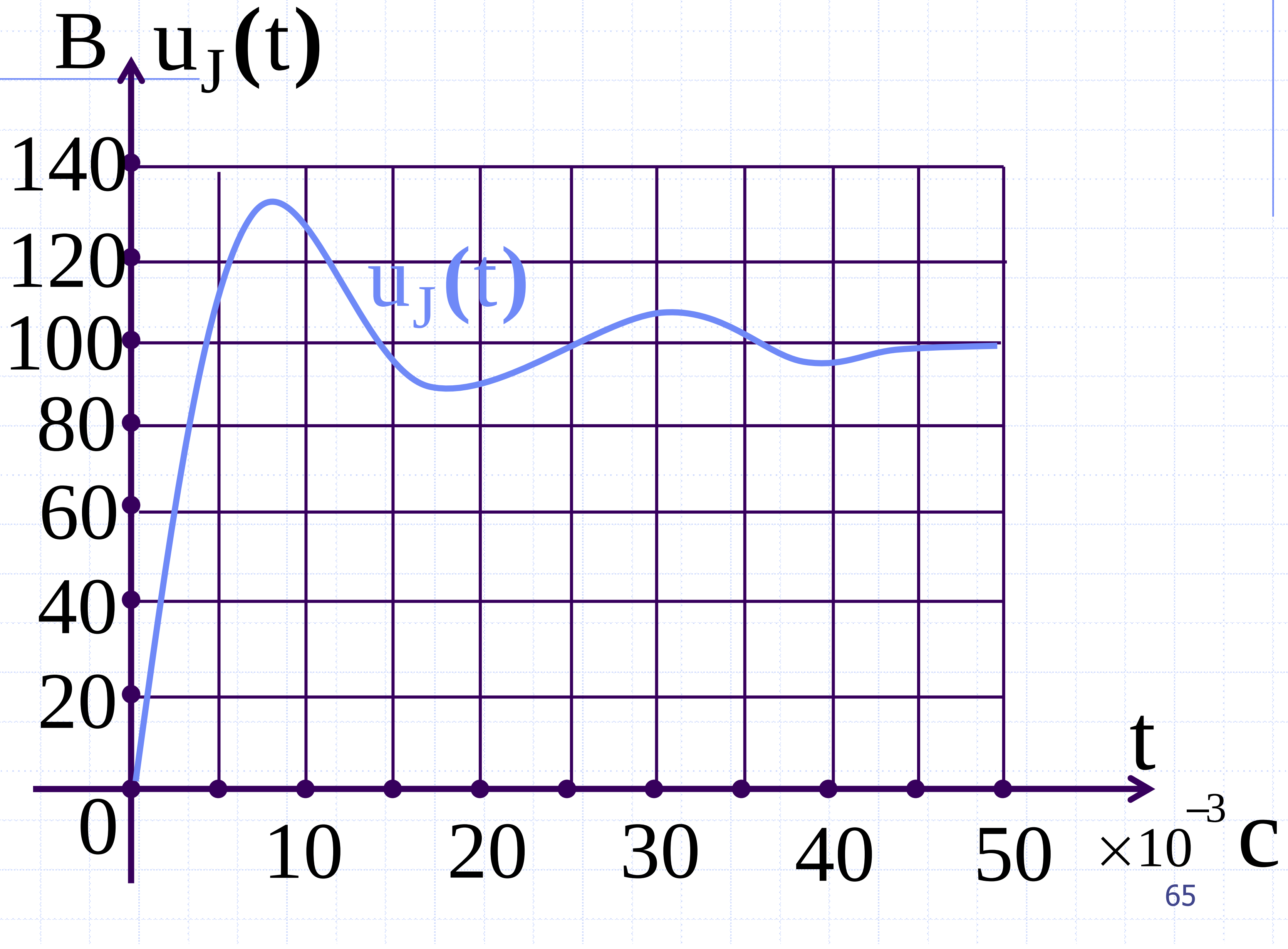
$$\left[u_J(t)\right]=\left[-R \quad 1\right]\cdot\begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix}+\left[R\right]\cdot\left[J(t)\right]$$

2

Где

$$[C]=[-R \quad 1]=[-100 \quad 1]$$

$$[D]=[R]=[100]$$


B
$u_J(t)$
140
120
100
80
60
40
20
0
$u_J(t)$
t
10
20
30
40
50
$\times 10^{-3}$ c

Примечание: для MATHCAD

$$T = 0{,}05 \qquad h = T/1000 \qquad R = 100$$

$$K = 0 \ldots 1000 \qquad C = 10 \cdot 10^{-6}$$

$$J = 1 \qquad L = 1$$

$$iL_0 = 1 \qquad uC_0 = 0 \qquad uJ_0 = 0$$

$$\begin{bmatrix} t_{(k+1)} \\ iL_{(k+1)} \\ uC_{(k+1)} \\ uJ_{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_k + h \\ iL_k + \left(-\frac{2R}{L} \cdot iL_k + \frac{1}{L} \cdot uC_k + \frac{R}{L} \cdot J \right) \cdot h \\ uC_k + \left(-\frac{1}{C} \cdot iL_k + \frac{1}{C} \cdot J \right) \cdot h \\ -R \cdot iL_k + uC_k + R \cdot J \end{bmatrix}$$