10 лекция

Расчет переходного процесса в цепях 2-го порядка классическим методом.

Выражаем искомые величины, используя законы Кирхгофа в схеме после коммутации, через одну из величин :

А) $u_C(t)$

$i_C(t)$

В) $i_L(t)$

$u_L(t)$

Порядок расчёта

- 1. p_1, p_2 - ?.
- 2. ННУ ($i_L(0-)$;$U_C(0-)$)
- 3. ЗНУ

А) $i_C(0+)$ В) $U_L(0+)$

- 4. Принуждённые составляющие:

А) U_Cпр - ? В) i_L пр - ?

i_Cпр=0 U_L пр=0

- 5. A_1, A_2 - ? (t=0+)

Если корни $p_{1,2}$ вещественные разные, то

А) $$\begin{cases} A_1 + A_2 = u_C(0) - u_{спр}; \\ A_1 p_1 + A_2 p_2 = \dfrac{i_C(0)}{C} \end{cases}$$

В) $$\begin{cases} A_1 + A_2 = i_L(0) - i_{Lпр}; \\ A_1 p_1 + A_2 p_2 = \dfrac{u_L(0)}{L} \end{cases}$$

Если корни $p_{1,2}$ комплексно-сопряжённые:

$$\mathbf{p_{1,2} = -\delta_{св} \pm j\omega_{св}}$$

Тогда:

А)

$$\begin{cases} u_C(0-) = u_{C\text{пр}} + A \cdot \cos(\alpha) \\ \dfrac{i_C(0+)}{C} = -\delta_{\text{св}} \cdot A \cdot \cos(\alpha) - A \cdot \omega_{\text{св}} \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

В)

$$\begin{cases} i_L(0-) = i_{L\text{пр}} + A \cdot \cos(\alpha) \\ \dfrac{u_L(0+)}{L} = -\delta_{\text{св}} \cdot A \cdot \cos(\alpha) - A \cdot \omega_{\text{св}} \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

- 6. Промежуточные величины

(корни $p_{1,2}$ вещественные разные)

А) $$u_C(t) = u_{спр} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = C(A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t})$$

В) $$i_L(t) = i_{Lпр} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

$$u_L(t) = L\frac{di_L}{dt} = L(A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t})$$

(корни комплексно-сопряжённые)

А)

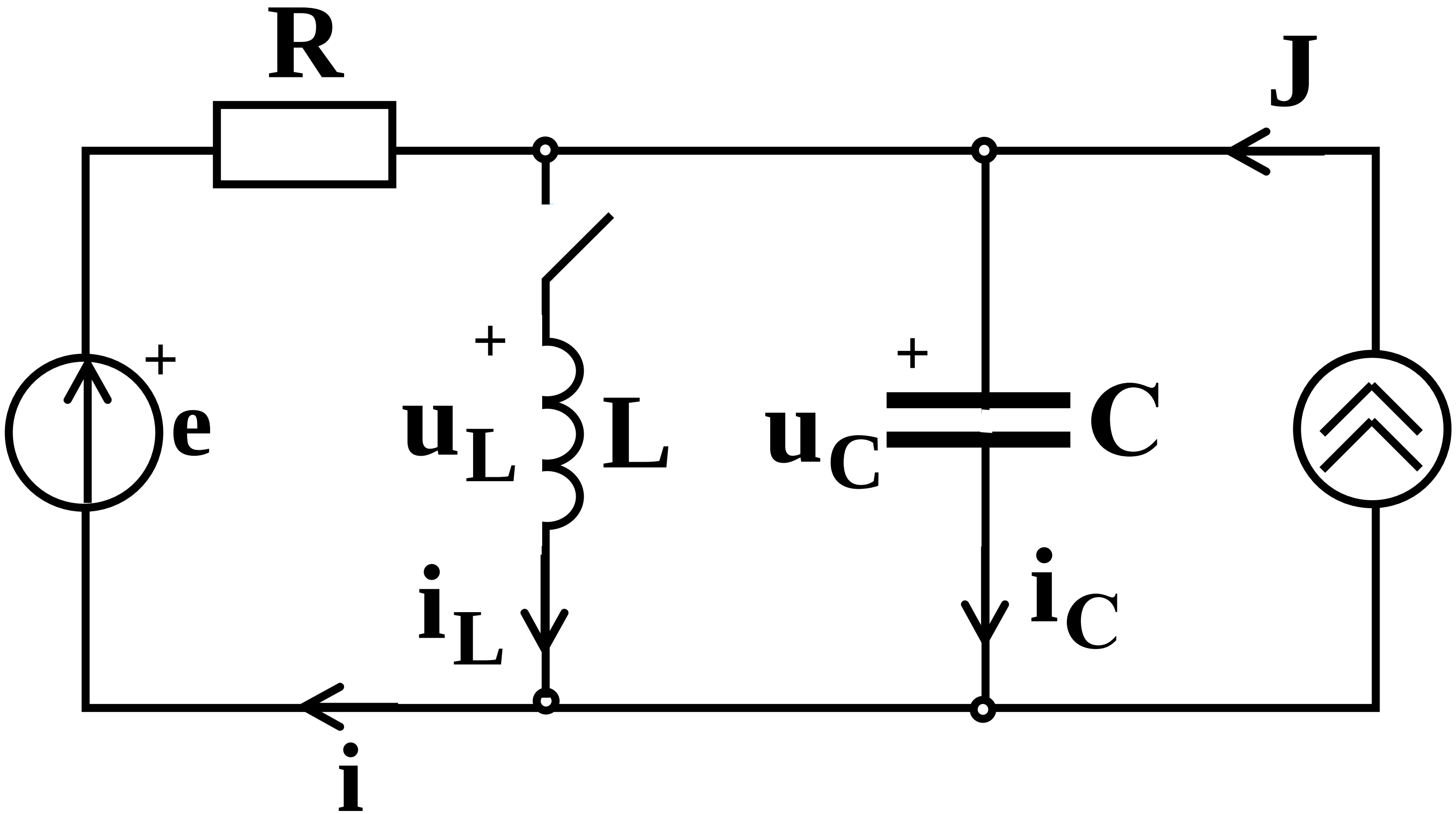
$$\mathbf{u_C(t) = u_{Спр} + Ae^{-\delta_{св}t} \cdot \cos(\omega_{св}t + \alpha)}$$

В)

$$\mathbf{i_L(t) = i_{Lпр} + Ae^{-\delta_{св}t} \cdot \cos(\omega_{св}t + \alpha)}$$

- 7. Выражаем искомые величины через промежуточные, записываем окончательный результат.

Пример 1



Дано:

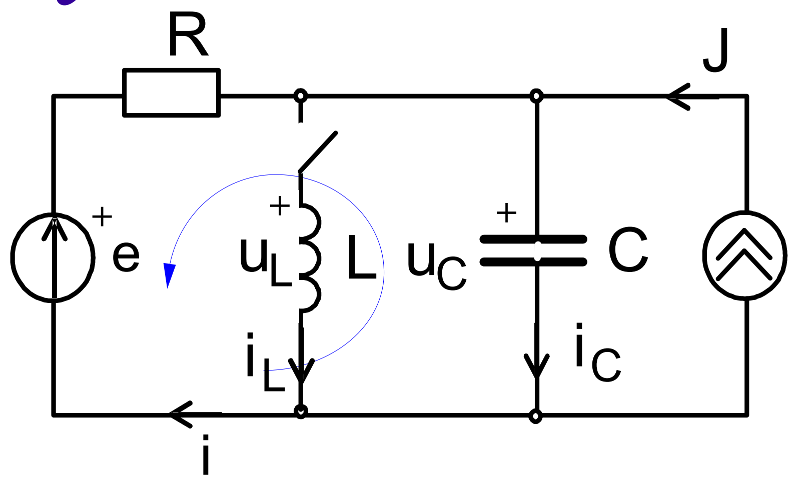
$e = 100\ \text{В}$ $\qquad$ $R = 100\ \text{Ом}$

$J = 2\ \text{А}$ $\qquad$ $L = 6{,}25\ \text{Гн}$

$C = 100\ \text{мкФ}$

Определить: $i(t) = ?$

По 2 закону Кирхгофа для схемы после коммутации



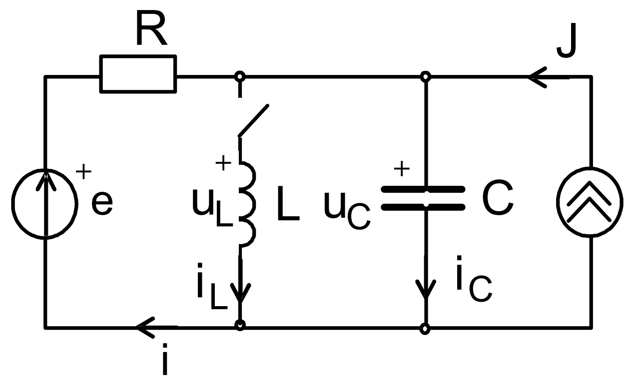
$$\mathbf{e - u_C = i \cdot R;}$$

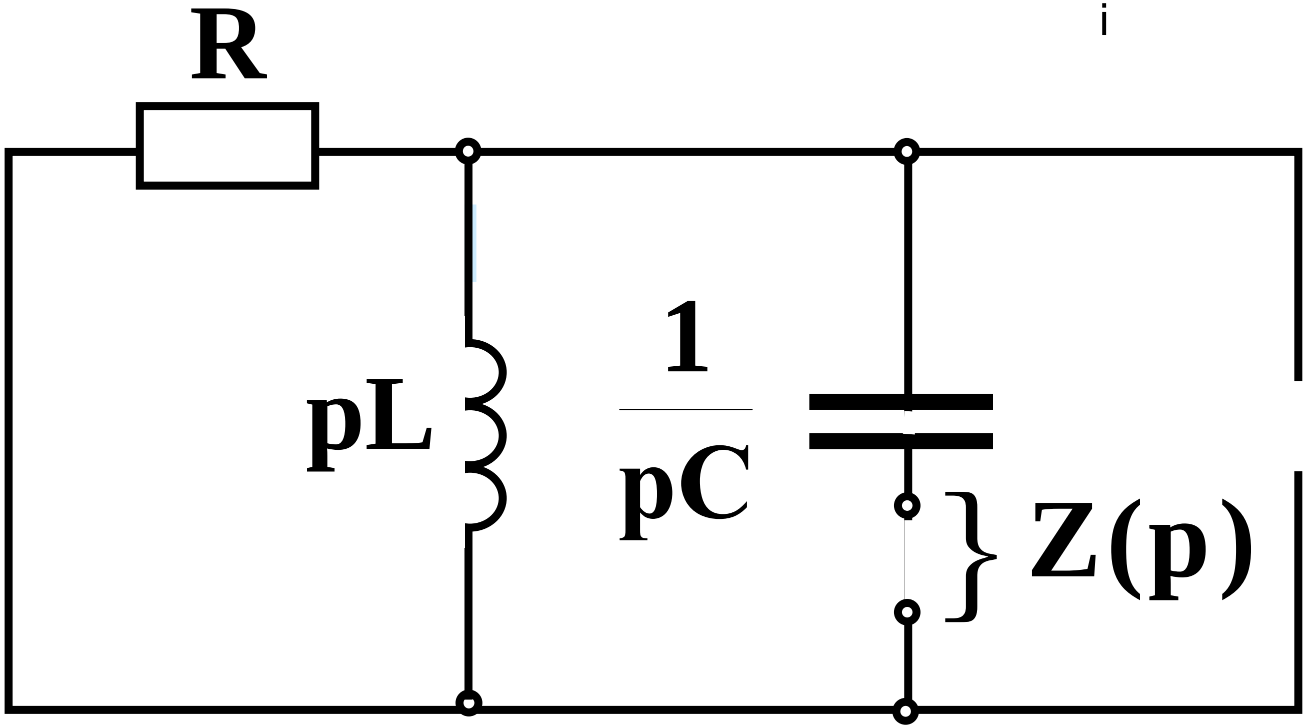
$$\mathbf{i(t) = \frac{e(t) - u_C(t)}{R} = \frac{e(t)}{R} - \frac{u_C(t)}{R};}$$

1. $p_{1,2}$ - ?

Схему после коммутации представим пассивным двухполюсником, составляем уравнение:

$$\mathbf{Z(p) = 0}$$


R
J
e
uL
L
uC
C
iL
iC
i


R
pL
1
pC
Z(p)

$$\mathbf{Z(p) = \frac{1}{pC} + \frac{pL \cdot R}{pL + R} = 0}$$

или

$$\mathbf{RCLp^2 + pL + R = 0}$$

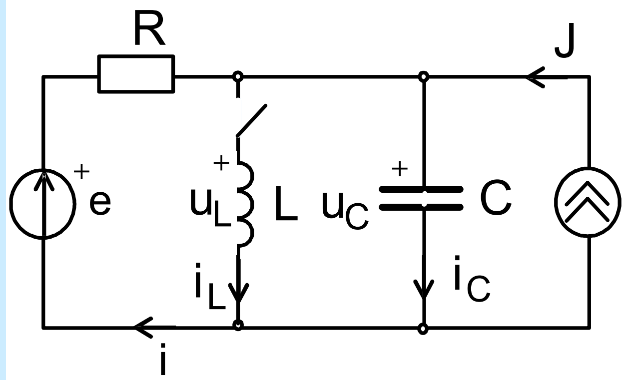
Т.е.

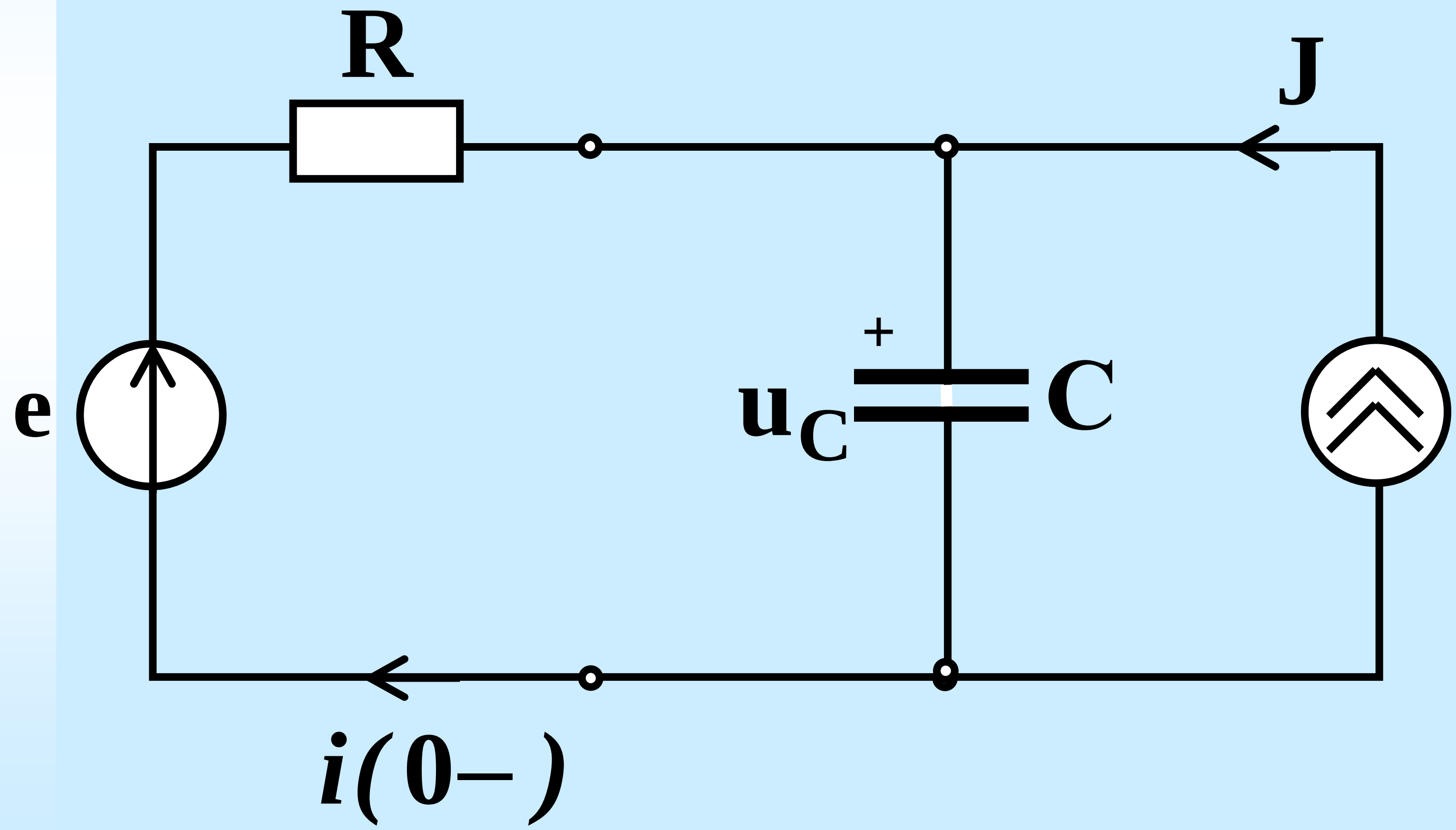
$$p_1 = -80 \left({}^{1}\!/_{c} \right) \qquad p_2 = -20 \left({}^{1}\!/_{c} \right)$$

- апериодический переходный процесс

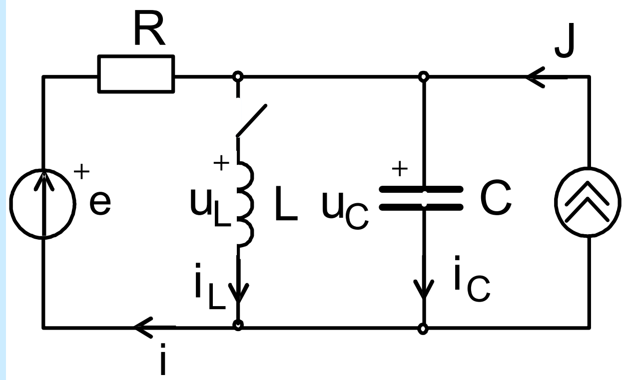
2. ННУ. $t = 0\_$

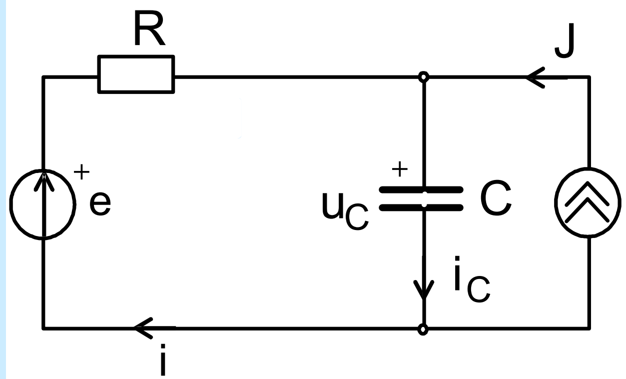
Схема до коммутации





$$i_L(0\_) = 0$$





$$u_C(0\_) = e + RJ = 300\ \ \text{В}$$

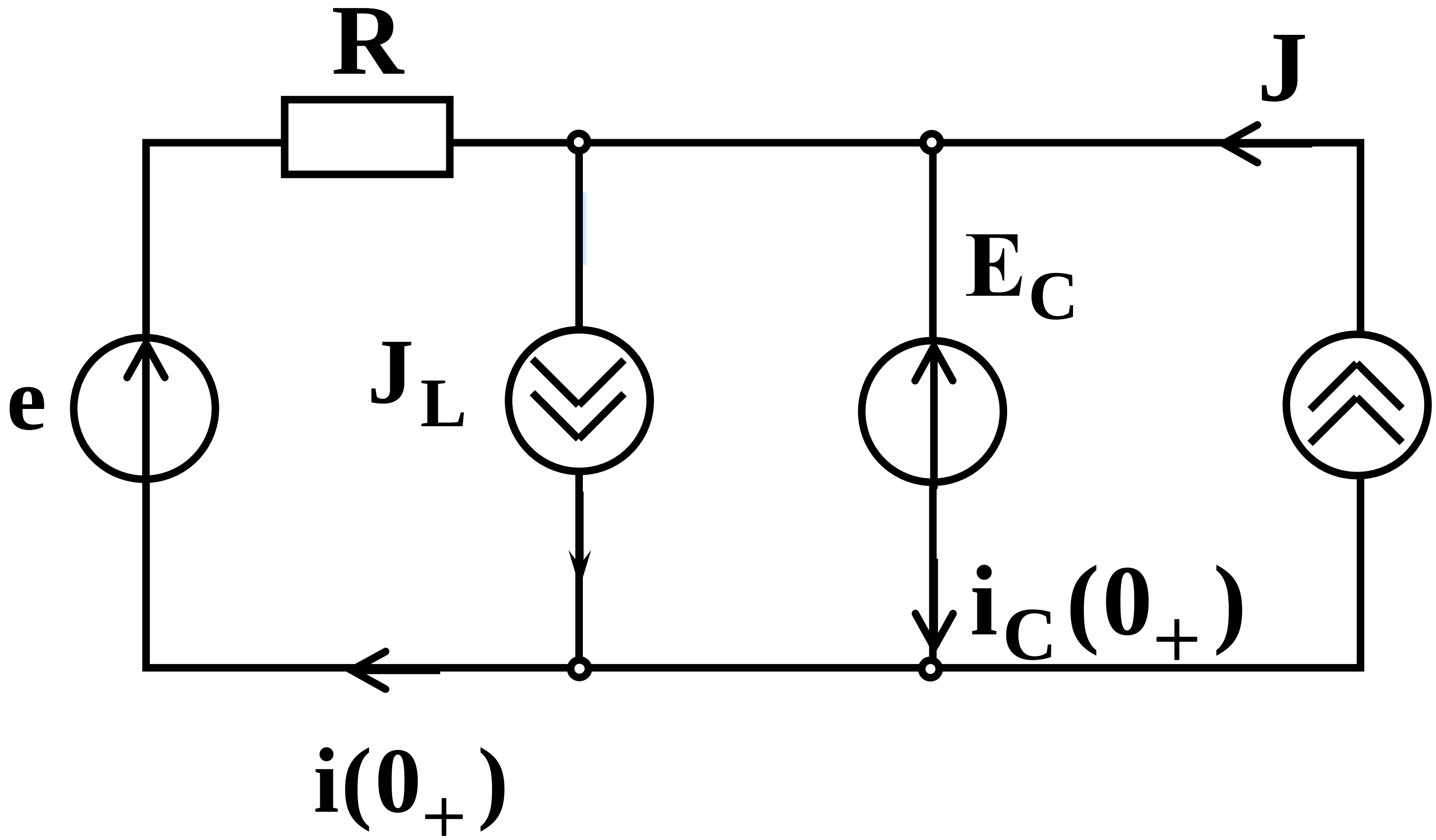
причем $\quad i(0\_) = -J = -2\ \ \text{А}$

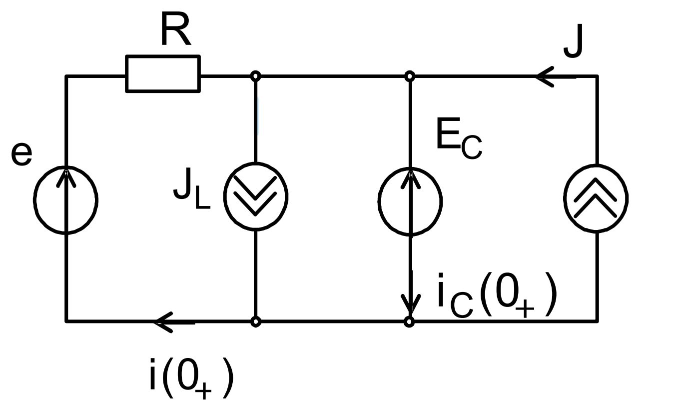
3. ЗНУ

Схема после коммутации

при $\mathbf{t = 0_+}$

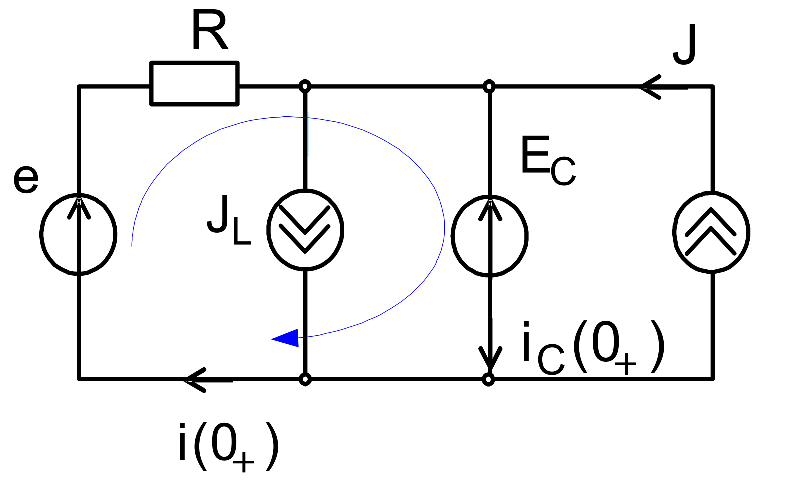
$$\mathbf{i_C(0_+) - ?}$$


R
J
E_C
e
J_L
$i_C(0_+)$
$i(0_+)$



$$J_L = i_L(0_-) = i_L(0_+) = 0$$

$$u_C = u_C(0_-) = u_C(0_+) = 300 \text{ В}$$



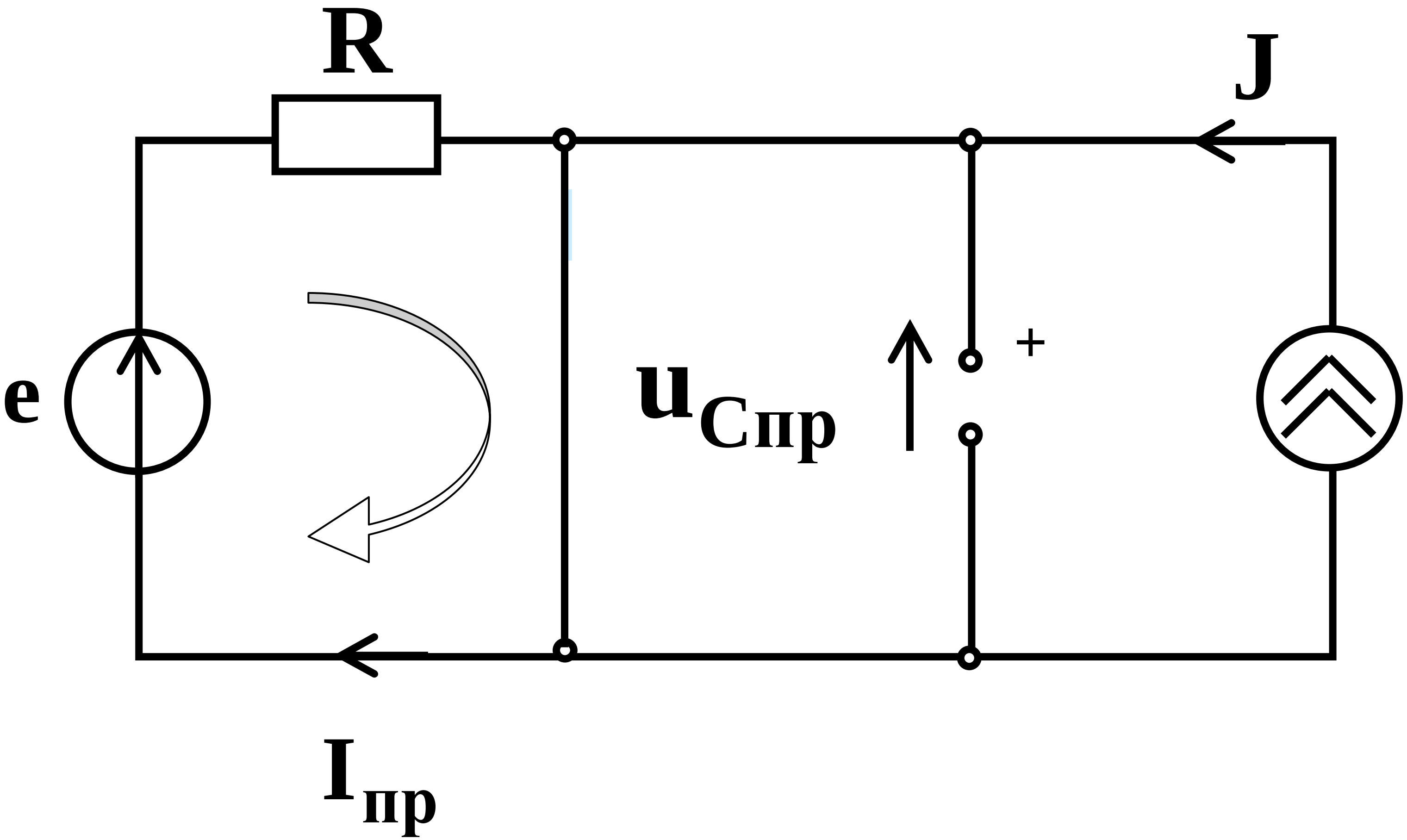
По законам Кирхгофа

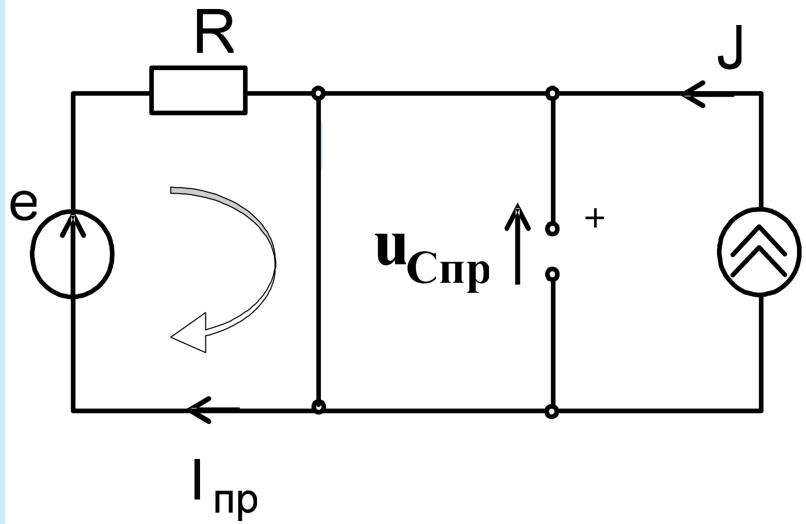
$$\mathbf{R \cdot i(0_+) = e - E_C;}$$

$$\mathbf{i(0_+) = \frac{e - E_C}{R} = -2\ \ A;}$$

$$\mathbf{i_C(0_+) = J + i(0_+) = 0}$$

4. Расчет установившегося режима после коммутации $(\mathbf{t = \infty})$


R
J
e
uCпр
+
Iпр



$$u_{Спр} = 0; \qquad i_{Спр} = 0;$$

$$e = R \cdot I_{пр} \rightarrow$$

$$I_{пр} = \frac{e}{R} = 1 \ \text{A}$$

5. Определяем постоянные интегрирования $A_{1.2}$ - ? при $\mathbf{t = 0_+}$

$$\begin{cases} \mathbf{u_C(0) = p_1 + p_2 + u_{спр}(0);} \\ \mathbf{C\dfrac{du_C(t)}{dt}\Big|_{t=0_+} = i_C(0+) = C(p_1A_1 + p_2A_2).} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 + p_2 = u_C(0) - u_{\text{спр}}; \\ A_1 p_1 + A_2 p_2 = \dfrac{i_C(0)}{C} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = 300; \\ -80A_1 - 20A_2 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} A_1 = -100; \\ A_2 = 400 \end{cases}$$

6. Промежуточная величина

$$u_C(t) = u_{\text{спр}} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} =$$

$$= 0 - 100e^{-80t} + 400e^{-20t}$$

7. Окончательный результат

$$\mathbf{i(t) = \frac{e}{R} - \frac{u_C(t)}{R} =}$$

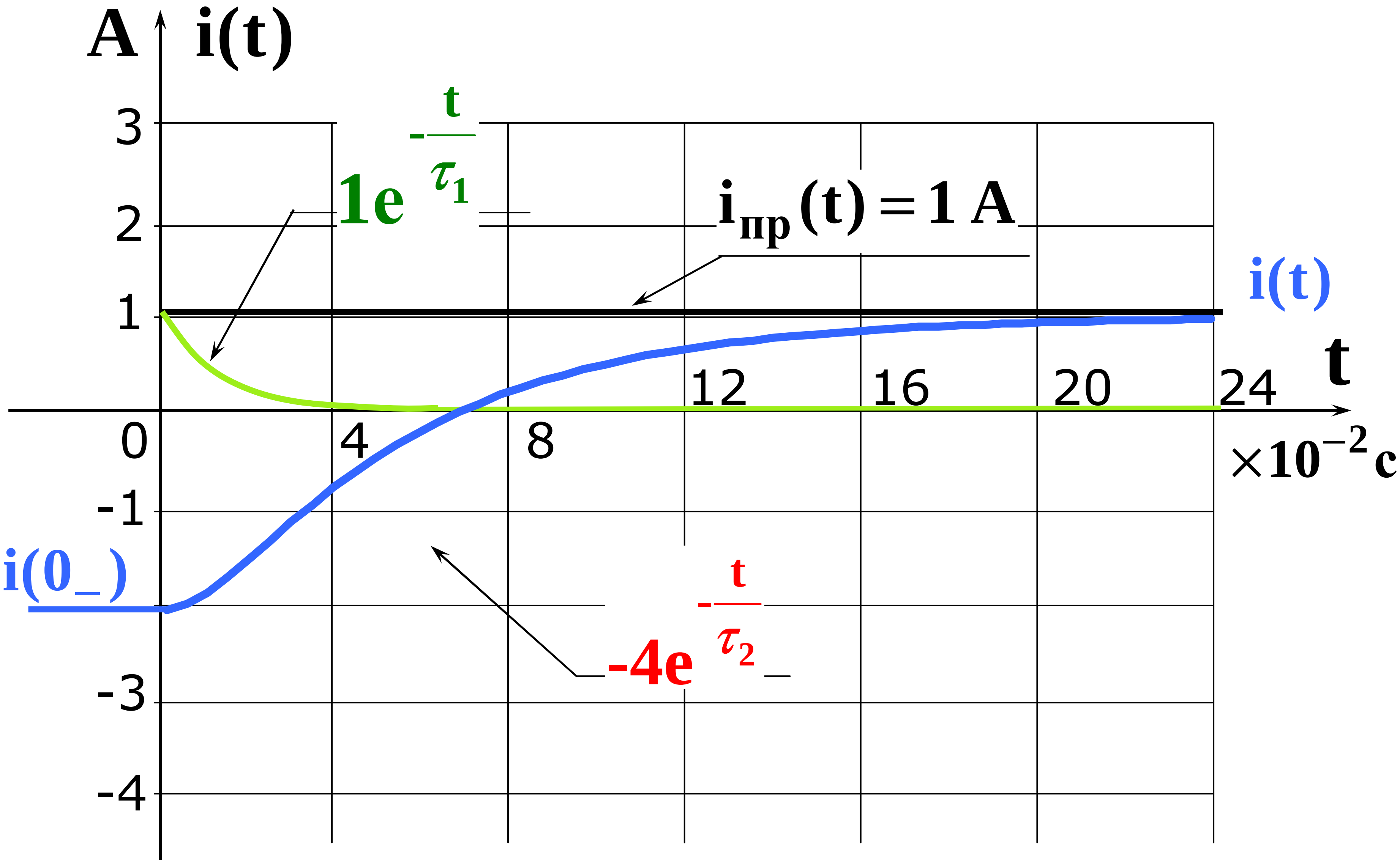
$$\mathbf{= 1 + 1e^{-80t} - 4e^{-20t},\ A}$$

Причем

$$\tau_1 = {}^{1}\!/_{80} = 1,25 \cdot 10^{-2}\,(c)$$

$$\tau_2 = {}^{1}\!/_{20} = 5 \cdot 10^{-2}\,(c)$$

$$t_{п} = 5\max(\tau_{1,2}) = 5 \cdot \tau_2 = 25 \cdot 10^{-2}\,(c)$$


A
i(t)
3
2
1
0
-1
-3
-4
4
8
12
16
20
24
t
$\times 10^{-2}$ c
$1e^{-\frac{t}{\tau_1}}$
$i_{пр}(t) = 1$ A
i(t)
i(0_)
$-4e^{-\frac{t}{\tau_2}}$

Порядок расчета переходных процессов в цепях 2-го порядка с постоянными или периодическим источниками

1. Для искомого напряжения или тока $\mathbf{f(t)}$ определяются начальные условия

$$\mathbf{f(0_+)} \quad \text{и} \quad \left.\frac{\mathbf{df(t)}}{\mathbf{dt}}\right|_{\mathbf{t=0_+}}$$

2. Определяется принужденная составляющая

$$\mathbf{f_{пр}(t)}$$

3. При помощи $\mathbf{Z(p) = 0}$ находятся корни характеристического уравнения

$\mathbf{p_1}$ и $\mathbf{p_2}$

4. В зависимости от

$\mathbf{p_1}$ и $\mathbf{p_2}$

записывается

$$\mathbf{f_{св}(t)}$$

5. По начальным условиям

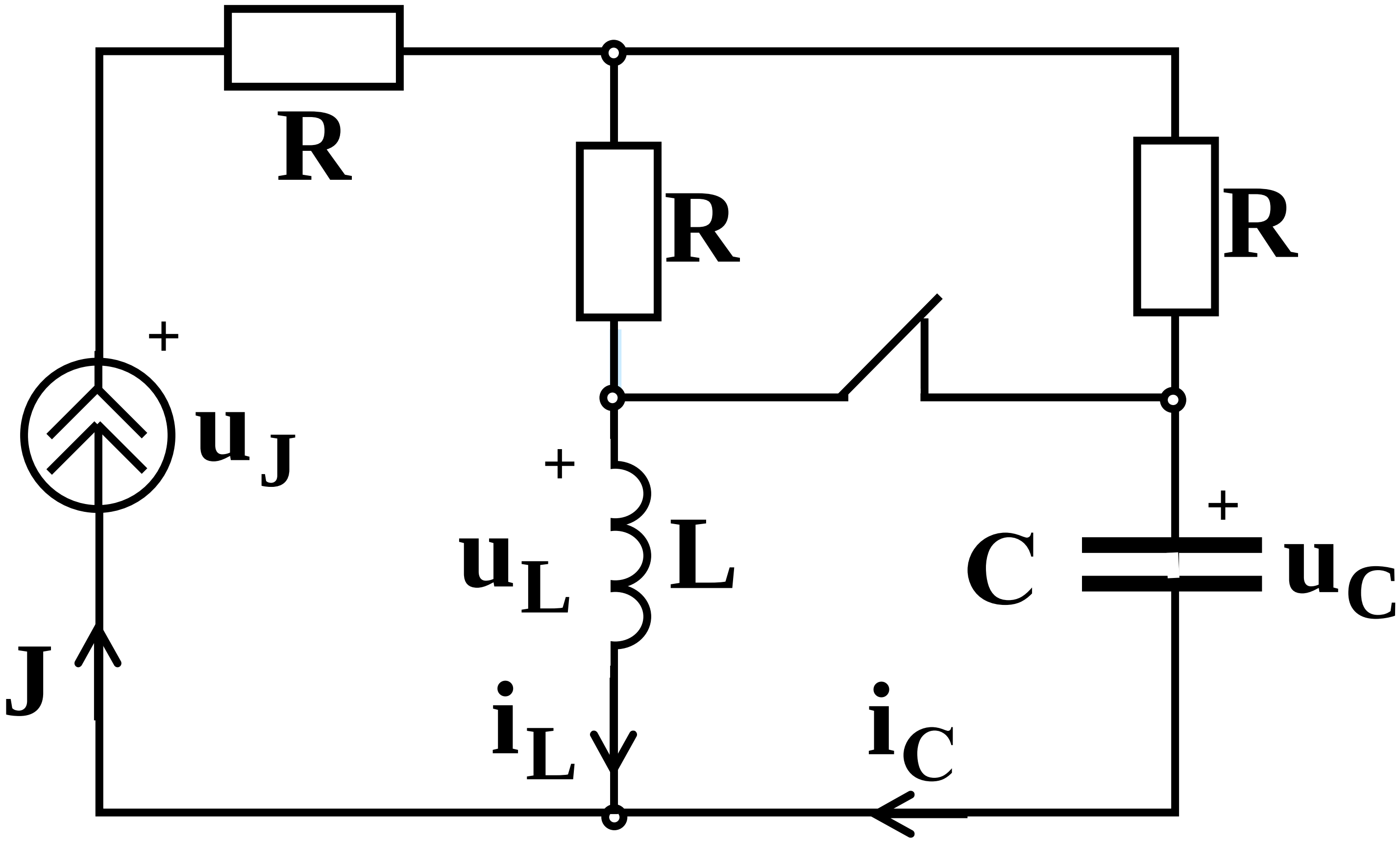
$$f(0_+) \quad \text{и} \quad \left.\frac{df(t)}{dt}\right|_{t=0_+}$$

находятся постоянные интегрирования

6. Записывается окончательный результат

$$\mathbf{f(t) = f_{пр}(t) + f_{св}(t)}$$

Пример 2



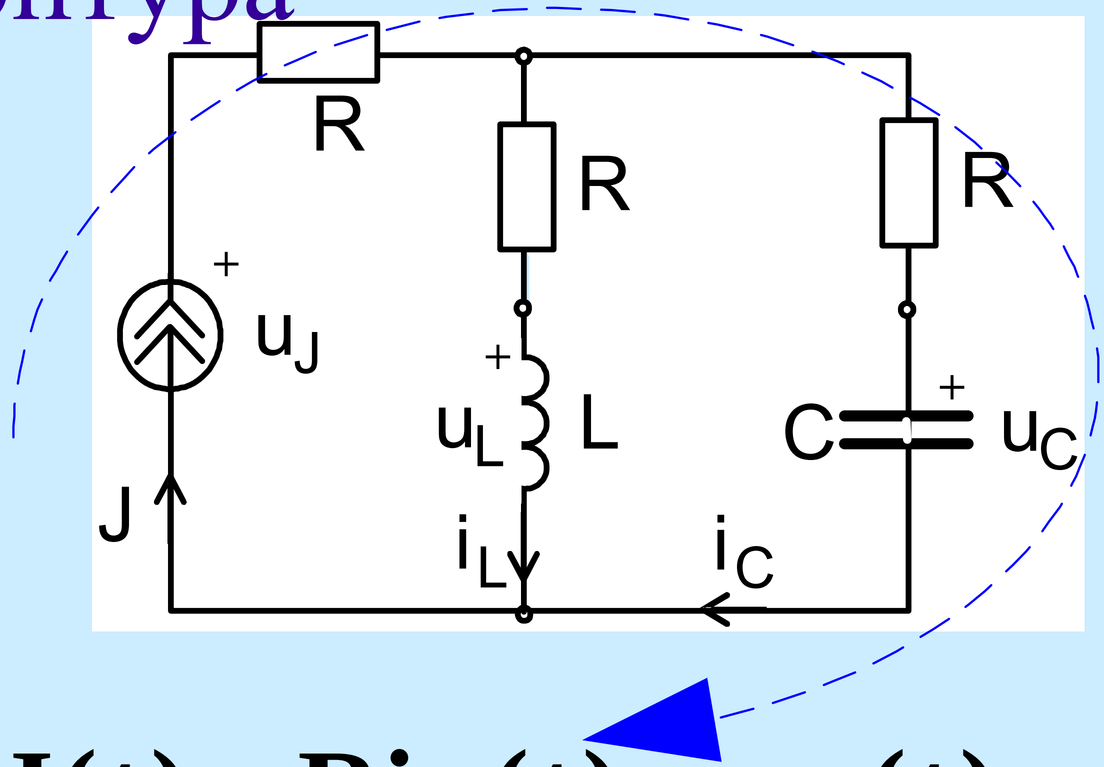
Дано:

$$\mathbf{J = 2\ \ A} \qquad \mathbf{C = 200\ \ мкФ}$$

$$\mathbf{L = 1\ \ Гн} \qquad \mathbf{R = 50\ \ Ом}$$

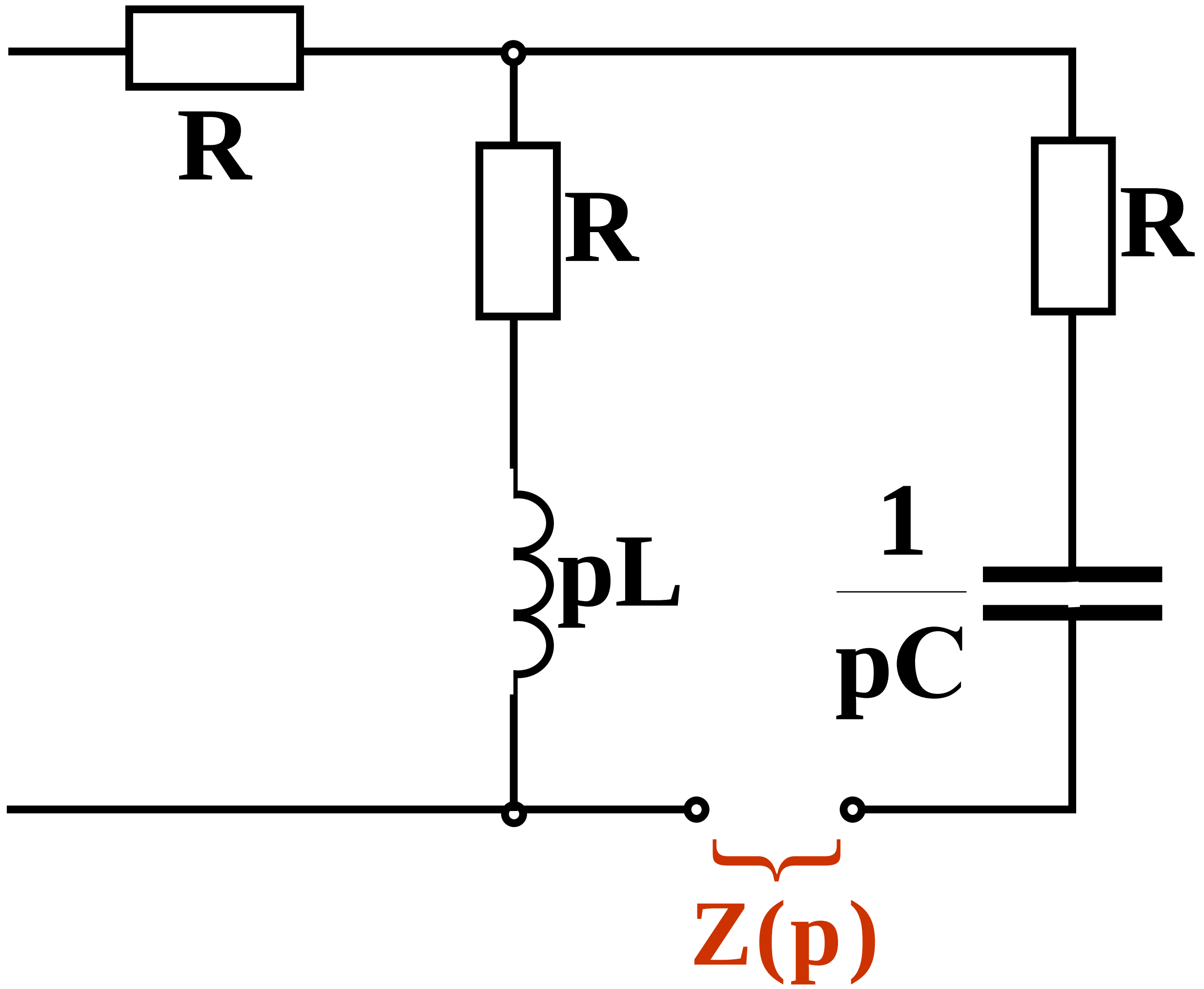
Определить: $\mathbf{u_J(t) = ?}$

По 2 закону Кирхгофа для внешнего контура



$$u_J(t) = RJ(t) + Ri_C(t) + u_C(t)$$

1. Находим корни характеристического уравнения


R
R
R
pL
1
pC
Z(p)

$$Z(p) = 2R + pL + {}^{1}\!/_{pC} = 0$$

или

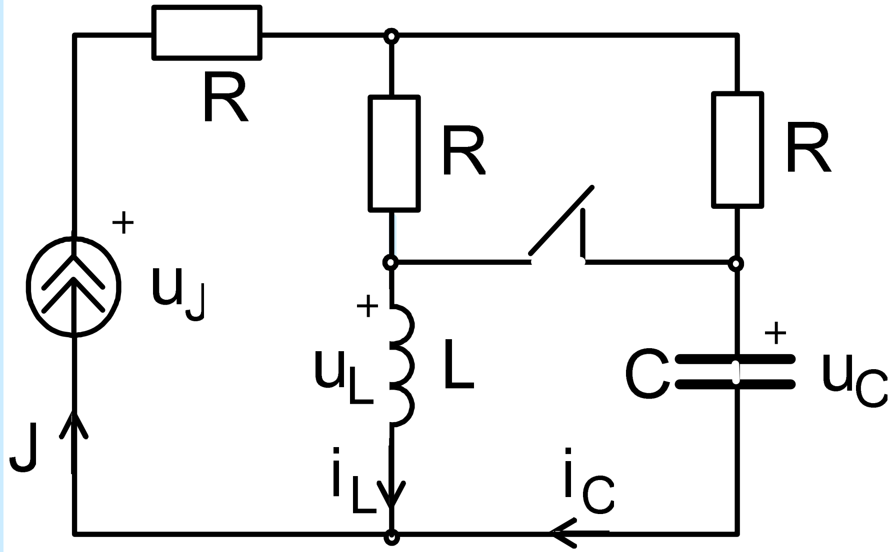
$$p^2 + \frac{2R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0$$

Тогда

$$p_{1,2} = -\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{1}{LC}} =$$

$$= -50 \pm j50 \left({}^{1}\!/_{c} \right)$$

- колебательный переходный процесс



2. ННУ:

$$i_L(0\_) = J = 2\ \ \mathrm{A}$$

$$u_C(0\_) = 0$$

причем

$$u_J(0\_) = J\left[R + \frac{R \cdot R}{R + R}\right] = 150\ \ \mathrm{B}$$

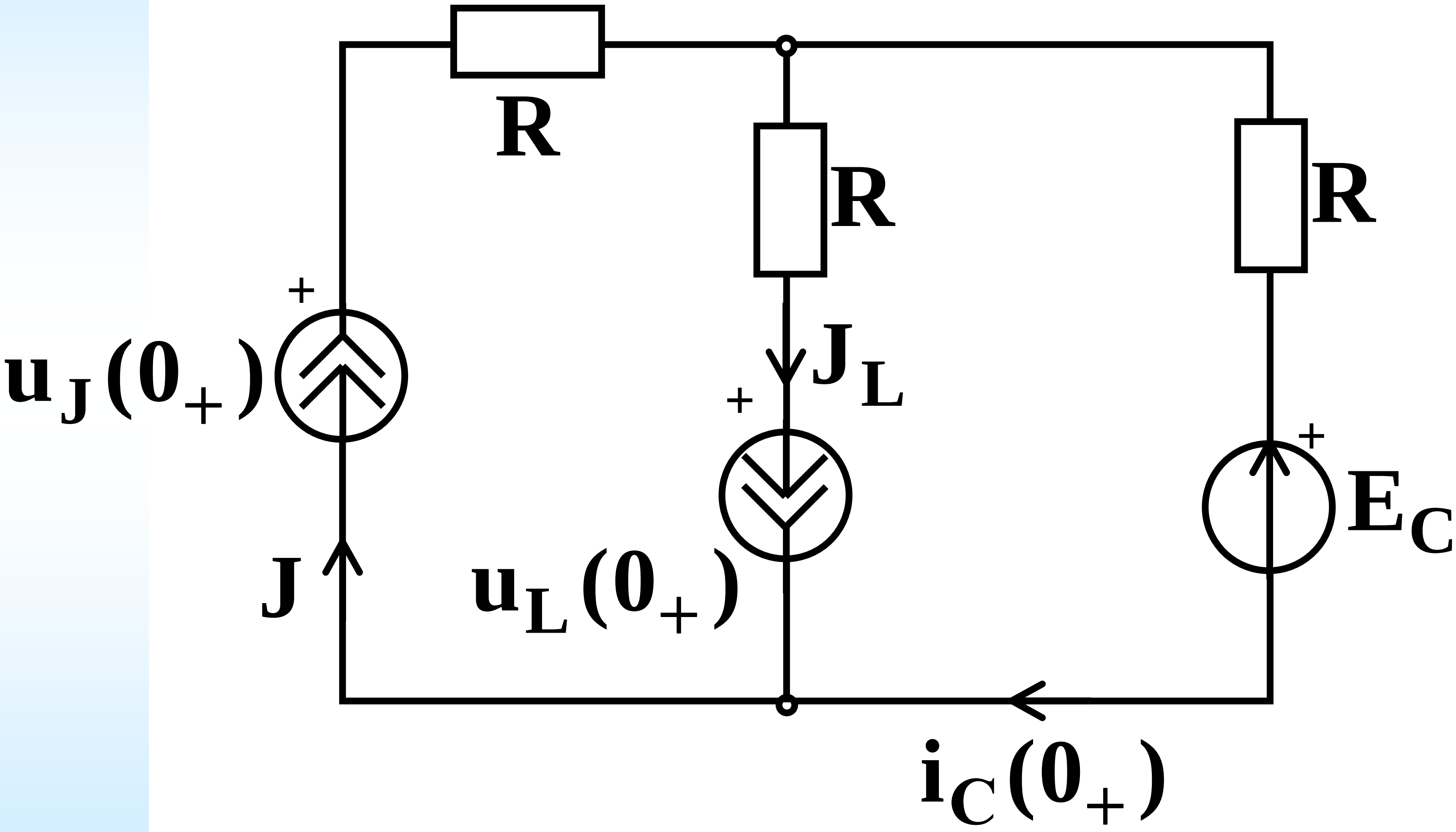
3. ЗНУ при $\mathbf{t = 0_+}$

$$\mathbf{i_C(0_+) - ?}$$

схема после коммутации

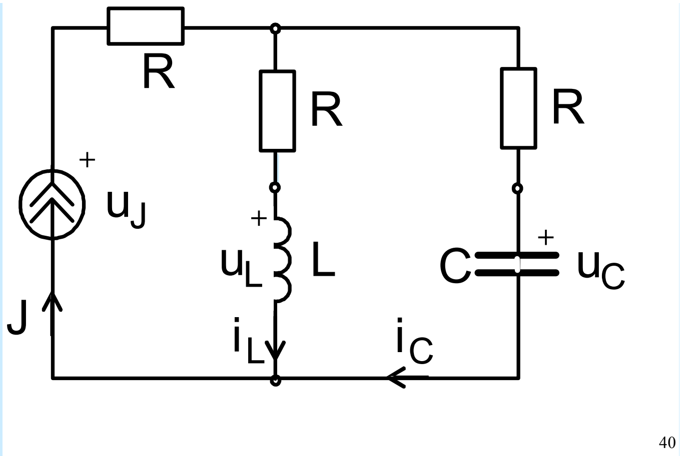
$$\mathbf{J_L = i_L(0_-) = i_L(0_+) = 2\ \ A}$$

$$\mathbf{E_C = u_C(0_-) = u_C(0_+) = 0}$$


R
R
R
$u_J(0_+)$
J_L
E_C
J
$u_L(0_+)$
$i_C(0_+)$

По 1 закону Кирхгофа

$$\mathbf{i_C(0_+) = J - J_L = 0}$$



4. Для $\mathbf{u_C(t)}$ определяем принужденную составляющую:

$$\mathbf{u_{C_{пр}} = RJ = 100\ В}$$

$$\mathbf{i_{C_{пр}} = 0}$$

5. Находим постоянные интегрирования $\mathbf{A}$ и α

Записываем для колебательного переходного процесса

$$\begin{cases} u_C(0) = u_{C\text{пр}} + A\cos(+\alpha) \\ \dfrac{i_C(0+)}{C} = -\delta_{\text{св}} \cdot A \cdot \cos(\alpha) - A \cdot \omega_{\text{св}} \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = 100 + A \cdot \cos(\alpha) \\ 0 = -50 \cdot A \cdot \cos(\alpha) - A \cdot -50 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = \dfrac{-100}{\cos(\alpha)} \\ 0 = -\dfrac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha)} + \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = \dfrac{-100}{\cos(\alpha)} \\ \operatorname{tg}(\alpha) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = 45 \\ A = -100\sqrt{2} \end{cases}$$

$$100\cos(50t) + 100 \cdot \sin(50t) =$$

$$= 100\sqrt{2}\sin(50t + 45)$$

6. Промежуточная величина

$$u_C(t) = u_{C_{пр}}(t) + u_{C_{св}}(t) =$$

$$= 100 - 100 \cdot e^{-50t} \cos(50t) -$$

$$- 100 \cdot e^{-50t} \sin(50t), \ \text{В}$$

$$R \cdot i_C(t) = R \cdot C \frac{du_C}{dt} = 100e^{-50t} \sin(50t)$$

7. Окончательный результат

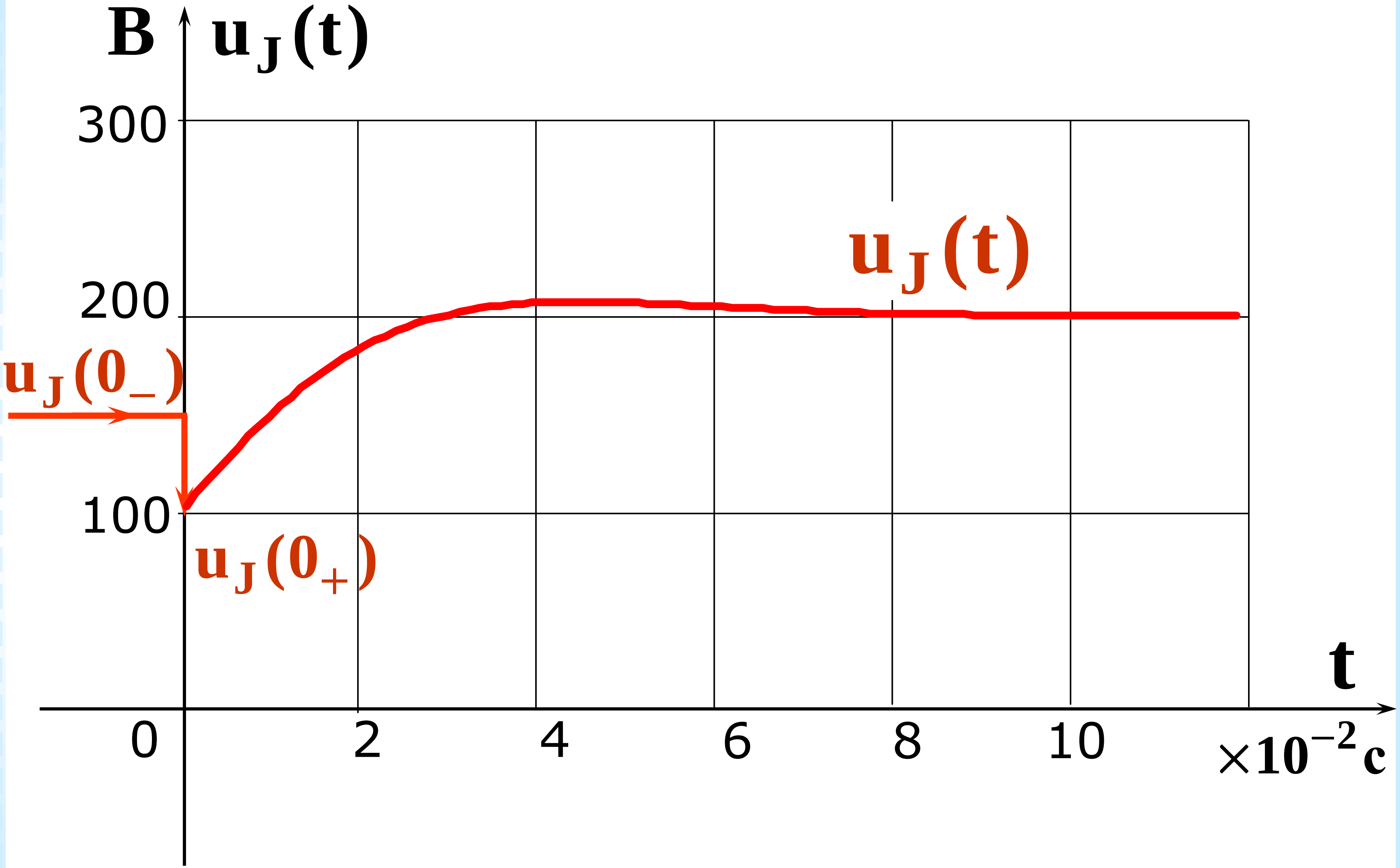
$$u_J(t) = RJ(t) + Ri_C(t) + u_C(t) =$$

$$= 200 - 100e^{-50t}\cos 50t, \ \text{В}$$

$$\tau = {}^{1}\!/_{\delta_{\text{св}}} = {}^{1}\!/_{50} = 0{,}02 \ \text{с}$$

$$t_{\text{п}} = 5\tau = 0{,}1 \ \text{с}$$

$$T_{\text{св}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{св}}} = 12{,}56 \cdot 10^{-2} \ \text{с}$$



B
$u_J(t)$
300
200
100
$u_J(t)$
$u_J(0_-)$
$u_J(0_+)$
t
0
2
4
6
8
10
$\times 10^{-2}$ c