ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«**ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**»

А.В. Лукутин, Е.Б. Шандарова

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Рекомендовано в качестве учебного пособия
Редакционно-издательским советом
Томского политехнического университета

Издательство
Томского политехнического университета
2010

УДК 621.3.01(075.8)
ББК 31.211я73
Л843

Лукутин А.В., Шандарова Е.Б.
Л843 Электротехника и электроника: учебное пособие / А.В. Лукутин, Е.Б. Шандарова. – Томск: Изд-во ТПУ, 2010. – 198 с.

Пособие предназначено для самостоятельной работы студентов неэлектротехнических специальностей Томского политехнического университета. В него включены материалы, предусмотренные программой курса «Электротехника и электроника».

В пособии изложены основные положения теории и методы решения задач по следующим разделам: цепи постоянного тока, цепи однофазного синусоидального и трехфазного токов, магнитные цепи постоянного и переменного тока. Дано описание устройства и рабочих свойств электрических машин. Рассмотрены основные элементы и устройства электроники, принципы их построения и функционирования.

УДК 621.3.01 (075.8)
ББК 31.211я73

Рецензенты

Доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник НИИВН
А.В. Кабышев

Кандидат технических наук,
зав. лабораторией НИИВН
Н.Т. Зиновьев

© ГОУ ВПО «Томский политехнический университет», 2010
© Лукутин А.В., Шандарова Е.Б., 2010
© Издательство Томского политехнического университета, оформление, 201

1. Электрическая цепь и ее элементы

1.1. Элементы электрической цепи

Электрической цепью называется совокупность устройств, предназначенных для прохождения электрического тока. В общем случае цепь содержит источники электрической энергии, приемники электрической энергии, измерительные приборы, коммутационную аппаратуру и соединительные провода.

Источники – это устройства, в которых различные виды энергии преобразуются в электрическую (например, генератор, аккумуляторная батарея).

Приемники разделяют на потребители и накопители.

Потребители – это устройства, в которых электрическая энергия превращается в другие виды энергии: в энергию фотонов света (лампа накаливания), в тепло (нагреватели), в механическую энергию (электродвигатели).

Накопители накапливают и затем отдают обратно в цепь электромагнитную энергию (конденсаторы и катушки индуктивности).

При расчете и анализе электрической цепи ее заменяют схемой замещения, которая состоит из совокупности идеализированных элементов, математическое описание которых отражает процессы, происходящие в цепи. С помощью определенных комбинаций этих элементов можно составить схемы замещения источников и приемников энергии.

К идеализированным элементам относятся источник ЭДС, источник тока, резистивный элемент, индуктивный и емкостной элементы.

Активными элементами считаются источники ЭДС и источники тока. К ***пассивным*** элементам относятся резистивные элементы, индуктивные и емкостные элементы.

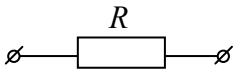


Рис. 1.1

Резистивный элемент необратимо преобразует электрическую энергию в тепло. Условное обозначение показано на рис. 1.1, где R [Ом] – сопротивление, характеризующее способность элемента препятствовать протеканию тока. Величина $g = \dfrac{1}{R}$ называется ***проводимостью*** и измеряется в Сименсах [См].

Емкостной элемент – это элемент, приближенно заменяющий конденсатор, в котором накапливается энергия электрического поля. Условное изображение емкостного элемента представлено на рис. 1.2. Параметром емкостного элемента является емкость.

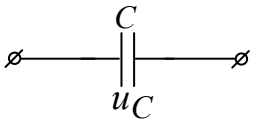


Рис. 1.2

Емкость $C = \dfrac{q}{u_C}$ – это коэффициент пропорциональности между зарядом q и напряжением u_C элемента. Емкость измеряется в Фарадах (Ф). В линейных цепях емкость постоянна.

Индуктивный элемент – это элемент, приближенно заменяющий индуктивную катушку, в котором накапливается энергия магнитного поля.

Рис. 1.3

Условное изображение индуктивного элемента представлено на рис. 1.3. Параметром элемента является индуктивность. Индуктивность измеряется в Генри [Гн] и в линейных цепях является постоянной величиной.

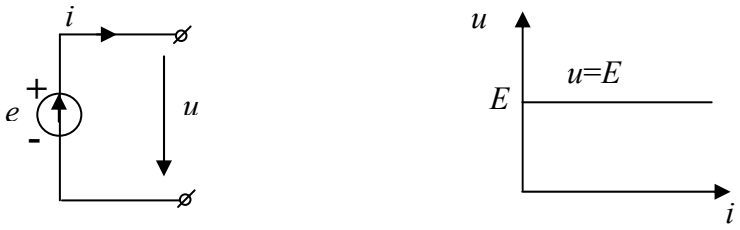
Индуктивность L – это коэффициент пропорциональности между потокосцеплением и током, текущим через катушку: $L = \dfrac{\psi}{i}$.

Потокосцеплением ψ называется сумма произведений магнитных потоков на числа витков катушки, с которыми они сцеплены. Если все витки пронизываются одним и тем же магнитным потоком, то потокосцепление равно произведению магнитного потока Ф на число витков w:

$$\psi = \Phi \cdot w.$$

Потокосцепление измеряется в Веберах [Вб].

Источник ЭДС – это источник, ЭДС e которого не зависит от величины протекающего через него тока и внутреннее сопротивление $R_{\text{вн}}$ которого равно нулю.



а б

Рис. 1.4

При этом напряжение на зажимах источника ЭДС $u = e$ не изменяется при изменении тока i от нуля до номинального. На рис. 1.4, а показано условное изображение источника ЭДС. Внешняя характеристика $u = f(i)$ источника ЭДС при $e = const = E$ представлена на рис. 1.4, б.

Источник тока J – это источник, который дает ток, не зависящий от напряжения на его зажимах. Внутреннее сопротивление источника тока равно бесконечности.

На рис. 1.5, а приведено условное изображение источника тока, а на рис. 1.5, б внешняя характеристика при $J = const$.

Рис. 1.5

Представление о резистивном, емкостном и индуктивном элементах основано на предположении, что тепловые потери, магнитное поле и электрическое поле сосредотачиваются в отдельных, не зависящих друг от друга элементах цепи. Раздельное рассмотрение этих элементов представляет приближенный метод исследования цепи. В действительности тепловые потери, обусловленные током, магнитные и электрические поля сопутствуют друг другу.

1.2. Схемы замещения электрических цепей

Используя уже известные нам элементы, можно составить схемы замещения реальных элементов электрической цепи.

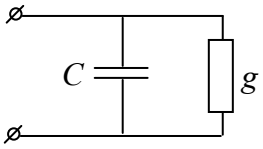


Рис. 1.6

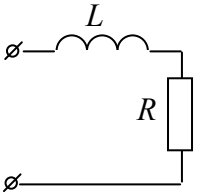


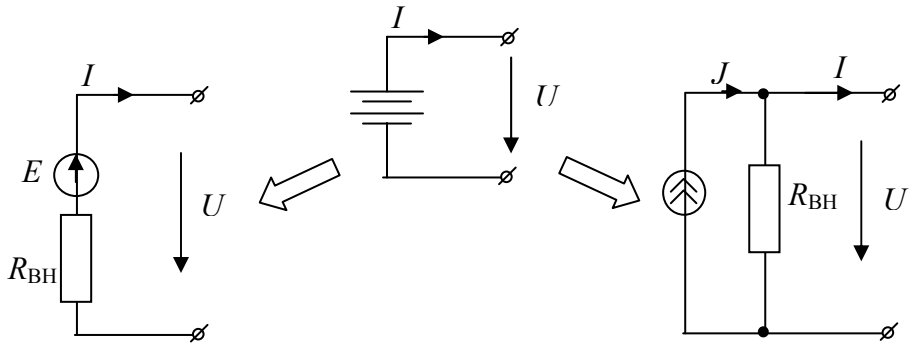
Рис. 1.7

Конденсатор состоит из двух токопроводящих пластин, разделенных слоем диэлектрика. Емкостной элемент представляет собой схему замещения конденсатора с высокими диэлектрическими свойствами, но в области сверхвысоких частот схема может содержать кроме емкостного элемента C проводимость g, которая учитывает потери энергии в диэлектрике из-за несовершенства изоляции (рис. 1.6).

На рис. 1.7 представлена схема замещения реальной индуктивной катушки, которая, в общем случае, представляет собой провод, намотанный на основание (сердечник), и, следовательно, обладает тепловыми потерями. В данной схеме R – сопротивление провода катушки.

Реальный источник электрической энергии также обладает внутренним сопротивлением. На рис. 1.8 представлены схемы замещения

аккумулятора (а – с источником ЭДС, б – с источником тока), где $R_{вн}$ – внутреннее сопротивление источника.



а б

Рис. 1.8

1.3. Топологические понятия электрической цепи

Ветвь – это часть схемы, содержащая один или несколько последовательно соединенных элементов.

Узел – это место соединения трех или большего числа ветвей (узлы обозначаем буквами).

Контур – это замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям.

Независимый контур – это контур, который содержит хотя бы одну ветвь, не принадлежащую другим контурам.

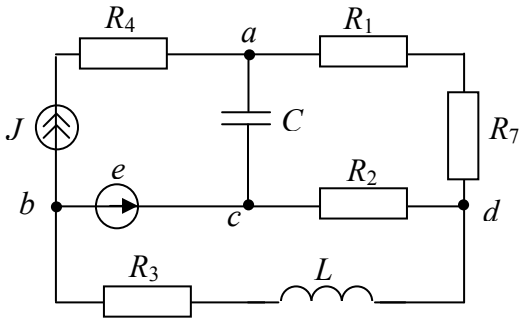


Рис. 1.9

Пример электрической схемы, содержащей шесть ветвей (*ab*, *ac*, *ad*, *bc*, *cd*, *bd*), четыре узла (*a*, *b*, *c*, *d*) и три независимых контура (например, *bac*, *bcd*, *acd*) представлен на рис. 1.9.

1.4. Положительные направления токов и напряжений

За положительное направление тока принимается движение положительных зарядов от плюса к минусу. Но при расчете электрической цепи действительные направления токов в общем случае заранее не из-

вестны. Поэтому положительное направление тока в элементе выбирается произвольно и указывается стрелкой (рис. 1.10). Если в результате расчета ток получится отрицательным, значит, ток в элементе течет в другую сторону.

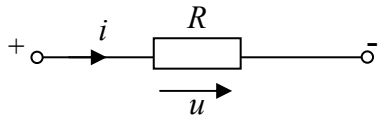


Рис. 1.10

Разность потенциалов на концах элемента принято называть «падением напряжения». Положительное направление падения напряжения совпадает с положительным направлением тока, текущего через этот элемент (рис. 1.10). Стрелка падения напряжения обычно на схемах не указывается.

Стрелка источника ЭДС (рис. 1.4, а) указывает точку более высокого потенциала. Предполагается, что источник вырабатывает энергию, поэтому ток внутри него течет от точки более низкого к точке более высокого потенциала. При этом мощность источника ЭДС равна

$$p_e = e \cdot i .$$

Двойная стрелка источника тока (рис. 1.5, а) указывает направление этого тока. Полярность напряжения u_J соответствует случаю, когда источник вырабатывает энергию. Поэтому у источника тока стрелка указывает точку более высокого потенциала, а его мощность определится как $p_J = u_J \cdot J$.

1.5. Законы электротехники

Связь между током i и падением напряжения u на сопротивлении (рис. 1.10) определяется ***законом Ома***:

$$i = \frac{u}{R} .$$

Впервые (для металлов) его установил немецкий ученый Георг Ом в 1826 г. Этот закон является одним из основных законов электротехники.

Вольт-амперная характеристика (ВАХ) – это зависимость напряжения на сопротивлении от силы тока, проходящего через это сопротивление (рис. 1.11). Очевидно, что величина линейного сопротивления R пропорциональна тангенсу угла наклона вольт-амперной характеристики к оси тока:

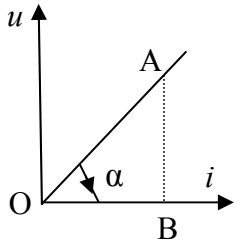


Рис. 1.11

$$R = \frac{u}{i} = \frac{m_u \cdot AB}{m_i \cdot OB} = \frac{m_u}{m_i} \cdot tg\alpha ,$$

где m_u и m_i – масштабы напряжения, В/мм, и тока, А/мм.

Законы Кирхгофа были установлены экспериментально Густавом Робертом Кирхгофом в 1845 году. Ему был 21 год.

***Первый закон Кирхгофа*:** алгебраическая сумма токов в узле равняется нулю (токи, вытекающие из узла, считаются положительными, а втекающие – отрицательными):

$$\sum(\pm i_k) = 0 .$$

Этот закон характеризует непрерывность электрического тока. Если схема имеет N узлов, то по первому закону Кирхгофа можно записать N–1 независимых уравнений.

Второй закон Кирхгофа: в замкнутом контуре алгебраическая сумма падений напряжения на пассивных элементах равна алгебраической сумме ЭДС и напряжений на зажимах источников тока.

Со знаком «+» берутся все слагаемые, положительное направление которых совпадает с выбранным обходом контура:

$$\sum_{k=1}^{n} \pm u_k = \sum_{k=1}^{m} \pm e_k \pm \sum_{k=1}^{d} u_{Jk} ,$$

где n – количество пассивных элементов в контуре , m – количество источников ЭДС, d – количество источников тока. Закон характеризует равновесие напряжений в электрической цепи.

По второму закону Кирхгофа можно записать M–N+1 независимых уравнений, где M – число ветвей в схеме.

2. Электрические цепи постоянного тока

При рассмотрении электрической цепи постоянного тока в установившемся режиме пассивными элементами схемы будут являться резистивные элементы, а активными – постоянные источники ЭДС или источники постоянного тока. Индуктивные и емкостные элементы учитываются в схемах цепей переменного тока и при переходных процессах.

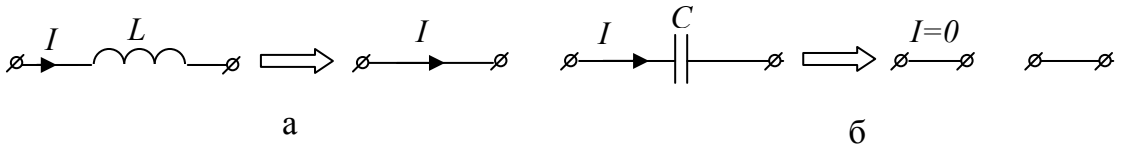


Рис. 2.1

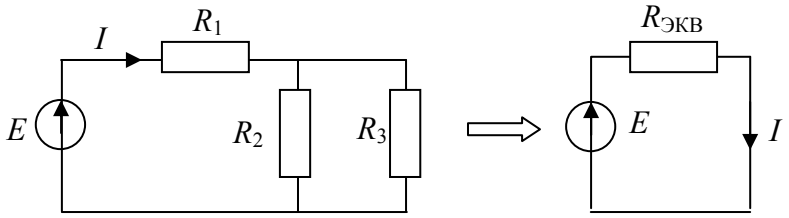
Индуктивный элемент в схеме с постоянными источниками заменяется закороткой (рис. 2.1, а), а емкостной – разрывом ветви (рис. 2.1, б).

2.1. Расчет цепей постоянного тока методом эквивалентных преобразований

Эквивалентные преобразования используются для упрощения схем замещения. Преобразование считается эквивалентным, если токи и напряжения в непреобразованной части схемы не изменяются. Справедливость преобразований доказывается с использованием законов Ома и Кирхгофа.

Рассмотрим часто встречающиеся случаи преобразования электрических схем.

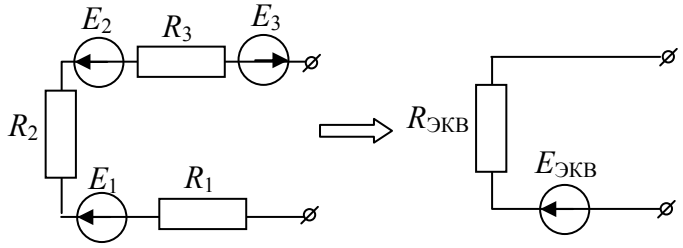
Обобщенный закон Ома



$$R_{\text{экв}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3};$$

$$I = \frac{E}{R_{\text{экв}}}.$$

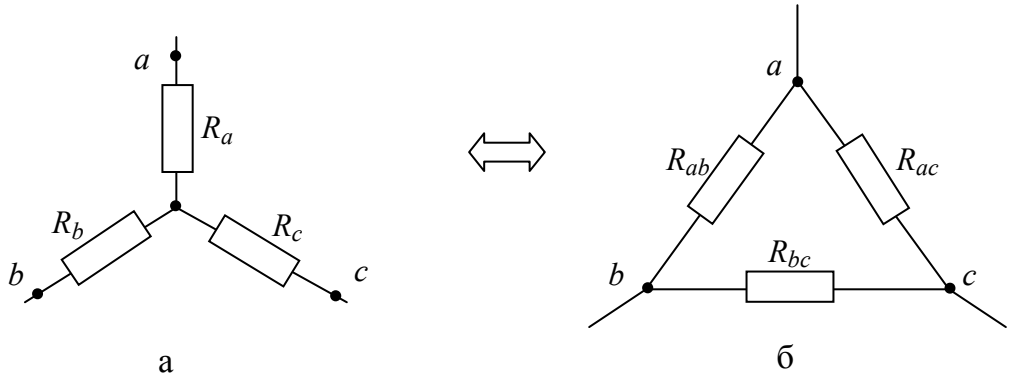
Последовательное соединение ЭДС и сопротивлений



$$E_{\text{экв}} = E_1 - E_2 + E_3;$$
$$R_{\text{экв}} = R_1 + R_2 + R_3.$$

Преобразование «треугольника» в «звезду» и обратное преобразование

Соединение трех сопротивлений, имеющее вид звезды (рис. 2.2, а) называется «звезда», а соединение трех сопротивлений так, что они образуют собой стороны треугольника (рис. 2.2, б), называется «треугольник».



а б

Рис. 2.2

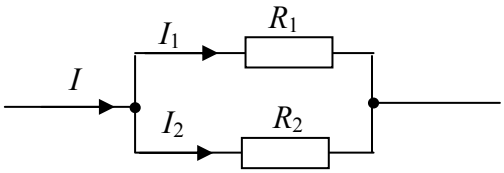
Формулы преобразования «треугольника» в «звезду»

$$R_a = \frac{R_{ab}\,R_{ac}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}; \quad R_b = \frac{R_{ab}\,R_{bc}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}; \quad R_c = \frac{R_{ac}\,R_{bc}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}.$$

Формулы преобразования «звезды» в «треугольник»

$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a\,R_b}{R_c}; \; R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b\,R_c}{R_a}; \; R_{ac} = R_a + R_c + \frac{R_a\,R_c}{R_b}.$$

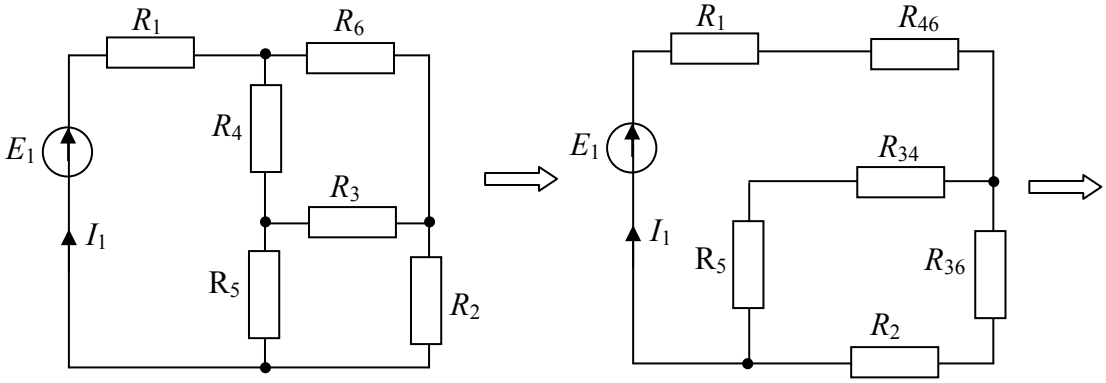
Правило распределения токов в двух параллельных ветвях



Если известен общий ток I и параллельные ветви не содержат источников, то их токи могут быть найдены по формулам:

$$I_2 = I\,\frac{R_1}{R_1 + R_2}; \qquad I_1 = I\,\frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Пример 2.1. В схеме рис. 2.3, а определить методом преобразований ток I_1, если $E_1 = 5$ В, $R_1 = 6$ Ом, $R_2 = 7$ Ом, $R_3 = 8$ Ом, $R_4 = 9$ Ом, $R_5 = 10$ Ом, $R_6 = 3$ Ом.



а б

Рис. 2.3

Решение. Сопротивления R_3, R_4, R_6 соединены в треугольник. Преобразуем треугольник в звезду (рис. 2.3, б). Для этого пересчитаем сопротивления лучей звезды:

$$R_{46} = \frac{R_4 R_6}{R_3 + R_4 + R_6} = \frac{9 \cdot 3}{20} = 1.35\,\text{Ом}; \; R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4 + R_6} = \frac{8 \cdot 9}{20} = 3.6\,\text{Ом};$$

$$R_{36} = \frac{R_3 R_6}{R_3 + R_4 + R_6} = \frac{8 \cdot 3}{20} = 1.2\,\text{Ом}.$$

В преобразованной схеме найдем общее эквивалентное сопротивление. Сопротивления R_5 и R_{34}, R_2 и R_{36} сложим последовательно:

$R_{534} = R_5 + R_{34} = 10 + 3.6 = 13.6$ Ом; $R_{236} = R_2 + R_{36} = 7 + 1.2 = 8.2$ Ом.

Сопротивления R_{534} и R_{236} складываем параллельно:

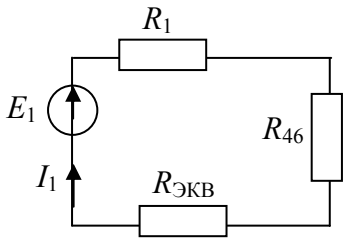


Рис. 2.4

$$R_{экв} = \frac{R_{534} \cdot R_{236}}{R_{534} + R_{236}} = \frac{111.52}{21.8} = 5.12 \text{ Ом}.$$

В результате преобразований получаем одноконтурную схему (рис. 2.4), из которой по закону Ома легко найти ток I_1

$$I_1 = \frac{E_1}{R_{экв} + R_1 + R_{46}} = \frac{14 + 3.269}{5.12 + 6 + 1.35} = 0.4 \text{ А}.$$

2.2. Расчет схем с использованием законов Кирхгофа

Для того чтобы рассчитать неизвестные токи и напряжения в схеме, нужно записать систему, состоящую из уравнений, составленных по законам Кирхгофа: N–1 уравнений по первому закону и M–N+1 по второму. **Пример 2.2.** Для схемы, представленной на рис. 2.5, найти все токи и напряжение на источнике тока U_J, если $E_1 = 140$ В, $E_2 = 170$ В, $J = 2$ А, $R_2 = 140$ Ом, $R_3 = R_4 = R_5 = 70$ Ом.

Решение. Число узлов в схеме N=4, число ветвей M=6, поэтому мы должны составить три уравнения по первому закону Кирхгофа и три по второму. Произвольно выбираем три узла и три контура. Задаем направление обхода контуров и записываем систему уравнений:

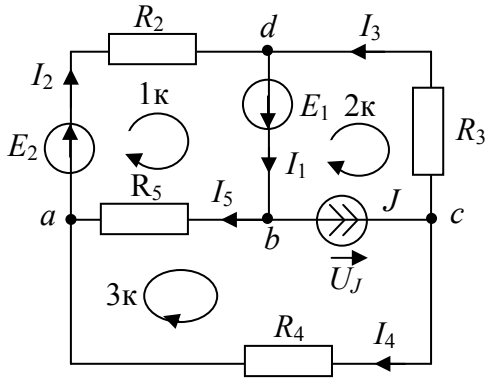


Рис. 2.5

$a: I_2 - I_4 - I_5 = 0;$

$b: -I_1 + I_5 + J = 0;$

$c: I_3 + I_4 - J = 0;$

$1к: I_2 R_2 + I_5 R_5 = E_1 + E_2;$

$2к: -I_3 R_3 = -E_1 - U_J;$

$3к: I_4 R_4 - I_5 R_5 = U_J.$

Получили систему из шести уравнений, решив которую можно найти все неизвестные токи и напряжение U_J.

Запишем систему в матричной форме: $A \cdot I = B$, где A – матрица коэффициентов при неизвестных токах и напряжениях; I – матрица-столбец неизвестных токов и напряжений; B – матрица-столбец источников.

Составим матрицы для записанной системы уравнений, предварительно перенеся ток J в правую часть уравнений, а U_J – в левую:

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} I_1 & I_2 & I_3 & I_4 & I_5 & U_J \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & R_5 & 0 \\ 0 & 0 & -R_3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & -R_5 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ -J \\ J \\ E_1 + E_2 \\ -E_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Решение системы в матричной форме: $I = A^{-1} \cdot B$, где A^{-1} – обратная матрица. Решив систему на компьютере с помощью программы Mathcad, получим токи $I_1 = 3.107$ А, $I_2 = 1.661$ А, $I_3 = 1.446$ А, $I_4 = 0.554$ А, $I_5 = 1.107$ А и напряжение $U_J = -38.75$ В.

Данный метод является универсальным, но достаточно трудоемким для ручного расчета.

Для проверки правильности расчета схемы составляется ***баланс мощности*** – это равенство мощностей источников электрической энергии мощностям приемников энергии:

$$P_{\text{и}} = P_{\text{п}},$$

где $P_{\text{и}} = \sum \pm E_к I_к + \sum \pm U_{Jк} J_к$ – мощность, вырабатываемая источниками; $P_{\text{п}} = \sum I_к^2 R_к$ – мощность, потребляемая приемниками.

Произведения величины источника ЭДС в k-й ветви E_k на ток k-й ветви I_k берутся со знаком плюс, если направление ЭДС и тока совпадают. Найденные токи в ветвях и напряжение на источнике тока учитываются со своими знаками.

Погрешность расчетов не должна превышать трех процентов:

$$\delta = \frac{|P_{\text{и}} - P_{\text{п}}|}{P_{\text{и}}} \cdot 100\% \le 3\%.$$

Для схемы, представленной на рис. 2.5, баланс мощности запишется в виде:

$$P_{\text{и}} = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + U_J \cdot J = 140 \cdot 3.107 + 170 \cdot 1.661 - 38.75 \cdot 2 = 639.8 \text{ Вт}$$

$$P_{\text{п}} = I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 = 639.8 \text{ Вт}.$$

Баланс сошелся, а это значит, что расчеты сделаны верно.

2.3. Метод контурных токов

Данный метод основан на решении уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа. Метод позволяет уменьшить порядок системы уравнений.

В методе контурных токов за неизвестные токи принимают контурные токи. ***Контурный ток*** – это ток, текущий в независимом контуре. Следовательно, по этому методу нужно записать $M–N+1$ уравнение.

Принцип составления уравнений по методу контурных токов: в левой части уравнений коэффициент при контурном токе положителен и равен сумме сопротивлений рассматриваемого контура. Коэффициенты при контурных токах в контурах, имеющих общие ветви с рассматриваемым контуром, равны сумме сопротивлений общих ветвей со знаком плюс (минус), если направления контурных токов в общих ветвях совпадают (противоположны). Правая часть уравнений содержит алгебраическую сумму ЭДС, рассматриваемого контура (с плюсом, учитываются ЭДС, совпадающие по направлению с рассматриваемым контурным током).

Правило: *через ветвь, содержащую источник тока, должен замыкаться только один контурный ток, который будет равен току источника.*

Порядок расчета

1. Обозначаются токи ветвей.
2. Выбираются контурные токи.
3. Составляется система уравнений для контурных токов.
4. Находятся контурные токи.
5. Определяются реальные токи ветвей, как алгебраическая сумма контурных токов, текущих в этих ветвях (с плюсом учитываются контурные токи, совпадающие по направлению с реальным током в ветви)

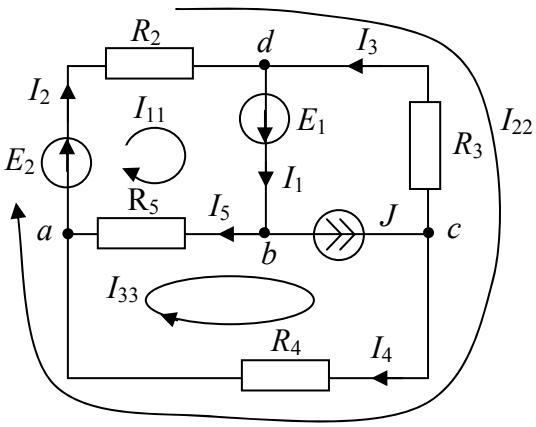


Рис. 2.6

В качестве примера возьмем схему рис. 2.5 и данные из примера 2.2. Данная схема имеет три независимых контура, поэтому выбираем три контурных тока I_{11}, I_{22}, I_{33} (рис. 2.6). При выборе мы учли, что через источник тока течет только один контурный ток $I_{33} = J$. Неизвестными являются

контурные токи I_{11} и I_{22}. Составляем два уравнения для расчета контурных токов:

$$I_{11}(R_2 + R_5) + I_{22}R_2 - I_{33}R_5 = E_2 + E_1;$$
$$I_{22}(R_2 + R_3 + R_4) + I_{11}R_2 + I_{33}R_4 = E_2.$$

Подставляя исходные данные и помня, что $I_{33} = J = 2$ А, получаем

$$210I_{11} + 140I_{22} = 140 + 170 + 2 \cdot 70;$$
$$280I_{22} + 140I_{11} = 170 - 2 \cdot 70.$$

Решая совместно эти уравнения находим контурные токи $I_{11} = 3.107$ А, $I_{22} = -1.446$ А.

Теперь через контурные токи находим реальные токи в схеме: $I_1 = I_{11} = 3.107$ А, $I_2 = I_{11} + I_{22} = 1.661$ А, $I_3 = -I_{22} = 1.446$ А, $I_4 = I_{22} + I_{33} = 0.554$ А, $I_5 = I_{11} - I_{33} = 1.107$ А. Найденные токи совпали с токами, рассчитанными по законам Кирхгофа.

2.4. Метод двух узлов

Метод двух узлов (межузлового напряжения) применяется для цепей, имеющих только два узла (например, узел 1 и узел 2).

Порядок расчета

1. Произвольно выбираются направления токов в ветвях схемы.
2. Вычисляется межузловое напряжение, направленное от узла 1 к узлу 2:

$$U_{12} = \frac{\left(\sum_n \frac{E_n}{R_n} + \sum_k J_k\right)}{\sum_m \frac{1}{R_m}},$$

где

$\sum_n \frac{E_n}{R_n}$ – алгебраическая сумма отношений ЭДС ветвей к сопротивлениям этих ветвей (отношение берется с плюсом, если стрелка ЭДС направлена к узлу 1);

$\sum_k J_k$ – алгебраическая сумма токов источников тока (ток берется с плюсом, если он направлен в узел 1);

$\sum_m \frac{1}{R_m}$ – сумма проводимостей всех ветвей, соединяющих узлы 1 и 2.

3. Вычисляются токи ветвей по закону Ома: $I_k = \dfrac{\pm U_{12} \pm E_k}{R_k}$,

где знак «+» выбирается, если направление тока I_k в k-ой ветви совпадает с направлением U_{12} и E_k; R_k – сопротивление k-ой ветви.

Пример 2.3. В схеме (рис. 2.7) определить все токи методом двух узлов, если $E_1 = 100$ В, $E_2 = 50$ В, $J = 2$ А, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 60$ Ом, $R_3 = 80$ Ом, $R_4 = 25$ Ом.

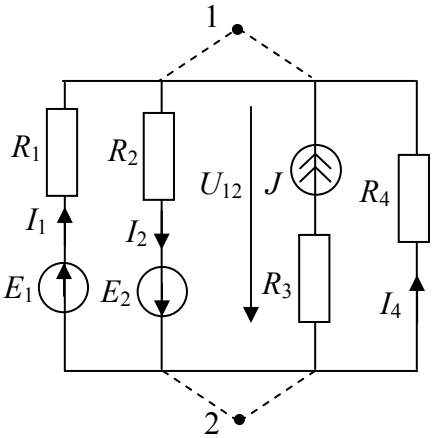


Рис. 2.7

Решение. Рассчитаем межузловое напряжение по формуле:

$$U_{12} = \frac{\dfrac{E_1}{R_1} - \dfrac{E_2}{R_2} + J}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3 + \infty} + \dfrac{1}{R_4}}.$$

При записи было учтено, что внутреннее сопротивление источника тока равно бесконечности (внутреннее сопротивление источника ЭДС равно нулю). Подставив в формулу исходные данные, получим, что $U_{12} = 32.5$ В. Зная межузловое напряжение, легко рассчитать неизвестные токи:

$$I_1 = \frac{-U_{12} + E_1}{R_1} = \frac{-32.5 + 100}{100} = 0.675 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{U_{12} + E_2}{R_2} = \frac{32.5 + 50}{60} = 1.375 \text{ А}; \quad I_4 = \frac{-U_{12}}{R_4} = \frac{-32.5}{25} = -1.3 \text{ А}.$$

2.5. Метод наложения

Принцип наложения: ток любой ветви может быть найден как алгебраическая сумма частичных токов, протекающих в этой ветви.

Частичный ток – это ток, генерируемый только одним источником энергии, остальные источники исключаются из цепи (источники ЭДС заменяют проводниками, а ветви с источниками тока разрывают).

Математическая форма записи принципа наложения:

$I_k = \sum_{i=1}^{n} I_k^{(i)}$, где I_k – искомый ток k-ой ветви; $I_k^{(i)}$ – частичный ток ветви, генерируемый i-м источником, n – число источников.

Порядок расчета

1. Определяется число источников *n*.
2. Изображается *n* подсхем, в каждой из которых оставляется только один источник энергии.
3. В каждой подсхеме определяется частичный ток.
4. Ток ветви находится алгебраическим суммированием частичных токов подсхем. С плюсом записываются частичные токи, которые совпадают по направлению с искомым током ветви, и с минусом, если не совпадают.

Пример 2.4. Определить ток I_2 (рис. 2.8, а) методом наложения, если $E = 90$ В, $J = 5$ А, $R_1 = 7$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 6$ Ом.

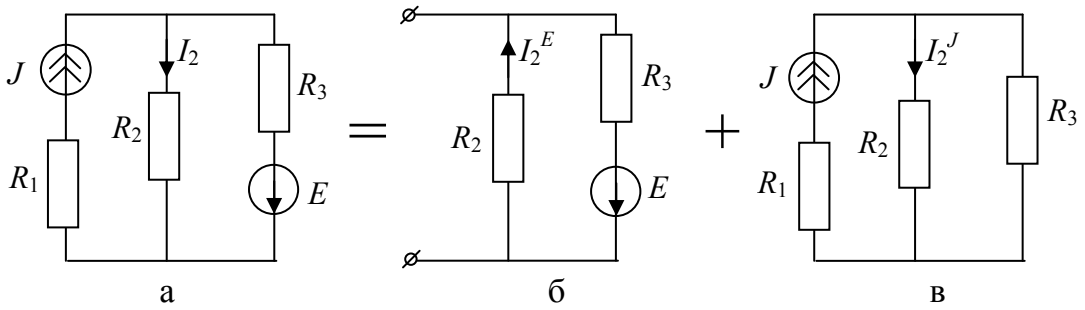


Рис. 2.8

Решение. В схеме два источника, следовательно, нужно нарисовать две подсхемы, в каждой из которых будет действовать один источник. Подсхема с источником ЭДС (ветвь с источником тока разомкнута) представлена на рис. 2.8, б. Частичный ток этой подсхемы равен

$$I_2^E = \frac{E}{R_2 + R_3} = \frac{90}{12} = 7.5 \text{ А}.$$

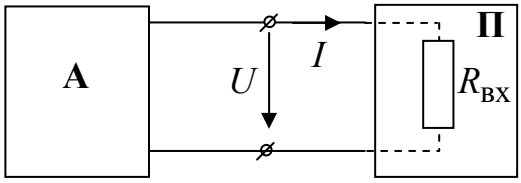
Подсхема с источником тока (вместо источника ЭДС – закоротка) представлена на рис. 2.8, в. Частичный ток определим по правилу параллельных ветвей

$$I_2^J = J\frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{30}{6+6} = 2.5 \text{ А}.$$

Ток ветви находится алгебраическим суммированием частичных токов подсхем: $I_2 = -I_2^E + I_2^J = -7.5 + 2.5 = -5$ А. Частичный ток I_2^E взят со знаком минус, т.к. его направление не совпадает с током ветви I_2.

2.6. Метод эквивалентного генератора

Двухполюсником называется цепь, которая соединяется с внешней относительно нее частью цепи через два вывода. Различают активные и пассивные двухполюсники. ***Активный*** двухполюсник содержит источники электрической энергии, а ***пассивный*** двухполюсник их не содержит. Условные обозначения активного **А** и пассивного **П** двухполюсников приведены на рис. 2.9.



а б

Рис. 2.9.

Схема замещения линейного двухполюсника определяется его линейной ВАХ или внешней характеристикой $U(I)$.

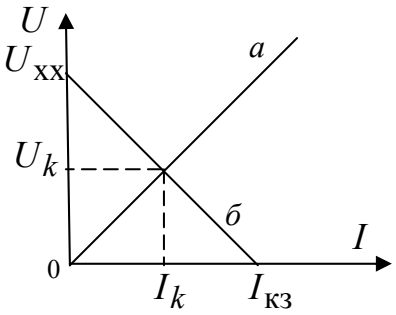


Рис. 2.10

ВАХ пассивного двухполюсника – прямая *а* на рис. 2.10. Поэтому его схема замещения представляется резистивным элементом с сопротивлением $R_{вх} = \dfrac{U}{I}$, где U, I и $R_{вх}$ – напряжение между выводами, ток и входное сопротивление пассивного двухполюсника.

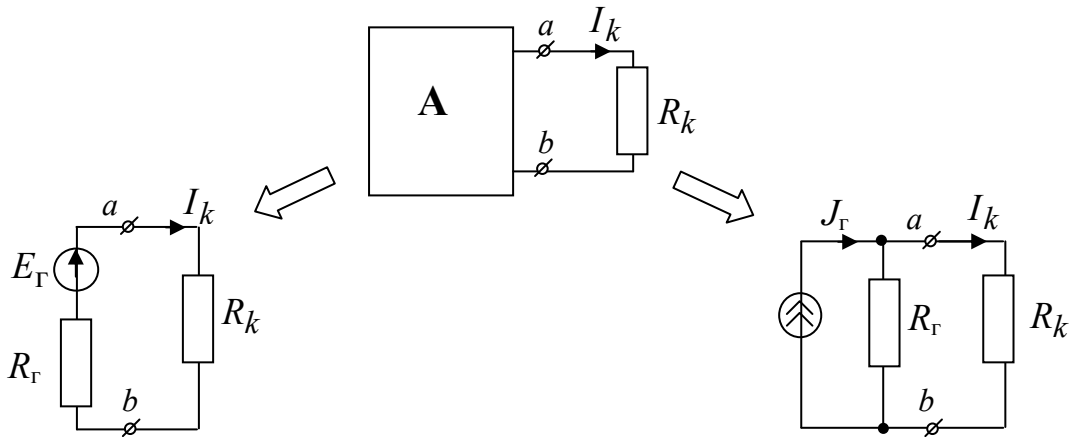
ВАХ активного двухполюсника (рис. 2.9, б) можно построить по двум точкам, соответствующим режимам холостого хода, т.е. при $R_н = \infty$, $U = U_{xx}$, $I = 0$, и короткого замыкания, т.е. при $R_н = 0$, $U = 0$, $I = I_{кз}$. Эта характеристика и ее уравнение $U = U_{xx} - IR_г$, где $R_г = R_{вых} = U_{xx}/I_{кз}$ – эквивалентное или выходное сопротивление двухполюсника, совпадают с одноименными характеристикой и уравнением для источника электрической энергии, представляемого схемами замещения рис. 1.8.

Метод эквивалентного генератора применяется при расчете электрических цепей, когда требуется определить ток только в одной ветви.

Метод основан на теореме об активном двухполюснике, согласно которой сложную цепь, содержащую источники, по отношению к ветви с искомым током, рассматривают как активный двухполюсник (эквивалентный генератор), состоящий из эквивалентного источника ЭДС $E_г$

(или источника тока $J_г$) и эквивалентного сопротивления $R_г$ (рис. 2.11). В этом случае ЭДС генератора $E_г$ равна напряжению холостого хода $U_{хх}$, т.е. напряжению на выходе цепи при разомкнутых зажимах «*ab*» ($R_k = \infty$). Внутреннее сопротивление генератора $R_г$ равно сопротивлению цепи относительно зажимов «*ab*». Ток ветви определяется по формуле:

$$I_k = \frac{E_г}{R_г + R_k} = \frac{U_{хх}}{R_г + R_k} = \frac{J_г}{1 + R_k / R_г}, \text{ где } J_г = I_{кз} = U_{хх} / R_г .$$



а б

Рис. 2.11

Порядок расчета

1. Разрывается цепь относительно выделенной ветви и любым методом определяется напряжение холостого хода $U_{хх} = E_г$.
2. Определяется сопротивление цепи $R_г$ относительно выделенной ветви. При этом ветви с источниками тока удаляются, а источники ЭДС заменяются проводниками.
3. Определяется ток ветви : $I_k = \dfrac{E_г}{R_г + R_k} = \dfrac{U_{хх}}{R_г + R_k}$, где R_k – сопротивление выделенной ветви.

Пример 2.5. Для схемы, представленной на рис. 2.5 найти ток I_5 методом эквивалентного генератора. Данные возьмем из примера 2.2:
$E_1 = 140$ В, $E_2 = 170$ В, $J = 2$ А, $R_2 = 140$ Ом, $R_3 = R_4 = R_5 = 70$ Ом.

Решение: Выделим ветвь с током I_5, а остальную часть схемы заменим эквивалентным генератором с параметрами $E_г$ и $R_г$.

Определим напряжение холостого хода $U_{\text{хх}} = E_{\text{г}}$. Для этого сопротивление R_5 заменяем разрывом (рис. 2.12).

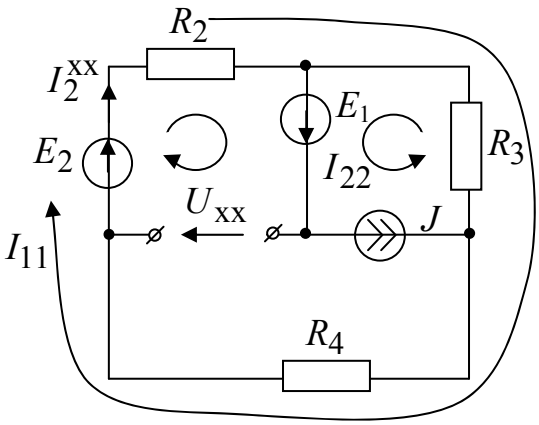


Рис. 2.12

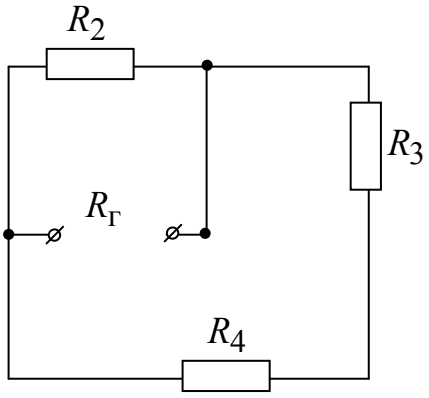


Рис. 2.13

По второму закону Кирхгофа $U_{\text{хх}} = E_1 + E_2 - I_2^{\text{хх}} R_2$. Для нахождения тока $I_2^{\text{хх}}$ используем метод контурных токов: $I_{22} = J = 2$ А;

$$I_{11}(R_2 + R_3 + R_4) - I_{22} R_3 = E_2 .$$

Подставляя данные получаем $I_{11} = \dfrac{170 + 2 \cdot 70}{280} = 1.107$ А,

тогда $I_2^{\text{хх}} = I_{11} = 1.107$ А и $U_{\text{хх}} = 155$ В.

Для определения $R_{\text{г}}$ выполним эквивалентные преобразования в схеме рис. 2.13:

$$R_{\text{г}} = \frac{(R_3 + R_4) R_2}{R_3 + R_4 + R_2} = \frac{140 \cdot 140}{280} = 70 \text{ Ом}.$$

Определяем ток ветви

$$I_5 = \frac{U_{\text{хх}}}{R_{\text{г}} + R_5} = \frac{155}{70 + 70} = 1.107 \text{ А}.$$

Ток и напряжение ветви можно определить графически. Для этого находятся напряжение холостого хода $U_{\text{хх}}$ и ток короткого замыкания $I_{\text{кз}}$ для этой ветви. Затем по этим двум точкам строится внешняя характеристика (рис. 2.10). В этих же координатных осях строится ВАХ $U = IR_k$, где R_k – это сопротивление ветви, в которой определяем ток. Из точки пересечения внешней и вольт-амперной характеристики опускаются перпендикуляры на оси координат и находятся ток ветви I_k и напряжение U_k.

3. Однофазные цепи синусоидального тока

3.1. Способы представления гармонических величин

Напряжения, токи и ЭДС называются ***переменными***, если их значения изменяются во времени. Их значения в любой данный момент времени называются ***мгновенными*** и обозначаются i, u, e. ***Гармоническая величина*** – это величина, изменяющаяся по закону синуса или косинуса.

В линейной цепи при действии синусоидально изменяющихся источников токи и напряжения будут также синусоидальны.

Известно несколько способов представления синусоидально изменяющихся величин: в виде тригонометрических функций, в виде графиков изменений во времени, в виде вращающихся векторов и в виде комплексных чисел.

Представление синусоидальных величин в виде графиков. На рис. 3.1 изображена синусоидальная функция

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi).$$

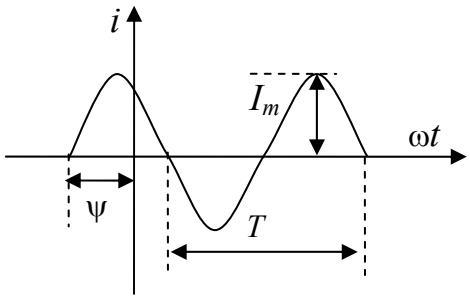


Рис. 3.1

Здесь I_m – максимальное значение или амплитуда; ψ – начальная фаза, или величина сдвига синусоиды относительно начала координат; T – период функции; $\omega = 2\pi f$ [рад/с] – угловая частота (число колебаний за 2π единиц времени); $f = 1/T$ [Гц] – частота.

О величине тока судят обычно по действующему значению за период. ***Действующее*** значение периодического тока равно по величине такому постоянному току, который, проходя через неизменное сопротивление R, за период времени T выделяет то же количество тепла, что и периодический ток:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)olt}, \qquad \text{аналогично } U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)olt}.$$

Если периодический ток изменяется по синусоидальному закону, то его действующее значение определяется как

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t + \psi)olt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Аналогично определяются действующие значения других величин:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}};\ E = \frac{E_m}{\sqrt{2}};\ J = \frac{J_m}{\sqrt{2}}.$$

Запись синусоидальных величин может осуществляться как через амплитудные, так и через действующие значения:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \psi).$$

Средним значением синусоидальной величины считают ее среднее значение за положительный полупериод, совпадающее со средним значением по модулю. Например, для тока вычислим среднее значение, выбрав начальную фазу равной нулю:

$$I_{\text{ср}} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} i(t)dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} I_m \sin\omega t dt = \frac{2I_m}{\pi}.$$

Представление синусоидальных величин вращающимися векторами. Для представления тока $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)$ вращающимся вектором построим (рис. 3.2) радиус вектор I_m этой величины длиной (в масштабе), равной амплитуде тока, и под углом ψ к горизонтальной оси. Это будет его исходное положение в момент начала отсчета времени $t = 0$.

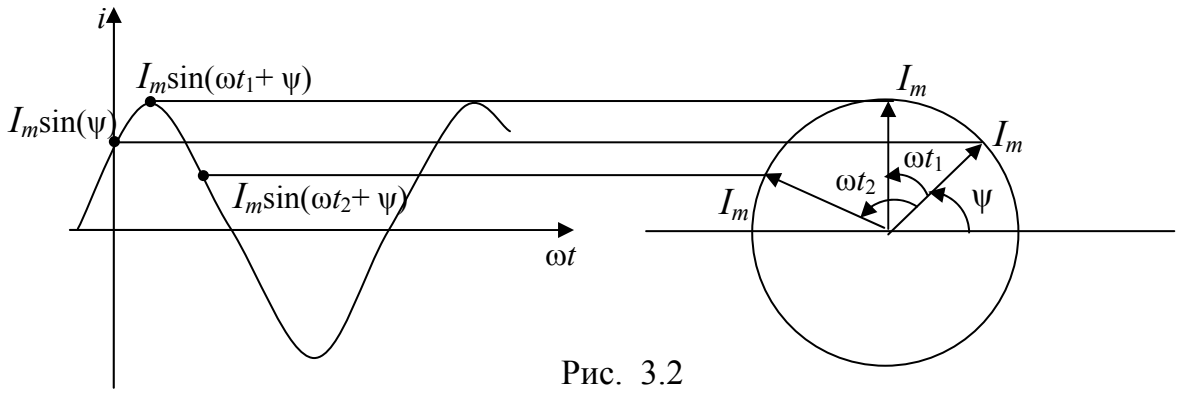


Рис. 3.2

Если радиус-вектор вращать с постоянной угловой скоростью ω против направления движения часовой стрелки, то его проекция на вертикальную ось будет равна $I_m \sin(\omega t + \psi)$ (рис. 3.2).

Применение вращающихся векторов позволяет компактно представить на одном рисунке совокупность различных синусоид одной частоты.

Представление синусоидальных величин комплексными числами. Для того, чтобы представить синусоидальную величину $a(t) = A_m \sin(\omega t + \psi)$ комплексным числом, проведем на комплексной плоскости (рис. 3.3) из начала координат под углом ψ к оси действительных чисел вектор, длина которого (в масштабе) равна A_m. Конец

вектора находится в точке, которой соответствует определенное комплексное число – ***комплексная амплитуда***: $\dot{A}_m = A_m e^{j\psi}$, где $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

При увеличении во времени фазы $\omega t + \psi$ угол между вектором и осью действительных чисел растет, т.е. получается вращающийся вектор $A_m e^{j(\omega t+\psi)} = A_m \cos(\omega t + \psi) + jA_m \sin(\omega t + \psi)$. При этом мнимая часть этого вектора равна заданной синусоидальной величине.

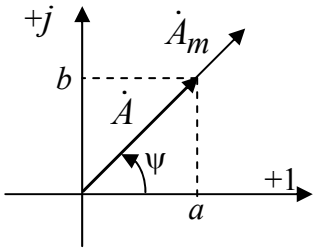


Рис. 3.3

Принято на комплексной плоскости изображать векторы синусоидально изменяющихся во времени величин для момента времени $\omega t = 0$. Для этого момента времени вектор $A_m e^{j(\omega t+\psi)}$ будет равен комплексной амплитуде $\dot{A}_m = A_m e^{j\psi}$.

Вектор на комплексной плоскости, длина которого (в масштабе) равна действующему значению синусоидальной величины (рис. 3.3), и соответствующее комплексное число называется ***комплексным действующим значением:*** $\dot{A} = \dot{A}_m / \sqrt{2} = Ae^{j\psi}$.

Применяются три формы записи комплексного значения синусоидальной величины:

показательная форма $\dot{A} = Ae^{j\psi}$;

тригонометрическая форма $\dot{A} = A\cos\psi + jA\sin\psi$;

алгебраическая форма $\dot{A} = \mathrm{Re}\,\dot{A} + \mathrm{Im}\,\dot{A} = a + jb$, где $\mathrm{Re}\,\dot{A} = a = A\cos\psi$ и $\mathrm{Im}\,\dot{A} = b = A\sin\psi$ - действительная и мнимая части комплекса $\dot{A}$.

Переход от показательной формы к алгебраической

$$Ae^{j\psi} = a + jb, \text{ где } a = A\cos\psi;\ b = A\sin\psi.$$

Переход от алгебраической формы к показательной

$a + jb = Ae^{j\psi}$, где $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ – модуль комплексного числа; $\psi = \mathrm{arctg}\dfrac{b}{a} \pm 180^\circ$ – фаза, причем $\pm 180^\circ$ учитывается, если $a < 0$.

Пример 3.1. Пусть ток и напряжение заданы в виде синусоид: $i(t) = 5\sin(\omega t + 130^\circ)$ А, $u(t) = 200\sin(\omega t - 30^\circ)$ В, тогда комплексная амплитуда тока $\dot{I}_m = 5e^{j130}$ А, комплексное действующее значение $\dot{I} = \dfrac{5}{\sqrt{2}} e^{j130}$ А. Переведем показательную форму в алгебраическую:

$\dot{I}_m = 5e^{j130} = 5\cos(130^\circ) + j5\sin(130^\circ) = -3.21 + j3.83$ А. Комплексная амплитуда напряжения $\dot{U}_m = 200e^{-j30}$ В или в алгебраической форме $\dot{U}_m = 200\cos(-30^\circ) + j200\sin(-30^\circ) = 173.2 - j100$ В.

Операции с комплексными числами

1. При сложении (вычитании) комплексных чисел их записывают в алгебраической форме и отдельно складывают (вычитают) их действительные и мнимые части:

$$A_1e^{j\psi_1} \pm A_2e^{j\psi_2} = (a_1 + jb_1) \pm (a_2 + jb_2) = a_3 + jb_3 = A_3e^{j\psi_3}.$$

$$5e^{j53.1} + 12.8e^{-j51.34} = (3 + 4j) + (8 - 10j) = 11 - 6j = 12.53e^{-j28.6}$$

2. Умножение и деление производят в показательной форме:

$$A_1e^{j\psi_1} \cdot A_2e^{j\psi_2} = A_1A_2e^{j(\psi_1+\psi_2)}; \quad 3e^{j50} \cdot 6e^{-j20} = 18e^{j30}.$$

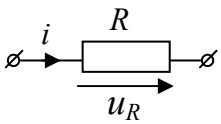
$$\frac{A_1e^{j\psi_1}}{A_2e^{j\psi_2}} = \frac{A_1}{A_2}e^{j(\psi_1-\psi_2)}; \quad \frac{10e^{j85}}{5e^{j45}} = 2e^{40}.$$

3. Сопряженное комплексное число: если $\dot{A} = Ae^{j\psi} = a + jb$, то сопряженное ему число запишется в виде $A^* = Ae^{-j\psi} = a - jb$.

Некоторые соотношения:

$$j = e^{j90}; \; -j = e^{-j90}; \; jj = -1; \quad \frac{1}{j} = -j; \quad 1 = e^{j0}; \quad -1 = e^{j180}.$$

3.2. Электрическая цепь с резистивным элементом



Если через резистивный элемент течет синусоидальный ток $i(t) = I_m\sin(\omega t + \psi_i)$, тогда напряжение на сопротивлении изменяется по закону Ома

$$u_R(t) = i(t)R = I_mR\sin(\omega t + \psi_i) = U_{mR}\sin(\omega t + \psi_u),$$

где амплитуды тока и напряжения связаны соотношением $U_{mR} = I_mR$, а их начальные фазы равны $\psi_i = \psi_u$.

Следовательно, *напряжение на зажимах сопротивления и ток, проходящий через это сопротивление, имеют одинаковую начальную фазу или, как говорят, совпадают по фазе.*

***Фазовый сдвиг* φ** – это разность начальных фаз двух синусоид, имеющих одинаковую частоту. В данном случае фазовый сдвиг между напряжением и током равен нулю: $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$.

Если перевести амплитудные значения в действующие (разделив на $\sqrt{2}$), то получим соотношение для действующих значений $U_R = IR$.

Представим синусоидальные ток и напряжение в комплексной форме: $\dot{I} = Ie^{j\psi_i}$ и $\dot{U}_R = Ue^{j\psi_u}$.

Закон Ома в комплексной форме для резистивного элемента: $\dot{U}_R = \dot{I}R$.

Комплексная схема замещения резистивного элемента и его векторная диаграмма представлены на рис. 3.4.

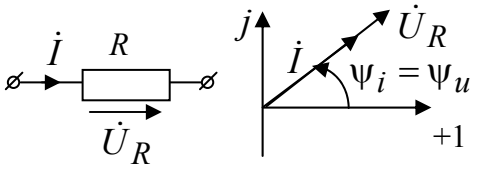


Рис. 3.4

Мгновенная мощность, поступающая в сопротивление:

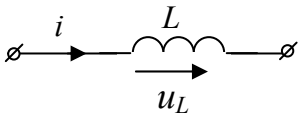
$p_R(t) = u_R i = UI(1 - \cos 2(\omega t + \psi_i))$

изменяется с угловой частотой, удвоенной по сравнению с частотой напряжения и тока. Ввиду того, что в рассматриваемом случае напряжение и ток совпадают по фазе, то есть всегда имеют одинаковый знак, их произведение всегда положительно.

Среднее значение мощности за период: $P = \frac{1}{T}\int_0^T p_R dt$ называется активной мощностью и измеряется в ваттах (Вт). В рассмотренном случае $P = I^2 R$, то есть вся электрическая энергия, поступающая в сопротивление, преобразуется в тепло.

3.3. Электрическая цепь с идеальной катушкой

Связь между мгновенными значениями тока и напряжения индуктивного элемента (идеальной катушки) выражается формулами:



$u_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$; $i(t) = \frac{1}{L}\int u_L(t)dt$.

Если в индуктивном элементе ток синусоидальный $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$, тогда напряжение изменяется по закону:

$$u_L = L\frac{di}{dt} = L\omega I_m \cos(\omega t + \psi_i) = x_L I_m \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ) = U_{mL}\sin(\omega t + \psi_u),$$

Полученное выражение показывает, *что напряжение на индуктивности опережает ток на* 90°. Тогда фазовый сдвиг $\varphi = \psi_u - \psi_i = 90^\circ$. Амплитуды, так же как и действующие значения напряжения и тока, связаны соотношениями, подобными закону Ома:

$$U_{mL} = \omega L I_m = I_m x_L; \quad U_L = \omega L I = I x_L,$$

где $x_L = \omega L$ [Ом] – ***реактивное сопротивление индуктивного элемента*** (индуктивное сопротивление). Величина $b_L = 1/\omega L$ называется индуктивной проводимостью, тогда $I_m = b_L U_{mL}$.

Если $\omega \to 0$, то $x_L \to 0$ – сопротивление индуктивного элемента постоянному току равно нулю.

Представим синусоидальный ток $i(t)$ и напряжение $u_L(t)$ соответствующими комплексными значениями: $\dot{I} = Ie^{j\psi_i}$, $\dot{U}_L = U_L e^{j\psi_u}$.

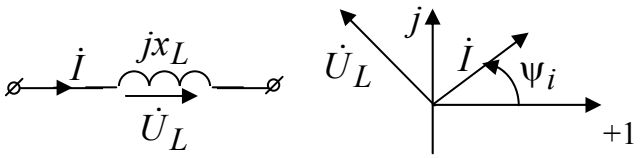


Рис. 3.5

Комплексная схема замещения и векторная диаграмма индуктивного элемента приведены на рис. 3.5. На диаграмме показано, что вектор напряжения опережает вектор тока на 90°.

Закон Ома в комплексной форме для индуктивного элемента

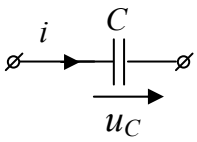
$$\dot{U}_L = \dot{I} \cdot jx_L,$$

где $x_L = \omega L$ и $j = 1e^{j90}$ – учитывает поворот вектора на 90°.

Энергия, накопленная в магнитном поле индуктивного элемента, рассчитывается по формуле: $W_м = \dfrac{Li^2}{2}$.

3.4. Электрическая цепь с идеальным конденсатором

Связь между мгновенными значениями тока и напряжения емкостного элемента (идеального конденсатора) выражается формулами:



$$i(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}; \quad u_C(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt.$$

Если через емкостной элемент течет синусоидальный ток $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$, тогда напряжение на элементе запишется в виде:

$$u_C(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt = \frac{-I_m}{\omega C}\cos(\omega t + \psi_i) = x_C I_m \sin(\omega t + \psi_i - 90^\circ) =$$
$$= U_{mC}\sin(\omega t + \psi_u).$$

Полученное выражение показывает, что *напряжение на емкости отстает от тока на* 90°. Фазовый сдвиг $\varphi = \psi_u - \psi_i = -90^\circ$.

Амплитуды и действующие значения напряжения и тока связаны соотношениями: $U_{mC} = \frac{1}{\omega C} I_m = I_m x_C$; $U_C = \frac{1}{\omega C} I = I x_C$,

где $x_C = \frac{1}{\omega C}$ [Ом] – ***реактивное сопротивление емкостного элемента*** (емкостное сопротивление). Обратная величина $b_C = \omega C$ называется емкостной проводимостью. Следовательно,

$$I_m = b_C U_{mC}; \qquad I = b_C U_C.$$

Если $\omega \to 0$, то $x_C \to \infty$, т.е. емкостной элемент представляет разрыв для постоянного тока, который при постоянном напряжении не протекает через емкость.

Представим синусоидальный ток i и напряжение u_C соответствующими комплексными значениями: $\dot{I} = Ie^{j\psi_i}$, $\dot{U}_C = U_C e^{j\psi_u}$. Комплексная схема замещения и векторная диаграмма емкостного элемента приведены на рис. 3.6. На диаграмме показано, что вектор напряжения отстает от вектора тока на 90°.

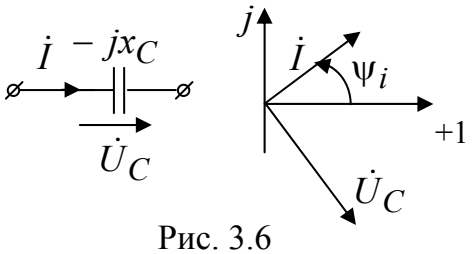


Рис. 3.6

Закон Ома в комплексной форме для индуктивного элемента

$$\dot{U}_C = \dot{I} \cdot (-jx_C),$$

где $x_C = \frac{1}{\omega C}$ и $-j = 1e^{-j90}$ – учитывает поворот вектора на -90°.

Энергия, накопленная в электрическом поле емкостного элемента, рассчитывается по формуле: $W_{эл} = \frac{Cu_C^2}{2}$.

3.5. Законы Кирхгофа в комплексной форме

Первый закон Кирхгофа в комплексной форме

Алгебраическая сумма комплексов действующих значений токов в узле равна нулю: $\sum \pm \dot{I}_k = 0$.

Графическая проверка первого закона Кирхгофа осуществляется с помощью лучевой векторной диаграммы. ***Лучевая векторная диаграмма*** строится для комплексов действующих значений токов – это векторы, выходящие из начала координат каждый под своим углом.

Второй закон Кирхгофа в комплексной форме

В любом замкнутом контуре алгебраическая сумма комплексов действующих значений падений напряжения на пассивных элементах равна алгебраической сумме комплексов действующих значений ЭДС и напряжений источников тока:

$$\sum \pm \dot{U}_k = \sum \pm \dot{E}_k + \sum \pm \dot{U}_{jk} .$$

Для графической проверки второго закона Кирхгофа служит ***топографическая диаграмма напряжений*** – это векторы комплексов действующих значений напряжения, подстроенные один к другому и образующие замкнутый контур. Напряжения откладываются строго в том порядке, в каком соединены соответствующие элементы данной цепи, причем каждый последующий вектор проводится из конца предыдущего. Отрезок, соединяющий любые две точки диаграммы, равен напряжению между соответствующими точками схемы.

Векторы напряжений топографических диаграмм по отношению к соответствующим токам должны:

- совпадать по фазе для резистивных элементов;
- опережать ток на 90° для индуктивных элементов;
- отставать от тока на 90° для емкостных элементов.

Стрелки векторов напряжений должны показывать точку высшего потенциала.

3.6. Расчет линейных электрических цепей в комплексной форме

Так как основные законы электротехники в комплексной форме такие же, как и для цепей с постоянными токами, то все известные методы расчета цепей с постоянными токами справедливы для расчета цепей с переменными токами, только во всех формулах напряжения, ЭДС, токи и сопротивления будут комплексными числами.

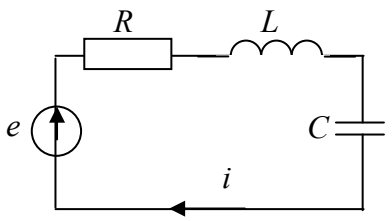


Рис. 3.7

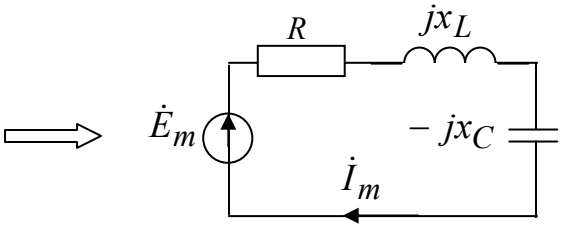


Рис. 3.8

Например, для схемы, представленной на рис. 3.7, при $e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi)$, уравнение для мгновенных значений по второму закону Кирхгофа запишется в виде

$$u_R + u_L + u_C = e \quad \text{или} \quad iR + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = e.$$

Для расчета данной схемы составим схему замещения цепи (рис. 3.8) и запишем второй закон Кирхгофа в комплексной форме:

$$\dot{I}_m R + \dot{I}_m jx_L + \dot{I}_m(-jx_C) = \dot{E}_m.$$

Вынесем $\dot{I}_m$ за скобку $\dot{I}_m(R + jx_L - jx_C) = \dot{E}_m$. (3.1)

Следовательно, для схемы (рис. 3.7)

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{E}_m}{(R + jx_L - jx_C)},$$

где $\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = R + j(x_L - x_C)$ [Ом] – ***комплекс полного сопротивления цепи***.

Уравнение (3.1) перепишем в виде $\dot{I}_m \underline{Z} = \dot{E}_m$. Поделим обе его части на $\sqrt{2}$ и перейдем от комплексных амплитуд к комплексам действующих значений:

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\underline{Z}}. \qquad (3.2)$$

Уравнение (3.2) представляет собой ***закон Ома для цепи синусоидального тока.*** В общем случае $\underline{Z}$ имеет некоторую действительную часть R и некоторую мнимую часть $jx = j(x_L - x_C)$:

$$\underline{Z} = R + jx = Ze^{j\varphi},$$

где R, x – активное и реактивное сопротивления цепи;

$Z = \sqrt{R^2 + x^2}$ – модуль полного сопротивления цепи;

$\varphi = arctg\dfrac{x}{R}$ – угол сдвига фаз между входным напряжением и входным током.

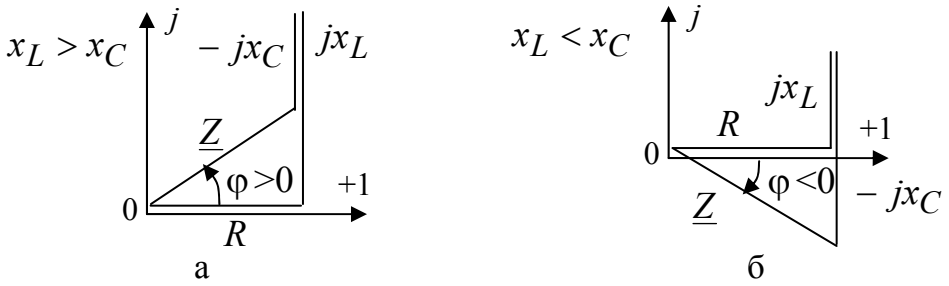


Рис. 3.9

В зависимости от знака величины $(x_L - x_C)$ угол φ может быть либо положительным ($\varphi > 0$ – индуктивный характер комплексного со-

противления (рис. 3.9, а)), либо отрицательным ($\varphi < 0$ – емкостной характер комплексного сопротивления (рис. 3.9, б)).

Для построения векторной диаграммы покажем на схеме направления напряжений на пассивных элементах (рис. 3.10).

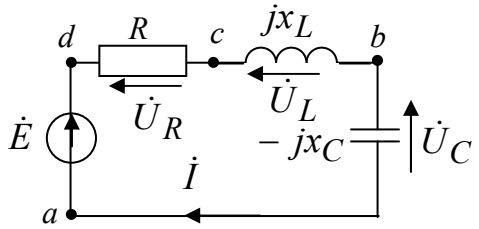


Рис. 3.10

Пусть вектор тока совпадает по направлению с осью вещественных чисел (рис. 3.11). Выбираем масштаб тока ($m_i = n$, А/см) и масштаб напряжения ($m_u = k$, В/см). В принятом масштабе изображаем вектор тока $\dot{I}$, затем в масштабе откладываем напряжения на соответствующих сопротивлениях в последовательности их расположения в цепи. Пусть точка *a* совпадает с началом координат, из этой точки выходит вектор напряжения $\dot{U}_C = \dot{I} \cdot (-jx_C)$, который отстает от тока на 90°. Стрелка напряжения $\dot{U}_C$ входит в точку *b*, из которой выходит $\dot{U}_L = \dot{I} \cdot jx_L$. Следовательно, на комплексной плоскости из конца вектора $\dot{U}_C$ строим вектор $\dot{U}_L$, учитывая, что он должен опередить ток на 90°. Затем из конца вектора $\dot{U}_L$ откладываем $\dot{U}_R = \dot{I}R$, который совпадает по фазе с током. ЭДС $\dot{E}$ находим как сумму напряжений на пассивных элементах (рис. 3.11). Векторная диаграмма построена для случая $U_L > U_C$.

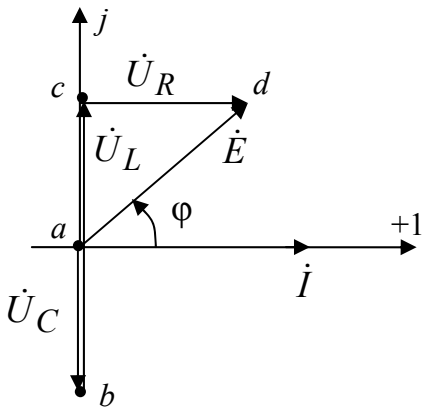


Рис. 3.11

Пример 3.2. Входное сопротивление цепи постоянному току 10 Ом. Во сколько раз оно измениться на частоте 100 рад/с, если $L = 0.1$Гн, $C = 2$мФ. Определить входной ток (рис. 3.12) при входном напряжении $u(t) = \sqrt{2}80\sin(\omega t + 90^\circ)$В.

Решение. Напряжение и сопротивления элементов цепи представляем в комплексной форме:

$x_L = \omega L = 100 \cdot 0.1 = 10$Ом, $x_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{10^3}{100 \cdot 2} = 5$Ом, активное сопротивление не зависит от частоты R =10 Ом, $\dot{U}_m = 80\sqrt{2}e^{j90}$.

На постоянном токе частота равна нулю, следовательно, $x_C \to \infty, x_L = 0$ и в цепи остается только активное сопротивление R =10 Ом. При частоте равной 100 рад/с рассчитаем полное комплексное сопротивление цепи:

$$\underline{Z} = R + \frac{-jx_C jx_L}{jx_L - jx_C} = 10 + \frac{50}{10j - 5j} = 10 - 10j = 10\sqrt{2}e^{-j45} \text{ Ом.}$$

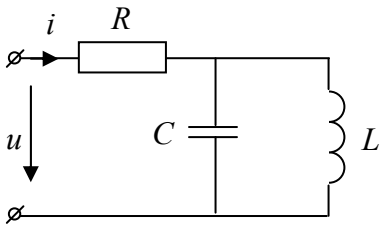


Рис. 3.12

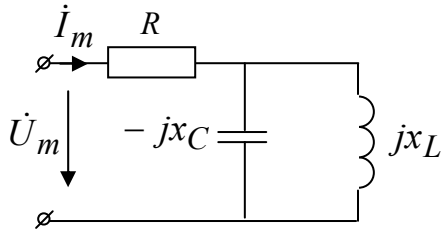


Рис. 3.13

Значит, входное сопротивление цепи на частоте 100 рад/с увеличится в $\sqrt{2}$ раз по сравнению с входным сопротивлением цепи постоянному току. Определяем ток по закону Ома:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{\underline{Z}} = \frac{80\sqrt{2}e^{j90}}{10\sqrt{2}e^{j-45}} = 8e^{j135} \text{ А.}$$

Представляем ток как функцию времени: $i(t) = 8\sin(100t + 135^\circ)$ А.

3.7. Мощность в цепи синусоидального тока

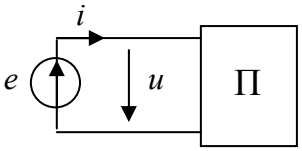


Рис. 3.14

Если пассивный двухполюсник подключен к источнику ЭДС с напряжением $u(t) = \sqrt{2}U\sin(\omega t + \psi_u)$ и током $i(t) = \sqrt{2}I\sin(\omega t + \psi_i)$, тогда его мгновенная мощность запишется в виде

$$p = ui = 2UI\sin(\omega t + \psi_u)\sin(\omega t + \psi_i) = UI\cos\varphi + UI\cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i) =$$
$$= P + S\cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i),$$

где $P = \frac{1}{T}\int_0^T p dt = UI\cos\varphi$ [Вт] – активная мощность, равна постоянной составляющей мгновенной мощности; $\varphi = \psi_u - \psi_i$ – сдвиг фаз между напряжением и током.

Активная мощность зависит от действующих значений напряжения и тока, а также от $\cos\varphi$ – ***коэффициента мощности***. Активная мощ-

ность определяет среднюю скорость необратимого преобразования энергии во всех резистивных элементах. Она всегда положительна и не зависит от знака угла φ.

Активная мощность измеряется ваттметрами. Ваттметр имеет две измерительные цепи, одна из которых включается последовательно с двухполюсником, т.е. ток в этой цепи равен току i двухполюсника. Вторая измерительная цепь включается параллельно с двухполюсником, т.е. напряжение на этой цепи равно напряжению u двухполюсника. Чтобы учесть знак угла φ измерительные цепи должны быть включены относительно положительных направлений тока и напряжения, поэтому один из выводов каждой измерительной цепи обозначен звездочкой (рис. 3.15).

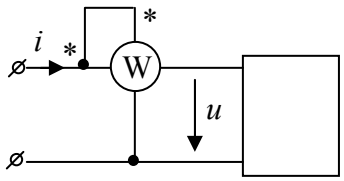


Рис. 3.15

Из треугольника сопротивлений (рис. 3.9) следует, что $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z}$, тогда $P = UI\cos\varphi = \dfrac{U}{Z}IR = I^2R$.

Полная мощность – это произведение действующих значений напряжения между выводами источника $U = E$ и тока источника I:

$$S = UI = EI = I^2Z \text{ [ВА]}.$$

Для измерения полной мощности выбрана своя единица: вольт-ампер [ВА].

Полная мощность определяет эксплуатационные возможности многих электротехнических устройств (генераторов, трансформаторов и др.), для которых она указывается в качестве номинальной: $S_{\text{н}} = U_{\text{н}}I_{\text{н}}$. Например, для генератора электрической энергии номинальная полная мощность равна его максимальной активной мощности, которая может быть получена при $\cos\varphi = 1$.

Реактивная мощность Q отражает процесс обмена энергией между источником энергии и совокупностью индуктивных и емкостных элементов: $Q = UI\sin\varphi = I^2x$ [Вар], где $\sin\varphi = \dfrac{x}{Z}$ (из треугольника сопротивлений). При индуктивном характере входного сопротивления ($\varphi > 0$) реактивная мощность положительна, при емкостном ($\varphi < 0$) – отрицательна.

Представим входной ток и напряжение в комплексной форме: $\dot{I} = Ie^{j\psi_i}$, $\dot{U} = Ue^{j\psi_u}$. Запишем в общем виде полное комплексное со-

противление цепи $\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = R + jx$. Тогда комплекс полной мощности цепи запишется в виде

$$\dot{S} = \dot{U}I^* = UIe^{j(\psi_u - \psi_i)} = UIe^{j\varphi} = P + jQ \text{ [ВА]},$$

где $I^* = Ie^{-j\psi_i}$ – сопряженный ток; $P = UI\cos\varphi$ – активная мощность; $Q = UI\sin\varphi$ – реактивная мощность.

Так как $\dot{U} = \dot{I}\underline{Z}$, то комплекс полной мощности можно записать в виде $\dot{S} = \dot{U}I^* = \underline{Z}II^* = \underline{Z}I^2 = RI^2 + jxI^2$.

Если все стороны треугольника сопротивлений (рис. 3.9) умножить на I, то получим треугольник напряжений (рис. 3.16), где $U = \sqrt{U_R^2 + U_x^2}$; $\cos\varphi = \dfrac{U_R}{U}$; $U_R = IR$; $U_x = Ix$.

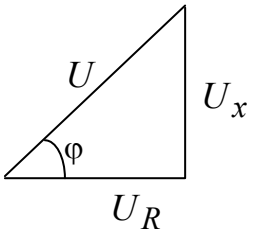


Рис. 3.16

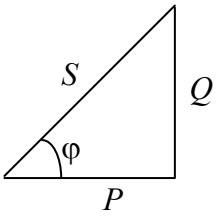


Рис. 3.17

Если все стороны треугольника напряжений (рис. 3.16) умножить на I, то получим треугольник мощностей (рис. 3.17), где $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$; $\cos\varphi = \dfrac{P}{S}$.

Для проверки правильности расчетов составляется баланс мощностей в комплексной форме.

Если в схеме имеется несколько источников ЭДС и источников тока, то выражение для вырабатываемой полной мощности определяется в виде

$$\dot{S}_{\text{и}} = \sum_i \dot{E}_i I_i^* + \sum_k \dot{U}_{Jk} J_k^* = P_{\text{и}} + jQ_{\text{и}}.$$

В свою очередь, активная потребляемая мощность определяется как сумма активных мощностей во всех резистивных элементах:

$$P_{\text{п}} = \sum_k I_k^2 R_k,$$

где I_k – действующее значение тока в k-ой ветви; R_k – сопротивление k-ой ветви.

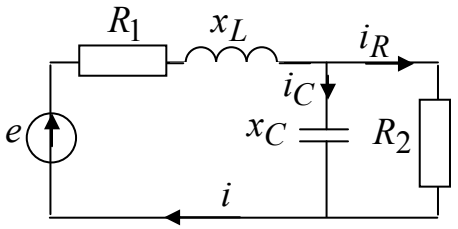
Реактивная потребляемая мощность находится с учетом действующих значений токов во всех реактивных элементах:

$$Q_{\text{п}} = \sum_i I_i^2 x_{Li} - \sum_k I_k^2 x_{Ck} \ .$$

Далее рассчитывается относительная погрешность:

$$\delta_P = \frac{|P_{\text{и}} - P_{\text{п}}|}{P_{\text{и}}} \cdot 100\% \le 3\% ; \qquad \delta_Q = \frac{|Q_{\text{и}} - Q_{\text{п}}|}{Q_{\text{п}}} \cdot 100\% \le 3\% .$$

Пример 3.3. Определить входное сопротивление цепи, токи и составить баланс мощности если



$e(t) = 42{,}42\sin(\omega t + 90^\circ)$,В, $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $x_C = 2$ Ом, $x_L = 9$ Ом.

Решение. Расчет ведем в комплексных числах $\dot{E} = \frac{42.42}{\sqrt{2}} e^{j90} = 30e^{j90}$ В. Определим комплекс входного сопротивления цепи:

$$\underline{Z} = R_1 + jx_L + \frac{-jx_C \cdot R_2}{R_2 - jx_C} = 5 + 9j + \frac{4e^{-j90}}{2 - 2j} = 5 + 9j + 1.41e^{-j45} = 6 + 8j \text{ Ом}$$

Комплекс действующего значения входного тока найдем по закону Ома:

$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\underline{Z}} = \frac{30e^{j90}}{6 + 8j} = 3e^{j36.8}$ А, а токи в ветвях по правилу параллельных ветвей: $\dot{I}_R = \dot{I}\frac{-jx_C}{R_2 - jx_C} = 3e^{j36.8}\frac{-2j}{2 - 2j} = 2.12e^{-j8.2}$ А;

$\dot{I}_C = \dot{I}\frac{R_2}{R_2 - jx_C} = 3e^{j36.8}\frac{2}{2 - 2j} = 2.12e^{j81.8}$ А.

Составим баланс мощностей:

$\dot{S}_{\text{и}} = \dot{E} \cdot I^* = 30e^{j90} \cdot 3e^{-j36.8} = P_{\text{и}} + jQ_{\text{и}} = 53.9 + 72j$ ВА;

$P_{\text{п}} = I^2 R_1 + I_R^2 R_2 = 3^2 \cdot 5 + 2.12^2 \cdot 2 = 53.9$ Вт;

$Q_{\text{п}} = I^2 x_L - I_C^2 x_C = 3^2 \cdot 9 - 2.12^2 \cdot 2 = 72$ Вар. Баланс сошелся, значит, токи рассчитаны верно. Запишем их мгновенные значения:

$$i(t) = 3\sqrt{2}\sin(\omega t + 36.8), \text{ А}; \quad i_R(t) = 2.12\sqrt{2}\sin(\omega t - 8.2), \text{ А};$$

$$i_C(t) = 2.12\sqrt{2}\sin(\omega t + 81.8), \text{ А}.$$

3.8. Резонанс в цепях синусоидального тока

Резонанс – это такой режим электрической цепи, содержащей емкости и индуктивности, при котором общее входное сопротивление или входная проводимость цепи будут чисто вещественными. В этом режиме цепь потребляет только активную мощность и входные ток и напряжение совпадают по фазе. Различают резонансы напряжений, токов и сложной цепи.

Резонанс напряжений – это резонанс при последовательном соединении участков цепи с индуктивным и емкостным характером (рис. 3.18).

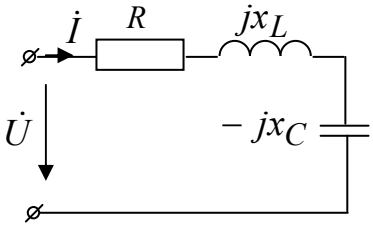


Рис. 3.18

Полное сопротивление цепи $\underline{Z} = R + j(x_L - x_C)$. Исходя из определения резонанса, выведем условие резонанса: $x_L = x_C$ или $\omega L = 1/\omega C$.

В режиме резонанса напряжений за счет компенсации реактивных сопротивлений входное сопротивление цепи будет вещественным $\underline{Z} = R$ и наименьшим, следовательно, ток станет максимальным: $\dot{I}_{\max} = \dot{U}/R$.

Резонанс напряжений может быть достигнут изменением частоты, емкости или индуктивности. Резонансная частота рассчитывается по формуле $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, резонансная емкость – $C_0 = 1/\omega^2 L$, резонансная индуктивность – $L_0 = 1/\omega^2 C$.

Если реактивные сопротивления $x_L = x_C$, то напряжения на реактивных элементах $\dot{U}_L = jx_L\dot{I}$, $\dot{U}_C = -jx_C\dot{I}$ будут равны по модулю ($U_L = U_C$) и могут значительно превосходить по величине приложенное напряжение. Поэтому резонанс при последовательном соединении называют резонансом напряжений.

Превышение напряжения на реактивных элементах над входным напряжением имеет место при условии

$$R < \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}},$$

Величина $\rho = \sqrt{L/C}$ [Ом] имеет размерность сопротивления и называется ***волновым (характеристическим) сопротивлением контура***.

Отношение $Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\rho}{R}$ определяет резонансные свойства колебательного контура и называется ***добротностью контура***.

Если при резонансе увеличить в одинаковое число раз n индуктивное и емкостное сопротивления, то ток в цепи не изменится, а напряжения на индуктивном и емкостном элементах увеличатся в n раз.

Угол между входным напряжением и током в режиме резонанса $\varphi = \mathrm{arctg}\frac{x_L - x_C}{R} = 0$. Следовательно, реактивная мощность цепи $Q = UI\sin\varphi = 0$, и цепь в режиме резонанса потребляет только активную мощность $P = UI\cos\varphi$.

Физическая причина возникновения повышенных напряжений – это колебания энергии, запасаемой попеременно в электрическом поле емкостного элемента и в магнитном поле индуктивного элемента.

Зависимости полного $Z = \sqrt{R^2 + x^2}$, реактивного $x = \omega L - 1/\omega C$ сопротивлений и угла сдвига фаз $\varphi = \mathrm{arctg}\frac{x}{R}$ от частоты приведены на рис. 3.19.

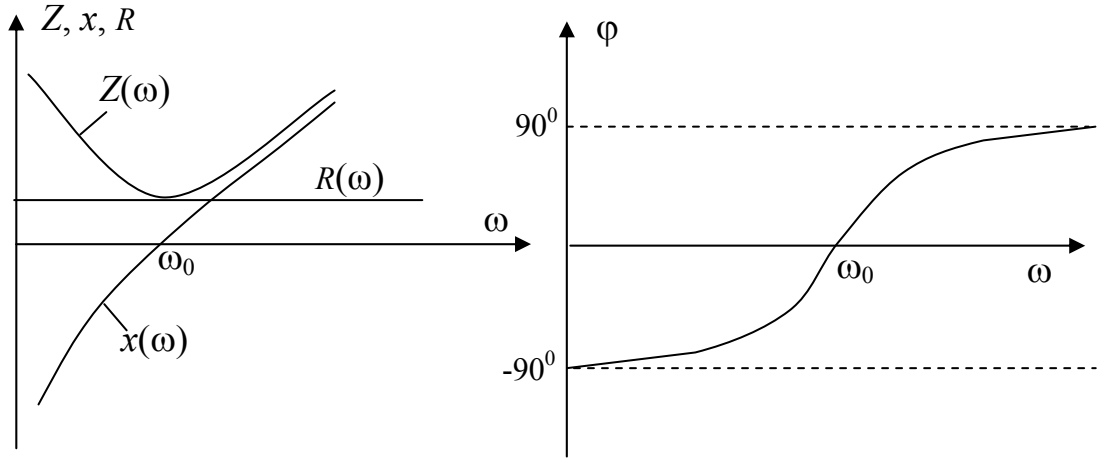


Рис. 3.19

В аппаратуре связи, автоматики и т.д. большое практическое значение имеют зависимости токов и напряжений от частоты для цепей, в которых возможен резонанс. Эти зависимости называются ***резонансными кривыми*** (рис. 3.20).

Ток $I(\omega)=\dfrac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}}$ достигает максимального значения в режиме резонанса. Напряжение на индуктивном элементе $U_L=\omega LI$. При $\omega=0$ $U_L=0$, при $\omega\to\infty$ $U_L\to U$. Напряжение на емкостном элементе $U_C=\dfrac{I}{\omega C}$ при $\omega=0$ равно входному напряжению U, при $\omega\to\infty$ $U_C\to 0$. На рис. 3.20 видно, что наибольшие значения напряжений на индуктивном и емкостном элементах получаются при угловых частотах, несколько отличающихся от резонансной. Максимум U_L имеет место при частоте $\omega_L>\omega_0$, а максимум U_C при частоте $\omega_C<\omega_0$.

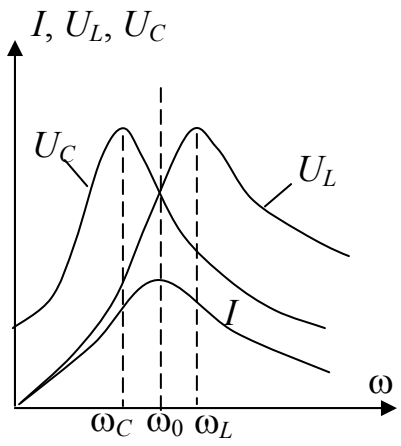


Рис. 3.20

Чем меньше R при неизменных остальных параметрах схемы, т.е. чем больше добротность Q, тем меньше отличаются ω_L и ω_C от резонансной частоты и тем острее становятся все три резонансные кривые $I(\omega)$, $U_C(\omega)$, $U_L(\omega)$.

Векторная диаграмма резонанса напряжений представлена на рис. 3.21.

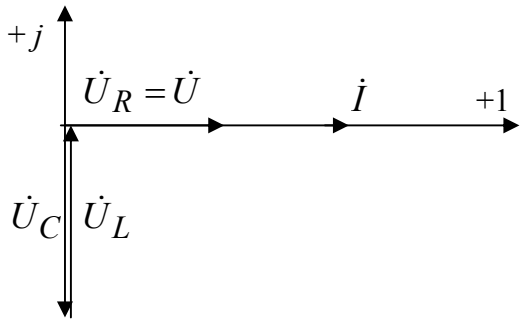


Рис. 3.21

В электроэнергетических устройствах в большинстве случаев резонанс напряжений – явление нежелательное, так как при резонансе напряжения установок могут в несколько раз превышать их рабочие напряжения. Но, например, в радиотехнике, телефонии резонанс напряжений применяется для настройки цепей на заданную частоту.

Резонанс токов – это резонанс при параллельном соединении участков цепи с индуктивным и емкостным характером.

Пусть на вход цепи подано напряжение $\dot U$ (рис. 3.22), тогда токи в параллельных ветвях определятся по закону Ома:

$$\dot I_{\text{к}}=\frac{\dot U}{R+jx_L};\qquad \dot I_C=\frac{\dot U}{-jx_C}.$$

Общий ток по первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I} = \dot{I}_к + \dot{I}_C = \dot{U}\left(\frac{1}{R + jx_L} + \frac{1}{-jx_C}\right) = \dot{U} \cdot \underline{Y},$$

где $\underline{Y} = \underline{Y}_к + \underline{Y}_C = \left(\frac{1}{R + jx_L} + \frac{1}{-jx_C}\right)$ – комплекс полной проводимости цепи. В режиме резонанса мнимая часть входной проводимости должна быть равна нулю. Чтобы выделить мнимую часть умножим числитель и знаменатель $\underline{Y}_к$ на комплексно сопряженное число:

$$\frac{R - jx_L}{R^2 + x_L^2} + \frac{j}{x_C} = \left(\frac{R}{R^2 + x_L^2}\right) + j\left(\frac{1}{x_C} - \frac{x_L}{R^2 + x_L^2}\right) = g + jb,$$

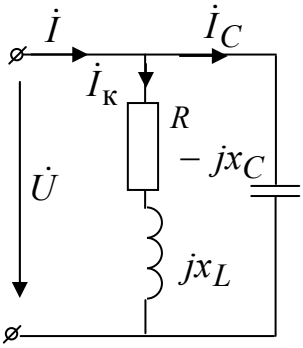


Рис. 3.22

где $g = \frac{R}{R^2 + x_L^2}$ – активная проводимость цепи;

$b = \frac{1}{x_C} - \frac{x_L}{R^2 + x_L^2}$ – реактивная проводимость цепи.

Приравняв к нулю мнимую часть, находим ***условие резонанса*** токов: $\frac{1}{x_C} = \frac{x_L}{R^2 + x_L^2}$, а резонансная частота $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$. Резонанса можно достигнуть либо изменением частоты приложенного напряжения, либо изменением параметров цепи.

В режиме резонанса входная проводимость и входной ток минимальны.

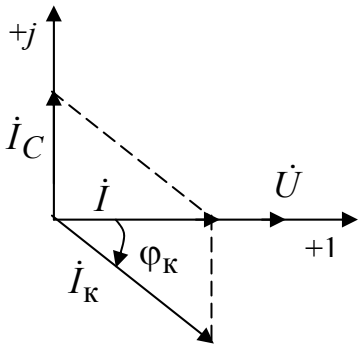


Рис. 3.23

Угол между входным током $\dot{I}$ и приложенным напряжением $\dot{U}$ равен $\varphi = \mathrm{arctg}\frac{b}{g} = 0$, значит, реактивная мощность в режиме резонанса токов $Q = UI\sin\varphi$ равна нулю, а активная $P = UI\cos\varphi = U^2/R$.

При резонансе токи $I_к$ и I_C могут значительно превосходить общий ток при условии $\frac{1}{x_C} > g$. Поэтому резонанс при параллельном соединении называют резонансом токов.

Векторная диаграмма при резонансе в рассматриваемой цепи приведена на рис. 3.23, где $\varphi_к = \mathrm{arctg}\dfrac{x_L}{R}$.

При резонансе токов также как и при резонансе напряжений происходят колебания энергии в цепи. Энергия полей переходит из конденсатора в катушку и обратно, не обмениваясь с источником, питающим цепь. Источник энергии только покрывает потери энергии в проводимости g.

Изменяя частоту при заданном входном напряжении и параметрах цепи, можно построить частотные характеристики $I_к(\omega)$, $I_C(\omega)$, $I = UY$, а также $\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\dfrac{b}{g}$ (рис. 3.24).

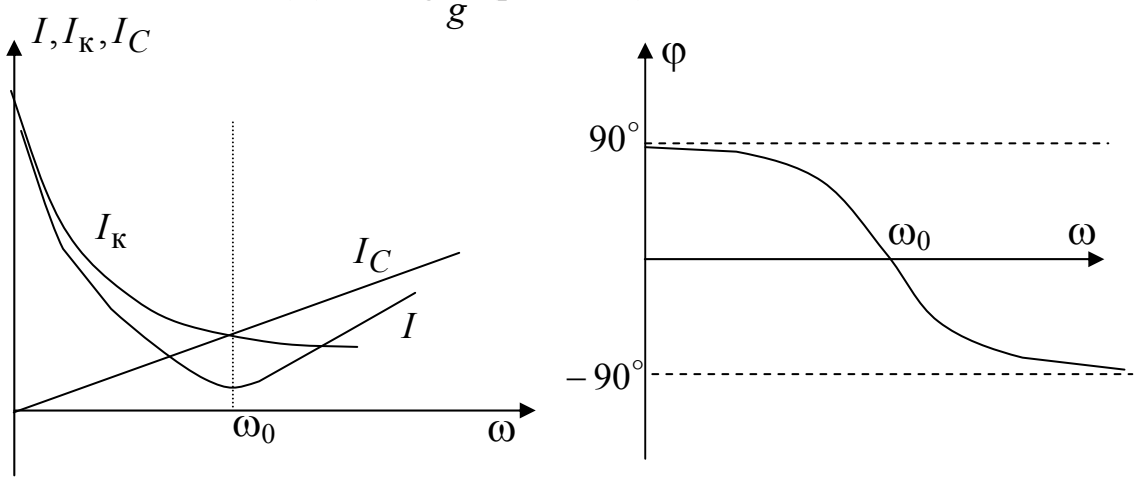
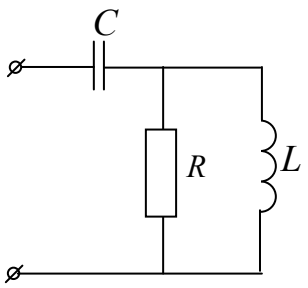


Рис. 3.24

Резонанс токов используется в радиотехнике для ослабления сигналов определенной частоты, в электроэнергетике – для уменьшения потерь в линии, в электронике – для фильтрации определенных гармоник (резонансные) фильтры.



Пример 3.4. Определить индуктивность, при которой в цепи с параметрами $R = 20$ Ом, $C = 10$ мкФ, $\omega = 10^4$ рад/с наступает резонанс. Также определить добротность контура.

Решение.

Запишем комплекс входного сопротивления цепи и выделим его мнимую часть

$$\underline{Z} = -jx_C + \frac{jx_L R}{R + jx_L} = -jx_C + \frac{jx_L R \cdot (R - jx_L)}{R^2 + x_L^2} =$$

$$\frac{x_L^2 R}{R^2 + x_L^2} + j\left(-x_C + \frac{R^2 x_L}{R^2 + x_L^2}\right) = R_{\text{экв}} + jx_{\text{экв}}.$$

При резонансе мнимая часть входного сопротивления должна равняться нулю, т.е. $\frac{R^2 x_L}{R^2 + x_L^2} = x_C$, учитывая, что $x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{10^5} = 10$ Ом подставляем данные $\frac{20^2 x_L}{20^2 + x_L^2} = 10$ и находим x_L=20 Ом. Следовательно, $L = \frac{x_L}{\omega} = \frac{20}{10^4} = 2$ мГн. Тогда добротность контура $Q = \frac{x_C}{R_{\text{экв}}} = \frac{10}{10} = 1$.

Многие электротехнические устройства синусоидального тока (фазовращатели, двигатели и др.) имеют сильные магнитные поля. У таких устройств велика реактивная (индуктивная) $\dot{I}_x$ составляющая тока $\dot{I} = I_R + jI_x$, т.е. большой положительный угол φ, что ухудшает их коэффициент мощности $\cos\varphi$, и, соответственно, коэффициент мощности промышленного предприятия. Низкое значение $\cos\varphi$ приводит к неполному использованию генераторов, линий передачи и другого оборудования, которое бесполезно загружается реактивным (индуктивным) током. Эта составляющая тока обуславливает также увеличение потерь электрической энергии в проводах.

Чтобы увеличить значение $\cos\varphi$, необходимо включить параллельно приемнику с большой индуктивной составляющей тока батарею конденсаторов. Реактивный (емкостной) ток батареи конденсаторов компенсирует реактивный (индуктивный) ток приемника. Улучшение $\cos\varphi$ посредством включения батареи конденсаторов называется искусственным улучшением коэффициента мощности в отличие от естественного улучшения, получаемого при полном использовании мощности двигателей и установке синхронных двигателей, у которых реактивный ток очень мал.

Пример 3.5. Показания приборов в режиме резонанса: A=5A, A_1=8.66A (рис. 3.25). Определить входное напряжение, если $R = 5$ Ом.

Решение. Ток $\dot{I}_{\text{к}}$ содержит активную и индуктивную реактивную составляющие: $I_{\text{к}} = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$. Построим векторную диаграмму, приняв начальную фазу входного напряжения равной нулю.

Построим лучевую диаграмму токов учитывая, что на емкостном элементе ток опережает напряжение на 90°, индуктивная составляющая

тока отстает на 90° от напряжения, а активная составляющая тока совпадает по фазе с напряжением (рис. 3.26).

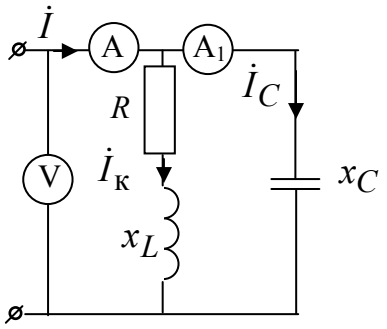


Рис. 3.25

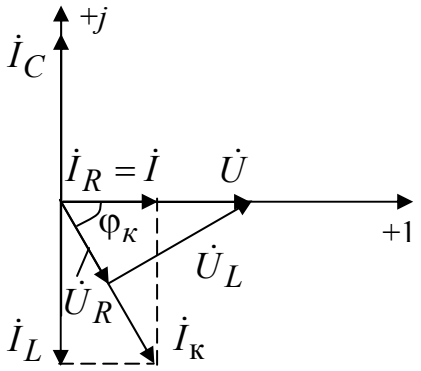


Рис. 3.26

В режиме резонанса токов реактивные составляющие токов параллельных ветвей равны по модулю $I_C = I_L$ и компенсируют друг друга. Тогда входной ток будет равен активной составляющей тока катушки $\dot{I} = \dot{I}_R$. Из прямоугольного треугольника найдем ток катушки $I_к = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{5^2 + 8.66^2} = 10\,\text{А}$. Напряжение на резистивном элементе $U_R = I_к R = 10 \cdot 5 = 50\,\text{В}$ и совпадает по фазе с $\dot{I}_к$. Найдем угол $\varphi_к = \text{arctg}\dfrac{I_L}{I_R} = 60^\circ$. Напряжение $\dot{U}_L = \dot{I}_к j x_L$ опережает $\dot{I}_к$ на 90°. Тогда из треугольника напряжений рис. 3.26 найдем входное напряжение $U = \dfrac{U_R}{\cos 60^\circ} = \dfrac{50}{0.5} = 100\,\text{В}$.

4. Трехфазные электрические цепи

4.1. Получение трехфазных ЭДС. Трехфазные источники

Трехфазная цепь является частным случаем многофазных электрических систем, представляющих собой совокупность электрических цепей, в которых действуют ЭДС одинаковой частоты, сдвинутые друг относительно друга на определенный угол.

Каждая из частей многофазной системы, характеризующаяся одинаковым током называется ***фазой***.

Таким образом, понятие «фаза» имеет в электротехнике два различных значения:

- фаза как аргумент синусоидально изменяющейся величины;
- фаза как часть многофазной цепи.

Важной предпосылкой развития многофазных электрических систем явилось открытие явления вращающегося магнитного поля (Г.Феррарис и Н.Тесла) в 1888г. Первые электрические двигатели были двухфазными, но они имели невысокие рабочие характеристики.

В настоящее время наибольшее распространение получили трехфазные системы. На трехфазном токе работают все крупные электростанции и потребители. Это связано с рядом их преимуществ по сравнению, как с однофазными, так и с другими многофазными системами:

- экономичность передачи электроэнергии на большие расстояния;
- возможность сравнительно простого получения кругового вращающегося магнитного поля, необходимого для работы как асинхронного, так и синхронного двигателя;
- возможность получения в одной установке двух эксплуатационных напряжений – фазного и линейного.

Большой вклад в разработку трехфазных систем внес выдающийся русский ученый М.О. Доливо-Добровольский, считающийся основоположником трехфазных систем. Им были разработаны основные звенья генерирования, передачи, распределения и преобразования электроэнергии трехфазного тока: трехфазный генератор, трансформатор и асинхронный двигатель.

Источником трехфазного напряжения является трехфазный синхронный генератор (рис. 4.1), на статоре 1 которого размещается обмотка 2, состоящая из трех частей (фаз). Фазы этой обмотки располагаются на статоре таким образом, чтобы их магнитные оси были сдвинуты в пространстве друг относительно друга на угол 120°.

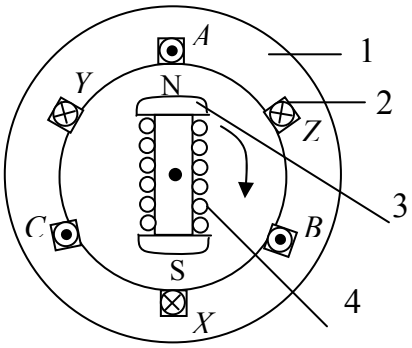


Рис. 4.1

На рис. 4.1. каждая фаза обмотки статора условно показана состоящей из одного витка. Начала фаз обозначаются буквами A, B, C, а концы – X, Y, Z. Ротор 3 – это электромагнит, возбуждаемый постоянным током обмотки возбуждения 4, расположенной на роторе. При вращении ротора турбиной с равномерной скоростью в обмотках фаз статора индуктируются синусоидальные ЭДС одинаковой амплитуды и частоты, с начальными фазами, отличающимися друг от друга на 120°. На рис. 4.2 показаны график мгновенных значений и векторная диаграмма ЭДС трехфазного генератора. При построении графи-

ка мгновенных значений начальная фаза e_A выбрана равной нулю $\psi_A = 0$. Тогда мгновенные значения ЭДС запишутся в виде

$$e_A = E_m \sin\omega t; \quad e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ); \quad e_C = E_m \sin(\omega t + 120^\circ).$$

Им соответствуют комплексные действующие значения:

$$\dot{E}_A = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = E_\text{ф}; \quad \dot{E}_B = E_\text{ф} e^{-j120}; \quad \dot{E}_C = E_\text{ф} e^{j120}.$$

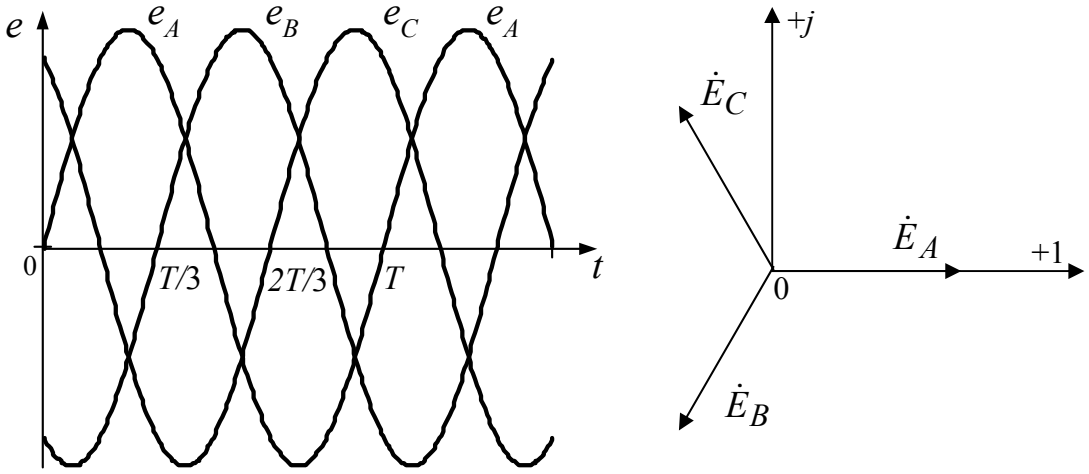


Рис. 4.2

Такая система называется симметричной. Система ЭДС (напряжений, токов) называется ***симметричной***, если она состоит из одинаковых по модулю ЭДС (напряжений, токов) одной и той же частоты, но сдвинутых относительно друг друга на 120°.

Фазный множитель a – это комплексная величина $a = e^{j120}$, которая применяется при расчете трехфазных цепей для упрощения записи. Таким образом, можно записать $\dot{E}_A = E_\text{ф}$; $\dot{E}_B = E_\text{ф} a^2$; $\dot{E}_C = E_\text{ф} a$.

Алгебраическая сумма симметричной трехфазной системы равна нулю:

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = E_\text{ф}(1 + a^2 + a) = E_\text{ф}(1 - 0.5 - 0.866j - 0.5 + 0.866j) = 0.$$

4.2. Способы соединения трехфазных источников

Существует два основных способа соединения обмоток генераторов и трансформаторов (источников) в трехфазных цепях: соединение звездой и соединение треугольником.

При соединении фаз источника звездой (условное обозначение Y) все концы фазных обмоток генератора соединяются в общий узел N – нейтральная точка источника (рис. 4.3). ***Линейные провода*** – это прово-

да соединяющие генератор с приемниками. ***Линейные напряжения*** – это напряжения между линейными проводами ($\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$).

Рис. 4.3

Нейтральный провод – это провод, соединяющий нейтральные точки источника и приемника.

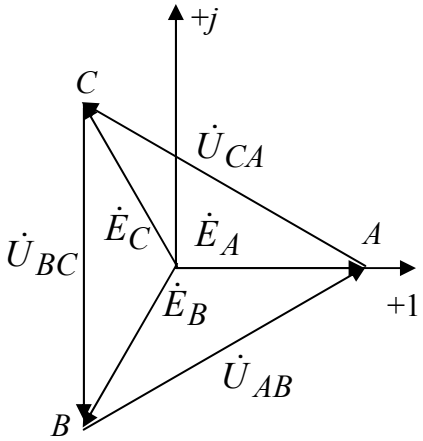


Рис. 4.4

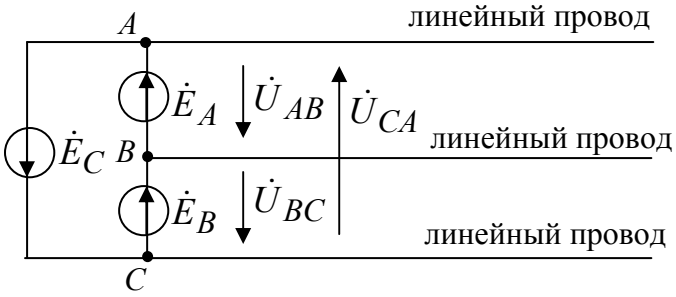


Рис. 4.5

Фазные напряжения источника – это напряжения между линией и нейтральным проводом ($\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$), при этом $\dot{U}_A = \dot{E}_A$; $\dot{U}_B = \dot{E}_B$; $\dot{U}_C = \dot{E}_C$. По второму закону Кирхгофа $\dot{U}_{AB} = \dot{E}_A - \dot{E}_B$; $\dot{U}_{BC} = \dot{E}_B - \dot{E}_C$; $\dot{U}_{CA} = \dot{E}_C - \dot{E}_A$, при этом линейные напряжения больше фазных ЭДС в $\sqrt{3}$ раз (рис. 4.4): $\dot{U}_{\text{л}} = \sqrt{3}\dot{E}_{\text{ф}} e^{j30}$.

Так как линейные напряжения определяются фазными ЭДС, то они также образуют симметричную систему и не зависят от сопротивления приемников. Векторная диаграмма представлена на рис. 4.4.

При соединении фаз источника треугольником (условное обозначение Δ) нейтральный провод отсутствует (рис 4.5). При этом линейные

напряжения равны фазным ЭДС генератора и также образуют симметричную систему: $\dot{U}_{AB} = \dot{E}_A$; $\dot{U}_{BC} = \dot{E}_B$; $\dot{U}_{CA} = \dot{E}_C$.

4.3. Классификация и способы соединения потребителей

Приемники, включаемые в трехфазную цепь, могут быть либо однофазными, либо трехфазными. К однофазным приемникам относятся электрические лампы накаливания и другие осветительные приборы, различные бытовые приборы, однофазные двигатели и т.д. К трехфазным приемникам относятся трехфазные асинхронные двигатели и индукционные печи.

Обычно комплексные сопротивления фаз трехфазных приемников равны между собой, например, $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z} = Ze^{j\varphi}$. Такие приемники называют ***симметричными***.

Если это условие не выполняется, то приемники называют ***несимметричными***. При этом если $Z_A = Z_B = Z_C$, то трехфазный приемник называют ***равномерным***, если $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C$, то ***однородным***.

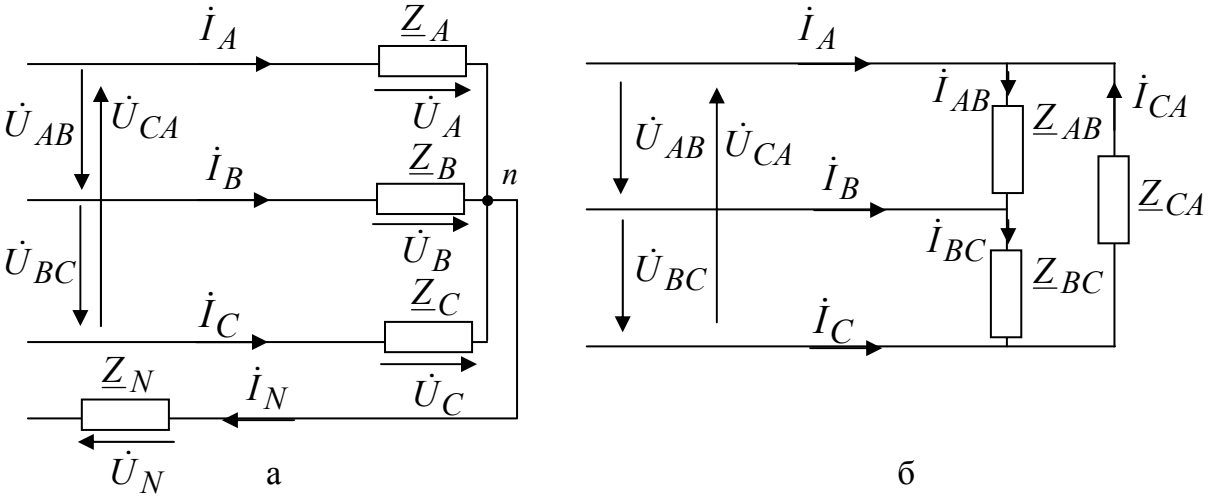


Рис. 4.6

Приемники также могут соединяться звездой (рис. 4.6, а), при этом $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ – ***фазные напряжения приемника***, или напряжения на сопротивлении приемника. Общая точка звезды *n* называется ***нейтральной точкой приемника. Линейные токи*** – это токи, текущие в линейных проводах ($\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$). Ток, текущий в нейтральном проводе называется ***током нейтрального (нулевого) провода*** $\dot{I}_N$. Напряжение $\dot{U}_N = \dot{I}_N \underline{Z}_N$ называется ***напряжением смещения***, $\underline{Z}_N$ – сопротивление нулевого провода.

При соединении приемников треугольником фазные напряжения приемника будут равны соответствующим линейным напряжениям (рис. 4.6, б).

Фазные токи – это токи, текущие в нагрузке ($\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}$). Линейные токи могут быть выражены через фазные по первому закону Кирхгофа: $\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}$; $\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}$; $\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}$.
При соединении нагрузки звездой фазные токи равны линейным токам.

На практике применяются различные комбинации соединений, например: обмотки генератора могут соединяться звездой, а нагрузка – звездой или треугольником; обмотки генератора соединены треугольником, а нагрузка – звездой или треугольником.

4.4 Расчет симметричных трехфазных цепей

В симметричном режиме симметричная система ЭДС питает симметричную нагрузку. В этом режиме системы токов и напряжений будут также симметричны, поэтому расчет ведется для одной фазы, а токи и напряжения остальных фаз находятся поворотом найденных векторов на угол 120° или -120°.

Способ соединения трехфазных потребителей звездой

Пример 4.1. Соединение звезда-звезда (рис. 4.7). Известны фазные ЭДС генератора и сопротивления фаз $\underline{Z}_A, \underline{Z}_B, \underline{Z}_C = \underline{Z} = Ze^{j\varphi}$ и сопротивление нейтрального провода $\underline{Z}_N$.
Найти все линейные токи: $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$.

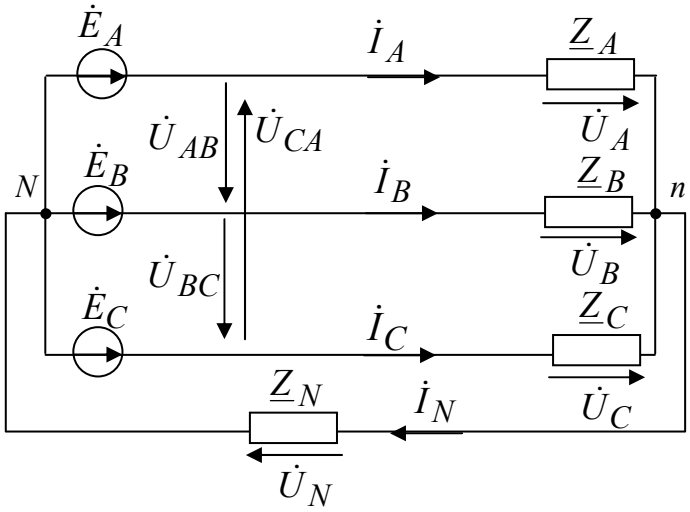


Рис. 4.7

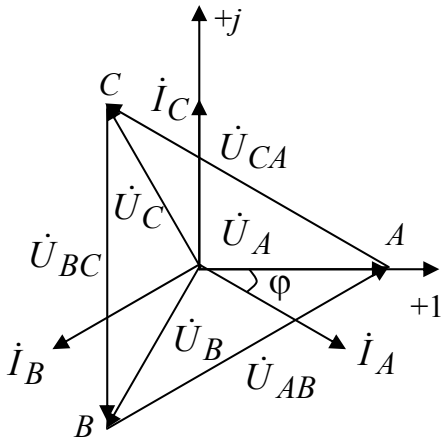


Рис. 4.8

Решение. Нейтральные точки генератора и нагрузки в симметричном режиме могут быть соединены, так как они имеют одинаковые потенциалы. Тогда ток в фазе *A*: $\dot{I}_A = \dot{E}_A / \underline{Z}$. Токи в фазах *B* и *C* выражаются через ток фазы *A*: $\dot{I}_B = a^2 \dot{I}_A$; $\dot{I}_C = a\dot{I}_A$. Линейные токи равны между собой и сдвинуты друг относительно друга на 120°.

Нейтральный провод не вносит при симметричном режиме никаких изменений, так как сумма линейных токов равна нулю и ток в нулевом проводе отсутствует: $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = (1 + a^2 + a)\dot{I}_A = 0$.
Следовательно, и напряжение смещения $\dot{U}_N = \dot{I}_N \underline{Z}_N = 0$.

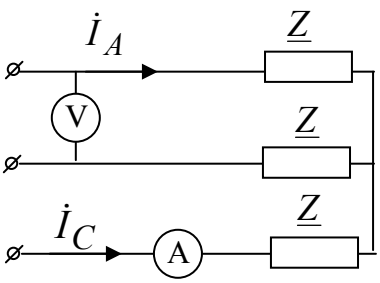
Фазное напряжение $\dot{U}_A = \dot{I}_A \underline{Z}$, тогда $\dot{U}_B = a^2 \dot{U}_A$; $\dot{U}_C = a\dot{U}_A$.

Линейные напряжения определяются как разности соответствующих фазных напряжений, например: $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$. Также можно рассчитать как $\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_A e^{j30}$, тогда $\dot{U}_{BC} = a^2 \dot{U}_{AB}$; $\dot{U}_{CA} = a\dot{U}_{AB}$.

Векторная диаграмма для симметричного режима представлена на рис. 4.8 ($\varphi = 30^\circ$).

Пример 4.2. Симметричная трехфазная цепь с сопротивлением фаз $\underline{Z} = 8 + 6j$ Ом подключена к симметричной сети. Определить показания амперметра и ток $\dot{I}_C$, если вольтметр показывает 380В.

Решение. В случае симметричной нагрузки при соединении фаз звездой



$\dot{U}_л = \sqrt{3}\dot{U}_ф e^{j30}$. Напряжение в фазе *A*:

$$\dot{U}_A = 380/\sqrt{3}\, e^{-j30} = 220e^{-j30}\text{ В}.$$

Ток в фазе *A* определяем по закону Ома:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}} = \frac{220e^{-j30}}{8 + j6} = 22e^{-j66.8}\text{ А}.$$

В симметричном режиме модули токов равны, значит, амперметр покажет 22А. Ток фазы *C* будет опережать ток фазы *A* на 120°:

$$\dot{I}_C = a\dot{I}_A = 22e^{-j66.8} e^{j120} = 22e^{j53.2}\text{ А}.$$

Способ соединения трехфазных потребителей треугольником

Пример 4.3. Определить напряжение $\dot{U}_{BC}$ симметричного трехфазного источника (рис. 4.9), если известно сопротивление $\underline{Z} = 300e^{-j30}$ Ом и ток $\dot{I}_A = 1.27e^{j0}$ А.

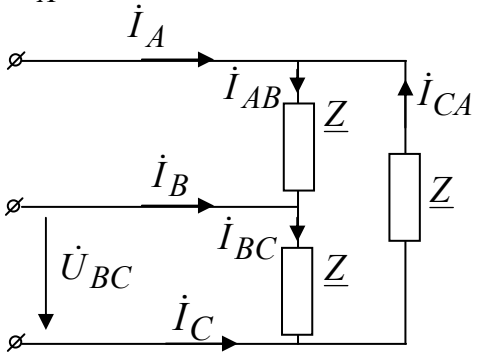


Рис. 4.9

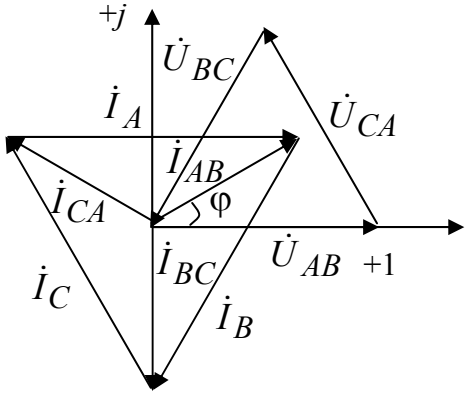


Рис . 4.10

Решение. При симметричной нагрузке

$\dot{I}_л = \sqrt{3}\dot{I}_ф e^{-j30}$ (рис. 4.10). Следовательно, можно найти фазный ток $\dot{I}_{AB}$: $\dot{I}_{AB} = \dfrac{\dot{I}_A}{\sqrt{3}}e^{j30} = \dfrac{1.27}{\sqrt{3}}e^{j30} = 0.734e^{j30}$ А.

При симметричной нагрузке фазные и линейные токи образуют симметричные системы, значит

$$\dot{I}_{BC} = \dot{I}_{AB}e^{-j120} = 0.734e^{j(30-120)} = 0.734e^{-j90} \text{ А}.$$

По закону Ома $\dot{U}_{BC} = \dot{I}_{BC}\underline{Z} = 0.734e^{-j90} \cdot 300e^{-j30} = 220e^{-j120}$ В.

Векторная диаграмма представлена на рис. 4.10.

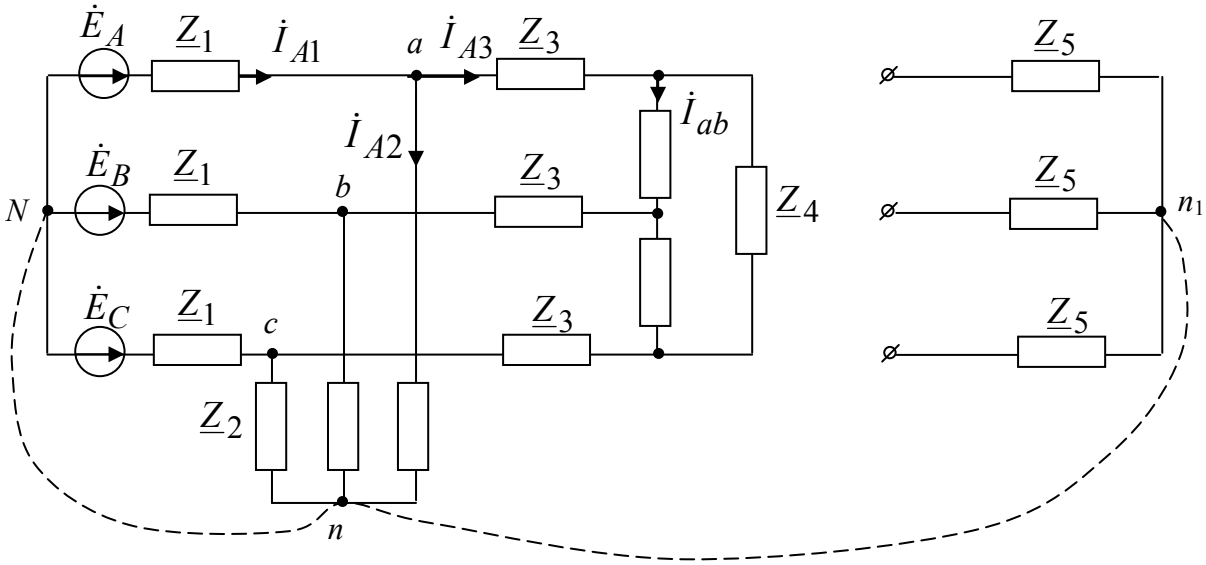
Расчет сложной симметричной цепи

Пример 4.4. Сложная симметричная цепь (рис. 4.11, а)

$\dot{E}_A = E_ф$; $\dot{E}_B = E_ф a^2$; $\dot{E}_C = E_ф a$, также заданы комплексные сопротивления участков каждой из фаз $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_3, \underline{Z}_4$. Нужно найти все токи.

Решение. При расчете все симметричные треугольники преобразовываются в звезды. В нашей задаче симметричный треугольник с сопротивлениями сторон $\underline{Z}_4$ преобразован в звезду, сопротивление каждого

луча которой равно $\dfrac{\underline{Z}_4 \cdot \underline{Z}_4}{\underline{Z}_4 + \underline{Z}_4 + \underline{Z}_4} = \dfrac{\underline{Z}_4}{3}$. Затем рассчитываем сопротивление эквивалентной звезды $\underline{Z}_5 = \underline{Z}_3 + \dfrac{\underline{Z}_4}{3}$ (рис. 4.11, б).



а б

Рис. 4.11

На векторной диаграмме нейтральные точки всех звезд (N, n, n_1) в силу симметрии лежат в центре тяжести равностороннего треугольника линейных напряжений. Следовательно, потенциалы точек одинаковы, и если их соединить нейтральным проводом (показан пунктиром на рис. 4.11), то ток в нем будет равен нулю, и режим работы не изменится. В этом случае фазы работают независимо друг от друга и одну из них (например, фазу A) можно выделить вместе с нейтральным проводом (рис. 4.12).

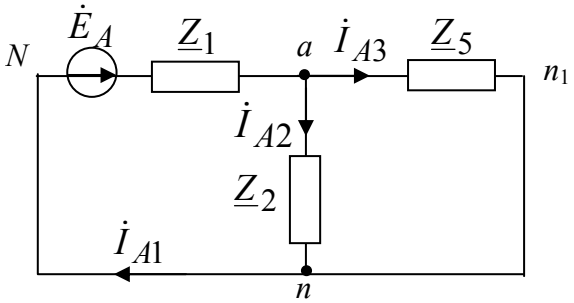


Рис. 4.12

Тогда по закону Ома и правилу параллельных ветвей имеем:

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}_{\text{экв}}},$$

где $\underline{Z}_{\text{экв}} = \underline{Z}_1 + \dfrac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_5}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5}$; $\dot{I}_{A2} = \dot{I}_{A1} \dfrac{\underline{Z}_5}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5}$; $\dot{I}_{A3} = \dot{I}_{A1} \dfrac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5}$.

В одной из фаз треугольника $\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{I}_{A3}}{\sqrt{3}} e^{j30}$. Токи в остальных участках фаз легко найти с помощью фазового оператора.

Например, $\dot{I}_{B1} = a^2 \dot{I}_{A1}$, $\dot{I}_{C1} = a\dot{I}_{A1}$ и т.д.

4.5. Расчет несимметричных трехфазных цепей

Расчет несимметричной трехфазной цепи не отличается от расчета обычной однофазной цепи с несколькими источниками. Если цепь сложная, то обычно применяют метод узловых потенциалов.

Если цепь не очень сложная, то с помощью эквивалентных преобразований ее упрощают до схемы с двумя узлами и находят линейные токи. Затем по законам Ома и Кирхгофа определяют все остальные токи. Рассмотрим несколько примеров.

Способ соединения трехфазных потребителей звездой

Соединение потребителей звездой без нулевого провода применяется только при симметричной нагрузке всех трех фаз. Между тем условие равномерной загрузки фаз не всегда выполняется (например, при осветительной нагрузке) и напряжения на фазах получаются неодинаковыми. Кроме того, в данной схеме недопустимо включение или отключение одной фазы нагрузки. В таких случаях применяется соединение нагрузки звездой с нулевым проводом (рис. 4.7).

Данная цепь может рассматриваться как трехконтурная цепь с тремя источниками ЭДС. Так как в схеме имеются только два узла, проведем расчет методом двух узлов.

В схеме рис. 4.7. действует симметричная система ЭДС $\dot{E}_A = E_ф$; $\dot{E}_B = E_ф a^2$; $\dot{E}_C = E_ф a$. Пусть $\dot{\varphi}_N = 0$, тогда уравнение узловых потенциалов $\dot{\varphi}_n \left(\frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C} + \frac{1}{\underline{Z}_N} \right) = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}_A} + \frac{\dot{E}_B}{\underline{Z}_B} + \frac{\dot{E}_C}{\underline{Z}_C}$ и напряжение смещения $\dot{U}_N = \dot{\varphi}_n - \dot{\varphi}_N = \frac{\underline{Y}_A \cdot \dot{E}_A + \underline{Y}_B \cdot \dot{E}_B + \underline{Y}_C \cdot \dot{E}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}$, где $\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A}$; $\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B}$; $\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C}$; $\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N}$ – проводимости соответствующих ветвей.

Зная напряжение смещения, по второму закону Кирхгофа, находим линейные токи: $\dot{I}_A = \dfrac{\dot{E}_A - \dot{U}_N}{\underline{Z}_A}$; $\dot{I}_B = \dfrac{\dot{E}_B - \dot{U}_N}{\underline{Z}_B}$; $\dot{I}_C = \dfrac{\dot{E}_C - \dot{U}_N}{\underline{Z}_C}$.

Ток нейтрального провода $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dfrac{\dot{U}_N}{\underline{Z}_N}$.

Фазные напряжения определятся в виде

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_N; \quad \dot{U}_B = \dot{E}_B - \dot{U}_N; \quad \dot{U}_C = \dot{E}_C - \dot{U}_N.$$

Замечания

1. При различных сопротивлениях фаз и наличии сопротивления в нулевом проводе $\underline{Z}_N \neq 0$ фазные напряжения различны.
2. Если нулевой провод отсутствует ($\underline{Z}_N = \infty$ и $\underline{Y}_N = 0$), то все вышеприведенные формулы справедливы, причем $\dot{I}_N = 0$ и фазные напряжения также будут различны.
3. Если $\underline{Z}_N = 0$, то $\dot{U}_N = 0$ и фазные напряжения образуют симметричную систему: $\dot{U}_A = \dot{E}_A$; $\dot{U}_B = \dot{E}_B$; $\dot{U}_C = \dot{E}_C$.

Вывод: ток нейтрального провода выравнивает фазные напряжения (при $\underline{Z}_N = 0$).

Пример 4.5. Трехфазный источник с $U_л = 100$ В симметричен. Определить показание вольтметра, если известны $\underline{Z}_1 = 200$ Ом, $\underline{Z}_2 = -j200$ Ом (рис. 4.13).

Решение. Ток $\dot{I}_C = -\dot{I}_A$, пусть $\dot{U}_{AB} = 100e^{j0}$ В. По второму закону Кирхгофа $\dot{I}_A(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) + \dot{U}_{CA} = 0$. Найдем линейный ток фазы A:

$$\dot{I}_A = \frac{-\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{-100e^{j120}}{200 - 200j} = -0.355e^{j165} = 0.355e^{-j15} \text{ А}.$$

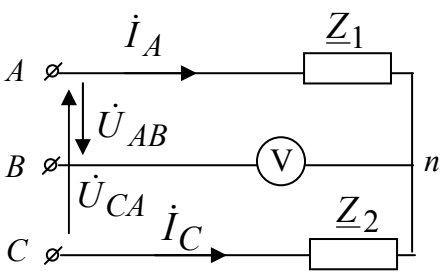


Рис. 4.13

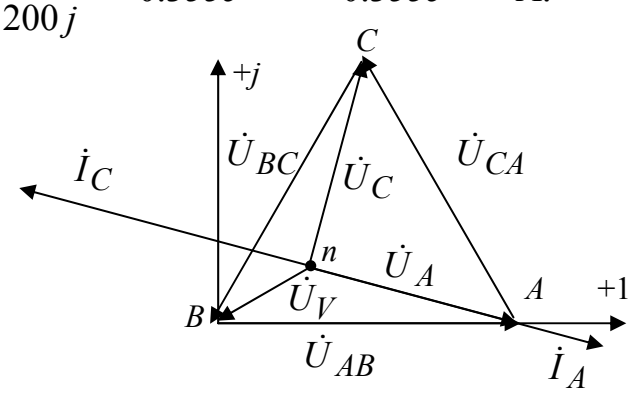


Рис. 4.14

Показание вольтметра найдем по второму закону Кирхгофа:

$$\dot{U}_{\text{V}} = \dot{I}_A \underline{Z}_1 - \dot{U}_{AB} = 0.355e^{-j15} \cdot 200 - 100 = 36.4e^{-j150}\,\text{В}.$$

Вольтметр покажет 36.4 В. Так как в схеме нет нейтрального провода, симметрия фазных напряжений нарушается (рис. 4.14).

Способ соединения трехфазных потребителей треугольником

При соединении потребителей треугольником сопротивления фаз могут быть неодинаковыми и даже, в крайнем случае, включаться или отключаться независимо друг от друга.

Если на зажимах несимметричной трехфазной нагрузки заданы линейные напряжения $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ (рис. 4.15), то по закону Ома фазные токи равны:

$$\dot{I}_{AB} = \dot{U}_{AB} / \underline{Z}_{AB}; \quad \dot{I}_{BC} = \dot{U}_{BC} / \underline{Z}_{BC}; \quad \dot{I}_{CA} = \dot{U}_{CA} / \underline{Z}_{CA}.$$

Фазные напряжения равны линейным и линейные токи определяются в соответствии с первым законом Кирхгофа как разности фазных токов: $\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}$; $\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}$; $\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}$.

Пример 4.6.

Несимметричная трехфазная цепь, представленная на рис. 4.15, с сопротивлениями фаз $\underline{Z}_{AB} = 100j$ Ом, $\underline{Z}_{BC} = 100$ Ом, $\underline{Z}_{CA} = -100j$ Ом подключена к трехфазной сети с линейным напряжением $U_{\text{л}} = 100$ В.

Определить: 1) линейный ток $\dot{I}_A$; 2) напряжение на сопротивлении $\underline{Z}_{BC}$ после обрыва линейного провода *C*.

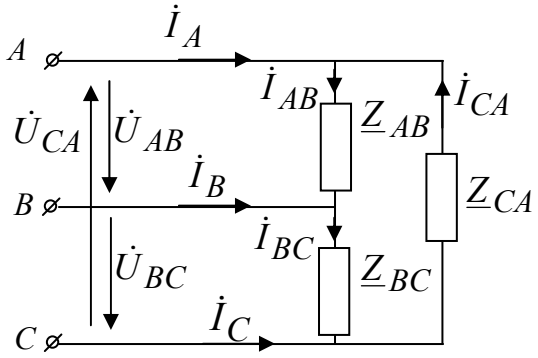


Рис. 4.15

Решение. 1) Для несимметричной цепи линейный ток находим по первому закону Кирхгофа: $\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}$,

где $\dot{I}_{AB} = \dot{U}_{AB} / \underline{Z}_{AB}$;

$\dot{I}_{CA} = \dot{U}_{CA} / \underline{Z}_{CA}$,

Полагая $\dot{U}_{AB} = 100$ В и помня, что система линейных напряжений симметрична, подставляем данные:

$$\dot{I}_A = \frac{100}{j100} - \frac{100e^{j120}}{-100j} = -j - 1e^{j210} = 0.99e^{-j30}\,\text{А}.$$

2) При обрыве линейного провода C сопротивления $\underline{Z}_{BC}$ и $\underline{Z}_{CA}$ оказываются соединенными последовательно и подключенными к линейному напряжению $\dot{U}_{AB}$:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}} = \frac{100}{100 - 100j} = 0.7e^{j45} \text{ А}.$$

Напряжение на сопротивлении $\underline{Z}_{BC}$ после обрыва линейного провода C: $\dot{U} = \dot{I}\underline{Z}_{BC} = 0.7e^{j45} \cdot 100 = 70e^{j45}$ В.

4.6. Мощность в трехфазных цепях. Способы измерения активной мощности

Активная мощность симметричного трехфазного приемника

$$P = 3U_{\text{ф}} I_{\text{ф}} \cos\varphi \text{ [Вт]}.$$

Принимая во внимание, что при соединении ветвей приемника звездой $U_{\text{ф}} = U_{\text{л}} / \sqrt{3}$ и $I_{\text{ф}} = I_{\text{л}}$, а при соединении треугольником $U_{\text{ф}} = U_{\text{л}}$ и $I_{\text{ф}} = I_{\text{л}} / \sqrt{3}$, получим независимо от вида соединения

$$P = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos\varphi,$$

где φ – фазовый сдвиг между фазным током и фазным напряжением.

Аналогично для реактивной и полной мощностей симметричного трехфазного приемника имеем

$$Q = 3U_{\text{ф}} I_{\text{ф}} \sin\varphi = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin\varphi \text{ [Вар]}; \quad S = 3U_{\text{ф}} I_{\text{ф}} = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \text{ [ВА]}.$$

В несимметричном режиме мощность приемников рассчитывается как в однофазной цепи:

$$P_{\text{п}} = \sum_k I_k^2 R_k; \qquad Q_{\text{п}} = \sum_i I_i^2 x_{Li} - \sum_k I_k^2 x_{Ck}.$$

Если известны фазные ЭДС цепи, соединенной звездой (с нейтральным проводом или без него), то комплексная мощность источников рассчитывается как сумма комплексных мощностей фаз:

$$\dot{S}_{\text{и}} = \dot{S}_A + \dot{S}_B + \dot{S}_C = \dot{E}_A I_A^* + \dot{E}_B I_B^* + \dot{E}_C I_C^* = P_{\text{и}} + jQ_{\text{и}}.$$

Если в цепи без нейтрального провода известны только линейные напряжения, то по первому закону Кирхгофа можно выразить, например ток $\dot{I}_C = -(\dot{I}_A + \dot{I}_B)$. Тогда $I_C^* = -(I_A^* + I_B^*)$ и

$$\dot{S}_{\text{и}} = \dot{E}_A I_A^* + \dot{E}_B I_B^* + \dot{E}_C(-I_A^* - I_B^*) = (\dot{E}_A - \dot{E}_C) I_A^* + (\dot{E}_B - \dot{E}_C) I_B^* =$$

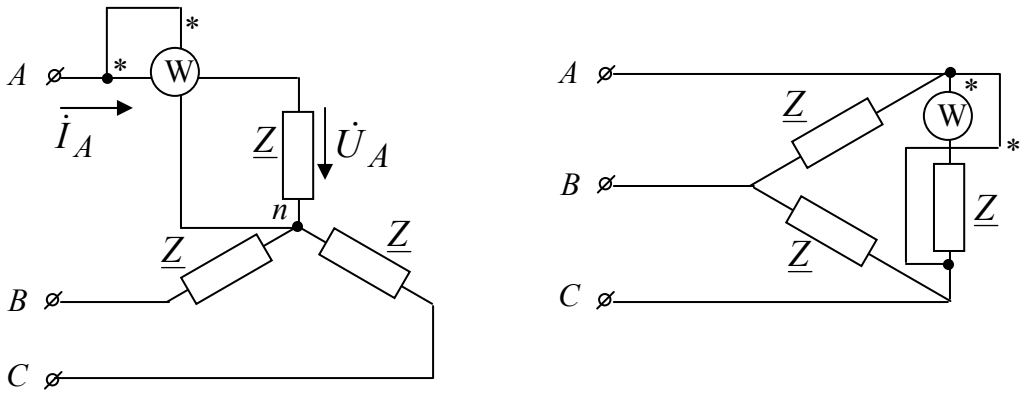
$$= \dot{U}_{AC} I_A^* + \dot{U}_{BC} I_B^* = P_{\text{и}} + jQ_{\text{и}}, \text{ где } \dot{U}_{AC} = -\dot{U}_{CA}.$$

Аналогичным образом можно получить еще две формулы.

Для проверки правильности расчетов составляется баланс мощности по рассмотренным выше формулам и считается относительная погрешность:

$$\delta_P = \frac{|P_{\text{и}} - P_{\text{п}}|}{P_{\text{и}}} \cdot 100\% \le 3\%; \qquad \delta_Q = \frac{|Q_{\text{и}} - Q_{\text{п}}|}{Q_{\text{п}}} \cdot 100\% \le 3\%.$$

У симметричного трехфазного приемника мощности всех трех фаз одинаковы, поэтому достаточно измерить активную мощность одной фазы $P_{\text{ф}}$, тогда активная мощность всей цепи $P = 3P_{\text{ф}}$.



а б

Рис. 4.16

На рис. 4.16, а показано включение ваттметра, который измеряет мощность фазы A: $P_{\text{W}} = U_A I_A \cos\angle \dot{U}_A, \dot{I}_A$ (фазы приемника соединены звездой с доступной нейтральной точкой). Если фазы приемника соединены треугольником, то мощность одной фазы можно измерить, используя схему рис. 4.16, б ($P_{\text{W}} = U_{AC} I_{CA} \cos\angle \dot{U}_{AC}, -\dot{I}_{CA}$).

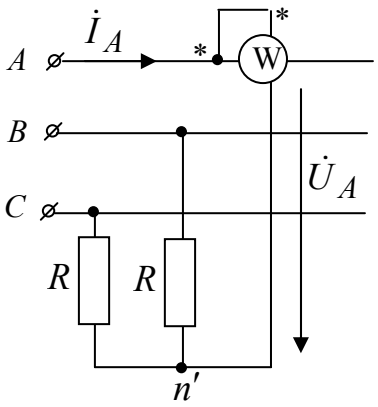


Рис. 4.17

В случае если нейтральная точка приемника недоступна, или зажимы фаз приемника, включенного треугольником, не выведены, применяют схему рис. 4.17 с использованием искусственной нейтральной точки n'. В этой схеме дополнительно в две фазы включают резисторы с сопротивлением, равным сопротивлению цепи напряжения ваттметра.

При несимметричном приемнике для измерения активной мощности в трехфазной системе с нейтральным проводом используют три ваттметра, каждый из которых измеряет мощ-

ность одной фазы (рис. 4.18). Активная мощность трехфазной системы равна сумме показаний трех ваттметров:

$$P = P_{w1} + P_{w2} + P_{w3} = U_A I_A \cos\angle \dot{U}_A, \dot{I}_A + U_B I_B \cos\angle \dot{U}_B, \dot{I}_B +$$
$$+ U_C I_C \cos\angle \dot{U}_C \dot{I}_C.$$

В случае симметричной цепи достаточно включить один ваттметр, а результат утроить.

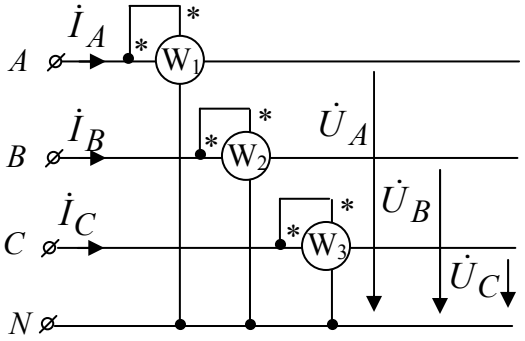


Рис. 4.18

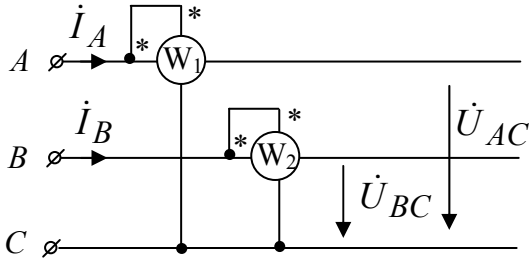
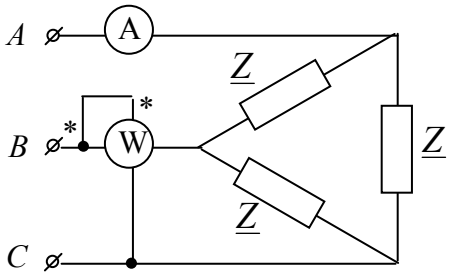


Рис. 4.19

Если в схеме отсутствует нулевой провод, тогда измерение может быть произведено с помощью двух ваттметров (рис. 4.19). В этом случае активная мощность цепи будет равна сумме показаний двух ваттметров: $P = P_{w1} + P_{w2} = U_{AC} I_A \cos\angle \dot{U}_{AC} \dot{I}_A + U_{BC} I_B \cos\angle \dot{U}_{BC} \dot{I}_B$, где $\dot{U}_{AC} = -\dot{U}_{CA}$. Возможны две другие схемы включения ваттметров. Ваттметры трехфазного тока, устанавливаемые на распределительных щитах, представляют собой два (для трехпроводной системы) или три (для четырехпроводной) измерительных механизма, связанных общей осью и воздействующих на общую стрелку. Эти измерительные механизмы включаются в трехфазную цепь соответственно методам измерения с помощью двух или трех ваттметров.



Пример 4.7. Трехфазный источник симметричен. Определить показание ваттметра, если $\underline{Z} = 50j$ Ом, и амперметр показывает 7.61А.

Решение. Показание ваттметра $P_w = U_{BC} I_B \cos\angle \dot{U}_{BC}, \dot{I}_B$. Примем начальную фазу линейного тока фазы A равной нулю: $\dot{I}_A = 7.61 e^{j0}$ А, тогда ток $\dot{I}_B = 7.61 e^{-j120}$. Фазный ток $\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{I}_B}{\sqrt{3}} e^{j30} = 4.4 e^{-j90}$ (так как приемник симметричный). Линейное напряжение найдем по закону Ома:

$\dot{U}_{BC} = \dot{I}_{BC}\underline{Z} = 4.4e^{-j90} \cdot 50j = 220e^{j0}$ В.

Тогда ваттметр покажет $P_{\text{W}} = 220 \cdot 7.61\cos(0 + 120^{\circ}) = -837.1$ Вт.

5. Переходные процессы в линейных электрических цепях

5.1. Законы коммутации

Переходным процессом называют процесс перехода от одного установившегося режима работы электрической цепи к другому. В установившемся режиме характер всех токов и напряжений определяется видом действующих в цепи источников энергии.

Переходные процессы возникают при коммутации, т.е. включении или отключении элементов цепи, источников энергии, при коротких замыканиях, обрывах проводов, а также при импульсных воздействиях на цепь.

Переходные процессы обычно протекают достаточно быстро (десятые и сотые доли секунды), но даже за такое время токи и напряжения в цепи могут во много раз превысить свои номинальные значения и тем самым привести к повреждению электрического оборудования (пробой изоляции, механические разрушения обмоток электрических машин). Именно по этой причине расчет переходных процессов важен для выработки рекомендаций по уменьшению максимальных значений токов и напряжений, а также для определения факторов, влияющих на длительность переходного процесса.

Будем считать, что коммутация осуществляется мгновенно при помощи ключа в момент времени $t = 0$ (рис. 5.1, а – коммутация произойдет в момент замыкания ключа; рис. 5.1, б – в момент размыкания).

а б

Рис. 5.1.

Условимся различать момент времени $t = 0_{-}$ (последний момент перед коммутацией) и $t = 0_{+}$ (первый момент после коммутации).

Физической причиной возникновения переходных процессов в цепях является наличие катушек индуктивности и конденсаторов, т.е. индуктивных и емкостных элементов в соответствующих схемах замещения. Объясняется это тем, что энергия магнитного поля $W_{\text{м}} = \dfrac{Li_L^2}{2}$,

запасенная в катушке индуктивности, и электрического поля $W_{эл} = \frac{Cu_C^2}{2}$, запасенная в конденсаторе, не могут изменяться скачком при коммутации цепи.

Законы коммутации утверждают***, что ток в индуктивном элементе и напряжение на емкостном элементе не могут изменяться скачком.***

Докажем закон коммутации для индуктивности. Предположим, что в течение интервала времени от момента t_1 до t_2 ток в индуктивном элементе изменялся от значения $i_L(t_1)$ до значения $i_L(t_2)$. При этом средняя мощность изменения энергии магнитного поля индуктивного элемента будет равна

$$\frac{\Delta W_м}{\Delta t} = \frac{L}{2} \cdot \frac{i_L^2(t_2) - i_L^2(t_1)}{t_2 - t_1}.$$

Если интервал времени $\Delta t = t_2 - t_1$ стремится к нулю, то средняя мощность изменения энергии магнитного поля стремится к бесконечности.

Так как цепей бесконечно большой мощности не существует, то изменение тока в индуктивности скачком невозможно. Этот вывод и является первым законом коммутации и его можно записать в виде

$$i_L(0_) = i_L(0_+).$$

Закон коммутации для емкостного элемента легко получить по аналогии с доказанным законом коммутации для индуктивного элемента. Действительно, сравнивая выражения $W_м = \frac{Li_L^2}{2}$ и $W_{эл} = \frac{Cu_C^2}{2}$, видим, что относительно тока i_L и напряжения u_C они аналогичны. Следовательно, анализ энергетических процессов в емкостном элементе приведет к выводу: изменение напряжения на емкостном элементе скачком невозможно, т.е. $u_C(0_) = u_C(0_+)$.

5.2. Классический метод расчета переходных процессов

Название метода «классический» отражает использование в нем решений дифференциальных уравнений с постоянными параметрами методами классической математики.

Для схемы после коммутации составляется система уравнений по законам Кирхгофа, Ома, электромагнитной ($u_L = L\frac{di_L}{dt}$) и электроста-

тической ($i_C = C\dfrac{du_C}{dt}$) индукции. Полученную систему сворачивают до одного дифференциального уравнения с одним неизвестным током или напряжением (допустим током в одной из ветвей):

$$a_n \frac{d^n i(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1} i(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{di(t)}{dt} + a_0 i(t) = f(t) \qquad (5.1)$$

Уравнение (5.1) – линейное неоднородное дифференциальное уравнение *n*-го порядка, где $a_n, a_{n-1}, \ldots a_0$ – постоянные коэффициенты, определяемые параметрами цепи после коммутации; $f(t)$ – функциональная зависимость, определяемая источниками энергии после коммутации. Порядок этого уравнения не может превышать числа накопителей энергии (L и C) в схеме.

Полное решение $i(t)$ уравнения (5.1) можно представить в виде суммы частного решения неоднородного дифференциального уравнения (принужденная составляющая) и общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (свободная составляющая): $i(t) = i_{\text{пр}}(t) + i_{\text{св}}(t)$.

Принужденная составляющая находится из расчета установившегося режима цепи после коммутации и повторяет закон изменения источника, действующего в цепи. Свободная составляющая описывает процесс в цепи без источников ЭДС и тока и именно по этому называется свободной.

Свободная составляющая вызывается несоответствием между энергией, сосредоточенной в электрическом и магнитном полях емкостных и индуктивных элементов в момент времени, непосредственно предшествующий коммутации, и энергией этих элементов при новом установившемся режиме в момент времени, непосредственно следующем за коммутацией. Энергия элементов не может изменяться скачком, и ее постепенное изменение обуславливает переходный процесс.

Свободная составляющая определяется видом корней характеристического уравнения, которое составляется на основании дифференциального уравнения (5.1) путем замены $\dfrac{di^n(t)}{dt} \to p^n$ и приравнивания к нулю правой части. В результате получаем характеристическое уравнение

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots a_1 p + a_0 = 0\,. \qquad (5.2)$$

Различают зависимые и независимые начальные условия. ***Независимые начальные условия*** – это величины, которые подчиняются зако-

нам коммутации, т.е. ток в индуктивности и напряжение на емкости. Независимые начальные условия (ННУ) определяются из расчета установившегося режима цепи в схеме до коммутации (момент времени $t = 0_$).

Зависимые начальные условия – это остальные токи и напряжения, определяемые в момент времени $t = 0_+$ с учетом того, что ток в индуктивности и напряжение на емкости в первый момент после коммутации сохраняют свои значения. В схеме после коммутации (момент времени $t = 0_+$) индуктивность и емкость заменяются следующими схемами замещения (рис. 5.2), где
$J_L = i_L(0_) = i_L(0_+) = i_L(0)$, $E_C = u_C(0_) = u_C(0_+) = u_C(0)$.

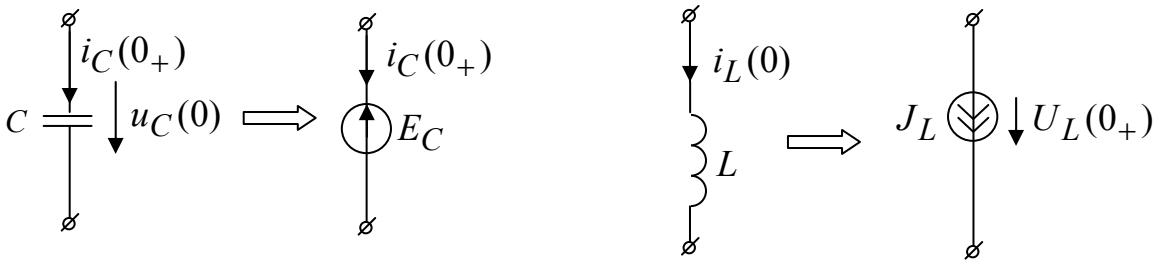


Рис. 5.2

5.3. Расчет переходного процесса в цепи первого порядка

Порядок переходного процесса зависит от числа накопителей энергии, которые остаются в схеме после коммутации. Цепь первого порядка содержит после коммутации индуктивность или емкость и характеризуется дифференциальным уравнением первого порядка. Рассмотрим процессы в цепи при зарядке и разрядке емкостного элемента.

Зарядка емкостного элемента от источника постоянной ЭДС через резистивный элемент

Переходный процесс в цепи на рис. 5.3 описывается неоднородным дифференциальным уравнением на основании второго закона Кирхгофа, закона Ома $u_R = iR$ и соотношением для емкостного элемента $i = C\dfrac{du_C}{dt}$, т.е.

$$u_R + u_C = iR + u_C = RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E\,. \qquad (5.3)$$

Общее решение этого уравнения записывается в виде суммы принужденной и свободной составляющих: $u_C(t) = u_{C\text{пр}}(t) + u_{C\text{св}}(t)$. В цепи первого порядка свободная составляющая изменяется по экспонен-

циальному закону Ae^{pt}, где A – постоянная интегрирования рассчитывается в момент времени $t = 0_+$. Значит, общее решение можно записать в виде $u_C(t) = u_{C\text{пр}}(t) + Ae^{pt}$.

Составим характеристическое уравнение, заменив в (5.3) $\frac{du_C}{dt} \to p$, $u_C \to 1$ и приравняв к нулю правую часть: $RCp + 1 = 0$. Решив уравнение, получаем $p = -\frac{1}{RC}$.

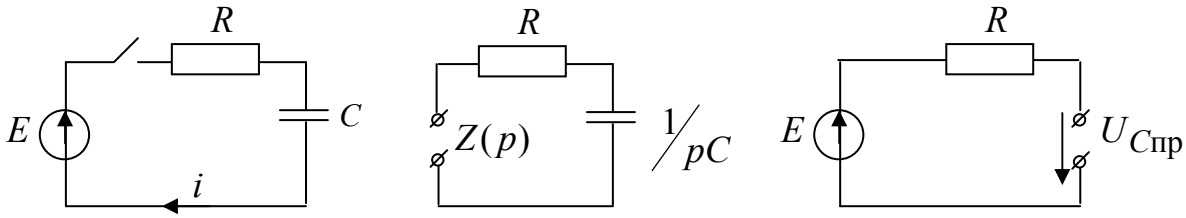


Рис. 5.3 Рис. 5.4 Рис. 5.5

Корень характеристического уравнения можно найти, не составляя дифференциального уравнения. Для этого, в схеме после коммутации нужно закоротить источник ЭДС, а емкость C заменить на $1/pC$. Затем, сделав разрыв в наиболее удобном месте (рис. 5.4), записать относительно разрыва общее сопротивление цепи $Z(p) = R + \frac{1}{pC}$. Из условия $Z(p) = 0$ находим корень характеристического уравнения $p = -\frac{1}{RC}$.

Так как в цепи действует постоянный источник, то $u_{C\text{пр}}(t) = U_{C\text{пр}} = const$. Подставим $U_{C\text{пр}}$ в уравнение (5.3):

$$RC\cancelto{0}{\frac{dU_{C\text{пр}}}{dt}} + U_{C\text{пр}} = E.$$

Решая полученное уравнение, получаем $U_{C\text{пр}} = E$.

Принужденную составляющую можно найти из расчета схемы в установившемся режиме после коммутации (рис. 5.5) $U_{C\text{пр}} = E$.

Для нахождения постоянной интегрирования A подставим момент времени $t = 0_+$ в общее решение $u_C(0_+) = U_{C\text{пр}} + A$, отсюда $A = u_C(0_+) - U_{C\text{пр}}$, где $u_C(0_+)$ – зависимое начальное условие. Напряжение на емкости в схеме до коммутации равно нулю (независимое начальное условие). По закону коммутации $u_C(0_-) = u_C(0_+)$, значит

$u_C(0_+) = 0$. Тогда постоянная интегрирования $A = -U_{C\text{пр}} = -E$. Окончательный результат записываем в виде $u_C(t) = E - Ee^{-\frac{t}{RC}}$. Ток, текущий через емкостной элемент, $i(t) = C\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$. Графики тока и напряжения на емкостном элементе представлены на рис. 5.6.

Величина, обратная корню $\tau = \frac{1}{|p|}$ называется ***постоянной времени***. Постоянная времени численно равна интервалу времени, в течение которого свободная составляющая уменьшается в $e \approx 2.7118$ раз. Чем больше τ, тем медленнее затухает экспоненциальная функция и дольше длится переходный процесс. Практически свободная составляющая затухает за 5τ, в ориентировочных расчетах можно ограничится временем 3τ. В нашем примере $\tau = RC$. Постоянную времени можно найти графически (рис. 5.6). Для этого нужно выбрать произвольную точку на графике свободной составляющей (в примере $i_{\text{св}}(t) = i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$) и из нее опустить перпендикуляр на ось времени. Отрезок между точкой пересечения перпендикуляра с осью времени и точкой пересечения касательной с этой же осью будет равен τ (рис. 5.6).

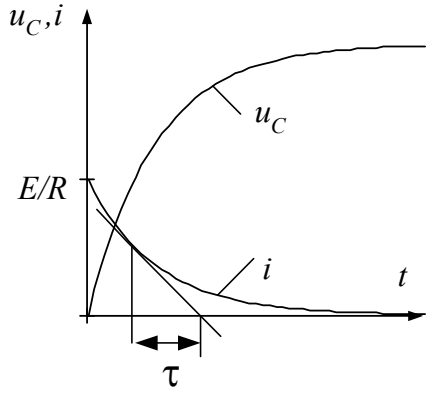


Рис. 5.6

Алгоритм расчета переходного процесса классическим методом

1. Искомая величина записывается в виде суммы принужденной и свободной составляющей.
2. В момент времени $t = 0_-$ определяются независимые начальные условия ($i_L(0_-), u_C(0_-)$).
3. В момент $t = 0_+$ определяются зависимые начальные условия.
4. Определяется принужденная составляющая в установившемся режиме послекоммутационной цепи.
5. Составляется характеристическое уравнение и определяется его корень. Для составления характеристического уравнения источники ЭДС закорачиваются, ветви с источниками тока разрываются, L заменяется

на pL, $C \to \dfrac{1}{pC}$, делается разрыв в любом месте пассивной цепи и рассчитается общее сопротивление цепи относительно этого разрыва $Z(p)$. Из условия $Z(p)=0$ находится корень характеристического уравнения.

6. Определяется постоянная интегрирования в момент времени $t=0_+$.

Разрядка емкостного элемента через резистивный элемент

В электрическом поле заряженного емкостного элемента сосредоточена энергия, за счет которой емкостной элемент в течение некоторого времени сам может служить источником энергии. После подключения емкостного элемента, предварительно заряженного до напряжения $u_C = E$, к резистивному элементу с сопротивлением R (рис. 5.7) ток в цепи будет обусловлен изменением заряда q емкостного элемента: $i = -\dfrac{dq}{dt} = -C\dfrac{du_C}{dt}$, где знак минус указывает, что i – это ток разрядки в контуре цепи.

Выполним последовательно все этапы расчета классическим методом. В цепи после коммутации остается только один накопитель энергии, значит, цепь первого порядка и общее решение запишется в виде:

$$u_C(t) = u_{C\text{пр}} + Ae^{pt}; \;\; i(t) = i_{\text{пр}} + Be^{pt}.$$

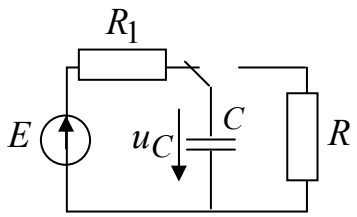


Рис. 5.7

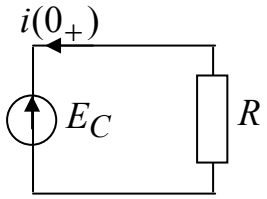


Рис. 5.8

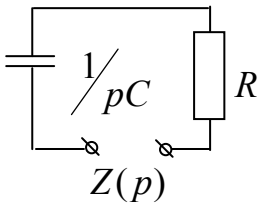


Рис. 5.9

В момент $t=0_-$ (до коммутации) $u_C(0_-)=E$. Для расчета зависимого начального условия $i(0_+)$ составим схему замещения для момента времени $t=0_+$ (рис. 5.8), учитывая, что по закону коммутации $E_C = u_C(0_) = u_C(0_+) = E$. По закону Ома $i(0_+) = -\dfrac{E}{R}$. В установившемся режиме после коммутации емкостной элемент полностью разрядится $u_{C\text{пр}} = 0$, $i_{\text{пр}} = 0$. Для нахождения корня составляем схему замещения (рис. 5.9) и записываем $Z(p) = R + \dfrac{1}{pc} = 0$. Из этого условия на-

ходим корень $p = -\frac{1}{RC}$. Постоянные времени A и B находим подставляя в общее решение момент времени $t = 0_+$: $u_C(0_+) = u_{C\text{пр}} + A$; $i(0_+) = i_{\text{пр}} + B$. Тогда

$$A = u_C(0_+) - u_{C\text{пр}} = E - 0 = E,\ B = i(0_+) - i_{\text{пр}} = -\frac{E}{R} - 0 = -\frac{E}{R}.$$

Подставляем найденные величины в общее решение

$$u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}; \qquad i(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}.$$

Подключение источника постоянной ЭДС к неразветвленной цепи с резистивным и индуктивным элементами (рис. 5.10)

Запишем решение в общем виде $i_L(t) = i_{L\text{пр}} + Be^{pt}$; $u_L(t) = u_{L\text{пр}} + Ae^{pt}$. До коммутации ключ был разомкнут, значит $i_L(0_-) = 0$. Для нахождения зависимого начального условия $u_L(0_+)$ составим схему замещения (рис. 5.11), в которой учтено, что $i_L(0_) = i_L(0_+) = J_L = 0$. По второму закону Кирхгофа $u_L(0_+) = E - J_L R = E$.

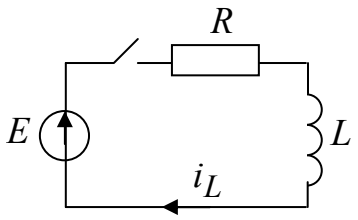


Рис. 5.10

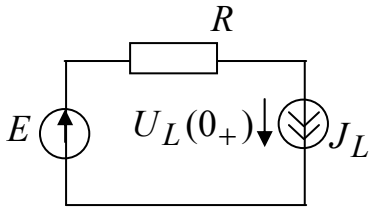


Рис. 5.11

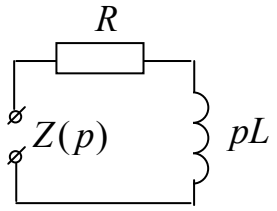


Рис. 5.12

Так как в схеме действует постоянный источник, то в установившемся режиме после коммутации индуктивный элемент заменяется закороткой (рис. 5.13) и $u_{L\text{пр}} = 0$, $i_{L\text{пр}} = \frac{E}{R}$.

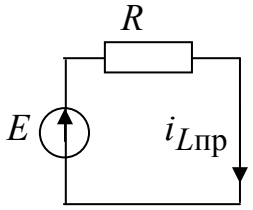


Рис. 5.13

Для нахождения корня составляем схему замещения (рис. 5.12) и записываем $Z(p) = R + pL = 0$, тогда $p = -\frac{R}{L}$. Постоянные времени A и B находим подставляя в общее решение момент времени $t = 0_+$: $u_L(0_+) = u_{L\text{пр}} + A$; $i_L(0_+) = i_{L\text{пр}} + B$. Тогда

$$A = u_L(0_+) - u_{L\text{пр}} = E, \quad B = i_L(0_+) - i_{L\text{пр}} = 0 - \frac{E}{R} = -\frac{E}{R}.$$

Подставляем найденные величины в общее решение

$$u_L(t) = Ee^{-\frac{Rt}{L}}; \qquad i_L(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-\frac{Rt}{L}}.$$

5.4. Операторный метод расчета

Операторный метод не обладает физической наглядностью в силу своей математической формализации, но в ряде случаев упрощает расчеты. Его идея заключается в том, что расчет переходного процесса переносится из области функций времени в область функций комплексного переменного p, в которой дифференциальные уравнения заменяются алгебраическими. Такое преобразование называется ***прямым***. Полученное решение алгебраических уравнений ***обратным преобразованием*** переносится в область времени.

Для прямого преобразования функций времени $f(t)$ применяется преобразование Лапласа

$$F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)dt, \tag{5.4}$$

что сокращенно записывается так: $F(p) = L[f(t)]$,

где функция времени $f(t)$ называется ***оригиналом***, определяется при $t > 0$, интегрируется в интервале времени $0 \div \infty$ и равняется нулю при $t < 0$; $F(p)$ – функция комплексного переменного $p = \sigma + j\omega$ при $\sigma > 0$, называется лапласовым ***изображением***.

Отметим некоторые свойства преобразования Лапласа.

1. Теорема о сложении или линейность преобразования

$$L[a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)] = a_1 L[f_1(t)] + a_2 L[f_2(t)]. \tag{5.5}$$

2. Теорема об интегрировании

$$L\left[\int_0^t f(t)dt\right] = \frac{1}{p}F(p). \tag{5.6}$$

3. Теорема о дифференцировании

$$L[df(t)/dt] = pF(p) - f(0_+). \tag{5.7}$$

Ниже приведены примеры изображения простых функций, где $A = const$.

$$f(t) = A \Rightarrow F(p) = \frac{A}{p}; \qquad f(t) = At \Rightarrow F(p) = \frac{A}{p^2};$$

$$f(t) = Ae^{-\alpha t} \Rightarrow F(p) = \frac{A}{p+\alpha}; \quad f(t) = A(1 - e^{-\alpha t}) \Rightarrow F(p) = \frac{A\alpha}{p(p+\alpha)}.$$

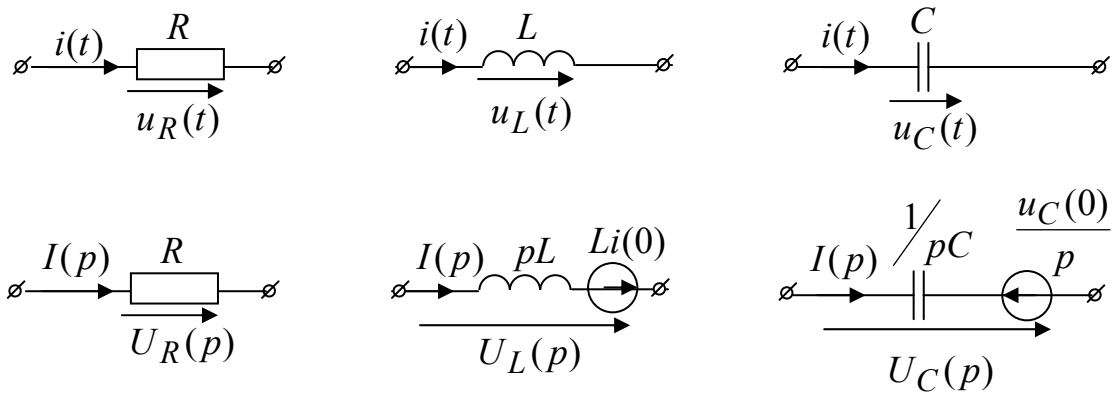
Преобразование (5.4) позволяет получить соотношения между напряжением и током в операторной форме для резистивного, индуктивного и емкостного элементов.

Изображение напряжения на резистивном элементе $u_R(t) = Ri(t)$ по (5.4) $U_R(p) = R\int_0^\infty e^{-pt} i(t)dt = RI(p)$. Это выражение называется законом Ома в операторной форме для резистивного элемента (рис. 5.14, а).

Изображение напряжения $u_L = L\frac{di}{dt}$ на индуктивном элементе по (5.5) и (5.7)

$$U_L(p) = -Li(0) + pLI(p), \tag{5.8}$$

где $i(0) = i(0_-) = i(0_+)$ – ток в индуктивном элементе в момент коммутации, учитывающий начальные условия.



а б в

Рис. 5.14

Напряжение на емкостном элементе, начиная с момента времени $t = 0$ возникновения переходного процесса в общем случае,

$$u_C(t) = u_C(0) \cdot 1(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt,$$

где $u_C(0) = u_C(0_-) = u_C(0_+)$ – напряжение на емкостном элементе, соответствующее начальному условию.

Учитывая изображение единичной функции $L[1(t)] = \frac{1}{p}$ и соотношения (5.5) и (5.6) можно получить изображение напряжения $u_C(t)$:

$$U_C(p) = \frac{u_C(0)}{p} + \frac{1}{pC} I(p). \qquad (5.9)$$

Выражениям (5.8) и (5.9) соответствуют схемы замещения индуктивного и емкостного элементов в операторной форме на рис. 5.14, б и в.

Если начальные условия нулевые, т.е. $i_L(0_) = 0$ и $u_C(0_) = 0$, то выражения (5.8) и (5.9) примут вид закона Ома в операторной форме для индуктивного элемента $U_L(p) = pLI(p)$ и для емкостного элемента $U_C(p) = \frac{1}{pC} I(p)$, где pL и $\frac{1}{pC}$ – сопротивления индуктивного и емкостного элементов в операторной форме.

Воспользовавшись линейностью преобразования Лапласа (5.5), получим первый закон Кирхгофа в операторной форме: $\sum_{k=1}^{n} I_k(p) = 0$. Аналогично и второму закону Кирхгофа для любого контура соответствует его представление в операторной форме

$$\sum_{k=1}^{n} U_k(p) = \sum_{k=1}^{m} E_k(p) + \sum_{k=1}^{d} U_{Jk}(p).$$

Так как законы Ома и Кирхгофа в операторной форме аналогичны этим законам на постоянном токе, то к операторным схемам замещения применимы все ранее изученные методы расчета. Операторная схема замещения составляется для цепи после коммутации на основании операторных схем отдельных элементов (рис. 5.14).

Для того чтобы решение, полученное в операторной форме перевести в функцию времени используется ***теорема разложения***, полученная на основании обратного преобразования Лапласа.

Если изображение имеет вид рациональной дроби

$$F(p) = \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \ldots + a_m p^m}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \ldots + b_n p^n},$$

причем $m < n$ и корни $A(p) = 0$ и $B(p) = 0$ различны, то на основании теоремы разложения функция времени запишется в виде

$$f(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{A(p_k)}{B'(p_k)} e^{p_k t},$$

где p_k – корни знаменателя $B(p) = 0$; $B'(p_k) = \left.\frac{dB(p)}{dt}\right|_{p=p_k}$.

Порядок расчета переходных процессов операторным методом

1. Определяются независимые начальные условия $i_L(0_-) = i_L(0)$ и $u_C(0_-) = u_C(0)$.
2. Для схемы после коммутации составляется операторная схема замещения, которая рассчитывается любым методом в операторной форме.
3. По теореме разложения определяются напряжения и токи в функции времени.

Достоинства операторного метода: не нужно определять зависимые начальные условия, принужденные составляющие, корни, постоянные интегрирования; можно использовать известные методы расчета операторных схем замещения; применение ЭВМ позволяет рассчитывать переходные процессы в цепях высокого порядка.

Пример 5.1. Операторным методом определить $i(t)$ (рис. 5.15), если $E = 50$ В, $C = 100$ мкФ, $R = 50$ Ом.

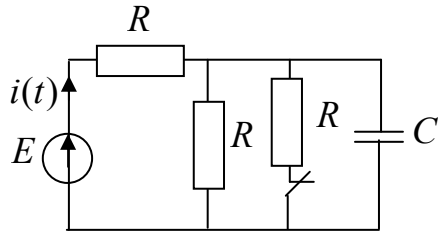


Рис. 5.15

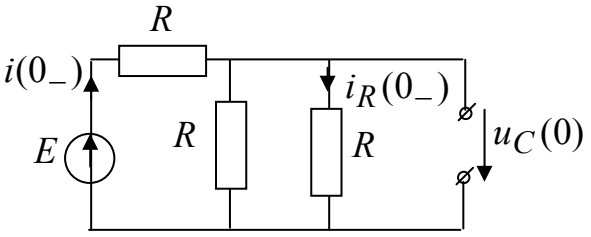


Рис. 5.16

Решение. В схеме до коммутации (рис. 5.16) найдем независимое начальное условие $u_C(0)$. Входной ток определим по обобщенному закону Ома $i(0_-) = \dfrac{E}{R + R/2} = \dfrac{50}{75} = 0.666$ А.

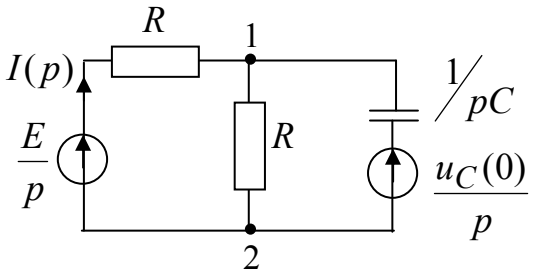


Рис. 5.17

Так как сопротивления параллельных ветвей одинаковы, ток $i_R(0_-) = 0.333$ А и напряжение $u_C(0) = Ri_R(0_-) = 50 \cdot 0.333 = 16.66$ В.

Для схемы после коммутации (ключ разомкнут) составим операторную схему замещения (рис. 5.17). Так как источник постоянный, его изображение представляется в виде $\dfrac{E}{p}$. Входной ток найдем методом двух узлов. Рассчитаем межузловое на-

пряжение $U_{12}(p)=\dfrac{\dfrac{E}{pR}+\dfrac{u_C(0)pC}{p}}{\dfrac{2}{R}+pC}=\dfrac{\dfrac{1}{p}+0.001666}{0.04+p\cdot 10^{-4}}=\dfrac{10^4+16.66p}{400p+p^2}$. Тогда ток $I(p)=\dfrac{-U_{12}(p)+E/p}{R}=-\dfrac{U_{12}(p)}{R}+\dfrac{E}{pR}=-\dfrac{U_{12}(p)}{R}+\dfrac{1}{p}$. Так как оригиналом изображения $\dfrac{1}{p}$ является 1, применять теорему разложения можно только к первому слагаемому $-\dfrac{U_{12}(p)}{R}=\dfrac{-10^4-16.66p}{2\cdot 10^4 p+50p^2}=\dfrac{A(p)}{B(p)}$.

Найдем корни p_k из условия $B(p)=0$: $p_1=0$ 1/с; $p_2=-400$ 1/с. Производная от знаменателя $B'(p)=100p+2\cdot 10^4$. Запишем теорему разложения:

$$i(t)=\sum_{k=1}^{2}\frac{A(p_k)}{B'(p_k)}e^{p_k t}+1=\frac{-10^4}{2\cdot 10^4}e^{0t}+\frac{-10^4-16.66\cdot(-400)}{100\cdot(-400)+2\cdot 10^4}e^{-400t}+1=$$

$=0.5+0.168e^{-400t}$ А.

Пример 5.2. Операторным методом найти ток $i(t)$ (рис. 5.18), если $e(t)=50e^{-150t}$ В, $R=10$ Ом, $L=0.2$ Гн.

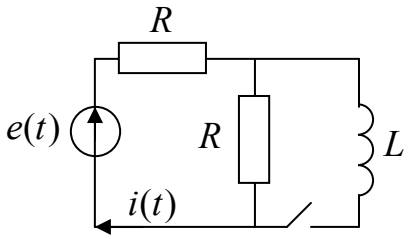


Рис. 5.18

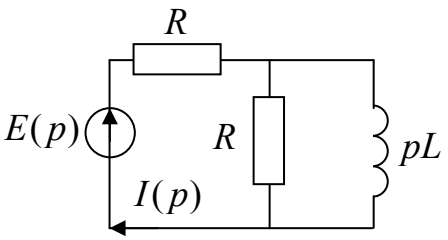


Рис. 5.19

Решение. В схеме до коммутации ток в индуктивном элементе $i_L(0)=0$. Составим операторную схему замещения (рис. 5.19), где $E(p)=\dfrac{50}{p+50}$. Найдем входной ток по обобщенному закону Ома:

$$I(p)=\frac{E(p)}{R+\dfrac{R\cdot pL}{R+pL}}=\frac{\dfrac{50}{p+50}}{10+\dfrac{10\cdot 0.2p}{10+0.2p}}=\frac{500+10p}{4p^2+700p+15000}=\frac{A(p)}{B(p)}.$$

Рассчитаем корни p_k из условия $B(p)=0$: $p_1=-25$ 1/с; $p_2=-150$ 1/с. Производная от знаменателя $B'(p)=8p+700$. Запишем теорему разложения:

$$i(t)=\sum_{k=1}^{2}\frac{A(p_k)}{B'(p_k)}e^{p_k t}=\frac{500+10\cdot(-25)}{8\cdot(-25)+700}e^{-25t}+\frac{500+10\cdot(-150)}{8\cdot(-150)+700}e^{-150t}=$$

$$=0.5e^{-25t}+2e^{-150t}\text{ А.}$$

6. Магнитные цепи

6.1. Общие сведения

Вокруг всякого провода с током существует магнитное поле. Магнитное состояние любой точки среды с одинаковыми свойствами во всех направлениях определяется вектором ***магнитной индукции*** $\vec{B}$ [Тл] и вектором ***напряженности магнитного поля*** $\vec{H}$ [А/м], которые связаны следующим соотношением: $\vec{B}=\mu_a\vec{H}$, где $\mu_a=\mu\mu_0$ – абсолютная магнитная проницаемость среды, характеризующая магнитные свойства среды, в которой создано магнитное поле; μ – относительная магнитная проницаемость (показывает, во сколько раз изменяется магнитный поток в данном веществе по сравнению с магнитным потоком в вакууме); $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ [Гн/м] – магнитная постоянная, характеризующая свойства вакуума.

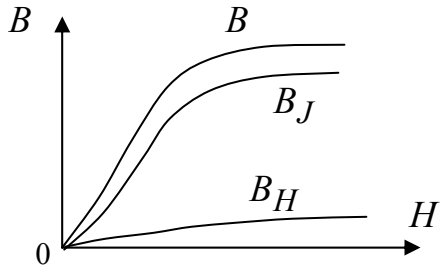


Рис. 6.1

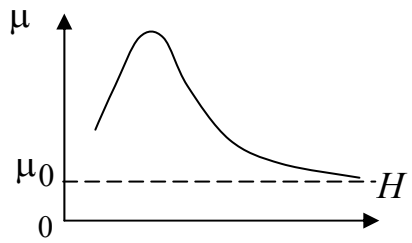


Рис. 6.2

При помещении ферромагнитного материала (сталь, никель, кобальт) во внешнее магнитное поле, он намагничивается. Степень намагниченности материала характеризуется вектором намагниченности $\vec{J}$. Намагниченное тело создает свое магнитное поле с индукцией $\vec{B}_J=\mu_0\vec{J}$ и тем самым усиливает магнитное поле катушки. Результирующее магнитное поле (рис. 6.1) рассчитывается по формуле:

$$\vec{B} = \vec{B}_H + \vec{B}_J = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J}.$$

Таким образом, относительная магнитная проницаемость для ферромагнитных материалов может составлять тысячи и десятки тысяч (рис. 6.2). ***Кривая намагничивания*** – это зависимость $B(H)$ (рис. 6.1).

Магнитное поле, пронизывающее какую-либо площадь, называют ***магнитным потоком***: $\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$ [Вб].

Работа электротехнических устройств основывается на использовании явлений электромеханического и индукционного действий магнитного поля. ***Электромеханическое действие*** поля заключается в том, что на проводник с током I, расположенным в поле с индукцией B, действует электромагнитная сила: $F = BlI$, где l – длина проводника, и проводник расположен перпендикулярно силовым линиям.

Направление действия этой силы определяется по ***правилу левой руки***: если левую руку расположить в магнитном поле так, чтобы силовые линии поля входили в ладонь, четыре вытянутых пальца показывали направление тока в проводнике, тогда отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на проводник (рис. 6.3).

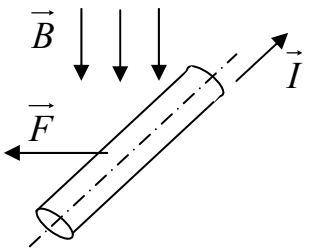


Рис. 6.3

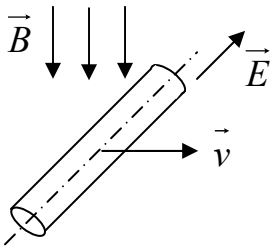


Рис. 6.4

Индукционное действие поля заключается в том, что при перемещении проводника в магнитном поле, в нем возникает электродвижущая сила: $E = Blv$, где v – скорость перемещения проводника в магнитном поле, и проводник пересекается силовыми линиями под прямым углом. Направление действия ЭДС определяется ***правилом правой руки***: если правую руку расположить в магнитном поле так, чтобы силовые линии поля входили в ладонь, большой палец совпадал с направлением вектора скорости движения проводника, тогда вытянутые четыре пальца покажут направление индукционной ЭДС (рис. 6.4).

Для использования электромеханического и индукционного действия поля в электротехническом устройстве создается магнитное поле.

Магнитная цепь – это часть электротехнического устройства, предназначенная для создания магнитного поля заданной интенсивно-

сти и конфигурации. Магнитная цепь состоит из элементов, возбуждающих магнитное поле (катушки и обмотки с током) и элементов, пропускающих магнитное поле (магнитопровод, сердечник катушки). Пример магнитной цепи представлен на рис. 6.5.

По роду тока магнитные цепи классифицируются как магнитные цепи с постоянной магнитодвижущей силой (МДС) – по обмотке протекает постоянный ток и магнитные цепи с переменной МДС – по обмотке протекает переменный ток.

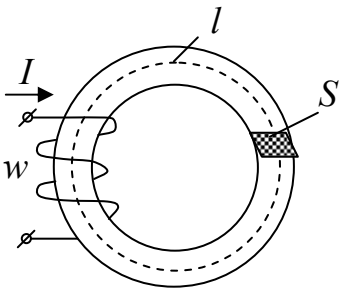


Рис. 6.5

По конфигурации магнитопровода магнитные цепи делятся на

- магнитные цепи с однородным магнитопроводом (в любом сечении магнитопровода магнитные свойства и геометрические размеры одинаковы);
- магнитные цепи с неоднородным магнитопроводом (по сечению или геометрические размеры или магнитные свойства неодинаковы);
- магнитные цепи с неразветвленным магнитопроводом;
- магнитные цепи с разветвленным магнитопроводом.

6.2. Законы и параметры магнитных цепей с постоянной МДС

Магнитные цепи рассчитываются на основании закона полного тока, который был получен на основании многочисленных опытов. Этот закон устанавливает, что ***интеграл от напряженности магнитного поля по любому замкнутому контуру равен алгебраической сумме токов, охваченных этим контуром:***

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_к I_к ,$$

причем положительными следует считать те токи, направление которых соответствует обходу контура по направлению движения часовой стрелки (правило буравчика).

Магнитную цепь большинства электротехнических устройств можно представить состоящей из совокупности участков, в пределах каждого из которых можно считать магнитное поле однородным, т.е. с постоянной напряженностью, равной напряженности магнитного поля k-го участка H_k вдоль средней линии этого участка длиной l_k. Для таких магнитных полей можно заменить интегрирование суммированием.

Если при этом магнитное поле возбуждается катушкой с током I, у которой w витков, то для контура магнитной цепи, сцепленного с витками и состоящего из n участков, можно записать: $\sum_{k=1}^{n} H_k l_k = Iw$.

Если контур сцеплен с витками нескольких катушек с токами, то

$$\sum_{k=1}^{n} H_k l_k = \sum_{k=1}^{m} I_k w_k ,$$

где $I_k w_k$ – магнитодвижущая сила k-ой катушки, т.е. произведение числа витков катушки на протекающий по ней ток.

Произведение $H_k l_k = U_{\text{м}k}$ называют ***магнитным напряжением*** участка магнитной цепи.

Если магнитная цепь не имеет разветвлений (рис. 6.5), то поток Ф оказывается одинаковым во всех сечениях цепи. Отношение МДС Iw к магнитному потоку Ф называют ***магнитным сопротивлением цепи***: $R_{\text{м}} = \frac{Iw}{\Phi}\left[\frac{1}{\text{Гн}}\right]$. Через параметры магнитопровода $R_{\text{м}} = \frac{l}{\mu_a(H)S}$, где S – площадь поперечного сечения магнитопровода, l – длина средней линии.

Соотношение $\Phi = \frac{Iw}{R_{\text{м}}}$ называют законом магнитной цепи. Оно по форме напоминает закон Ома для электрической цепи постоянного тока: $I = \frac{E}{R}$. Следовательно, можно провести аналогию между магнитной и электрической цепью: МДС Iw соответствует ЭДС E, потоку Ф соответствует ток I, магнитному сопротивлению $R_{\text{м}}$ – электрическое сопротивление R.

В разветвленной магнитной цепи магнитный поток разветвляется в узлах цепи. Для каждого узла на основании принципа непрерывности магнитного потока ($\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$) можно записать $\sum_k \Phi_k = 0$, т.е. алгебраическая сумма магнитных потоков в узле равна нулю. Этот закон аналогичен первому закону Кирхгофа, поэтому его называют первым законом Кирхгофа для магнитной цепи. Для узла магнитной цепи (рис. 6.6) уравнение запишется в виде $-\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$.

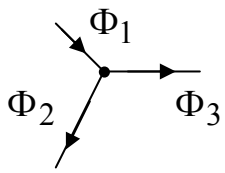


Рис. 6.6

Для любого контура магнитной цепи на основании закона полного тока можно записать уравнение

$$\sum_k H_k l_k = \sum_k I_k w_k ,$$

где $H_k l_k = \Phi_k R_{\text{м}k} = U_{\text{м}k}\,[\text{А}]$ – магнитное напряжение k-го участка магнитной цепи. Т.е. алгебраическая сумма МДС вдоль замкнутого контура магнитной цепи равна алгебраической сумме произведений магнитного сопротивления на магнитный поток во всех участках (ветвях) цепи, входящих в этот контур. Это выражение аналогично второму закону Кирхгофа для цепи постоянного тока и его называют вторым законом Кирхгофа для магнитной цепи.

Для того чтобы рассчитать магнитную цепь необходимо составить ее схему замещения. Для этого магнитная цепь разбивается на однородные участки. Так часть магнитопровода с обмоткой, по которой течет ток, заменяется МДС Iw (рис. 6.7). Направление МДС легко определить по следующему правилу: вытянутые пальцы правой руки располагаем по направлению тока в обмотке, затем обхватываем этой рукой магнитопровод, тогда отогнутый большой палец покажет направление МДС.

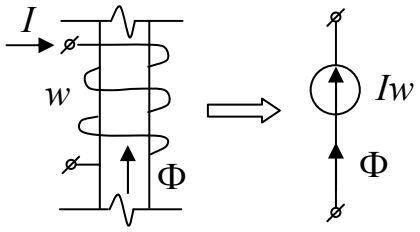
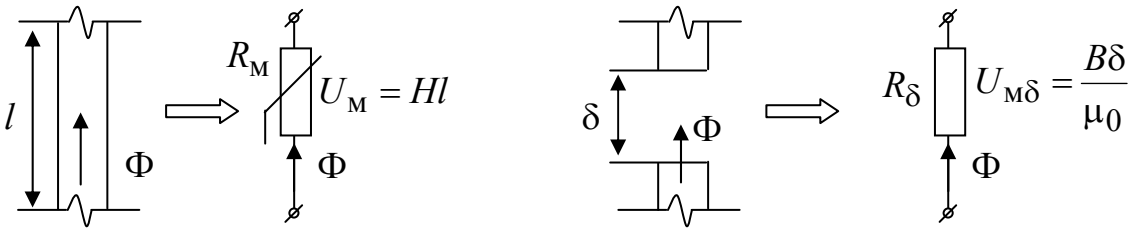


Рис. 6.7

Участок однородного магнитопровода заменяется переменным сопротивлением $R_{\text{м}} = \dfrac{l}{\mu_a(H)S}$, магнитное напряжение на котором $U_{\text{м}} = \Phi R_{\text{м}} = Hl$ (рис. 6.8, а). Воздушный зазор представляется в виде линейного магнитного сопротивления $R_\delta = \dfrac{\delta}{\mu_0 S}\left[\dfrac{1}{\text{Гн}}\right]$, магнитное напряжение на котором $U_{\text{м}\delta} = \Phi R_\delta = \dfrac{B\delta}{\mu_0}$, где δ – ширина воздушного зазора (рис. 6.8, б).



а б

Рис. 6.8

6.3. Расчет магнитной цепи с постоянной МДС

Расчет неразветвленной магнитной цепи

Неразветвленная магнитная цепь содержит только один магнитный поток (рис. 6.9). При расчете такой цепи возникает два типа задач прямая и обратная. Прямая задача – это задача проектирования. По заданному магнитному потоку определяется МДС. Обратная задача является проверочной – по известной МДС определяется магнитный поток.

При инженерных расчетах делаются следующие допущения:

- магнитный поток по сечению магнитопровода протекает равномерно: $B = \Phi / S$;
- силовые линии магнитного поля равны средней линии l.

Прямая задача: Даны геометрические размеры магнитопровода (l, S, δ), кривая намагничивания (рис. 6.11) и магнитный поток Φ. Требуется найти МДС.

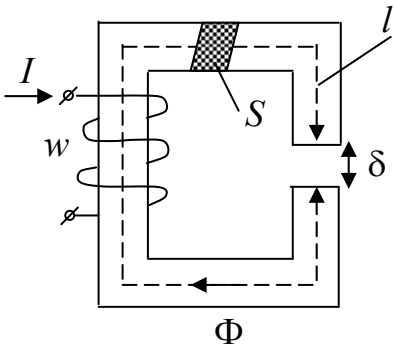


Рис. 6.9

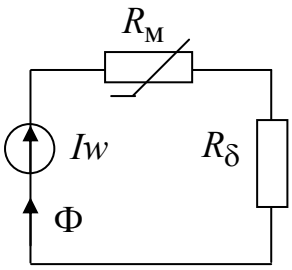


Рис. 6.10

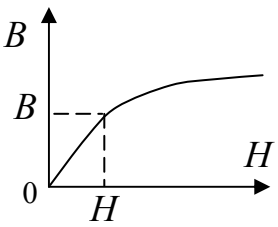


Рис. 6.11

Решение. Составляется схема замещения магнитной цепи (рис. 6.10). По известному магнитному потоку Φ определяется индукция в магнитопроводе: $B = \Phi / S$. По кривой намагничивания определяется напряженность магнитного поля $H(B)$. Далее по схеме замещения записывается уравнение по второму закону Кирхгофа для магнитной цепи и определяется МДС: $Hl + \dfrac{B\delta}{\mu_0} = Iw$. Также в этой задаче можно определить силу, стягивающую воздушный зазор: $F = \dfrac{B^2 S}{2\mu_0}[\text{Н}]$. Задаваясь током в катушке можно определить число витков катушки: $w = Iw / I$.

Обратная задача: Даны геометрические размеры магнитопровода (l, S, δ), кривая намагничивания (рис. 6.12) и МДС. Требуется найти Φ.

Решение. Составляется схема замещения (рис. 6.10) и записывается второй закон Кирхгофа: $Hl + \frac{B\delta}{\mu_0} = Iw$, из которого выражается зависимость $B(H)$ для заданного магнитопровода – это уравнение линии: $B = a - bH$, где $a = \frac{\mu_0 Iw}{\delta}[\text{Тл}]$, $b = \frac{\mu_0 l}{\delta}\left[\frac{\text{Гн}}{\text{м}}\right]$. Далее рассчитываются коэффициенты a и b и, в одних осях с кривой намагничивания, изображается линия $B = a - bH$. В точке их пересечения (рабочая точка) находятся B и H (рис. 6.12). Затем определяется магнитный поток: $\Phi = BS$.

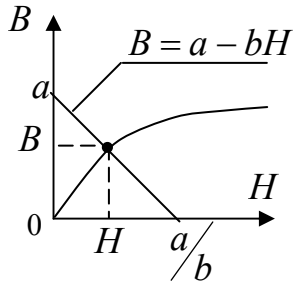


Рис. 6.12

Расчет разветвленной магнитной цепи

Разветвленная магнитная цепь содержит несколько магнитных потоков (рис. 6.13) и при расчете такой цепи используются законы Кирхгофа для магнитной цепи.

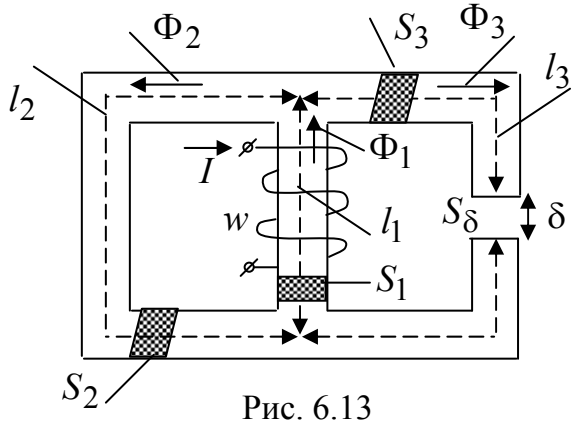


Рис. 6.13

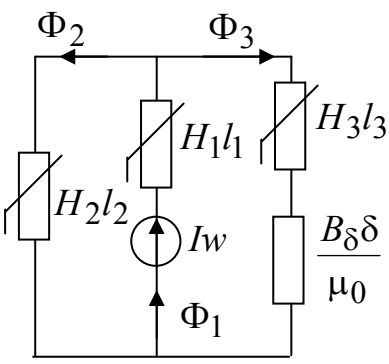


Рис. 6.14

Составим схему замещения магнитной цепи (рис. 6.14) и запишем для нее систему уравнений по законам Кирхгофа:

$$\Phi_2 + \Phi_3 = \Phi_1;$$

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 = Iw;$$

$$H_2 l_2 - H_3 l_3 - \frac{B_\delta \delta}{\mu_0} = 0.$$

При решении прямой задачи заданной величиной является поток $\Phi_3 = \Phi_\delta$. Неизвестными величинами являются МДС Iw и магнитные потоки $\Phi_2(H_2)$ и $\Phi_1(H_1)$.

Порядок расчета:

1) По известному магнитному потоку $\Phi_3 = \Phi_\delta$ находится магнитная индукция в третьем стержне и в зазоре: $B_\delta = \dfrac{\Phi_\delta}{S_\delta}$; $B_3 = \dfrac{\Phi_3}{S_3}$. Затем по заданной кривой намагничивания определяется напряженность H_3.

2) Из уравнения $H_2 l_2 - H_3 l_3 - \dfrac{B_\delta \delta}{\mu_0} = 0$ находится напряженность магнитного поля во втором стержне $H_2 = \dfrac{H_3 l_3 + \dfrac{B_\delta \delta}{\mu_0}}{l_2}$.

3) По заданной кривой намагничивания определяется индукция $B_2(H_2)$ и рассчитывается магнитный поток во втором стержне $\Phi_2 = B_2 S_2$.

4) По первому закону Кирхгофа определяется магнитный поток в первом стержне $\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$.

5) Рассчитывается индукция в первом стержне $B_1 = \dfrac{\Phi_1}{S_1}$ и по кривой намагничивания определяется напряженность магнитного поля в первом стержне $H_1(B_1)$.

6) По второму закону Кирхгофа для магнитной цепи определяется МДС $Iw = H_1 l_1 + H_2 l_2$.

7) Задаваясь током в катушке, находится число витков катушки $w = Iw/I$.

Обратная задача аналитического решения не имеет. Решается графоаналитическим методом путем построения вебер-амперной характеристики.

6.4. Магнитные цепи с переменной МДС

Магнитными цепями с переменными МДС называются цепи, по катушке которых протекает переменный ток. Этот ток возбуждает в магнитопроводе и вокруг него переменное магнитное поле. Большая часть магнитных линий этого поля замыкается по магнитопроводу – это основной магнитный поток Φ. Он сцеплен со всеми витками катушки и создает потокосцепление $\psi = w\Phi$.

Другая часть магнитных линий охватывает отдельные витки катушки и замыкается по воздуху и частично по магнитопроводу (рис.

6.15). Эта часть магнитного поля называется потокосцеплением рассеяния $\psi_\sigma = L_\sigma i$, где L_σ – индуктивность рассеяния.

Переменные магнитные потоки наводят в витках катушки переменные ЭДС: $e = -w\dfrac{d\Phi}{dt}$; $e_\sigma = -L_\sigma \dfrac{di}{dt}$. С учетом активного сопротивления обмотки R напряжение между выводами катушки определяется выражением $u = -e + (-e_\sigma) + Ri$.

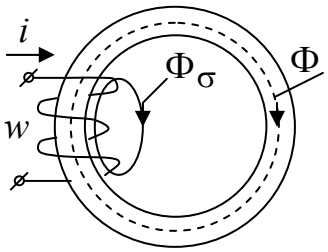


Рис. 6.15

Ток в катушке зависит не только от приложенного напряжения и сопротивления катушки, но и от характеристик магнитной цепи. Индуктивность рассеяния L_σ является практически постоянной величиной, так как потоки рассеяния замыкаются в основном по воздуху. Заменив ЭДС e_σ падением напряжения на индуктивности L_σ, получаем формулу: $u = -e + L_\sigma \dfrac{di}{dt} + Ri$.

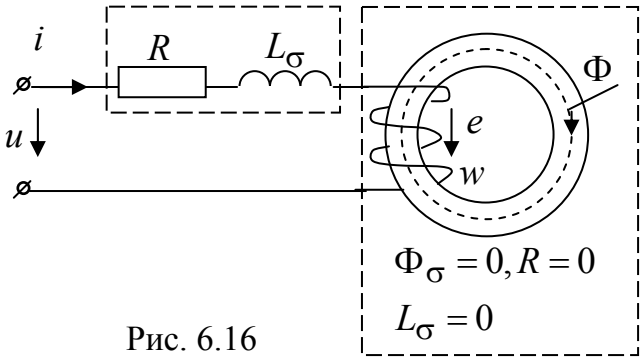


Рис. 6.16

Согласно этому уравнению реальную катушку индуктивности можно представить как последовательно соединенные “воздушную” катушку с параметрами L_σ и R и идеализированную, в которой отсутствуют электрическое сопротивление R и поток рассеяния Φ_σ (рис. 6.16).

6.5. Форма кривой тока идеализированной катушки с ферромагнитным сердечником при синусоидальном напряжении

Уравнение электрического состояния идеализированной катушки

$$u = -e = w\frac{d\Phi}{dt}.$$

Тогда величина магнитного потока $\Phi = \dfrac{1}{w}\int u dt$. При синусоидальном напряжении $u(t) = U_m \sin\omega t$ магнитный поток также будет синусоидальной функцией

$$\Phi = \frac{1}{w}\int U_m \sin\omega t dt = -\frac{U_m}{w\omega}\cos\omega t + A = \frac{U_m}{w\omega}\sin(\omega t - 90^\circ) + A,$$

где A – постоянная интегрирования (равна некоторому постоянному магнитному потоку, которого нет в магнитопроводах при переменном токе в установившемся режиме работы, следовательно $A = 0$);

$\frac{U_m}{w\omega} = \Phi_m$ – амплитудное значение магнитного потока.

При синусоидальном напряжении в магнитопроводе возбуждается магнитный поток синусоидальной формы $\Phi = \Phi_m \sin(\omega t - 90^\circ)$ той же частоты, что и питающее напряжение. В идеализированной катушке величина магнитного потока однозначно определяется уровнем приложенного напряжения.

По известному напряжению $u(t)$ можно определить форму кривой тока. Зная, что $B = \frac{\Phi}{S}$ и $H = \frac{iw}{l}$ получается пропорциональность $B \equiv \Phi$ и $H \equiv i$. На рис. 6.17 построены синусоидальная функция $B(t)$ и петля гистерезиса материала магнитопровода $B(H)$. Методом отображающей точки на этом же рисунке получена кривая тока $i(t)$ в обмотке идеализированной катушки. Из рисунка видно, что при синусоидальном приложенном напряжении в катушке протекает несинусоидальный ток. Величина и форма кривой тока определяются уровнем приложенного напряжения.

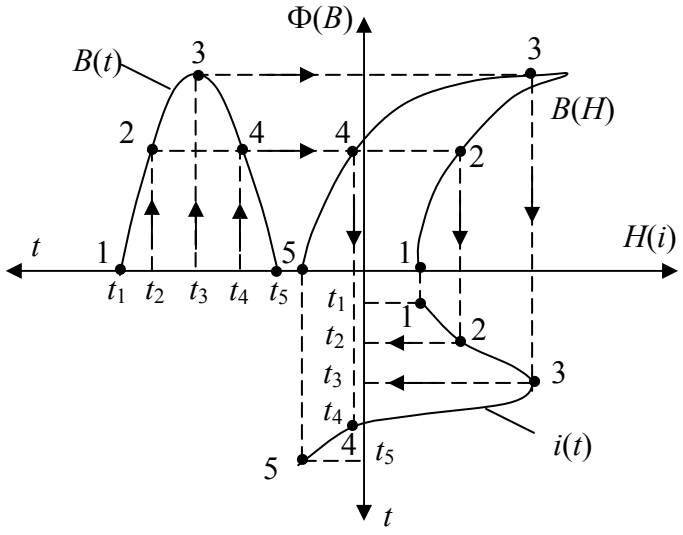


Рис. 6.17

Также следует отметить, что начальная фаза магнитной индукции и тока не совпадают (рис. 6.18). Разность фаз δ называется ***углом магнитных потерь***. Этот угол тем больше, чем шире петля гистерезиса. Угол δ указывает на магнитные потери в ферромагнитном сердечнике при перемагничивании материала.

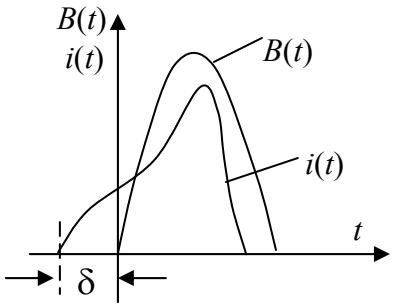


Рис. 6.18

6.6. Эквивалентный синусоидальный ток

Несинусоидальность кривой тока не позволяет представить его в векторной форме, а, значит, не возможно применить для расчета символический метод.

Для устранения этой проблемы при анализе катушки со стальным сердечником используют синусоидальный ток. Под эквивалентным синусоидальным током $i_{\text{экв}}(t)$ понимают такой ток, который имеет такое же действующее значение, что и несинусоидальный ток $i_{\text{несин.}}(t)$. Таким образом, чтобы заменить несинусоидальный ток эквивалентным синусоидальным нужно определить действующее значение несинусоидального тока $I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2_{\text{несин.}}(t)dt}$ и поставить ему в соответствие синусоидальный ток, имеющий аналогичное действующее значение

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2_{\text{экв}}(t)dt}\ .$$

Каждому максимальному значению напряжения соответствует своя форма кривой тока. Связь между действующими значениями напряжения и тока катушки с ферромагнитным сердечником является нелинейной функцией. ВАХ такой катушки представлена на рис. 6.19.

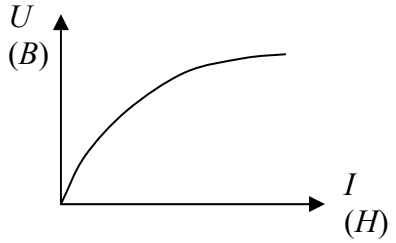


Рис. 6.19

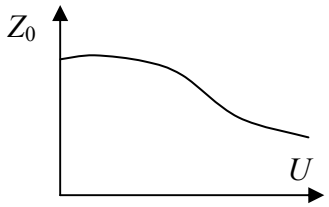


Рис. 6.20

Отношение действующего значения напряжения к действующему значению тока характеризует полное сопротивление катушки $Z_0 = \frac{U}{I}$. Таким образом, полное сопротивление не является постоянной величиной (рис. 6.20). Зависимость полного сопротивления от напряжения – характерная особенность индуктивной катушки со стальным сердечником.

6.7. Векторная диаграмма и схема замещения идеализированной катушки

Введение эквивалентного синусоидального тока позволяет построить векторную диаграмму идеализированной катушки, уравнение состояния которой записывается в виде $u = -e$.

При построении векторной диаграммы сначала откладывается вектор магнитного потока. Затем строится вектор тока, который опережает поток на угол магнитных потерь δ. Вектор напряжения опережает магнитный поток на 90° и уравновешивается ЭДС (рис. 6.21).

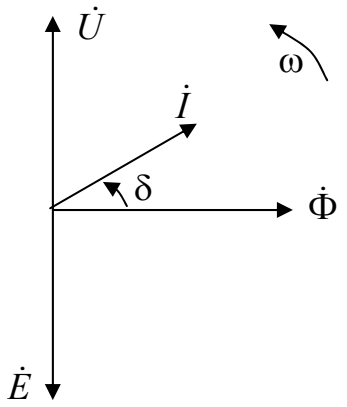


Рис. 6.21

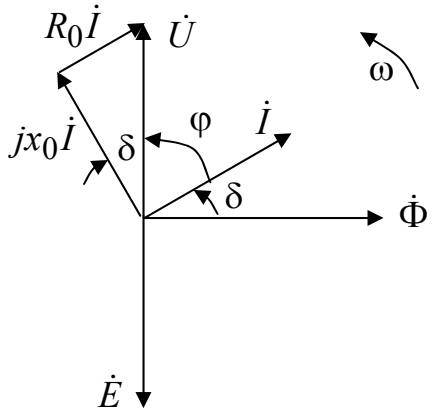


Рис. 6.22

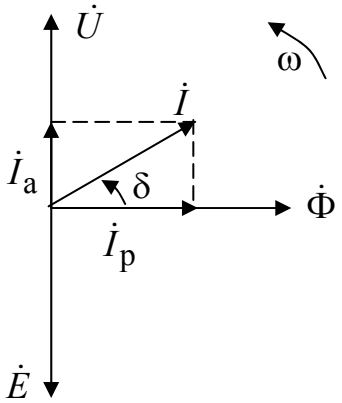


Рис. 6.23

По векторной диаграмме (рис. 6.21) можно построить последовательную (рис. 6.24) и параллельную (рис. 6.25) схемы замещения идеализированной катушки.

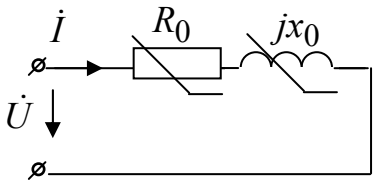


Рис. 6.24

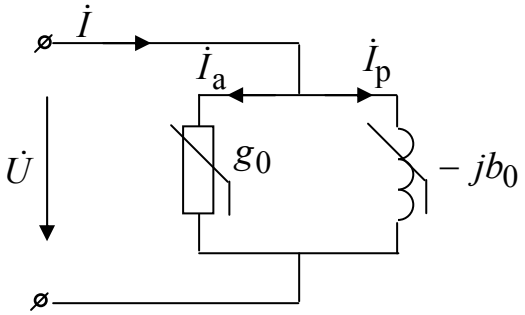


Рис. 6.25

Параметры R_0 и g_0 учитывают магнитные потери (потери в стали) $P_{ст}$ на перемагничивание в сердечнике (явление гистерезиса), а параметры x_0 и b_0 указывают на наличие рабочего магнитного потока в сердечнике. Эти параметры могут быть рассчитаны по следующим формулам:

$$R_0 = \frac{P_{ст}}{I^2};\ Z_0 = \frac{U}{I};\ x_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2};\ g_0 = \frac{I^2}{P_{ст}};\ Y_0 = \frac{I}{U};\ b_0 = \sqrt{Y_0^2 - g_0^2}.$$

Для вышеприведенных схем замещения можно построить векторные диаграммы. Векторная диаграмма для последовательной схемы замещения приведена на рис. 6.22, где $jx_0\dot{I}$ – вектор напряжения на индуктивном сопротивлении x_0 (опережает ток на 90°); $R_0\dot{I}$ – вектор напряжения на активном сопротивлении R_0 (совпадает по фазе с током). Результирующее напряжение $\dot{U} = R_0\dot{I} + jx_0\dot{I}$.

Векторная диаграмма для параллельной схемы замещения приведена на рис. 6.23, где $\dot{I}_\text{р}$ – реактивная составляющая тока $\dot{I}$ (отстает от напряжения на 90°); $\dot{I}_\text{а}$ – активная составляющая тока $\dot{I}$ (совпадает по фазе с напряжением). Результирующий ток $\dot{I} = I_\text{а} + jI_\text{р}$.

6.8. Векторная диаграмма и схема замещения реальной катушки

В реальной катушке напряжение сети уравновешивается не только ЭДС катушки, но и падением напряжения на индуктивном сопротивлении $x_\sigma = \omega L_\sigma$ и активном сопротивлении катушки R:

$$u = -e + L_\sigma \frac{di}{dt} + Ri \quad \text{или в комплексной форме} \quad \dot{U} = -\dot{E} + j\omega L_\sigma \dot{I} + R\dot{I}.$$

Векторная диаграмма реальной катушки представлена на рис. 6.26, где $\dot{U}' = -\dot{E}$.

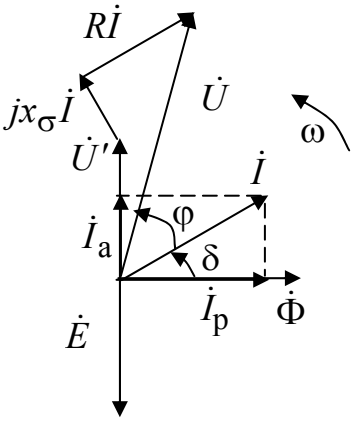


Рис. 6.26

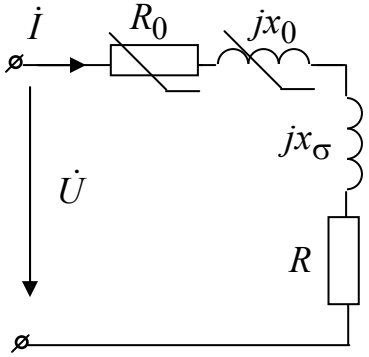


Рис. 6.27

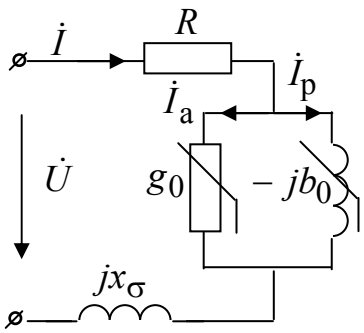


Рис. 6.28

По векторной диаграмме можно также построить последовательную (рис. 6.27) и параллельную (рис. 6.28) схемы замещения, в которых наличие сопротивления R указывает на электрические потери в катушке (нагрев провода), а $x_\sigma = \omega L_\sigma$ – на наличие потоков рассеяния.

7. Трансформаторы

7.1. Назначение, устройство, принцип действия

Электрическую энергию в мощных электромашинных генераторах экономически целесообразно вырабатывать уровнем напряжения в несколько десятков киловольт. Для уменьшения потерь в линиях электропередач от источника к потребителю передача энергии производится при высоких напряжениях порядка нескольких сотен киловольт. Потребители электрической энергии, в основном, питаются низким напряжением: от сотен вольт до нескольких киловольт. Поэтому в процессе выработки, передачи и потребления электрической энергии возникает необходимость в многократном изменении уровня напряжения. Для этой цели служат трансформаторы.

Трансформатором называется статическое (без движущихся частей) электромагнитное устройство, предназначенное для преобразования электрической энергии переменного тока одного напряжения в электрическую энергию переменного тока другого напряжения при неизменной частоте.

Первые трансформаторы с разомкнутым магнитопроводом предложил в 1876г. П.Н. Яблочков, который применил их для питания электрической «свечи». В 1885г. венгерские ученые М. Дери, О. Блати, К. Циперовский разработали однофазные трансформаторы с замкнутым магнитопроводом. В 1889-1891гг. М. О. Доливо-Добровольский предложил трехфазный трансформатор.

Трансформатор рассчитан на нормальную работу только при определенных значениях частоты, мощности, токов и напряжений, называемых номинальными (указываются на щитке). Номинальная мощность трансформаторов различна. В радиоэлектронных устройствах имеются трансформаторы, мощность которых составляет десятки вольт-ампер. Мощность же одного трехфазного трансформатора для ЛЭП составляет 1 млн. кВА.

Трансформатор состоит из замкнутого сердечника, на котором расположены обмотки первичного и вторичного напряжения. Рассмотрим принцип работы однофазного двухобмоточного трансформатора (рис. 7.1).

На первичную обмотку прикладывается переменное напряжение u_1, под действием которого по первичной обмотке протекает переменный ток i_1. Магнитодвижущая сила этого тока $i_1 w_1$ возбуждает в магнитопроводе переменный магнитный поток Φ_1. Этот поток, сцепленный с

двумя обмотками трансформатора, индуктирует в них ЭДС, мгновенные значения которых будут:

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi_1}{dt}; \quad e_2 = -w_2 \frac{d\Phi_1}{dt}.$$

ЭДС e_1 частично компенсирует приложенное напряжение u_1, e_2 создает напряжение u_2 на зажимах вторичной обмотки. При замыкании вторичной обмотки на нагрузку с сопротивлением Z_2, по ней протекает ток i_2. Магнитодвижущая сила $i_2 w_2$ возбуждает переменный магнитный поток Φ_2, направленный встречно магнитному потоку Φ_1 (размагничивает его). Таким образом, под нагрузкой в сердечнике протекает результирующий магнитный поток $\vec{\Phi} = \vec{\Phi}_1 + \vec{\Phi}_2$.

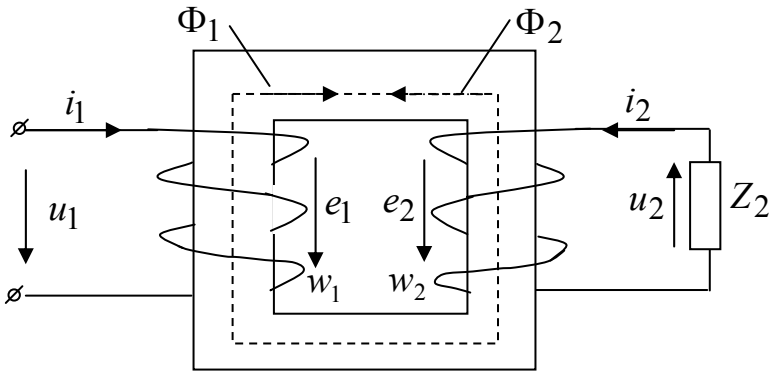


Рис. 7.1

Так как магнитный поток Φ_2 направлен встречно, то общий магнитный поток Φ уменьшается. Это вызывает уменьшение ЭДС e_1 и увеличение тока i_1 за счет разности питающей сети и ЭДС e_1. Увеличение тока влечет за собой компенсацию изменения общего магнитного потока и, следовательно, поддержание тока i_2. Таким образом, устанавливается новый рабочий режим.

В трансформаторе, работающем под нагрузкой, ЭДС первичной и вторичной обмотки индуктируются суммарным магнитным потоком:

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi}{dt}; \qquad e_2 = -w_2 \frac{d\Phi}{dt},$$

а их действующие значения равны

$$E_1 = 4.44 f w_1 \Phi_m; \quad E_2 = 4.44 f w_2 \Phi_m,$$

где Φ_m – амплитудное значение магнитного потока.

Величина $k_{12} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{E_1}{E_2}$, определяющая отношение ЭДС первичной и вторичной обмоток, называется ***коэффициентом трансформации***.

При номинальной нагрузке мощного трансформатора его КПД очень высок, примерно 99%. Он существенно понижается лишь при малых нагрузках или у маломощных трансформаторов. Это дает возможность в первом приближении считать одинаковыми первичную и вторичную полные мощности нагруженного трансформатора: $S_1 = U_1 I_1 \approx S_2 = U_2 I_2$, поэтому отношение токов у нагруженного трансформатора можно считать обратным отношению напряжений а, следовательно, и чисел витков соответствующих обмоток:

$$I_1 / I_2 \approx U_2 / U_1 \approx w_2 / w_1 = 1 / k_{12}.$$

7.2. Уравнения идеализированного трансформатора

Трансформатор, первичная и вторичная обмотка которого не имеют активных сопротивлений и потоков рассеяния, называется ***идеализированным трансформатором***.

Запишем уравнения электрического состояния идеализированного трансформатора, используя второй закон Кирхгофа:

$$u_1 = -e_1; \quad u_2 = e_2.$$

При синусоидальном напряжении u_1 магнитный поток также изменяется по синусоидальному закону. Магнитный поток определяет величину напряженности магнитного поля $H(t)$. С другой стороны, по закону полного тока:

$$H(t) = \frac{i_1 w_1 + i_2 w_2}{l_{\text{ср}}}, \tag{7.1}$$

где $l_{\text{ср}}$ – средняя линия магнитопровода.

При заданном законе изменения напряжения на первичной обмотке u_1 сумма магнитодвижущих сил в каждый момент времени должна иметь определенное значение независимо от величины и характера нагрузки трансформатора. В частном случае – в режиме холостого хода ($i_2 = 0$) – поток создается только током холостого хода $i_{1\text{xx}}$:

$$H(t) = \frac{i_{1\text{xx}} w_1}{l_{\text{ср}}}. \tag{7.2}$$

Приравняв правые части выражений (7.1) и (7.2), имеем

$$i_{1\text{xx}} w_1 = i_1 w_1 + i_2 w_2.$$

Откуда $i_1 = i_{1\text{xx}} - i_2 \dfrac{w_2}{w_1} = i_{1\text{xx}} + i_2'$, где $i_2' = -i_2 \dfrac{w_2}{w_1}$ – приведенный вторичный ток.

Таким образом, ток в первичной обмотке может быть представлен в виде двух составляющих: i_{1xx} и i_2'. Первая составляющая i_{1xx} – намагничивающий ток, который создает основной магнитный поток и является постоянной величиной, зависящей от магнитных свойств сердечника. Таким образом, в трансформаторе магнитный поток не зависит от характера и величины нагрузки и определяется уровнем приложенного напряжения. Вторая составляющая i_2' – реакция первичной обмотки на изменение нагрузки во вторичной обмотке. Эта величина переменная, зависящая от величины нагрузки.

В трансформаторе без магнитных потерь $i_{1xx} = 0$ поэтому можно считать, что $\frac{i_1}{i_2} = \frac{w_2}{w_1}$, следовательно, преобразование энергии происходит без искажения формы кривой тока.

7.3. Схема замещения идеализированного трансформатора

Наличие магнитной связи обмоток затрудняет анализ режимов работы трансформатора. В схемах замещения магнитную связь заменяют электрической. Для этого необходимо объединить обе обмотки трансформатора в одну, сделав равными ЭДС этих обмоток $e_1 = e_2$. Равенство будет выполнено, если новое число витков вторичной обмотки сделать равным числу витков первичной обмотки.

Так как в трансформаторе $u_1/u_2 = -e_1/e_2 = -w_1/w_2$, то приведенное значение напряжения вторичной обмотки запишем в виде

$$u_2' = u_1 = -u_2 \frac{w_1}{w_2}.$$

Приведенный ток вторичной обмотки определяется из условия сохранения мощности вторичной обмотки до и после преобразования $u_2 \cdot i_2 = u_2' \cdot i_2'$, следовательно $i_2' = i_2 \cdot \frac{u_2}{u_2'} = -i_2 \frac{w_2}{w_1}$.

Мощность потерь до и после преобразования также должна остаться неизменной, т.е. $R_{н2} \cdot i_2^2 = R_{н2}' \cdot i_2'^2$, где $R_{н2}$ – активное сопротивление нагрузки вторичной обмотки.

Из данного условия найдем приведенное значение активного сопротивления $R_{н2}' = R_{н2} \cdot \frac{i_2^2}{i_2'^2} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \cdot R_{н2}$.

По аналогии $L'_{н2} = L_{н2} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2$; $C'_{н2} = C_{н2} \cdot \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2$.

Схема замещения идеализированного трансформатора представлена на рис. 7.2. На схеме R_0 и L_0 – параметры ветви намагничивания, которая заменяет магнитную связь на электрическую, причем R_0 характеризует магнитные потери в сердечнике, а L_0 – коэффициент пропорциональности между основным магнитным потоком и намагничивающим током; $R'_{н2}$, $L'_{н2}$ – приведенные параметры нагрузки.

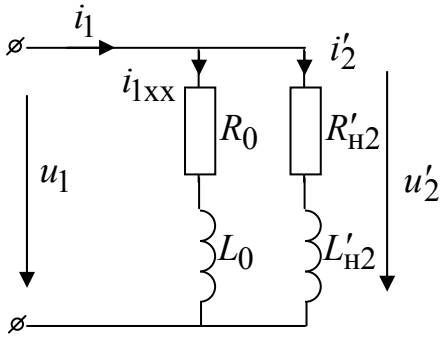


Рис. 7.2

7.4. Реальный трансформатор

Напряжение u_1, подводимое к первичной обмотке, уравновешивается не только ЭДС e_1 рабочего потока, но и ЭДС потоков рассеяния $e_{\sigma 1}$ и падением напряжения на активном сопротивлении первичной обмотки $u_1 = -e_1 - e_{\sigma 1} + R_1 i_1$.

Учитывая, что $e_{\sigma 1} = -L_{\sigma 1}\frac{di_1}{dt}$, получаем $u_1 = -e_1 + L_{\sigma 1}\frac{di_1}{dt} + R_1 i_1$.

Напряжение на зажимах вторичной обмотки не равно ЭДС e_2 от рабочего потока Φ. Оно меньше на величину падения напряжения на активном и реактивном сопротивлениях обмотки

$$u_2 = e_2 - L_{\sigma 2}\frac{di_2}{dt} - R_2 i_2 .$$

Уравнение магнитного состояния останется таким же, как и для идеализированного трансформатора: $i_{1xx} w_1 = i_1 w_1 + i_2 w_2$.

В комплексной форме уравнения, описывающие работу реального трансформатора, выглядят следующим образом:
$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + jx_{\sigma 1}\dot{I}_1 + R_1\dot{I}_1$; $\dot{U}_2 = \dot{E}_2 - jx_{\sigma 2}\dot{I}_2 - R_2\dot{I}_2$; $\dot{I}_{1xx} w_1 = \dot{I}_1 w_1 + \dot{I}_2 w_2$,
где $x_{\sigma 1} = \omega L_{\sigma 1}$, $x_{\sigma 2} = \omega L_{\sigma 2}$ – индуктивные сопротивления первичной и вторичной обмоток.

Построение схемы замещения осуществляется по той же методике, что и для идеализированного трансформатора. Как и при рассмотрении реальной катушки, первичную и вторичную обмотки трансформатора можно представить как две последовательно соединенные катушки. Од-

на из них – «воздушная» с параметрами R_1, $L_{\sigma 1}$ и R_2, $L_{\sigma 2}$; вторая – идеализированная со стальным сердечником (рис. 7.3).

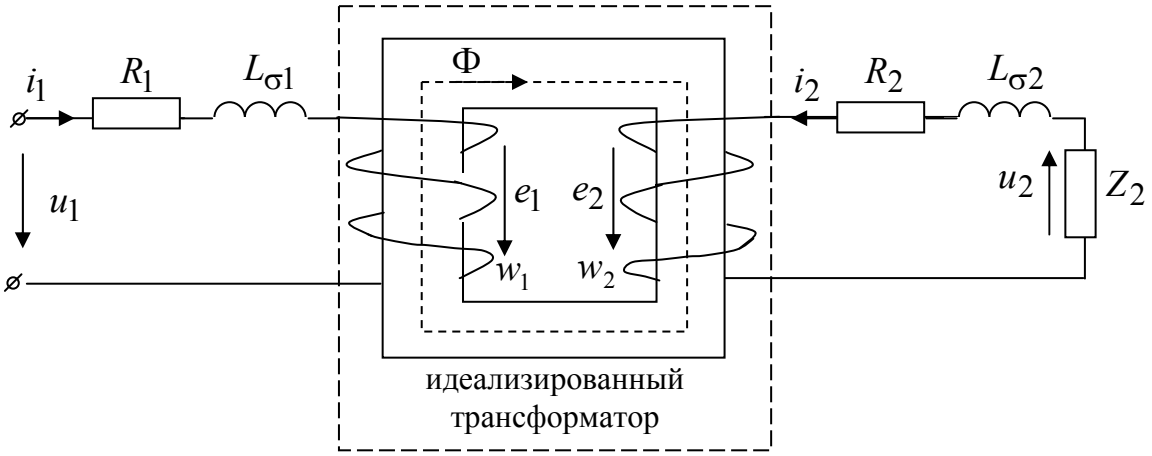


Рис. 7.3

Используя те же принципы, что и для идеализированного трансформатора, построим Т-образную схему замещения (рис. 7.4).

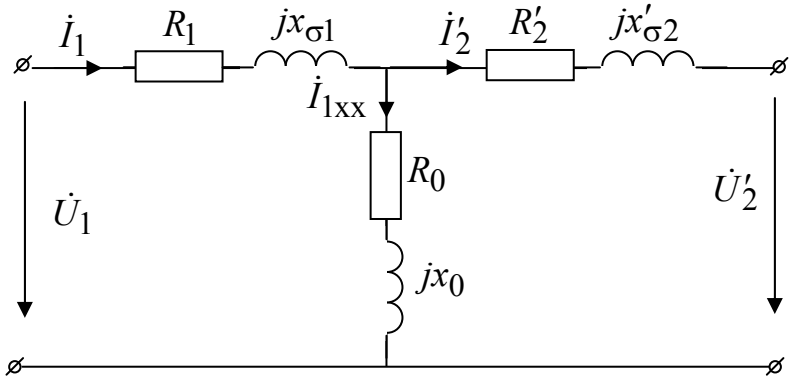


Рис. 7.4

Т-образная схема замещения имеет существенный недостаток: невозможно экспериментально определить все ее параметры. Поэтому используют приближенную Г-образную схему.

В трансформаторах большой мощности намагничивающий ток мал – $I_{1xx} = (0.05 \div 0.07)$ от тока первичной обмотки под нагрузкой. На основании этого ветвь намагничивания переносят в начало схемы (рис. 7.5), где R_0, x_0, $Z_0 = \sqrt{R_0^2 + x_0^2}$ – параметры холостого хода; $R_к = R_1 + R'_2$, $x_к = x_{\sigma 1} + x'_{\sigma 2}$, $Z_к = \sqrt{R_к^2 + x_к^2}$ – параметры короткого замыкания.

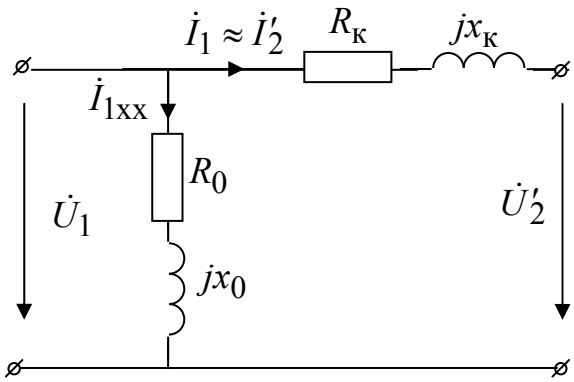


Рис. 7.5

Построение векторной диаграммы (рис. 7.6) начинаем с вектора рабочего потока и намагничивающего тока. Для построения диаграммы необходимо знать величину и характер нагрузки на вторичной обмотке. Нагрузка может быть активно индуктивной ($\varphi_2 > 0$), чисто активной ($\varphi_2 = 0$) и активно-емкостной ($\varphi_2 < 0$). Построим векторные диаграммы для всех трех случаев.

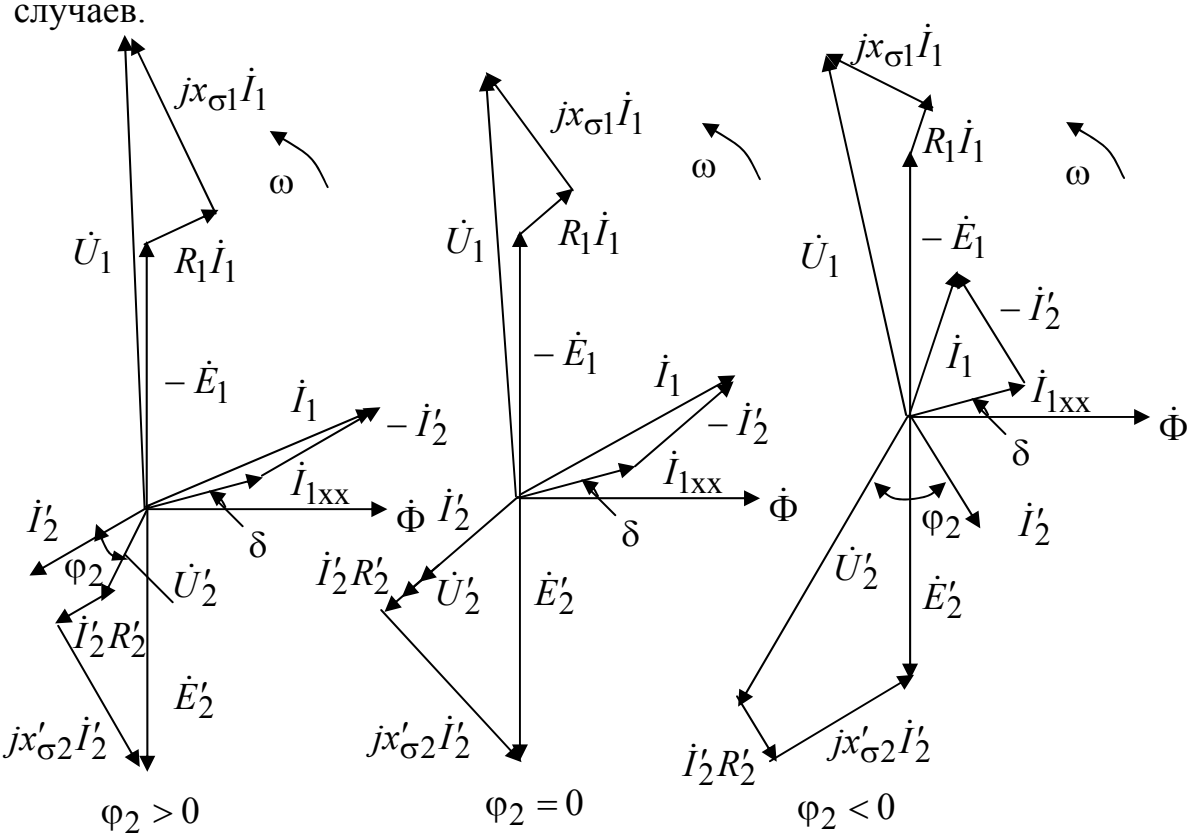


Рис. 7.6

При емкостной нагрузке напряжение на вторичной обмотке может превышать ЭДС на холостом ходу.

7.5. Опыты холостого хода и короткого замыкания

Кроме номинальных значений мощности, напряжений, токов, частоты в паспорте трансформатора записывают ряд определяемых опытным путем параметров, называемых параметрами трансформатора в ре-

жимах холостого хода (ХХ) и короткого замыкания (КЗ). Используя их, можно определить все эксплуатационные характеристики трансформатора: диапазон изменения напряжения на приемнике при изменениях тока в нем, наибольший возможный ток при КЗ, потери энергии в трансформаторе и др.

Параметрами трансформатора в режиме ХХ являются относительное значение тока $I_{1хх}$ в процентах от $I_{1н}$ и мощность потерь в магнитопроводе $P_{хх}$, измеренные при $U_{1н}$, параметрами в режиме КЗ – напряжение $u_к$ в процентах от $U_{1н}$ и мощность потерь в обмотках $P_к$ при $I_{1н}$, $I_{2н}$.

Опыт холостого хода

Все изготовленные трансформаторы испытывают в опыте ХХ (рис. 7.7).

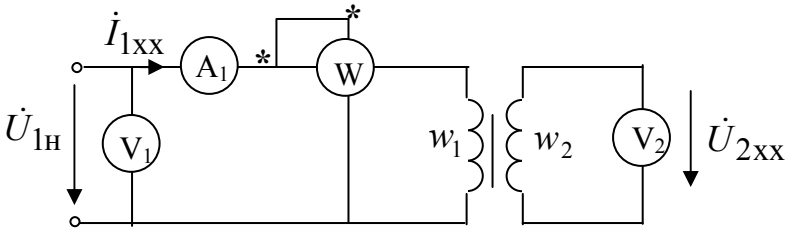


Рис. 7.7.

При этом первичная обмотка включается на напряжение сети $U_{1н}$, а вторичная обмотка размыкается. Измерительные приборы регистрируют, что в первичной обмотке существует небольшой ток холостого хода $I_{1хх} = (3 \div 10)\%$ от $I_{1н}$, и трансформатор потребляет из сети электроэнергию, мощность которой (относительно небольшую) называют потерями ХХ $P_{хх}$. Эта мощность измеряется ваттметром и определяется в основном потерями в магнитопроводе $P_{ст}$ трансформатора. Мощность потерь в магнитопроводе пропорциональна Φ^2, а так как действующее значение ЭДС $E_{1хх}$ пропорционально Φ, то $P_{хх}$ пропорциональна $U_{1н}^2$. Потери в обмотках трансформатора (электрические $P_{эл}$) в опыте ХХ незначительны из-за малого значения тока $I_{1хх}$.

Из опыта ХХ можно найти полное сопротивление трансформатора и коэффициент мощности

$$Z_0 = \frac{U_{1н}}{I_{1хх}}; \qquad \cos\varphi_{хх} = \frac{P_{хх}}{U_{1н} I_{1хх}},$$

где φ_{xx} – сдвиг фаз между $U_{1н}$ и I_{1xx}. Также, из этого опыта находятся активное и индуктивное сопротивление схемы замещения трансформатора (рис. 7.5) в режиме ХХ $R_0 = \dfrac{P_{xx}}{I_{1xx}^2}$; $x_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2}$.

Измерив вольтметром первичное $U_{1н}$ и вторичное U_{2xx} напряжения можно с большой степенью точности определить коэффициент трансформации

$$k_{12} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} \approx \frac{U_{1н}}{U_{2xx}}.$$

Этот коэффициент указывается на щитках трансформаторов в виде отношения номинальных напряжений трансформатора в режиме ХХ, например «6000/230» (как отношение высшего напряжения к низшему).

Опыт короткого замыкания

Следует различать режим короткого замыкания в эксплуатационных условиях и опыт короткого замыкания. Первый представляет собой аварийный режим трансформатора, когда КЗ происходит при номинальном первичном напряжении. При этом токи в обмотках могут в десятки раз превысить свои номинальные значения, что приведет к механическому и тепловому разрушению активных частей трансформатора.

В опыте КЗ вторичную обмотку замыкают накоротко (рис. 7.8), а к первичной подводится такое пониженное напряжение $U_{1к}$, при котором токи в обмотках равны номинальным $I_{1н}$ и $I_{2н}$.

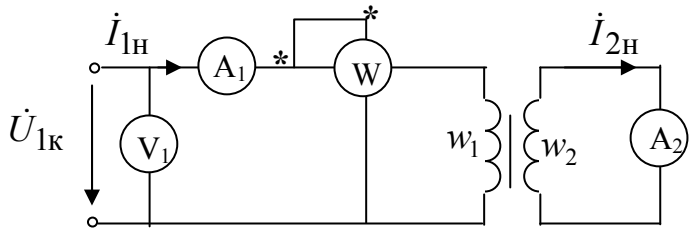


Рис. 7.8.

Относительное значение этого напряжения, называемого ***напряжением КЗ***, составляет

$$u_к = \frac{U_{1к}}{U_{1н}} \cdot 100\% = (5 \div 10)\% U_{1н}.$$

Это напряжение является одним из паспортных параметров трансформатора и используется для определения ряда эксплуатационных характеристик. В опыте КЗ активная мощность $P_к$, измеренная ваттмет-

ром, представляет собой мощность электрических потерь $P_{эл}$ в обмотках. В этом опыте потери в магнитопроводе $P_{ст}$ малы и составляют лишь $(0.05 \div 0.1)$ потерь при номинальном режиме из-за пониженного напряжения $U_{1к}$ и, следовательно, пренебрежимо малого основного магнитного потока Φ. Мощность потерь при КЗ и номинальных токах

$$P_к = R_1 I_{1н}^2 + R_2 I_{2н}^2 .$$

По данным опыта КЗ можно найти параметры упрощенной схемы замещения (см. рис. 7.5). Для этого определяется полное сопротивление $Z_к = \dfrac{U_{1к}}{I_{1н}}$, коэффициент мощности $\cos\varphi_к = \dfrac{P_к}{U_{1к} I_{1н}}$. Затем рассчитываются $R_к = \dfrac{P_к}{I_{1н}^2}$ и $x_к = \sqrt{Z_к^2 - R_к^2}$. При этом параметры схемы замещения (рис. 7.4) можно определить как $x_{\sigma 1} \approx x'_{\sigma 2} = \dfrac{1}{2} x_к$ и $R_1 \approx R'_2 = \dfrac{1}{2} R_к$.

7.6. Изменение напряжения на вторичной обмотке трансформатора

Из рассмотренной упрощенной схемы замещения трансформатора (см. рис. 7.5) видно, что вторичное напряжение изменяется с изменением тока приемника вследствие падения напряжения в обмотках. ***Изменение вторичного напряжения*** $\Delta U_2 = U_{2xx} - U_2$ определяют обычно в процентах

$$\Delta U_{2\%} = \frac{U_{2xx} - U_2}{U_{2xx}} \cdot 100\% .$$

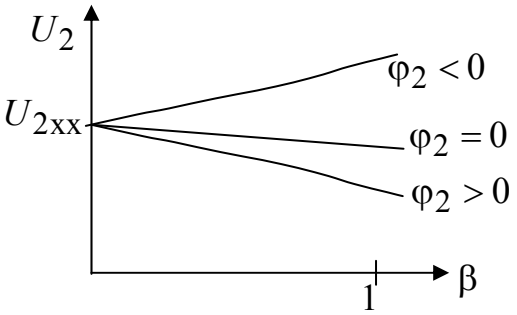


Рис. 7.9.

Введем понятие ***коэффициента нагрузки*** трансформатора

$$\beta = \frac{I_1}{I_{1н}} \approx \frac{I_2}{I_{2н}} .$$

Для трансформатора очень важной является его ***внешняя характеристика***, т.е. зависимость вторичного напряжения U_2 от тока нагрузки I_2 при фиксированном напряжении $U_1 = U_{1н}$ и постоянном коэффициенте мощности приемника $\varphi_2 = const$. При изменении $0 < \beta < 1$ напряжение на выходе трансформатора изменяется незначительно, что обеспечивает стабильность напряжения на нагрузке. Также, из рис. 7.9 видно, что изменение напряжения зависит от характера нагрузки.

Регулировка напряжения осуществляется изменением коэффициента трансформации. Для этого на первичной обмотке имеются отводки, позволяющие изменять число витков в пределах $\pm 5\%$. Число витков регулируется специальным переключателем.

7.7. Потери энергии и КПД трансформатора

Преобразование напряжений и токов трансформатором сопровождается потерями энергии: магнитными (потерями в стали магнитопровода на гистерезис и вихревые токи) $P_{ст}$ и электрическими $P_{эл}$ (потерями на нагрев в обмотках).

Магнитные потери определяются величиной и частотой магнитного потока и не зависят от величины и характера нагрузки: $P_{ст} = const \approx P_{хх}$.

Электрические потери в обмотках $P_{эл}$ пропорциональны квадрату тока, и их можно выразить через мощность потерь КЗ $P_к = R_к I_{1н}^2$:

$$P_{эл} = R_к I_1^2 = R_к \frac{I_{1н}^2}{I_{1н}^2} I_1^2 = \beta^2 P_к .$$

Хотя работа трансформатора состоит в передаче полной мощности, его КПД определяют по передаваемой активной мощности и потерям энергии: $\eta = \dfrac{P_2}{P_2 + P_{эл} + P_{ст}} = \dfrac{U_2 I_2 \cos\varphi_2}{U_2 I_2 \cos\varphi_2 + P_{эл} + P_{ст}} =$

$$= \frac{U_2 \left(I_2 / I_{2н} \right) I_{2н} \cos\varphi_2}{U_2 \left(I_2 / I_{2н} \right) I_{2н} \cos\varphi_2 + \beta^2 P_к + P_{ст}} \approx \frac{\beta S_н \cos\varphi_2}{\beta S_н \cos\varphi_2 + \beta^2 P_к + P_{хх}},$$

где $S_н = U_2 I_{2н}$ – номинальная полная мощность. Найдем экстремум данной функции от аргумента – коэффициента нагрузки β. Для этого приравняем к нулю производную $\dfrac{d\eta}{d\beta}$:

$$\frac{d\eta}{d\beta} = \frac{S_н \cos\varphi_2 (\beta S_н \cos\varphi_2 + \beta^2 P_к + P_{хх}) - \beta S_н \cos\varphi_2 (S_н \cos\varphi_2 + 2\beta P_к)}{(\beta S_н \cos\varphi_2 + \beta^2 P_к + P_{хх})^2} = 0$$

Дробь равна нулю, если числитель равен нулю:

$$\beta S_н^2 \cos^2\varphi_2 + S_н \cos\varphi_2 \beta^2 P_к + S_н \cos\varphi_2 P_{хх} - \beta S_н^2 \cos^2\varphi_2 - 2\beta^2 P_к S_н \cos\varphi_2 =$$

$$= 0; \quad S_н \cos\varphi_2 P_{хх} - \beta^2 P_к S_н \cos\varphi_2 = 0; \quad S_н \cos\varphi_2 (P_{хх} - \beta^2 P_к) = 0.$$

Окончательно $P_{хх} = \beta^2 P_к$, отсюда $\beta = \sqrt{P_{хх}/P_к}$. Это означает, что максимальный КПД будет при равенстве переменных электрических потерь постоянным магнитным потерям. При нагрузках больших номинальных непропорционально возрастают переменные потери, что приводит к снижению коэффициента полезного действия.

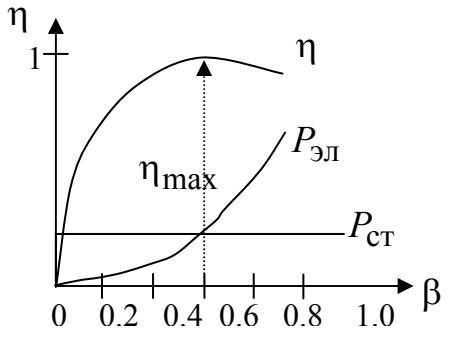


Рис. 7.10.

Зависимость магнитных и электрических потерь от коэффициента нагрузки и зависимость η(β) показаны на рис. 7.10. Обычно для трансформатора $P_{хх}/P_к = 0.25 \div 0.5$ и $\beta = 0.5 \div 0.7$. Следовательно, наибольшее значение КПД трансформатора будет при токе нагрузки 50-70% номинального. Максимальный КПД силовых трансформаторов доходит до 99.5%. Для исключения погрешностей (класс точности приборов) КПД определяют косвенным методом по опытам ХХ и КЗ.

7.8. Трехфазные трансформаторы

Трансформирование энергии в трехфазной цепи можно осуществлять либо трехфазными групповыми трансформаторами, либо стержневыми. Первичные и вторичные обмотки трансформаторов могут соединяться либо звездой, либо треугольником.

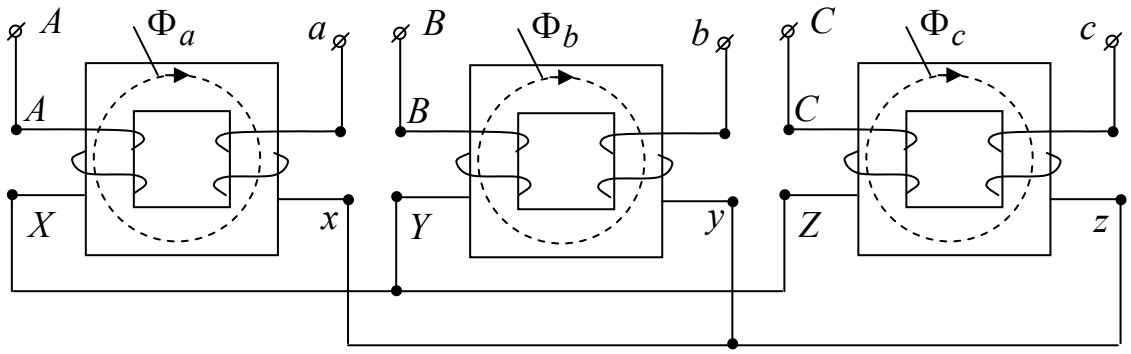


Рис. 7.11

Практически большинство трансформаторов малой и средней мощности выполняются трехфазными, а в случае больших мощностей во-

прос решается с учетом всех конкретных условий. Согласно ГОСТам трехфазные трансформаторы изготовляются мощностью до 1 млн. кВА, но, начиная с мощности 1800 кВА, допускается применение трехфазных групп.

В групповых трансформаторах трехфазный трансформатор формируется из трех однофазных. Первичные и вторичные обмотки укладываются на отдельный сердечник. На рисунке 7.11 приведен групповой трансформатор, соединенный по схеме Y/Y.

Групповые трансформаторы имеют повышенные габариты и вес. Их достоинство – при идентичности магнитопроводов магнитные потоки образуют симметричную систему.

Для улучшения массо-габаритных показателей используют стержневые трансформаторы. Каждая фаза такого трансформатора располагается на своем стержне (рис. 7.12). Недостатком является несимметричность магнитной системы (средние силовые линии магнитных потоков отличаются друг от друга). Для устранения этого недостатка средний стержень выполняется другого сечения по сравнению с крайними. При выполнении этого условия удается получить симметричную систему магнитных потоков.

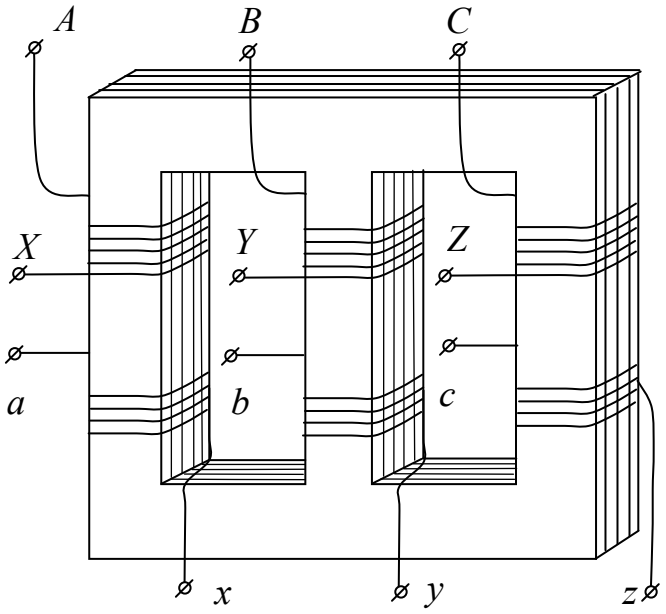


Рис. 7.12.

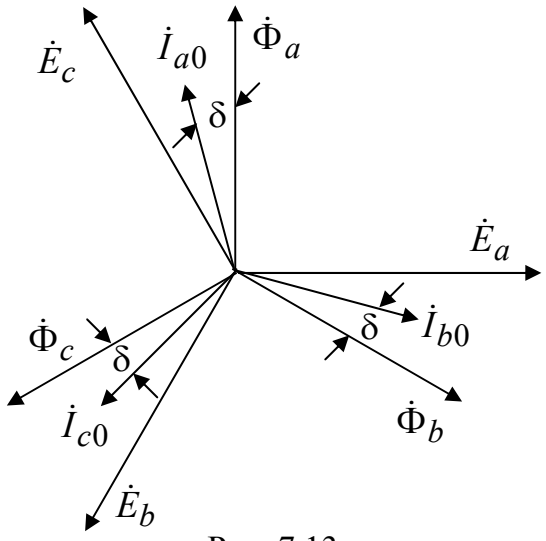


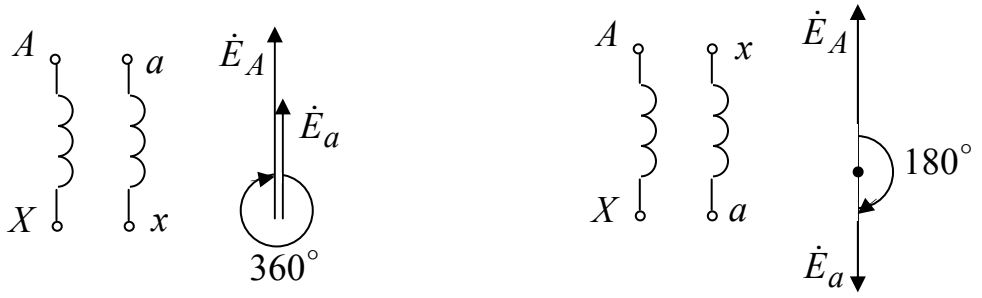
Рис. 7.13

Так как система оказывается симметричной и в электрическом и в магнитном смысле (рис. 7.13), все расчеты можно вести на одну фазу, т.е. теория однофазного трансформатора полностью соответствует трехфазному.

В зависимости от сдвига фаз между линейными первичным и вторичным напряжением трансформаторы разделяются на группы соеди-

нений, причем каждую группу соединений составляют трансформаторы с одинаковым сдвигом по фазе между указанными напряжениями.

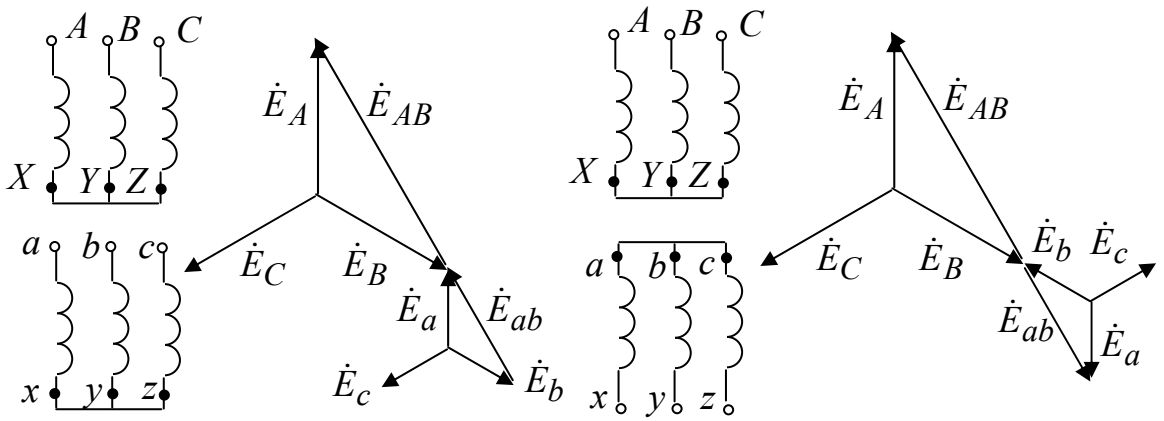
Для обозначения группы соединений выбирается ряд целых чисел от 1 до 12. Условно принимается, что единица соответствует 30°, по аналогии с углом между минутной и часовой стрелками часов при 1,2,…,12 час. Соответственно $2-60^\circ$, $3-90^\circ$ и т.д. При определении группы соединений с вектором напряжения обмотки высшего напряжения нужно совместить минутную стрелку, а с вектором напряжения обмотки низшего напряжения – часовую стрелку. Отсчет угла производится от минутной стрелки к часовой по направлению их вращения. Примеры определения группы соединений для однофазного трансформатора представлены на рис. 7.14, а и б; для трехфазного – на рис. 7.15, а и б.



а) 1/1-12 б) 1/1-6

Рис. 7.14

При соединении Y/Y можно получить все четные группы соединений: 2, 4, 6, 8, 10, 12. При соединении Y/Δ (или Δ/Y) можно получить все нечетные группы: 1, 3, 5, 7, 9, 11.



а) Y/Y-12 б) Y/Y-6

Рис. 7.15

7.9. Параллельная работа трансформаторов

На параллельную работу (рис. 7.16) трансформаторы могут быть включены только при соблюдении определенных условий:

1) равенство номинальных напряжений первичных и вторичных обмоток (равенство коэффициентов трансформации);
2) трансформаторы должны принадлежать к одной и той же группе соединений;
3) равенство номинальных напряжений короткого замыкания.

При соблюдении первых двух условий уравнительного тока в обмотках трансформаторов не будет. Можно допустить различие в коэффициентах трансформации 0.5% от их среднего значения.

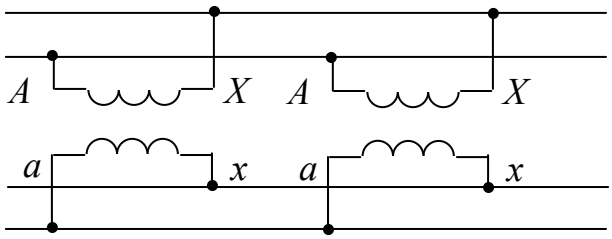


Рис. 7.16

Недопустимо включение на параллельную работу трансформаторов с разной группой соединения, так как результирующая ЭДС в контуре вторичных обмоток приведет к уравнительному току.

Соблюдение третьего условия необходимо для того, чтобы общая нагрузка распределялась пропорционально номинальным мощностям параллельно работающих трансформаторов.

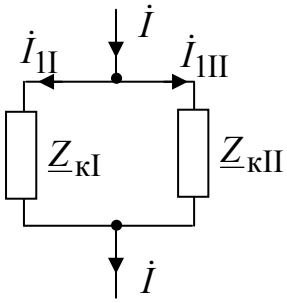


Рис. 7.17

Пренебрегая токами холостого хода, можем заменить трансформаторы (рис. 7.16) сопротивлениями короткого замыкания (рис. 7.17). Токи распределяются пропорционально сопротивлениям. Следовательно,

$$\frac{\dot{I}_{1I}}{\dot{I}_{1II}} = \frac{\underline{Z}_{кII}}{\underline{Z}_{кI}} = \frac{Z_{кII}e^{j\varphi_{кII}}}{Z_{кI}e^{j\varphi_{кI}}} = \frac{Z_{кII}}{Z_{кI}}e^{j(\varphi_{кII}-\varphi_{кI})}.$$

Значение разности углов $(\varphi_{кII} - \varphi_{кI})$ в обычных случаях (если мощности параллельно работающих трансформаторов не сильно отличаются одна от другой) близко к нулю. Переходя от отношения комплексов к отношению их модулей, имеем: $\frac{I_{1I}}{I_{1II}} = \frac{Z_{кII}}{Z_{кI}}$. Умножим обе части этого равенства на $\frac{I_{1IIн}}{I_{1Iн}} \cdot \frac{U_{1н}}{U_{1н}}$ и левую часть на $\frac{U_{1н}}{U_{1н}}$:

$$\frac{I_{1\text{I}}}{I_{1\text{II}}}\cdot\frac{I_{1\text{IIн}}}{I_{1\text{Iн}}}\cdot\frac{U_{1\text{н}}}{U_{1\text{н}}}\cdot\frac{U_{1\text{н}}}{U_{1\text{н}}}=\frac{I_{1\text{IIн}}}{I_{1\text{Iн}}}\cdot\frac{U_{1\text{н}}}{U_{1\text{н}}}\cdot\frac{Z_{\text{кII}}}{Z_{\text{кI}}};$$

$$\frac{(I_{1\text{I}}U_{1\text{н}})\cdot(I_{1\text{IIн}}U_{1\text{н}})}{(I_{1\text{II}}U_{1\text{н}})\cdot(I_{1\text{Iн}}U_{1\text{н}})}=\frac{U_{\text{кII}}}{U_{\text{кI}}}\cdot\frac{U_{1\text{н}}}{U_{1\text{н}}};\qquad \frac{S_{\text{I}}S_{\text{IIн}}}{S_{\text{II}}S_{\text{Iн}}}=\frac{u_{\text{кII}}\%}{u_{\text{кI}}\%}.$$

Следовательно, $\frac{S_{\text{I}}}{S_{\text{Iн}}}:\frac{S_{\text{II}}}{S_{\text{IIн}}}=\frac{1}{u_{\text{кI}}\%}:\frac{1}{u_{\text{кII}}\%}$ – мощности параллельно работающих трансформаторов, выраженные в долях от их номинальных мощностей, относятся друг к другу, как обратные значения номинальных напряжений короткого замыкания. Практически разрешается различие между $U_{\text{к}}$ в $\pm 10\%$ от их среднего значения.

8. Трехфазные асинхронные машины

8.1. Назначение и области применения асинхронных машин

Асинхронная машина – это машина, в которой при работе возбуждается вращающееся магнитное поле, но ротор которой вращается асинхронно, т.е. со скоростью, отличной от скорости поля. Она была изобретена М.О. Доливо-Добровольским в 1888г., но до настоящего времени сохранила в основном ту простую форму, которую ей придал русский изобретатель. Асинхронные машины средней мощности ($1\div 100$ кВт), работающие в режиме двигателя, нашли широкое применение для приводов производственных механизмов (95% приводов переменного тока имеют в своем составе асинхронный двигатель).

Асинхронные двигатели производят мощностью от нескольких десятков Ватт до 15000 кВт при напряжениях обмотки статора до 6 кВ.

Одной из основных причин исключительно широкого распространения асинхронного двигателя является простота конструкции, что обеспечивает низкую себестоимость, надежность, высокий срок службы. В машине отсутствуют какие-либо легко повреждающиеся или быстро изнашивающиеся электрические части, поэтому нет необходимости в частых ревизиях. В асинхронном двигателе с короткозамкнутым ротором нет скользящего контакта, что позволяет использовать его в агрессивных средах. К достоинствам асинхронного двигателя также относится высокий пусковой момент (в $1.8\div 2$ раза превышает номинальный) и высокая перегрузочная способность (максимальный момент в $2\div 2.5$ раза превышает номинальный). Асинхронный двигатель может работать с длительной перегрузкой, допускает частые пуски, остановки и реверсы.

Основные недостатки асинхронных двигателей – сложность регулирования частоты вращения и относительно низкий коэффициент мощности ($\cos\varphi$). У асинхронного двигателя коэффициент мощности при полной нагрузке может достигать значения $0.85 \div 0.9$; при недогрузках двигателя он резко уменьшается и при холостом ходе составляет $0.2 \div 0.3$.

8.2. Устройство асинхронной машины

Асинхронная машина состоит из неподвижной части – статора и подвижной – ротора. Статор состоит из магнитопровода с пазами. Магнитопровод набирается из отдельных колец, изготовленных из листов электротехнической стали толщиной 0.5 мм, причем эти кольца изолированы друг от друга слоем лака. Это делается для уменьшения магнитных потерь от вихревых токов и гистерезиса. В пазы статора укладывается трехфазная обмотка, которая может быть соединена либо в звезду, либо в треугольник. Пакет статора запрессован в корпус – станину, который крепится к неподвижному жесткому основанию. Станина может быть выполнена из пластмассы, алюминия или чугуна. Начала и концы фазных обмоток выведены на клеммник, закреплённый на станине. Обмотка статора может быть соединена по схеме звезда или треугольник. Выбор схемы соединения обмотки статора зависит от линейного напряжения сети и паспортных данных двигателя. В паспорте трёхфазного двигателя задаются линейные напряжения сети и схема соединения обмотки статора. Например, 660/380, Y/Δ. Данный двигатель можно включать в сеть с $U_Л = 660\,В$ по схеме звезда или в сеть с $U_Л = 380\,В$ – по схеме треугольник.

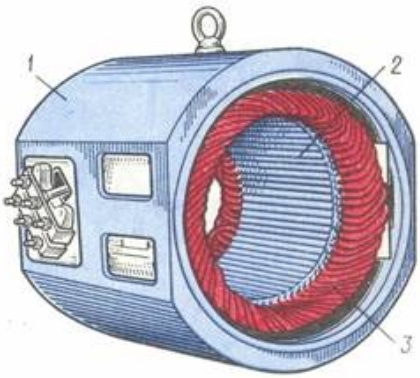


Рис. 8.1. Сердечник статора
1 – станина; 2– листы;
3 – трехфазная обмотка

Ротор асинхронной машины представляет собой цилиндрический сердечник, собранный из пластин электротехнической стали, изолированных друг от друга лаком. Сердечник ротора насажен на вал, который вращается в подшипниках, укрепленных в боковых щитах, называемых подшипниковыми щитами. В пазах ротора располагаются витки обмотки ротора.

В большинстве двигателей (80%) применяется короткозамкнутый ротор (рис.8.2, б). Он значительно дешевле и его обслуживание значительно проще. Обмотка такого ротора (рис. 8.2, б) выполняется из алюминия путем заливки его в пазы ротора под избыточным давлением. Короткозамкнутую обмотку называют «беличья клетка» (рис. 8.2, а), и в электрическом отношении она представляет собой многофазную обмотку, соединенную звездой и замкнутую накоротко.

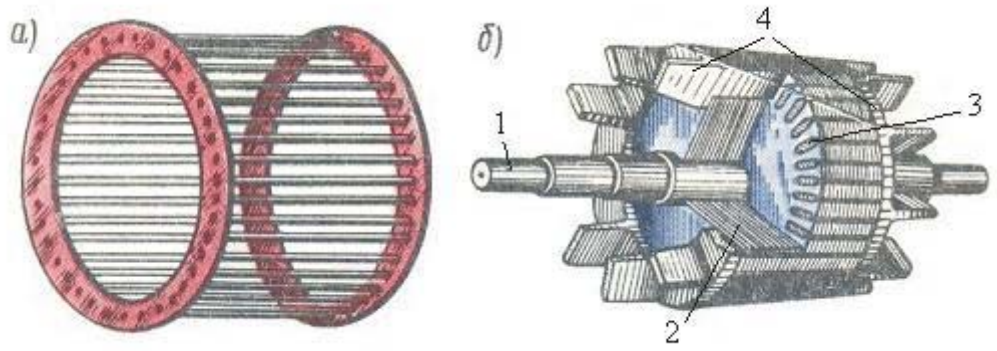


Рис. 8.2.
а – «беличья клетка»; б – короткозамкнутый ротор,
где 1 – вал; 2– листы ротора; 3 – стержни;
4 – торцевые кольца

На рис. 8.3 приведен вид асинхронной машины с короткозамкнутым ротором в разрезе: 1 – станина, 2 – сердечник статора, 3 – обмотка статора, 4 – сердечник ротора с короткозамкнутой обмоткой, 5 – вал.

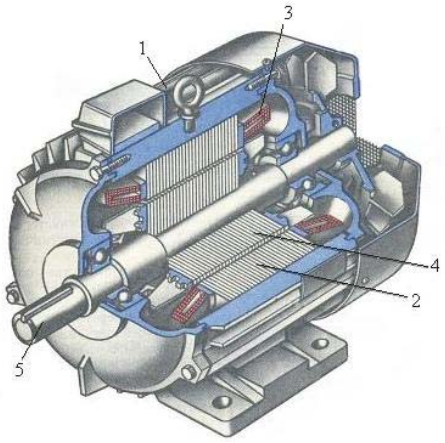


Рис. 8.3

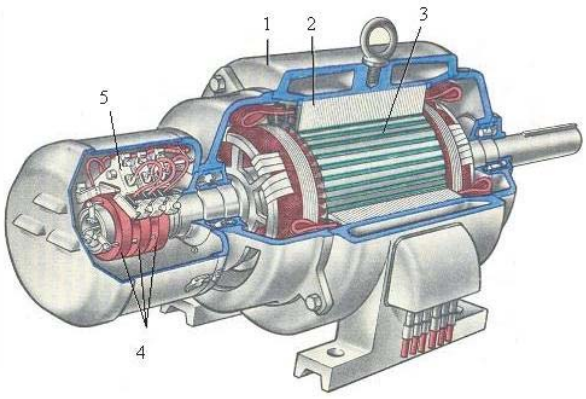
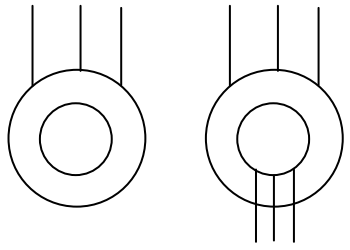


Рис. 8.4

На рис. 8.4 приведен вид асинхронной машины с фазным ротором в разрезе: 1 – станина, 2 – статор, 3 – ротор, 4 – контактные кольца, 5 – щетки. Обмотка фазного ротора выполняется по типу статорной и может быть соединена либо звездой, либо треугольником.

Концы обмотки ротора выводятся на контактные кольца, расположенные на валу машины. На кольца наложены щетки, установленные в неподвижных щеткодержателях. Через кольца и щетки обмотка ротора присоединена к трехфазному реостату. Включение реостата в цепь ротора дает возможность существенно улучшить условия пуска двигателя – уменьшить пусковой ток и увеличить пусковой момент, кроме того, с помощью реостата, включенного в цепь ротора, можно плавно регулировать скорость двигателя.



а б

Рис. 8.5

На рис. 8.5 приведены условные обозначения асинхронных машин с короткозамкнутым (а) и фазным (б) ротором на схеме замещения.

8.3. Создание вращающегося магнитного поля

Если три катушки, расположенные по окружности под углом 120° друг относительно друга, включить в трехфазную сеть переменного тока, а в центре этой окружности поместить магнитную стрелку на оси, то стрелка придет во вращение. Следовательно, эти три катушки создают вращающееся магнитное поле.

Рассмотрим механизм создания вращающегося магнитного поля. Зависимости токов в катушках от времени изображены на рис. 8.6. Выберем четыре момента времени t_1, t_2, t_3 и t_4 через одну шестую часть периода. Для каждого из этих моментов последовательно изобразим направление результирующего магнитного поля внутри статора трехфазной машины, которая имеет три обмотки по одному витку (рис. 8.6). Начала обмоток обозначим буквами *A*, *B* и *C*, а концы – *X*, *Y* и *Z* соответственно. Ток в начале обмотки будем считать направленным к нам (обозначается точкой), если его значение положительно. Крестиком обозначено направление от нас. В момент времени t_1 обмотка *A*-*X* потока не создает ($i_A = 0$); в начале обмотки *B* ток направлен от нас ($i_B < 0$), а в конце этой обмотки *Y* – к нам; в начале обмотки *C* ток направлен к нам ($i_C > 0$), а в конце этой обмотки *Z* – от нас. Таким образом в двух расположенных рядом проводниках *C* и *Y*, перпендикулярных к плоскости чертежа, токи в момент t_1 направлены в одну сторону и создают магнитное поле, направленное по правилу буравчика против часовой стрелки, а токи в проводниках *B* и *Z* создают магнитное поле, направленное по часовой стрелке. Оба магнитных поля в центре статора имеют одинаковое направление (вверх) и складываются. Направление суммар-

ного магнитного поля показано на рис. 8.6 стрелкой. Определяя аналогичным образом направление суммарного магнитного поля в моменты времени t_2, t_3 и t_4, мы увидим, что направление магнитного поля за половину периода измениться на 180°. Легко убедиться, что за период направление суммарного магнитного поля сделает один оборот и, следовательно, скорость вращения магнитного поля в данном случае будет равна частоте переменного тока. В этом случае обмотка статора создает магнитное поле с одной парой полюсов и называется двухполюсной.

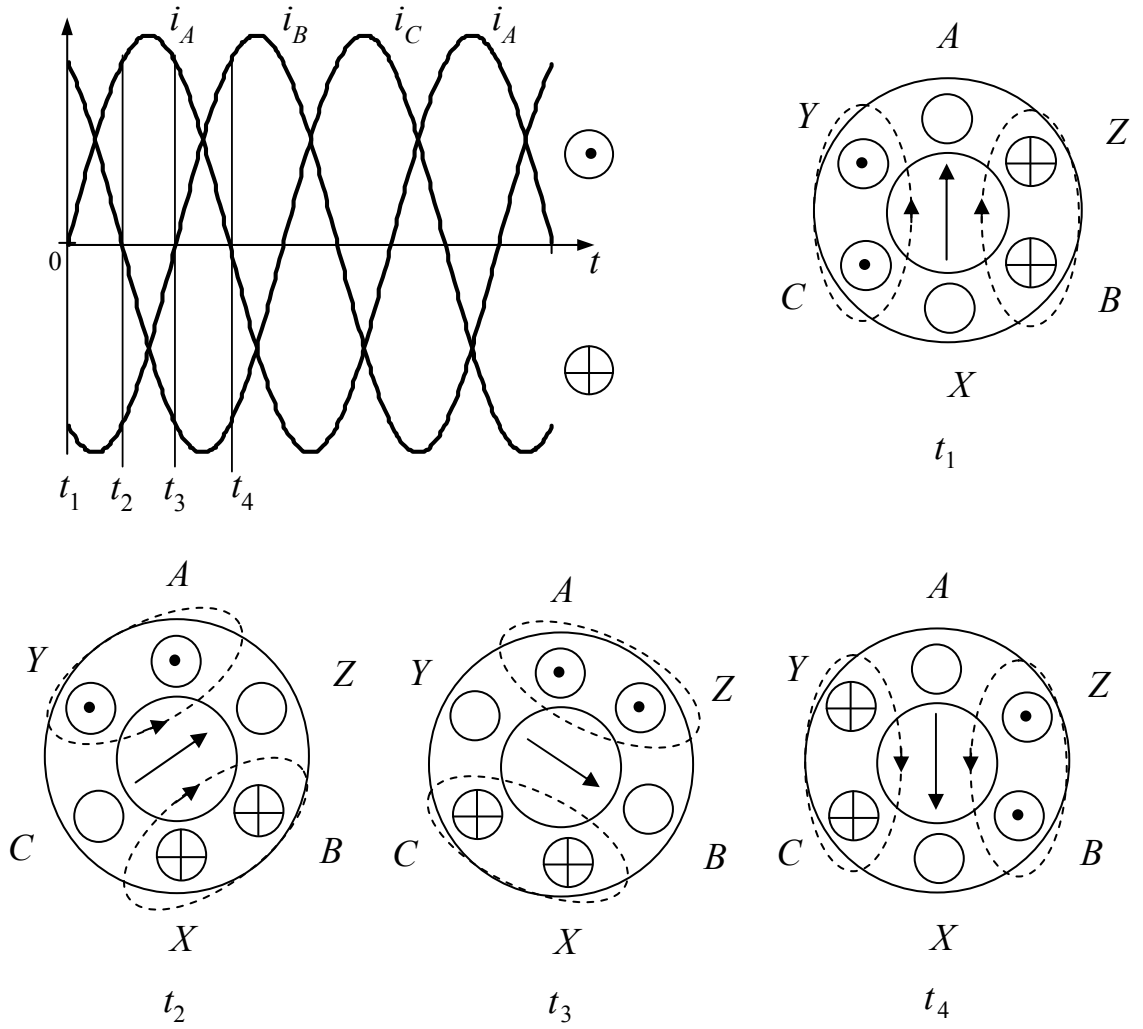


Рис. 8.6

Таким образом, внутри статора существует постоянное по значению равномерно вращающееся магнитное поле. Основным условием создания такого поля является пространственный и временной сдвиг токов на 120°.

Этот способ создания вращающегося магнитного поля положен в основу устройства трехфазных асинхронных двигателей. Если поменять

любые две фазы местами (при этом изменится последовательность токов), то суммарное магнитное поле будет вращаться против часовой стрелки. Изменением последовательности чередования фаз пользуются для изменения направления вращения ротора, т.е. для реверсирования.

Если обмотка статора состоит из шести катушек (по две последовательно соединенные катушки на каждую фазу), размещенных в двенадцати пазах, то за половину периода переменного тока вектор магнитной индукции повернется на четверть оборота, а за полный период – на пол-оборота. Вместо двух полюсов на трех обмотках теперь магнитное поле имеет четыре полюса (две пары полюсов).

Таким образом, если обмотка статора имеет 2, 3, 4 и т.д. пары полюсов, то вектор магнитной индукции за время одного периода изменения тока повернется соответственно на 1/2, 1/3, 1/4 и т.д. часть окружности статора. В общем случае, обозначив буквой p число пар полюсов, мы можем сделать вывод, что угол, описанный вектором магнитной индукции за время одного периода изменения тока, равен одной p-й части окружности статора и, следовательно, скорость вращения магнитного поля n_1 обратно пропорциональна числу пар полюсов:

$$n_1 = \frac{60f}{p} \text{ (об/мин)},$$

где f – частота переменного тока в Гц, а коэффициент 60 появился из-за того, что n_1 принято измерять в оборотах в минуту.

Поскольку число пар полюсов может быть только целым, то скорость вращения магнитного поля может принимать только определенные значения, представленные в таблице 1.

Таблица 1

p	1	2	3	4	5	6	8	12	24
n_1	3000	1500	1000	750	600	500	375	250	125

8.4. Режимы работы трехфазной асинхронной машины

Режим двигателя: на обмотку статора подается симметричная система токов и в машине создается вращающееся магнитное поле с частотой вращения n_1. Силовые линии этого поля пересекают обмотку ротора, и в ней по закону электромагнитной индукции наводится ЭДС, и по обмотке протекают токи. Взаимодействие вращающегося магнитного поля и токов ротора создает вращающий момент, увлекающий ротор за вращающимся магнитным полем. Если этот момент достаточно велик, то ротор приходит во вращение и его установившаяся частота вращения

n_2 соответствует равенству вращающего момента $M_{\text{вр}}$ тормозному $M_{\text{т}}$, приложенному к валу от приводимого во вращение механизма, и внутренних сил трения. Такой режим работы асинхронной машины является двигательным и, очевидно, при нем $0 \le n_2 < n_1$. По принципу работы ротор не может иметь скорость, равную n_1, т.к. в этом случае ротор оказывается неподвижным по отношению к полю статора и в обмотке ротора не наводится ЭДС. Такой режим называется режимом идеального холостого хода.

Относительную разность частот вращения магнитного поля и ротора называют ***скольжением***: $s = \dfrac{n_1 - n_2}{n_1}$.

Очевидно, что при двигательном режиме $0 < s < 1$ и асинхронная машина преобразует электрическую энергию в механическую.

Режим генератора: В режим генератора машина переходит в том случае, если ротор сторонними силами (например, каким-либо двигателем) приводится во вращение в ту же сторону, что и поле статора со скоростью, большей чем n_1. В этом случае ЭДС ротора меняет знак на противоположный и избыток подведенной механической мощности преобразуется в электрическую и отдается в сеть. Таким образом, машина потребляет из сети реактивную мощность для создания вращающегося магнитного поля и отдает в сеть активную мощность.

Источником реактивной энергии может служить синхронный генератор, работающий параллельно с асинхронным на общую сеть, следовательно, асинхронный генератор не может работать независимо, а работая параллельно на сеть, он своим реактивным током ухудшает общий коэффициент мощности установки. Однако возможна и автономная работа асинхронного генератора, так как необходимую реактивную мощность могут давать включенные параллельно с ним статические конденсаторы. В генераторном режиме $s < 0$.

Режим электромагнитного тормоза: Машина переходит в этот режим, если к валу приложен активный момент, направленный против вращения магнитного поля. При этом он больше момента, развиваемого двигателем. Ротор при этом вращается в противоположную вращению поля сторону и $s > 1$. Режим тормоза применяется для быстрой остановки двигателя или когда целесообразно использовать асинхронную машину для торможения приводного механизма, например в крановых и подъемных устройствах при спуске грузов. Для того чтобы перевести двигатель в режим тормоза, применяется противовключение, т.е. посредством переключения двух проводов, питающих статор, изменяется

направление вращения магнитного поля, и оно становится противоположным направлению вращения ротора.

Таким образом, характерной особенностью асинхронной машины является наличие скольжения, т.е. неравенство частот вращения. Только при этом условии в проводниках обмотки ротора индуктируется ЭДС и возникает момент. По этой причине машину называют асинхронной (ее ротор вращается не синхронно с полем).

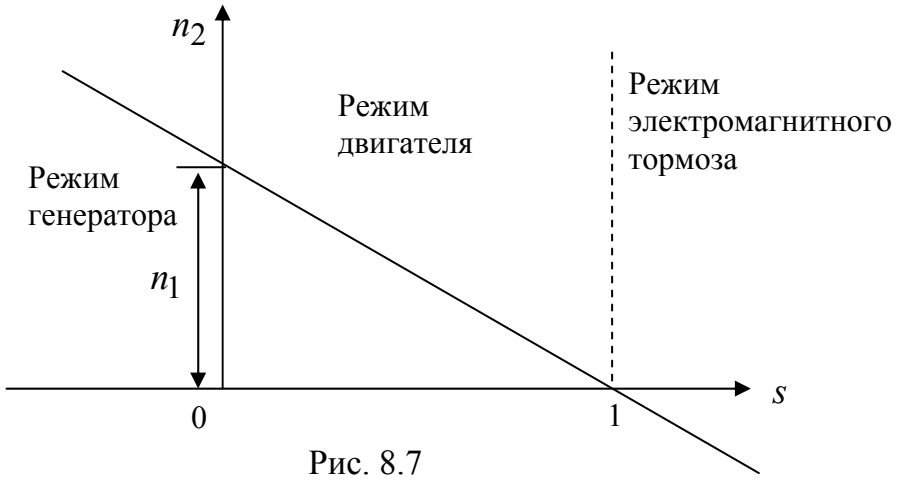


Рис. 8.7

На рис. 8.7 построена линейная характеристика $n_2(s)$, на которой отображены все режимы работы асинхронной машины.

На практике чаще всего встречается двигательный режим, поэтому теорию асинхронных машин будем изучать применительно к этому режиму с последующим обобщением ее на другие режимы работы.

8.5. Механическая характеристика двигателя

Под механической характеристикой понимают зависимость установившейся частоты вращения от момента, развиваемого двигателем. Различают естественные и искусственные характеристики. Естественная – это характеристика, снятая при номинальном напряжении и отсутствии дополнительных сопротивлений в контурах машины. Все остальные характеристики – искусственные.

Для асинхронного двигателя могут быть построены характеристики как в осях M, s (рис. 8.9); так и в осях n_2, M (рис 8.10).

Для асинхронных двигателей средней мощности характерны следующие соотношения:

1) кратность пускового момента $m_{\text{п}} = \dfrac{M_{\text{пуск}}}{M_{\text{н}}} = 1.8 \div 2$;

2) кратность максимального момента $m_{\max} = \dfrac{M_{\max}}{M_{н}} = 2 \div 2.5$.

$m_{\max}$ характеризует перегрузочную способность двигателя. Максимальный момент достигается при критическом скольжении $s_{кр}$. Максимум вращающего момента разделяет кривую (рис. 8.9) на устойчивую часть от $s = 0$ до $s_{кр}$ и неустойчивую часть от $s_{кр}$ до $s = 1$, в пределах которой вращающий момент уменьшается с ростом скольжения.

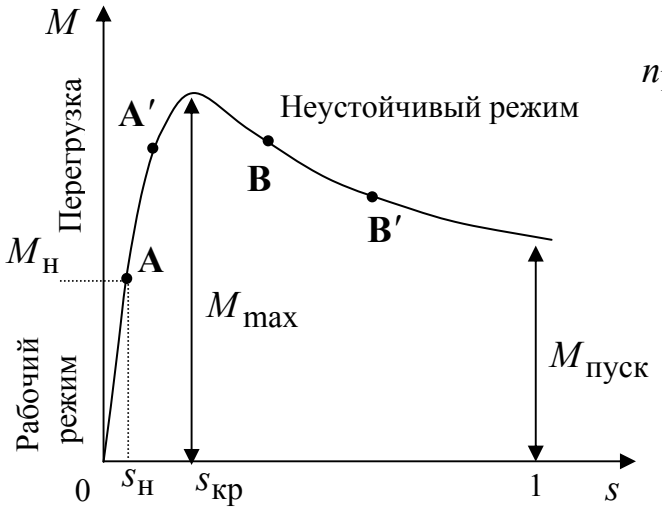


Рис. 8.9

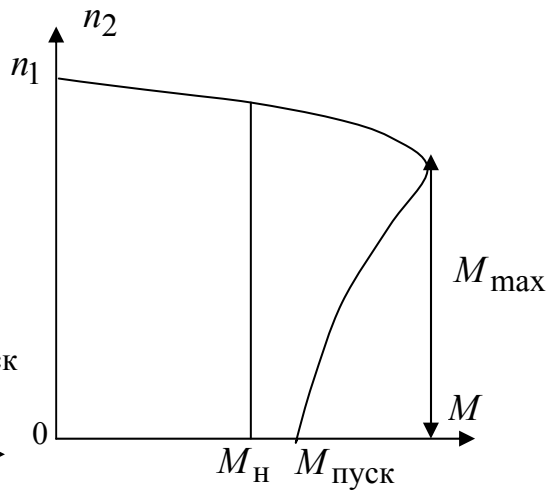


Рис. 8.10

Рассмотрим условия саморегулирования машины. Предположим, что машина работала при номинальном вращающем моменте в точке **A** (рис. 8.9). При внезапном увеличении нагрузки скорость вращения ротора падает, что приводит к увеличению скольжения s и машина развивает больший момент (точка **A′**). Условие устойчивости машины $\dfrac{dM}{ds} > 0$. У работающего двигателя динамическое равновесие моментов автоматически восстанавливается при увеличении скольжения, пока тормозной момент меньше максимального. Но когда тормозной момент становится равным максимальному, тогда при дальнейшем увеличении нагрузки, возрастание скольжения будет лишь уменьшать вращающий момент; таким образом, динамическое равновесие, нарушенное увеличением нагрузки, не восстанавливается, и вследствие преобладания тормозного момента двигатель останавливается. Условие неустойчивой работы машины $\dfrac{dM}{ds} < 0$. Например, если машина работала в точке **B**, то при увеличении нагрузки частота вращения уменьшается, скольже-

ние возрастает, но вращающий момент уменьшается (точка **B′**). Если продолжать увеличивать нагрузку, машина может остановиться.

Для упрощенного анализа можно пользоваться приближенным уравнением механической характеристики:

$$M = \frac{2M_{\max}}{\frac{s}{s_{\text{кр}}} + \frac{s_{\text{кр}}}{s}}.$$

Для целей электропривода большое значение имеет зависимость скорости двигателя от нагрузки на валу $n_2 = f(M)$. Анализируя эту зависимость, можно сделать вывод, что скорость асинхронного двигателя лишь незначительно снижается при увеличении вращающего момента в пределах от нуля до максимального значения. Такая механическая характеристика называется ***жесткой***.

Механическая характеристика асинхронного двигателя в пределах от $s = 0$ до $s_{\text{кр}}$ является жесткой, в остальной своей части нужно считать ее мягкой.

8.6. Пуск в ход асинхронных двигателей

В силу электрической, магнитной и механической инерционности пуск в ход асинхронных двигателей сопровождается электромеханическими переходными процессами. Это вызывает возникновение значительных пусковых токов и моментов, что может привести к механическим и тепловым повреждениям электрической машины. В зависимости от габаритов и массы вращающихся частей переходные процессы могут длиться от долей секунды до десятков секунд.

Кроме того, аппараты защиты (в частности плавкие предохранители) рассчитаны на $2 \div 2.5$ кратное превышение номинального тока. При большей кратности они просто не выполняют свои функции – защиту двигателя от длительных перегрузок и коротких замыканий.

Поэтому возникает задача ограничения пусковых токов и моментов. Пусковые свойства асинхронного двигателя определяются особенностями его конструкции, в частности устройством ротора.

Пуск асинхронного двигателя с фазным ротором

Пусковые условия такого двигателя могут быть существенно улучшены ценой некоторого усложнения его конструкции и обслуживания. У такого двигателя в каждую фазу цепи ротора вводится пусковой секционированный реостат (рис. 8.11). Характеристики 1,2,3 – искусствен-

ные, соответствующие работе асинхронного двигателя с введенными в цепь ротора секциями реостата, имеющего сопротивления $R_п, R'_п, R''_п$; характеристика 4 – естественная, которую имеет двигатель при выведенном пусковом реостате. Критическое скольжение пропорционально активному сопротивлению цепи ротора. Полное сопротивление реостата подбирается таким образом, чтобы $s_{кр} = 1$. В этом случае в момент пуска двигатель развивает максимальный момент (применяется для тяжелых условий пуска).

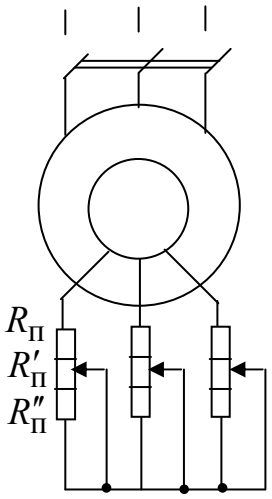


Рис. 8.11

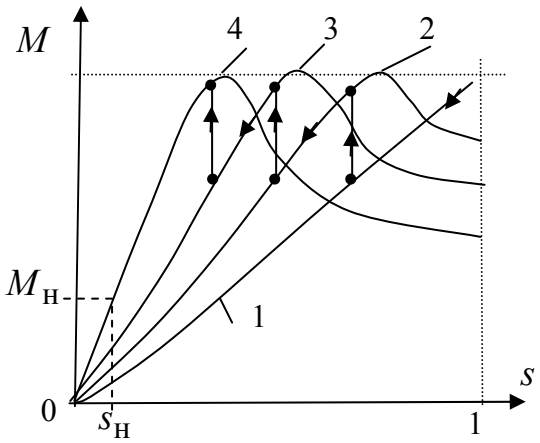


Рис. 8.12

Пуск двигателя происходит с момента включения обмотки статора в сеть. При этом в ротор вводят все секции пускового реостата, благодаря чему начальный пусковой момент значительно увеличивается (характеристика 1), а пусковой ток уменьшается. По мере разгона двигателя токи ротора и статора уменьшаются, и часть пускового реостата $R''_п$ закорачивают. Рабочая точка перемещается на новую характеристику 2, соответствующую сопротивлению реостата $R_п + R'_п$, а затем на характеристику 3. В конце пуска закорачивают весь пусковой реостат, и рабочая точка перемещается по естественной механической характеристике 4 до номинального момента (рис. 8.12).

Применение пускового реостата значительно улучшает пусковые условия асинхронного двигателя, повышая пусковой момент и уменьшая бросок тока. Недостатками фазного ротора являются удорожание машины, усложнение ее обслуживания, а также длительность и сложность управления ступенями пускового реостата.

Пуск двигателя с короткозамкнутым ротором

В большинстве случаев применяется прямой пуск. Такой пуск исключительно прост и быстр. Необходим рубильник или для двигателя высокого напряжения – масляный выключатель. При прямом пуске кратность пускового тока высока, примерно $5.5 \div 7$ (для двигателей мощностью $0.6 \div 100$ кВт). Такой кратковременный толчок пускового тока относительно безопасен для двигателя, но вызывает потери напряжения в сети, и может неблагоприятно сказаться на других потребителях, подключенных к этой сети. По этим причинам допустимая номинальная мощность асинхронных двигателей, пускаемых прямым включением, зависит от мощности распределительной сети. В мощных сетях промышленных предприятий допускается прямой пуск двигателей с короткозамкнутым ротором мощностью до 1000 кВт и даже выше, но в большинстве случаев эта мощность не должна превышать 100 кВт.

Следует обратить внимание еще на один недостаток. У нормальных двигателей с короткозамкнутым ротором кратность пускового момента лежит в пределах $1 \div 2$. Таким образом, двигатель при пуске потребляет большую силу тока, а развивает относительно небольшой вращающий момент.

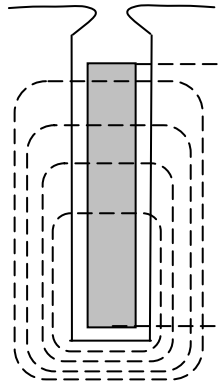


Рис. 8.13

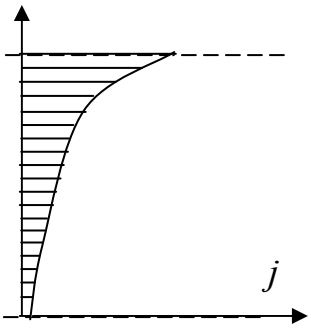


Рис. 8.14

Для облегчения процесса пуска применяют двигатели с ***глубокими пазами***. Обмотка ротора этого двигателя изготовляется из прямоугольных стержней малой ширины и большой высоты, которые помещаются в глубокие пазы в сердечнике ротора. В таких пазах ощутимо проявляется эффект вытеснения тока, т.е. переменный ток распределяется по сечению стержня неравномерно. На рис. 8.13 показаны магнитные линии поля рассеяния, замыкающиеся поперек глубокого паза, в котором расположен стержень обмотки с током. Представим себе, что стержень по высоте разделен на большое число слоев. Нижние слои стержня сцепляются с большим числом магнитных линий, чем верхние. Поэтому их индуктивное сопротивление больше, чем у верхних слоев. При большой частоте токов в обмотке ротора $f_2 = sf$, где f – частота сети (при пуске $s = 1$) индуктивное сопротивление отдельных слоев значительно выше их активного сопротивления. Поэтому распределение тока по слоям будет определяться, в ос-

новном, их индуктивными сопротивлениями. Таким образом, ток в стержне вытесняется в верхнюю часть паза в процессе пуска. При этом площадь сечения стержня используется не полностью, и вследствие этого увеличивается активное сопротивление обмотки ротора R_2, что приводит к повышению пускового момента, а увеличение индуктивного сопротивления уменьшает пусковой ток. По мере разгона скольжение уменьшается ($s_{\text{н}} = 0.03 \div 0.05$) и эффект вытеснения практически не проявляется, ток распределяется по сечению стержня почти равномерно и двигатель работает, как обычный короткозамкнутый. На рис. 8.14 показано распределение плотности тока j от высоты стержня.

Наиболее заметно эффект вытеснения тока проявляется в двигателях с ***двойной клеткой.*** Короткозамкнутый ротор снабжается двумя клетками, лежащими в теле ротора одна над другой: верхней – пусковой и нижней – рабочей. Верхняя клетка выполнена из марганцовистой латуни (высокое удельное сопротивление), нижняя – из красной меди, и ее стержни имеют большее сечение. Таким образом, активное сопротивление верхней клетки значительно больше активного сопротивления нижней (в $4 \div 5$ раз). Индуктивность нижней клетки велика, так как стержни этой клетки окружены сталью. У верхней клетки индуктивность значительно меньше, так как поток рассеяния вокруг ее стержней встречает на своем пути большое магнитное сопротивление воздушного промежутка между ротором и статором.

В первый момент пуска двигателя (пока s = 1) частота токов в роторе равна частоте сети; в этих условиях полное сопротивление внутренней клетки обусловливается главным образом ее большим индуктивным сопротивлением. Таким образом, при пуске двигателя в роторе имеет место вытеснение тока из внутренней клетки. В то же время полное сопротивление наружной клетки определяется преимущественно ее активным сопротивлением, и ток этой клетки создает большой пусковой момент. По мере разбега ротора частота токов в нем уменьшается и вместе с тем уменьшается и влияние индуктивного сопротивления на распределение токов. При номинальной скорости частота токов ротора имеет значение порядка 1 Гц: в этих условиях индуктивные сопротивления рассеяния весьма малы и распределение токов между клетками ротора определяется отношением активных сопротивлений клеток. Поэтому большая часть тока проходит по нижней клетке, а результирующее активное и полное сопротивления ротора в таких условиях малы, как у обычного двигателя с короткозамкнутым ротором.

Таким образом, у двигателей с двойной беличьей клеткой активное сопротивление обмотки ротора меняется в зависимости от изменения

скольжения – оно велико при пуске и мало при рабочем скольжении, благодаря чему двигатель развивает повышенный пусковой момент при пониженном пусковом токе.

8.7. Методы регулирования частоты вращения двигателей

Частота вращения ротора асинхронного двигателя определяется соотношением: $n_2 = \frac{60f}{p}(1-s)$ следовательно, изменять ее можно меняя частоту сети, скольжение или число пар полюсов.

Для регулирования частоты вращения асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором обычно используется метод частотного регулирования и метод изменения числа пар полюсов вращающегося магнитного поля. Для регулирования частоты вращения двигателя с фазным ротором применяется метод реостатного регулирования.

Частотное регулирование

Наиболее перспективным методом управления частотой вращения асинхронного двигателя является регулирование частоты переменного тока в обмотках статора.

При изменении частоты питающего напряжения при неизменном напряжении сети U_1 изменяется и магнитный поток $\Phi = \frac{U_1}{C_e n_1}$, где C_e – постоянный коэффициент. Для сохранения магнитного потока, а, следовательно, и момента постоянными используют пропорциональное регулирование: $\frac{U_1}{f} = const$ – одновременно с регулированием частоты должно изменяться и действующее значение напряжения.

Эту задачу решают с помощью современных электронных устройств, которые включают между сетью и асинхронным двигателем. Сначала напряжение трехфазной сети выпрямляется, а затем инвертор преобразует выпрямленное напряжение в трехфазную систему напряжений нужной частоты. В системе преобразования предусмотрено автоматическое согласование значений U_1 и f, обеспечивающее требуемое значение максимального момента. Такие преобразователи называются тиристорными и основаны на полупроводниковых электронных приборах – тиристорах.

Семейство механических характеристик с частотным регулированием представлено на рис. 8.15.

Логика работы тиристорного преобразователя зависит от того, в какую сторону от номинальной частоты требуется осуществлять регулирование. Если нужно обеспечить частоту, меньше номинальной $n < n_{н}$, преобразователь автоматически одновременно с уменьшением f уменьшает значение U_1, сохраняя неизменность максимального момента. Для случая $n > n_{ном}$ соблюдение условия постоянства M_{max} не выполняется, т.к. требует регулирования напряжения U_1 выше номинального. Также, во избежание перегрузки двигателя по мощности его длительная работа при частотах вращения, выше номинальных, допустима только при снижении нагрузки на валу.

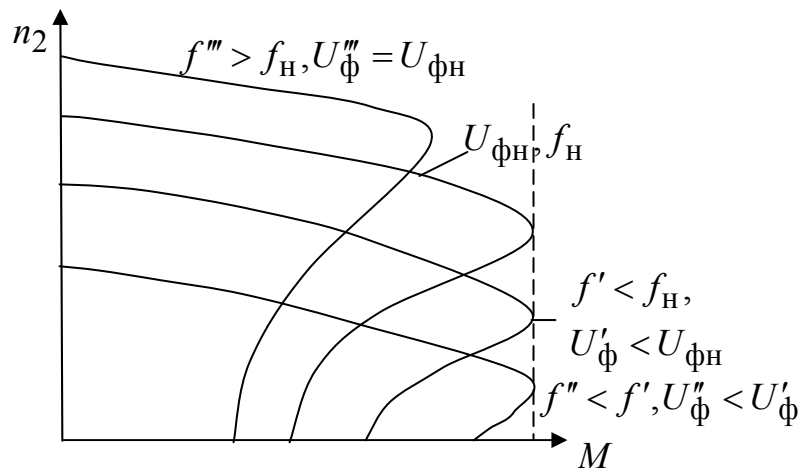


Рис. 8.15

Необходимо отметить, что при частотном регулировании мощность будет изменяться пропорционально частоте, например, при уменьшении частоты в 2 раза вдвое уменьшается и мощность, отдаваемая двигателем на валу.

Достоинствами метода частотного регулирования являются экономичность, плавность и большой диапазон регулирования. Но в настоящее время преобразователь частоты по цене может быть равным асинхронному двигателю.

Регулирование изменением числа пар полюсов

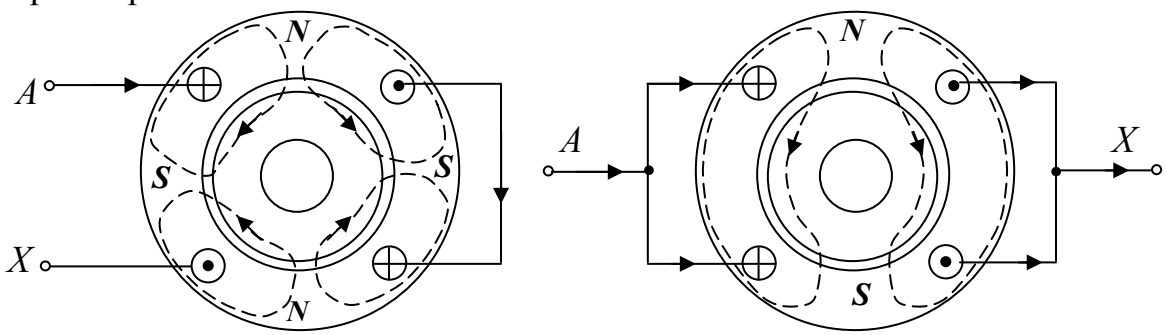
Ступенчатое изменение угловой скорости двигателя в широких пределах переключением числа пар полюсов осуществимо ценой усложнения и удорожания его конструкции.

При постоянной частоте сети угловая скорость поля зависит только от числа полюсов этого поля, определяемого обмоткой статора. Если на статоре поместить две отдельные обмотки – одну, образующую p пар, а другую, образующую p' пар полюсов, то, включив в сеть первую или вторую обмотку, мы получим скорость поля: $n_C = \frac{60f}{p}$ или $n'_C = \frac{60f}{p'}$;

следовательно, $\frac{n_C}{n'_C} = \frac{p'}{p}$, т.е. соответственным образом будут различаться и частоты вращения ротора.

Регулирование скорости путем переключения числа пар полюсов – ступенчатое. Следует иметь в виду, что частоты вращения при частоте сети 50 Гц и $p = 1$ и 2 соответственно 3000 и 1500 об/мин, а при $p = 5$ и 6 – 600 и 500 об/мин. При большем числе пар полюсов разница между частотами вращения уменьшается.

Двигатели с изменением числа пар полюсов называются многоскоростными. Промышленностью выпускаются двигатели на две, три и четыре скорости.



а б

Рис. 8.16

Для изменения числа пар полюсов в одни и те же пазы статора можно уложить отдельные обмотки с разными числами полюсов. В зависимости от необходимой частоты вращения включается одна или другая обмотка. Двумя отдельными обмотками снабжаются статоры только у двигателей небольшой мощности; у двигателей большой мощности целесообразнее переключение катушек одной и той же обмотки для получения различного числа пар полюсов. Пример такого переключения двух катушек одной фазы показан на рис. 8.16, а, б. В первом случае катушки включены последовательно, во втором – параллельно. В результате изменится направление тока в проводниках, составляющих фазу обмотки, и топография магнитного поля станет иной. При последовательном соединении катушек образуются четыре полюса, при параллельном – лишь два.

Достоинствами данного способа являются экономичность и большой диапазон регулирования, к недостаткам следует отнести большую дискретность изменения частоты и усложнение конструкции обмотки статора.

Реостатное регулирование

Данный способ требует применения двигателя с фазным ротором, в цепь которого, как при пуске (см. рис. 8.11) вводится трехфазный реостат. Но этот реостат должен быть рассчитан на длительную нагрузку током ротора, а не на кратковременную, как пусковой реостат. Увеличение активного сопротивления цепи ротора изменяет характеристику $n_2(M)$, делает ее более пологой. Если при постоянном моменте на валу двигателя увеличивать сопротивление цепи ротора путем постепенного увеличения сопротивления реостата ($R_п < R'_п < R''_п$), то рабочая точка будет смещаться с одной кривой на следующую, соответствующую возросшему сопротивлению цепи ротора (точки 1, 2, 3). В результате частота вращения двигателя будет уменьшаться.

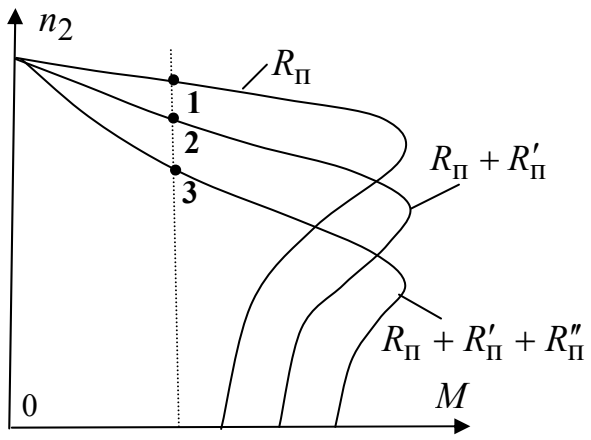


Рис. 8.17

Этим путем можно изменять частоту вращения ротора в пределах от номинального скольжения до полной остановки. Но при таком способе регулирования неизбежны относительно большие потери энергии. Например, для уменьшения скорости двигателя на 25%, нужно включить такое сопротивление в цепь ротора, в котором будет бесполезно превращаться в тепло четверть энергии вращающегося поля. Реостатное регулирование также неэффективно при малых нагрузках, так как частота вращения практически не меняется. Недостатком такого реостатного регулирования может являться и то обстоятельство, что включение сопротивления в цепь ротора делает его механическую характеристику мягче, следовательно, уменьшает устойчивость работы двигателя, так как при включенном реостате малые изменения нагрузки на валу вызывают значительные изменения частоты вращения двигателя.

8.8. Рабочие характеристики двигателя

Рабочими характеристиками называют зависимости мощности, потребляемой двигателем P_1, потребляемого тока обмотки статора I_1, коэффициента мощности $\cos\varphi_1$, скорости вращения двигателя n_2, КПД

$\eta = \frac{P_2}{P_1}$ и вращающего момента M от полезной мощности двигателя, отдаваемой на валу P_2. Эти характеристики определяют основные эксплуатационные свойства асинхронного двигателя и снимаются при номинальных частоте сети f и напряжении на зажимах статора $U_1 = U_н$.

Рабочие характеристики асинхронного двигателя средней мощности показаны на рис. 8.18.

Зависимость $n_2 = f(P_2)$ мало отличается по форме от $n_2 = f(M)$, она также может быть названа жесткой. Зависимость тока I_1 от P_2 аналогична зависимости тока первичной обмотки трансформатора от мощности нагрузки. С ростом мощности увеличивается ток ротора I_2, при этом возрастает и ток статора I_1, компенсируя размагничивающее действие тока ротора I_2, при этом обеспечивается неизменность магнитного потока вращающегося магнитного поля. В асинхронном двигателе ток холостого хода I_{xx} может достигать 50% от номинального значения (из-за наличия воздушного зазора, увеличивающего магнитное сопротивление).

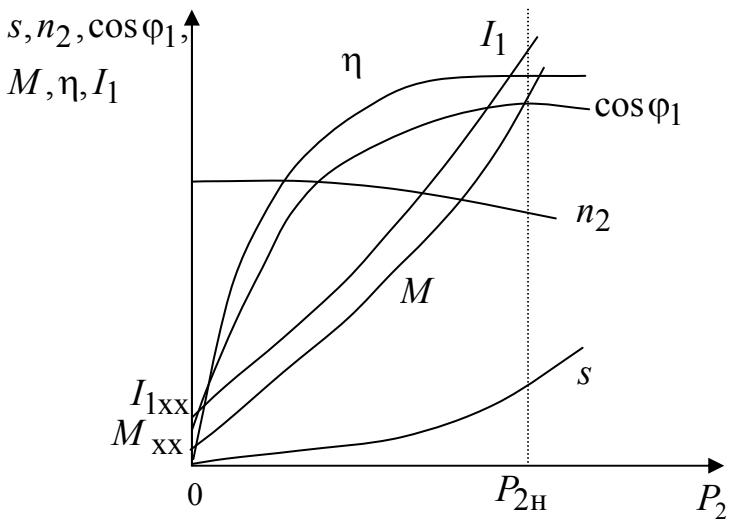


Рис. 8.18

Вращающий момент M складывается из полезного момента M_2 (полезный момент, отдаваемый на валу двигателя) и момента холостого хода M_{xx} (затрачивается на покрытие механических потерь двигателя и не зависит от нагрузки). Полезный момент $M_2 = P_2/\Omega_2$, где $\Omega_2 = 2\pi n_2/60$ [рад/с] – механическая угловая скорость вращения ротора. Если бы Ω_2 была постоянна, то зависимость $M_2(P_2)$ была бы линейна, но скорость двигателя немного уменьшается с увеличением P_2, поэтому график зависимости $M_2(P_2)$ немного отклоняется вверх. Соответственно график вращающего момента $M(P_2)$, складывающегося из момента холостого хода и полезного момента $M_2(P_2)$, пересекает ось

ординат в точке, соответствующей $M_{\text{хх}}$, а затем он почти прямолинеин и лишь немного изгибается вверх.

Коэффициент мощности $\cos\varphi_1$ оценивает соотношение между активной P_1 и реактивной Q_1 мощностями двигателя $\cos\varphi_1 = \dfrac{P_1}{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}}$.

При изменении нагрузки двигателя от холостого хода до номинального режима реактивная мощность остается практически неизменной, так как ее значение определяется обратимыми процессами периодического изменения запаса энергии магнитного поля машины, магнитный поток которого поддерживается практически постоянным.

В режиме холостого хода, когда необратимые процессы преобразования энергии определяются только потерями на нагрев, активная мощность мала, и значение коэффициента мощности также мало. При возрастании нагрузки на валу активная мощность увеличивается, и, при неизменном значении реактивной мощности, растет коэффициент мощности, который в режиме, близком к номинальному, достигает своего наибольшего значения ($0.7 \div 0.95$).

Дальнейшее увеличение тормозного момента на валу приводит к снижению коэффициента мощности, так как рост токов в обмотках приводит к насыщению машины, значительным полям рассеяния, что вызывает возрастание реактивной мощности и уменьшение коэффициента мощности.

Коэффициент полезного действия определяется отношением полезной мощности P_2 к подводимой от сети P_1: $\eta = \dfrac{P_2}{P_1}$, а подводимая мощность равна сумме полезной мощности и мощностей всех потерь в двигателе: $P_1 = P_2 + P_{\text{пот}}$.

Потери можно разделить на постоянные, практически не зависящие от нагрузки, и переменные от нее зависящие.

Постоянными потерями можно считать потери в стали сердечника статора от гистерезиса и вихревых токов и потери механические. Они определяются экспериментально из опыта холостого хода двигателя.

Переменными потерями являются потери на нагревание проводников обмоток статора и ротора:

$$P_{\text{пр}1} = 3I_1^2 R_1; \qquad P_{\text{пр}2} = m_2 I_2^2 R_2,$$

где m_2 – число фаз обмотки ротора.

Своего максимального значения ($65 \div 95\,\%$) КПД достигает, когда переменные потери равны постоянным. У большинства двигателей этот

максимум КПД имеет место при нагрузке, равной 75% номинальной, так как двигатели проектируются с учетом того обстоятельства, что далеко не всегда они полностью загружены.

8.9. Способы электрического торможения асинхронного двигателя

В ряде случаев возникает необходимость экстренного торможения двигателя. Наиболее эффективным является противовключение. В этом случае, изменяя порядок чередования фаз статора, добиваются изменения направления вращения магнитного поля. В силу механической инерции ротор продолжает вращаться в исходном направлении. Асинхронная машина переходит в режим электромагнитного тормоза со скольжением $s > 1$. При этом частота ЭДС в роторе существенно возрастает, что приведет к росту ЭДС и токов в роторе. Для ограничения токов в роторе на момент торможения в цепь ротора вводится дополнительное сопротивление $R_т$. Схема торможения противовключением приведена на рис. 8.19.

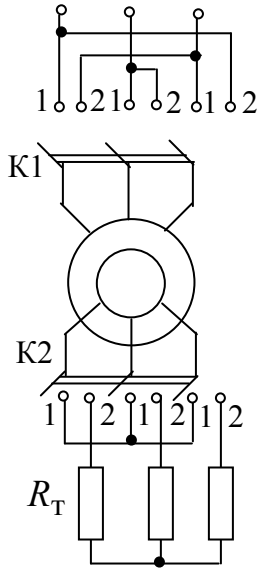


Рис. 8.19

В момент начала торможения (ключ К1 в статорной обмотке переводится из положения 1 в положение 2) в цепь ротора вводится добавочное сопротивление $R_т$ (ключ К2 в роторной обмотке переводится из положения 1 в положение 2). При полной остановке ротора питание статорной обмотки отключается.

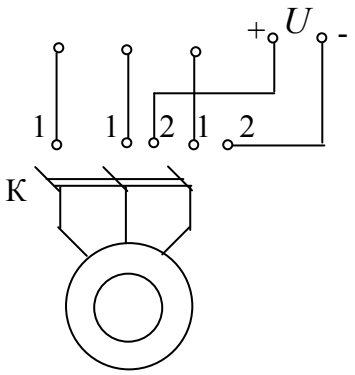


Рис. 8.20

Торможение асинхронного двигателя можно осуществить путем подключения двух фаз обмотки статора на постоянное напряжение (рис. 8.20). В момент торможения обмотки статора отключаются от трехфазной сети переменного тока и подключаются к сети постоянного тока (ключ К переводится из положения 1 в положение 2. Ротор вращается в постоянном в пространстве и времени магнитном поле, что приводит к быстрой остановке асинхронного двигателя.

8.10. Двухфазные и однофазные двигатели

Для ряда исполнительных механизмов автоматики, бытовых приборов и т.д. необходимы надежные двигатели переменного тока небольшой мощности, питаемые от одной фазы трехфазной системы. Обмотка ротора ввиду их малой мощности выполняется всегда короткозамкнутой.

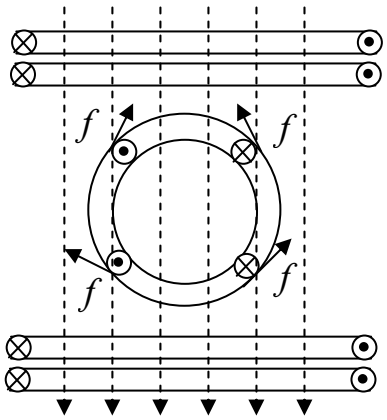


Рис. 8.21

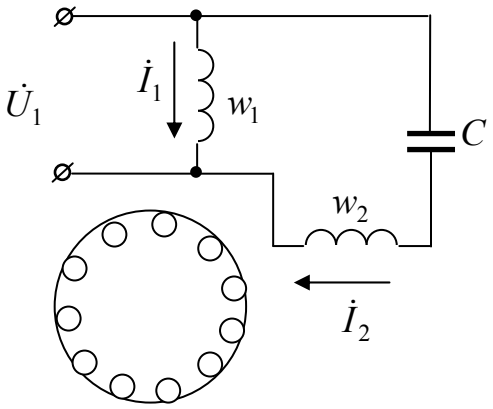


Рис. 8.22

Если снабдить статор двигателя только одной фазной обмоткой, то переменный ток, по ней протекающий, будет возбуждать в машине, пока ее ротор неподвижен, переменное магнитное поле, ось которого неподвижна. Это поле будет индуктировать в проводниках обмотки ротора токи, которые, взаимодействуя с магнитным полем, создадут электромагнитные силы f (рис. 8.21). Так как эти силы окажутся противоположно направленными в правой и левой половинках ротора, то результирующий момент будет равен нулю. Следовательно, при наличии одной обмотки начальный пусковой момент однофазного двигателя равен нулю, и двигатель сам с места тронуться не сможет.

Применяются два способа создания пускового момента, поэтому двигатели делятся на однофазные и двухфазные.

Двухфазные двигатели помимо обмотки, включаемой на напряжение сети с числом витков w_1, снабжаются второй обмоткой (w_2), которая соединяется последовательно с конденсатором (конденсаторные двигатели). Электрическая схема такого двигателя представлена на рис. 8.22. В пазах статора таких двигателей размещаются две фазные обмотки, каждая из которых занимает половину всех пазов. Смещение катушек в пространстве и временной сдвиг токов $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$ обеспечивают условия образования вращающегося магнитного поля.

В качестве двухфазного можно использовать малый трехфазный асинхронный двигатель. Для этой цели две фазные обмотки соединяются последовательно и включаются под напряжение, а третья обмотка соединяется последовательно с конденсатором и включается под то же напряжение (емкость выбирается из расчета 10мкФ на 1кВт мощности двигателя).

Однофазный двигатель не развивает начального пускового момента. Но если ротор однофазного двигателя раскрутить в любую сторону при помощи внешней силы, то в дальнейшем этот ротор будет вращаться самостоятельно и может развивать значительный вращающий момент.

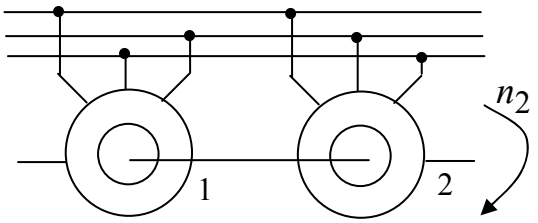


Рис. 8.23

Сходные условия создаются у трехфазного двигателя при перегорании предохранителя в одной из фаз. В таких условиях однофазного питания трехфазный двигатель будет продолжать работать. Но во избежание перегрева двух обмоток, остающихся включенными, необходимо, чтобы нагрузка двигателя не превышала $50 \div 60\%$ номинальной.

Однофазный асинхронный двигатель можно представить как два одинаковых трехфазных асинхронных двигателя, соединенных общим валом и имеющих различный порядок чередования фаз (рис. 8.23). Если общий вал привести во вращение, то одна машина будет работать в двигательном режиме, а вторая – в режиме электромагнитного тормоза. Из-за разности моментов I и II машины появляется результирующий вращающий момент (рис. 8.24).

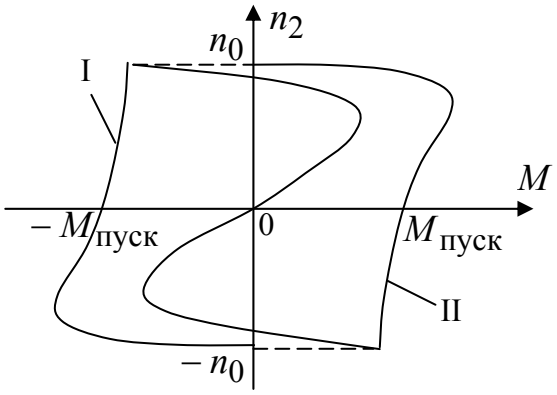


Рис. 8.24

В этих условиях вращающий момент, создаваемый прямо вращающимся полем (прямое поле – вращается в одну сторону с ротором), становится значительно больше момента, развиваемого обратно вращающимся полем. В результате ротор может не только самостоятельно вращаться, но и приводить во вращение какой-либо механизм.

Задача пуска в ход однофазного двигателя решается посредством применения пускового устройства. Чаще всего это дополнительная обмотка, подобная второй обмотке двухфазного двигателя, но отключае-

мая по окончании пуска, так как она рассчитывается лишь на кратковременную нагрузку током. Последовательно с этой обмоткой включается фазосмещающее устройство (например, емкость).

9. Машины постоянного тока

9.1. Назначение и области применения машин постоянного тока

Электрические машины постоянного тока широко применяются в качестве двигателей, несколько меньше – в качестве генераторов. Широкое распространение двигателей постоянного тока объясняется простыми и надежными способами регулирования частоты вращения в широких пределах, большими пусковыми моментами и перегрузочной способностью, чем у двигателей переменного тока. Поэтому их широко используют в электроприводах, требующих глубокого регулирования частоты вращения (металлургическая промышленность, транспорт и т.п.). Генераторы постоянного тока находят широкое применение для питания электролитических ванн, зарядки аккумуляторов, высококачественной сварки.

Диапазон мощностей машин постоянного тока достаточно широк – от единиц ватт до десятков тысяч киловатт (крупные двигатели для прокатных станов, гребных винтов кораблей).

Основной недостаток машин постоянного тока связан с работой щеточно-коллекторного узла. При определенных неблагоприятных условиях щетки могут искрить, что снижает надежность работы и требует надзора и ухода за машиной. Такую машину нельзя использовать во взрывоопасных средах. Коллектор усложняет и удорожает ее конструкцию и эксплуатацию по сравнению с бесколлекторной машиной переменного тока. Тем не менее, область применения машин постоянного тока, достаточно обширна, а появление простых и малогабаритных полупроводниковых выпрямителей позволило широко применять в сетях переменного тока двигатели постоянного тока, соединенные с этими выпрямителями.

9.2. Устройство машины постоянного тока

Машина постоянного тока (МПТ) состоит из неподвижной части, называемой статором, служащей для возбуждения главного магнитного поля, и вращающейся части, которая называется якорем (ротор).

Статор и якорь отделены друг от друга небольшим воздушным зазором. На рис. 9.1. показан упрощенный поперечный разрез статора четырехполюсной МПТ.

Статор состоит из станины, на которой укрепляются главные полюсы для возбуждения основного магнитного потока и дополнительные полюсы для хорошей коммутации машины.

Главный полюс состоит из сердечника, набранного из листовой электротехнической стали и укрепленного болтами на станине, и обмотки возбуждения. Сердечник на свободном конце снабжается полюсным наконечником для создания требуемого распределения магнитного потока.

Обмотка возбуждения либо питается от постороннего источника постоянного тока, либо от зажимов якорной обмотки. Катушки обмотки возбуждения соединяются последовательно так, чтобы полюсы *N* и *S* статора чередовались.

Станина является ярмом машины, т.е. частью, замыкающей магнитную цепь главного потока. Она изготавливается массивной из литой стали, так как магнитный поток в ней относительно постоянен. Дополнительные полюсы устанавливаются на станине между основными. Их сердечники крепятся болтами к станине, а катушки их обмоток соединяются последовательно с якорем.

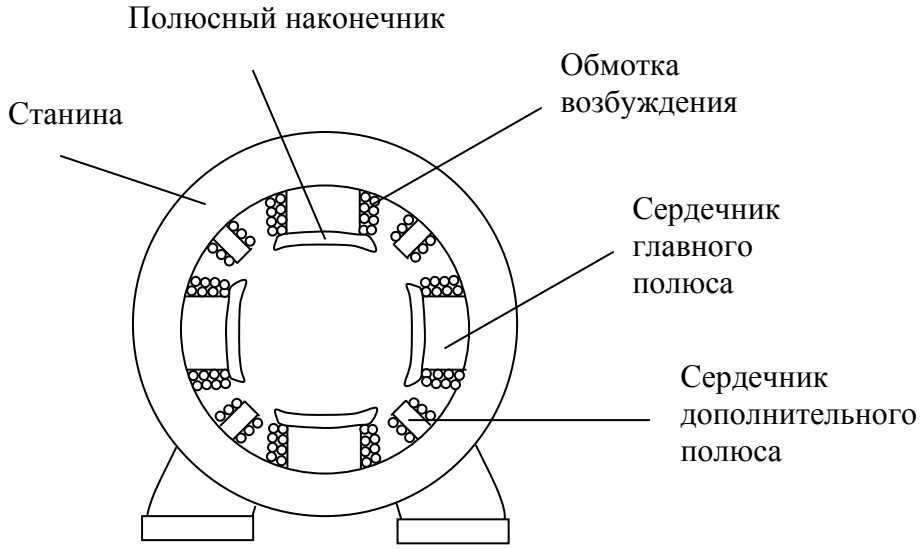


Рис. 9.1

Якорем называют часть машины, в обмотке которой при вращении ее относительно главного магнитного поля индуктируется ЭДС. В машине постоянного тока якорь (рис. 9.2.) состоит из зубчатого сердечника 1, обмотки 2, уложенной в пазах сердечника, и коллектора 3, насаженного на вал якоря. Сердечник набирается из листов электротехнической стали толщиной 0.5 мм, изолированных друг от друга лаком. Для

отвода тока от коллектора служат угольные или медные щетки, установленные в щеткодержателях.

Коллектор – это полый цилиндр, собранный из изолированных друг от друга клинообразных медных пластин 1 (рис. 9.3). Пластины коллектора изолированы также от вала машины. Проводами 2 они соединяются с витками обмотки, размещенной в пазах ротора. На коллектор опираются угольные или металлоугольные щетки 3, помещенные в щеткодержателях, которые крепятся к подшипниковым щитам. Через неподвижные щетки вращающаяся обмотка соединяется с внешней цепью.

Применение коллектора необходимо в генераторах постоянного тока для выпрямления переменной ЭДС, индуктируемой во вращающейся обмотке, а в двигателях постоянного тока коллектор нужен для получения постоянного по направлению вращающего момента.

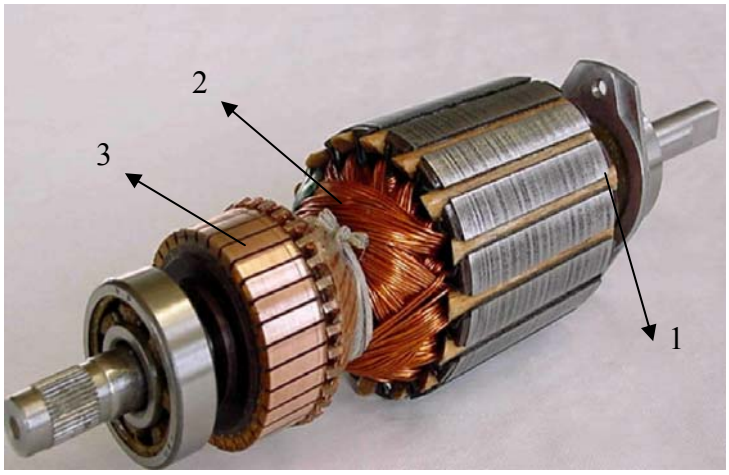


Рис. 9.2

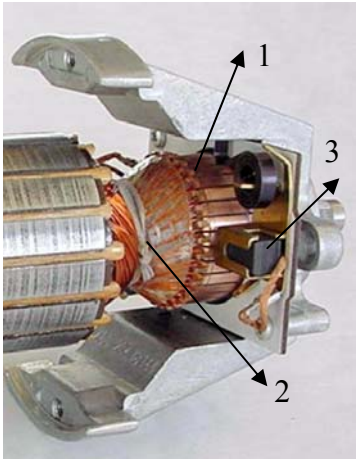


Рис. 9.3

9.3. Режимы работы машины постоянного тока

Как и все электрические машины, машины постоянного тока обратимы.

Машина работает в режиме ***генератора***, если ее вращает первичный двигатель, главное магнитное поле возбуждено, а цепь якоря замкнута через щетки с приемником. При таких условиях под действием ЭДС, индуктируемой в обмотке якоря, в замкнутой цепи якорь-приемник возникает ток (рис. 9.4, а), совпадающий с ЭДС по направлению. ЭДС якоря рассчитывается по формуле:

$$E_{я} = C_E \cdot \Phi \cdot n,$$

где C_E – постоянный для данной машины коэффициент (зависит от числа полюсов, числа параллельных ветвей), n – частота вращения якоря.

Уравнение электрического состояния цепи якоря

$$E_я = U + I_я R_я,$$

где $R_я$ – сопротивление обмотки якоря.

Взаимодействие тока якоря с главным магнитным полем создает на валу генератора тормозной момент, который преодолевается первичным двигателем. Генератор преобразует механическую энергию в электрическую.

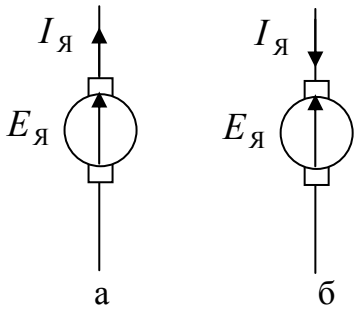


Рис. 9.4

В ***двигательном*** режиме цепи якоря и возбуждения машины присоединены к источнику электроэнергии. Взаимодействие тока якоря с главным магнитным полем создает вращающий момент равный

$$M = C_M \cdot \Phi \cdot I_я,$$

где $C_M = C_E \cdot \dfrac{60}{2\pi}$ – величина, постоянная для данной машины.

Под действием момента якорь вращается, преодолевая момент нагрузки на валу. При этом ЭДС якоря противодействует току в цепи якоря и направлена ему навстречу (рис. 9.4, б). Приложенное к зажимам якоря двигателя напряжение равно сумме противо-ЭДС и падения напряжения на внутреннем сопротивлении обмотки якоря $R_я$: $U = E_я + R_я I_я$. Отсюда ток якоря двигателя

$$I_я = \frac{(U - E_я)}{R_я}.$$

Возбуждение главного магнитного поля возможно с помощью либо электромагнитов, либо постоянных магнитов (менее распространено).

Все рабочие характеристики машины постоянного тока зависят от способа включения цепи возбуждения по отношению к цепи якоря. Соединение этих цепей может быть параллельным, последовательным, смешанным и, наконец, цепи эти могут быть независимы одна от другой, в соответствие с этим принято различать параллельное, последовательное, смешанное и независимое возбуждение машин. Мощность, затрачиваемая в цепи возбуждения, при любом способе включения обмотки возбуждения мала, порядка 5% номинальной мощности у малых машин и менее 1% у больших. Это делает возможным экономичное управление работой машины постоянного тока.

9.4. Выпрямление переменной ЭДС

На рис. 9.5, а изображена упрощенная модель МПТ. Пусть якорь приведен во вращение двигателем в направлении движения часовой стрелки, обмотка возбуждения подключена к источнику постоянного напряжения, а внешняя цепь отключена от якоря. При вращении якорной обмотки ее проводники будут пересекать магнитные линии поля статора и в них по закону электромагнитной индукции наведется ЭДС $e = B_n l \nu$, где B_n – нормальная составляющая магнитной индукции в воздушном зазоре; l – активная длина проводника; ν – линейная скорость.

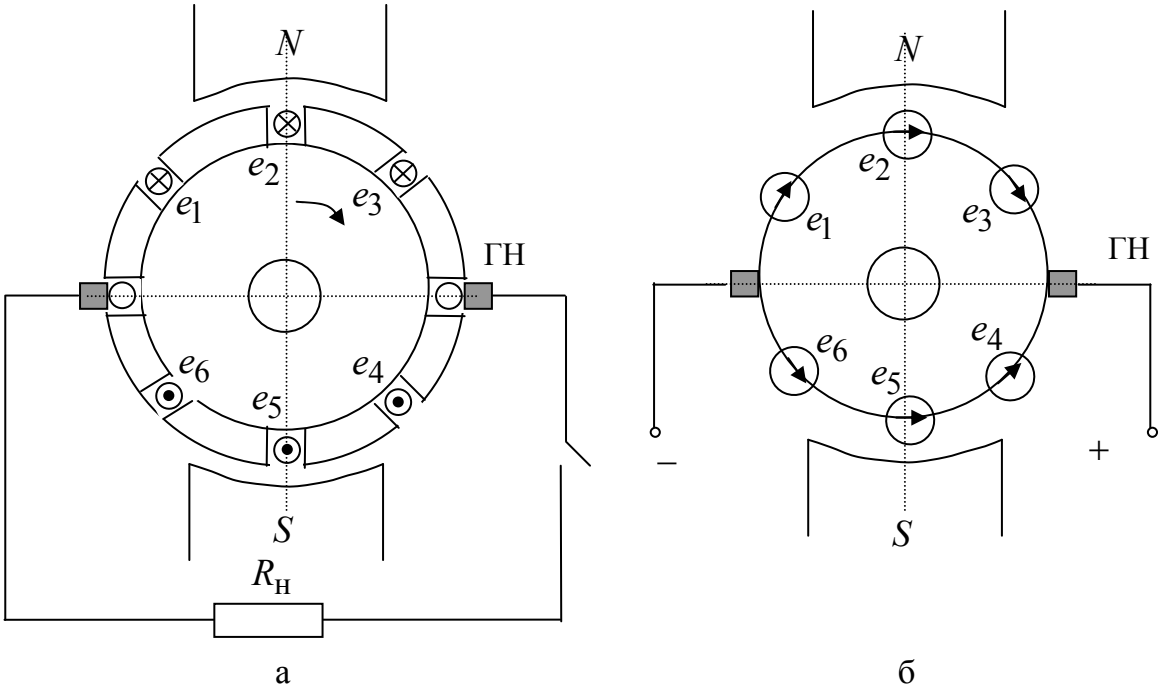


Рис. 9.5

Применяя правило правой руки, можно убедиться, что направление ЭДС $e_1 - e_3$ во всех проводниках, движущихся в зоне северного полюса, будет одинаковым – от переднего торца якоря к заднему (обозначено знаком креста). В проводниках, движущихся в зоне южного полюса, ЭДС будет направлена от заднего торца якоря к переднему ($e_4 - e_6$) (обозначено точкой на рис. 9.5, а).

Геометрическая нейтраль (ГН) – это линия, проходящая через середину межполюсного пространства и середину машины. ***Физическая нейтраль (ФН)*** – это линия, проходящая через точки окружности якоря, где магнитная индукция равна нулю. В момент перехода проводников через ГН (рис. 9.5, б) ЭДС в них наводиться не будет, так как здесь нормальная составляющая магнитной индукции равна нулю. Следова-

тельно, при вращении якоря в его проводниках, перемещающихся из зоны одного полюса в зону другого полюса, наводятся переменные ЭДС. Ток в обмотке якоря не возникает, так как алгебраическая сумма мгновенных значений ЭДС всех последовательно соединенных проводников этой обмотки равна нулю. Если установить неподвижные щетки для осуществления скользящего контакта с проводниками на ГН, то между щетками всегда будут находиться проводники обмотки с одинаково направленными ЭДС, сумма которых максимальна и постоянна.

Щетки делят обмотку якоря на две части с одинаковым числом последовательно соединенных проводников. Эти части обмотки называют ***параллельными ветвями***.

Благодаря наличию щеток напряжение на зажимах машины постоянно, хотя в каждом из проводников обмотки ее якоря индуктируется переменная ЭДС.

При непосредственном контакте щеток с обмоткой якоря условия работы контактов мало благоприятны из-за высокой окружной скорости на поверхности якоря. Поэтому щетки устанавливаются на пластины коллектора, которые соединены проводниками с соответствующими секциями якоря. Щетки через пластины коллектора также соединяют параллельно ветви обмотки, но диаметр коллектора значительно меньше диаметра якоря, благодаря чему существенно меньше его окружная скорость, а механически пластины коллектора значительно прочнее проводников обмотки якоря.

В генераторе щетки и коллектор необходимы для выпрямления переменной ЭДС витков обмотки. В двигателе коллектор и щетки обеспечивают непрерывность вращения. По всем проводникам параллельной ветви обмотки якоря проходит один и тот же ток $I = \frac{I_я}{2a}$, где $2a$ – число параллельных ветвей. Если на все эти проводники воздействует электромагнитная сила одного и того же направления, то двигатель развивает наибольший вращающий момент. Когда же проводник переходит из области одного полюса в область другого полюса, то одновременно щетки и коллектор производят переключение направления тока, проходящего по проводнику. Благодаря этим переключениям сохраняется неизменным направление вращающего момента.

9.5. Реакция якоря

Реакцией якоря называется воздействие магнитного потока обмотки якоря на магнитный поток возбуждения. В большинстве случаев это нежелательное явление, искажающее основное магнитное поле и тем

самым ухудшающее условия работы машины, поэтому при конструировании машины предусматриваются меры для уменьшения влияния реакции якоря.

Пока ток проходит только по обмотке возбуждения (ток якоря равен нулю), магнитное поле машины симметрично по отношению к оси сердечников полюсов и под полюсами почти равномерно. Но когда по обмотке якоря проходит ток, он создает свое магнитное поле.

При нагрузке машины поле якоря накладывается на основное поле и искажает его. Поток в машине смещается по направлению ее вращения в генераторном режиме или против направления в двигательном режиме. При этом поток распределяется несимметрично по отношения к оси полюсов – ослабляется под одним краем и усиливается под другим, при этом ФН смещается по отношению к ГН. Вследствие этого между щетками в каждой параллельной ветви обмотки окажутся несколько секций, направление ЭДС в которых будет противоположно направлению ЭДС всех остальных секций, что вызовет уменьшение ЭДС якоря.

При работе машины в генераторном режиме реакция якоря вызывает понижение напряжения, при работе в двигательном режиме – изменение вращающего момента и частоты вращения.

Искажение магнитного поля под полюсами сопровождается значительным местным повышением магнитной индукции. Мгновенные значения ЭДС, индуктируемой в секции обмотки при ее движении, пропорциональны этой индукции. Следовательно, искажение поля может вызвать такое повышение напряжения между соседними пластинами коллектора (свыше $30 \div 50$ В), при котором между этими пластинами возможно возникновение весьма опасных устойчивых дуговых разрядов (кругового огня по коллектору).

Для ослабления реакции якоря при конструировании машины предусматривается увеличение магнитного сопротивления на пути потока якоря – воздушный зазор между якорем и полюсными наконечниками делается относительно большим, а сечение зубцов якоря выбирается таким, чтобы индукция в них была велика.

Для того чтобы предупредить смещение ФН из-за реакции якоря, большинство современных машин снабжается ***дополнительными полюсами,*** которые устанавливаются на станине по линии ГН. Обмотки дополнительных полюсов соединяются через щетки последовательно с обмоткой якоря так, чтобы направление МДС дополнительных полюсов было противоположно направлению МДС реакции якоря. Таким образом, дополнительные полюсы компенсируют поле реакции якоря при любых нагрузках машины.

9.6. Генератор независимого возбуждения

При независимом возбуждении цепи возбуждения и якоря электрически разделены, поэтому ток возбуждения не зависит от напряжения генератора и от нагрузки (рис. 9.6). Это дает возможность регулировать магнитный поток в очень широких пределах. Для такой регулировки в цепь возбуждения вводится регулировочный реостат $R_ш$.

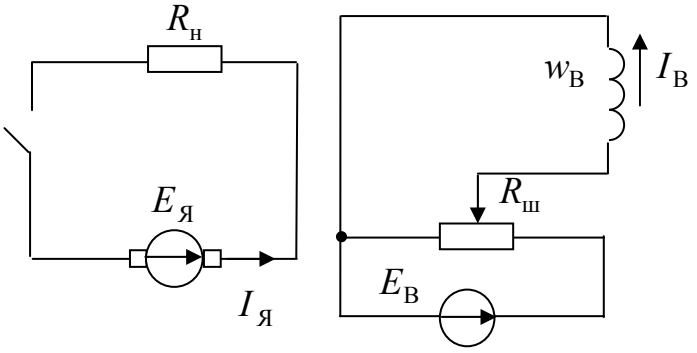


Рис. 9.6

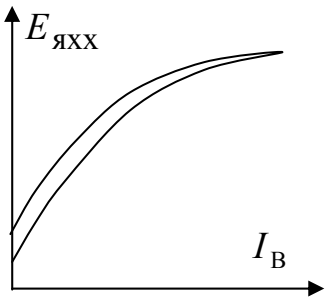


Рис. 9.7

Мощность, необходимая для цепи возбуждения, составляет только 1-3% номинальной мощности генератора. Это дает возможность весьма экономично осуществлять регулирование работы генератора.

Изменение тока возбуждения изменяет главный магнитный поток и пропорционально ему ЭДС $E_я = C_E \cdot \Phi \cdot n$. Зависимость ЭДС от тока возбуждения при разомкнутой цепи якоря ($I_я$ = 0) и постоянной частоте вращения $n = const$ называется ***характеристикой холостого хода*** $E_я(I_в)$. Если цепь возбуждения разомкнута ($I_В$ = 0), то в станине генератора от предыдущей работы сохраняется некоторая остаточная индукция. При вращении якоря в поле остаточной индукции в его обмотке индуктируется малая ЭДС холостого хода $E_{яхх}$.

Чтобы снять характеристику холостого хода, нужно подать напряжение на обмотку возбуждения и постепенно увеличивать $I_в$ до максимально допустимого значения, отмечая соответствующие значения ЭДС (восходящая ветвь). Затем, путем постепенного понижения тока возбуждения, можно получить нисходящую ветвь характеристики. Она расположится несколько выше восходящей ветви вследствие возросшего влияния гистерезиса (рис. 9.7). После выключения возбуждения остаточный магнетизм, а, следовательно, и ЭДС будут существенно больше, чем в исходных условиях. Но этот остаточный магнетизм неустойчив, и спустя некоторое время после выключения возбуждения, поток и ЭДС, им индуктируемая при вращении якоря, уменьшаются до значения, соответствующего начальным условиям.

Таким образом, характеристика холостого хода имеет форму петли, что является естественным следствием наличия стали в магнитной цепи машины. Характеристика холостого хода в верхней своей части заметно загибается в сторону оси абсцисс. Это – следствие насыщения стали машины. В большинстве случаев генераторы постоянного тока работают в условиях, соответствующих насыщенной части характеристики. Благодаря насыщению напряжение генератора меньше колеблется при изменениях нагрузки, так как ослабляется влияние реакции якоря на основной поток и ЭДС машины.

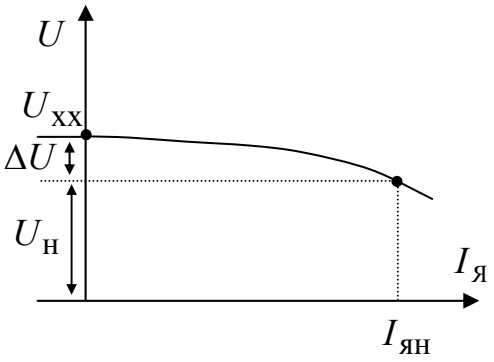


Рис. 9.8

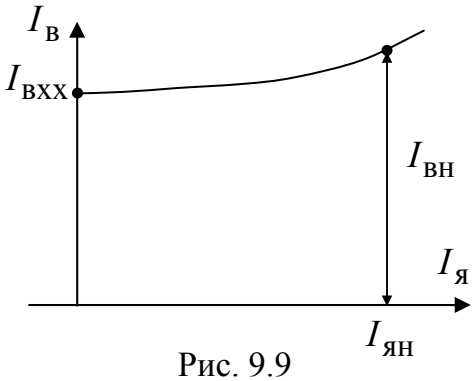


Рис. 9.9

Второй важной характеристикой генератора является зависимость его напряжения U от силы тока якоря $I_я$ при неизменных $I_В$ и частоте вращения n. Эта зависимость называется ***внешней характеристикой*** (рис. 9.8). Напряжение на зажимах цепи якоря генератора меньше его ЭДС из-за падения напряжения на активном сопротивлении $R_я$ обмотки якоря: $U = E_я - I_я R_я$.

Зависимость $U(I_я)$ была бы линейна, если бы ЭДС $E_я$ оставалась постоянной. Но магнитный поток машины с ростом нагрузки уменьшается под воздействием реакции якоря, а вместе с ним пропорционально уменьшается и ЭДС якоря. В результате внешняя характеристика изгибается в сторону оси абсцисс. На основании внешней характеристики определяется ***номинальное изменение напряжения*** на генераторе. Это – выраженное в процентах относительное изменение напряжения на его зажимах, вызываемое изменением нагрузки от номинальной до нуля при неизменном $I_В$ и постоянной скорости:

$$\Delta U = \frac{U_{хх} - U_н}{U_н} \cdot 100\% .$$

У генераторов без компенсационной обмотки эта величина достигает $5 \div 10\%$.

Если увеличивать $I_я$ сверх номинального значения, то напряжение генератора станет дальше понижаться, но машина будет уже в условиях перегрузки. Обмотка якоря, щетки и коллектор начнут перегреваться, а под щетками начнется сильное искрение.

Для нормальной работы приемников электроэнергии необходимо поддерживать постоянным напряжение на их зажимах, несмотря на изменение общей нагрузки генератора. Это осуществляется посредством регулирования $I_В$. ***Регулировочной характеристикой генератора*** называется зависимость $I_В$ от тока якоря $I_я$ при постоянном напряжении U и частоте вращения *n*. Такая характеристика показывает, как надо изменять $I_В$ чтобы при изменениях нагрузки поддерживать постоянным напряжение на зажимах генератора. Характеристика сначала почти прямолинейная (рис. 9.9), но затем загибается вверх, вследствие влияния насыщения магнитопровода машины.

9.7. Генератор с параллельным возбуждением

У генератора с параллельным возбуждением цепь обмотки возбуждения соединяется параллельно с цепью якоря, и часть тока якоря служит для возбуждения главного магнитного поля машины (рис. 9.10). Эти генераторы применяются наиболее часто, так как они не требуют дополнительного источника электроэнергии для цепи возбуждения, что существенно упрощает обслуживание машины: вместе с тем напряжение таких генераторов мало изменяется из-за колебаний нагрузки.

$I_В = (0.05 \div 0.01) I_я$, а напряжение U на зажимах цепей якоря и возбуждения одно и то же. Следовательно, сопротивление обмотки возбуждения $R_В = U / I_В$ должно быть велико (обмотка возбуждения имеет большое число витков тонкого провода)

При пуске в ход такого генератора для создания магнитного потока в магнитопроводе используется явление самовозбуждения. Сначала ток в якоре, а, следовательно, и в обмотке возбуждения отсутствует, но в массивной станине всегда сохраняется небольшой поток остаточного намагничивания $Ф_{ост}$, равный $1 \div 3\%$ от номинального потока. Он остается как следствие намагничивания машины, имевшего место ранее при ее работе. Когда двигатель начинает вращать якорь генератора, остаточный поток индуктирует в обмотке якоря небольшую ЭДС $E_я$, которая создает небольшой $I_В$ в обмотке возбуждения, а, следовательно, возникает МДС возбуждения. По отношению к $Ф_{ост}$ она должна быть направлена согласно, т.е. подмагничивать магнитопровод генератора,

что имеет место при правильном соединении обмотки возбуждения с якорем. При таком соединении $I_в$ усиливает магнитное поле машины, а последнее индуктирует большую ЭДС в обмотке якоря. Возрастание ЭДС вызывает дальнейшее увеличение $I_в$. Увеличение потока и $I_в$ ограничивается насыщением магнитной цепи.

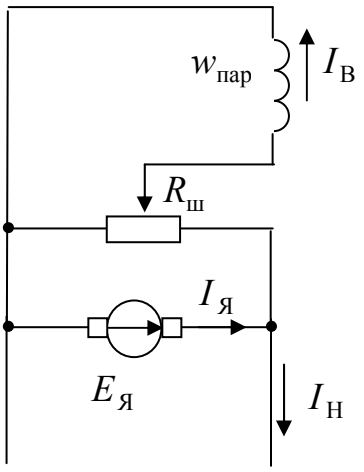


Рис. 9.10

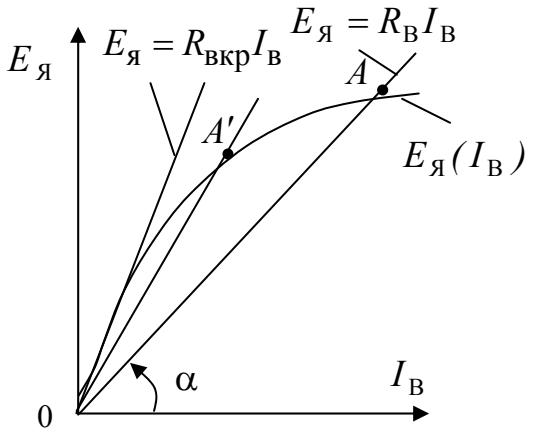


Рис. 9.11

Если пренебречь сопротивлением цепи якоря $R_я << R_в$, то установившийся $I_в$ определяется из условия: $E_я = U = R_в I_в$. Этому условию соответствует точка пересечения A характеристики холостого хода и прямой $E_я = R_в I_в$ (рис. 9.11). Угол α наклона прямой $E_я = R_в I_в$ к оси абсцисс зависит от $R_в$. Если уменьшать $I_в$, вводя реостат в цепь возбуждения, то точка пересечения смещается влево (A'). При достаточно большом сопротивлении цепи возбуждения, называемом ***критическим*** $R_{вкр}$, машина не возбуждается (рис. 9.11).

Если машина потеряла остаточный магнетизм (из-за короткого замыкания или механических ударов), то для его восстановления нужен посторонний источник постоянного тока. Этот источник нужно на короткий срок замкнуть на обмотку возбуждения, а затем использовать созданное остаточное намагничивание для нормального возбуждения.

Характеристика холостого хода практически не отличается от характеристики при независимом возбуждении, так как влияние на эту характеристику падения напряжения $R_в I_в$ и реакция якоря от тока возбуждения ничтожно. Совпадают и регулировочные характеристики.

Но внешняя характеристика (рис. 9.12) при параллельном возбуждении генератора (кривая а) идет значительно ниже, чем при независимом возбуждении (кривая б), из-за уменьшения тока возбуждения при

снижении напряжения ($I_в = U/R_в$). При независимом возбуждении понижение напряжения вызывается двумя причинами: увеличением падения напряжения на $R_я$ и реакцией якоря. При параллельном возбуждении к этим двум причинам добавляется третья – $I_в$.

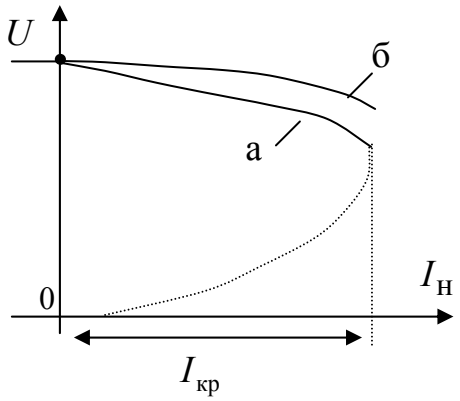


Рис. 9.12

Ток якоря, при котором машина переходит в условия саморазмагничивания, называется ***критическим***. Его значение больше номинального в $2 \div 2.5$ раза. Участок внешней характеристики ниже $I_{кр}$ (штриховая линия на рис. 9.12) соответствует неустойчивому режиму.

Изменение напряжения у генератора при параллельном возбуждении значительно больше, чем при независимом, и составляет $8 \div 15\%$.

9.8. Генераторы с последовательным и смешанным возбуждением

В генераторе с последовательным возбуждением якорь соединен последовательно с обмоткой возбуждения, благодаря чему ток нагрузки является вместе с тем током возбуждения (рис. 9.13). Обмотка возбуждения такой машины выполняется из провода, рассчитанного на большой ток якоря – число витков такой обмотки мало.

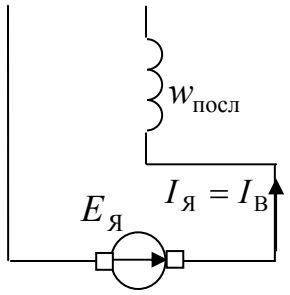


Рис. 9.13

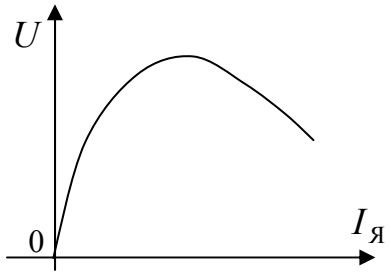


Рис. 9.14

При холостом ходе такого генератора ЭДС в обмотке якоря индуктируется только потоком остаточного намагничивания, поэтому снять характеристику холостого хода у этого генератора нельзя. Отсутствует у него также и регулировочная характеристика.

Напряжение генератора (рис. 9.14) сначала возрастает с увеличением тока якоря. Затем вид характеристики начинает изменяться из-за

магнитного насыщения (ЭДС якоря перестает увеличиваться, в то время как продолжает возрастать падение напряжения на $R_я$) и реакции якоря. В результате напряжение генератора при дальнейшем возрастании нагрузки уменьшается. Из-за непостоянства напряжения генераторы с последовательным возбуждением применяются лишь в немногих специальных случаях.

Генератор со смешанным возбуждением имеет две обмотки возбуждения: параллельную $w_{пар}$ и последовательную $w_{посл}$ (рис. 9.15). У такого генератора напряжение остается практически постоянным при изменении нагрузки в определенных пределах (кривая а на рис. 9.16).

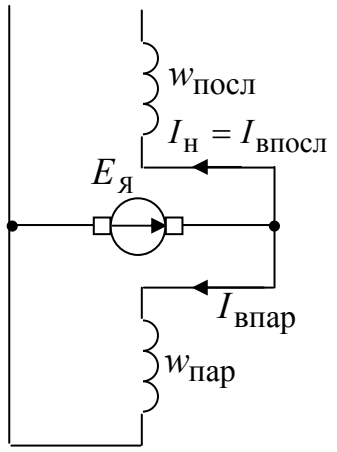


Рис. 9.15

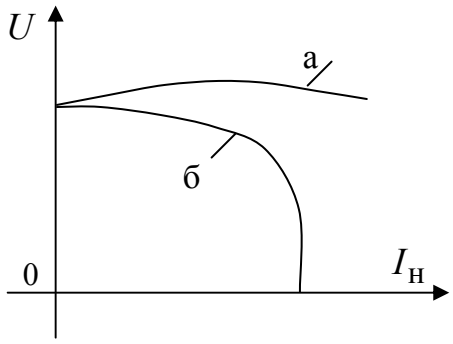


Рис. 9.16

С этой целью последовательную и параллельную обмотки возбуждения включают согласно, и их магнитные потоки складываются. В этом случае ЭДС от магнитного потока последовательной обмотки компенсирует падение напряжения в обмотке якоря и уменьшение ЭДС от снижения $I_в$. При встречном включении обмоток напряжение генератора при нагрузке резко падает (кривая б на рис. 9.16). Такая внешняя характеристика необходима, например, в аппаратах для электродуговой сварки.

В ряде случаев целесообразно питать определенную группу потребителей от нескольких генераторов, которые включаются параллельно и работают на общую сеть. Для совместной работы используются генераторы независимого, параллельного или смешанного возбуждения.

9.9. Пуск двигателя постоянного тока

При пуске двигателя необходимо обеспечить надлежащее значение пускового момента и предотвратить возникновение чрезмерного пускового тока, опасного для двигателя.

Возможны три способа пуска двигателя: 1) прямой, при котором обмотка якоря подключается прямо к сети; 2) реостатный с помощью пускового реостата, который включается последовательно в цепь якоря; 3) при пониженном напряжении, подводимом к якорю.

При прямом пуске в первый момент при $n = 0$ в якоре не наводится противо-ЭДС ($E_я = 0$) и начальный пусковой ток ограничивается только малым внутренним сопротивлением обмотки якоря

$$I_{пуск} = \frac{U_н}{R_я} \approx (10 \div 30) I_н .$$

Такой большой ток вызывает опасное искрение на коллекторе и чрезмерно большой пусковой момент $M_{пуск} = C_M \Phi_{пуск} I_{пуск}$, задающий рывок или удар по валу, отрицательно воздействующий на передачу и рабочий механизм, приводимый во вращение двигателем. Прямой пуск применяется для двигателей малой мощности (до 1 кВт), у которых сопротивление якоря относительно велико, а время разгона мало (меньше 1 с). В этом случае обмотка якоря не успевает нагреться, и толчок момента оказывается сравнительно небольшим.

Наибольшее распространение получил реостатный пуск. Для ограничения пускового тока в цепь якоря двигателя включают пусковой реостат, сопротивление которого выбирают с таким расчетом, чтобы $I_{пуск}$ не превышал $(2 \div 2{,}5) I_н$. По мере увеличения частоты вращения двигателя пусковой реостат выводят. Пусковые реостаты могут быть как с ручным, так и с автоматическим управлением.

В двигателях большой мощности пусковой реостат вызывает значительные потери энергии, особенно при частых пусках. В этом случае можно использовать пуск при пониженном напряжении, подводимом к якорю двигателя от источника с регулируемым напряжением, например, в системах генератор-двигатель.

Среди всех электродвигателей двигатели постоянного тока имеют лучшие пусковые качества. При относительно небольшом пусковом токе $(2 \div 2.5) I_н$ они могут создавать достаточно большой пусковой момент $(2.5 \div 4) M_н$. Это обеспечивает быстрый разгон приводимых ими механизмов.

9.10. Двигатель с параллельным и независимым возбуждением

Схема включения двигателя с параллельным возбуждением показана на рис. 9.17, где $R_{пуск}$ – пусковой, $R_ш, R_{ря}$ – регулировочные реостаты.

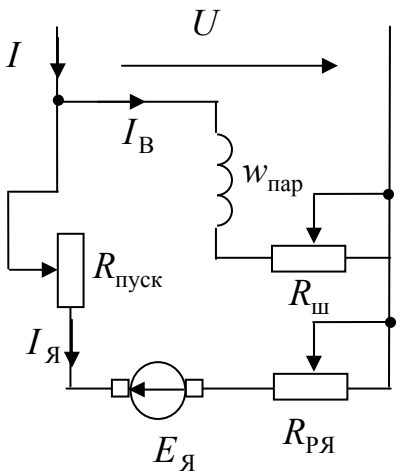


Рис. 9.17

Если обмотку возбуждения (ОВ) такого двигателя подключить через регулировочный реостат к другому источнику постоянного напряжения, то получится двигатель с независимым возбуждением.

Электродвижущая сила пропорциональна магнитному потоку, и при пуске она должна быстро возрастать. Поэтому при пуске ОВ включается на полное напряжение сети при выведенном реостате $R_ш$. Так как $M \equiv \Phi$, то при пуске при наибольшем магнитном потоке Ф вращающий момент достигнет наибольшего значения, что существенно облегчает момент пуска.

Так как $E_я = C_E \cdot \Phi \cdot n$, то, учитывая, что $I_я = \dfrac{U - E_я}{R_я}$ получаем уравнение частоты вращения двигателя с параллельным возбуждением:

$$n = \frac{U - R_я I_я}{C_E \Phi}. \qquad (9.1)$$

Изменение n может происходить за счет изменения нагрузки и магнитного потока. Увеличение тока нагрузки незначительно изменяет падение напряжения $I_я R_я$ из-за малого сопротивления $R_я$. Из-за реакции якоря при увеличении тока нагрузки Ф немного уменьшается, что приводит к незначительному увеличению n. Таким образом, частота вращения двигателя с параллельным возбуждением изменяется очень мало ($3 \div 8\%$).

Если считать $\Phi = const$, то естественная механическая характеристика двигателя с параллельным возбуждением $n(M)$ является жесткой (рис. 9.18).

В установившемся режиме $M_{вр} = M_{торм}$. Если увеличить нагрузку на валу, то сначала равновесие моментов нарушается, и n уменьшается. Но это вызывает уменьшение ЭДС $E_Я$, а, следовательно, и увеличение $I_Я$. Пропорционально $I_Я$ возрастает вращающий момент, и при немного понизившейся n, равновесие моментов восстанавливается.

Как следует из выражения (9.1) частоту вращения можно регулировать тремя способами: 1) реостатным – изменение суммарного сопротивления цепи якоря; 2) полюсным – изменение магнитного потока полюсов; 3) якорным – изменение напряжения, подводимого к якорю.

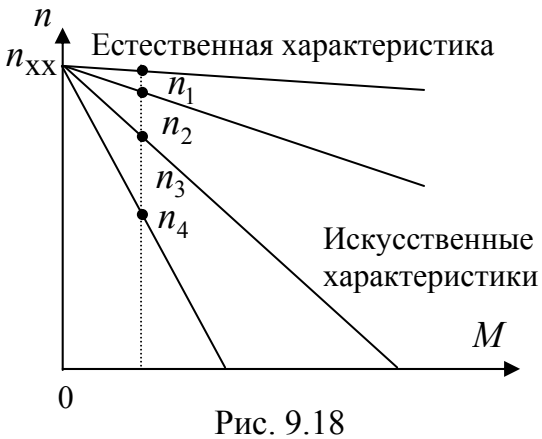


Рис. 9.18

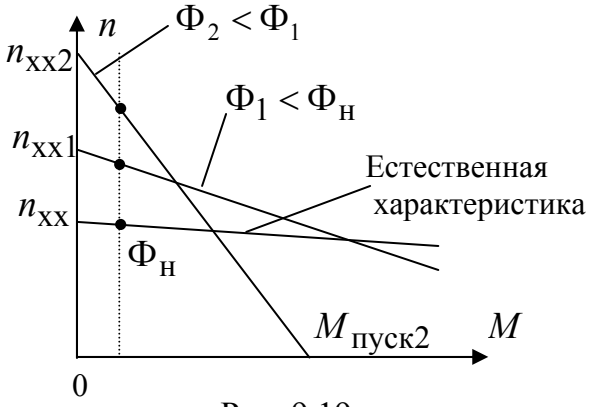


Рис. 9.19

Реостатное регулирование осуществляется введением реостата $R_{\text{ря}}$ в цепь якоря. Изменяя сопротивление этого реостата, можно получить семейство искусственных механических характеристик более мягких, чем естественная. Если при неизменном моменте на валу постепенно увеличивать сопротивление реостата $R_{\text{ря}}$, то точка n, показывающая на рис. 9.18 частоту вращения двигателя, будет перемещаться с одной характеристики на другую (точки $n_1 - n_4$). Следовательно, с помощью реостата $R_{\text{ря}}$ можно только уменьшать частоту вращения двигателя. Такое регулирование неэкономично из-за значительной мощности потерь $R_{\text{ря}} I_{\text{я}}^2$ и применяется лишь для двигателей небольшой мощности.

Полюсное регулирование частоты осуществляется изменением Ф за счет регулирования $I_{\text{в}}$ реостатом $R_{\text{ш}}$. Частота вращения при холостом ходе – $n_{\text{хх}} = \dfrac{U}{C_E \Phi_{\text{пуск}}}$. Механические характеристики двигателя при различных значениях магнитного потока показаны на рис. 9.19. Каждому значению Ф соответствуют свои значения $n_{\text{хх}}$ и пускового момента. Если момент, прикладываемый к валу, меньше номинального, то при уменьшении магнитного потока частота вращения возрастает.

Рассмотрим электромеханический переходный процесс установления нового значения частоты вращения ($\uparrow$ – увеличение величины, $\downarrow$ – уменьшение):

$$I_{\text{в}} \downarrow \Rightarrow \Phi \downarrow \Rightarrow E_{\text{я}} \downarrow \Rightarrow I_{\text{я}} \uparrow \Rightarrow M_{\text{вр}} > M_{\text{торм}} \Rightarrow n \uparrow \Rightarrow E_{\text{я}} \uparrow \Rightarrow M_{\text{вр}}, I_{\text{я}} \downarrow .$$

В результате при равенстве моментов устанавливается повышенное значение частоты вращения.

При нагрузке на валу, большей номинальной полюсное регулирование применять нельзя, так как с уменьшением магнитного потока ток якоря превысит номинальный. Поэтому регулирование можно производить лишь в области, расположенной выше естественной характеристики, что позволяет только повышать частоту вращения.

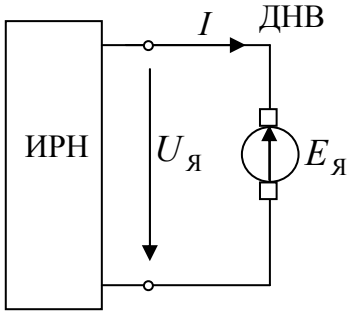


Рис. 9.20

Полюсное регулирование является экономичным, так как из-за относительно малой мощности обмотки возбуждения небольшими оказываются и потери мощности в регулировочном реостате и, следовательно, КПД двигателя практически не уменьшается.

Якорное регулирование частоты вращения безреостатным изменением напряжения на якоре осуществимо только при независимом возбуждении, так как при параллельном возбуждении одновременно изменялся бы и магнитный поток, что привело бы к изменению тока якоря, но не частоты вращения.

От источника регулируемого напряжения (ИРН) на якорь двигателя независимого возбуждения (ДНВ) (рис. 9.20) подается напряжение, которое можно плавно изменять от нуля до номинального и обратно с переменной полярностью. При якорном регулировании двигателя пусковой реостат не нужен, так как пуск начинается с малого напряжения. Механические характеристики двигателя при различных значениях напряжения на якоре и $I_В = const$ представляются параллельными прямыми (рис. 9.21).

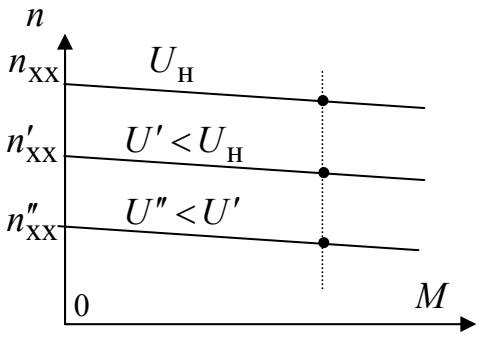


Рис. 9.21

Электромеханический переходный процесс при якорном регулировании происходит следующим образом:

$$U' < U_н \Rightarrow I_я, M_{вр} \downarrow \Rightarrow n \downarrow \Rightarrow E_я \downarrow \Rightarrow I_я, M_{вр} \uparrow .$$

При $M_{вр} = M_{торм}$ частота перестает уменьшаться, и если $M_{торм}$ не изменился, то ток якоря останется прежним.

В качестве ИРН может быть использован генератор независимого возбуждения или управляемый выпрямитель. Такие установки имеют меньшую массу и больший КПД.

9.11. Двигатель с последовательным возбуждением

У двигателя с последовательным возбуждением ток якоря является и током возбуждения $I_я = I_в$ (рис. 9.22, ключ S разомкнут). Благодаря такому соединению главный магнитный поток машины изменяется пропорционально току якоря, пока магнитопровод машины не насыщен. Как и все двигатели постоянного тока, этот двигатель для ограничения пускового тока снабжается пусковым реостатом $R_{пуск}$.

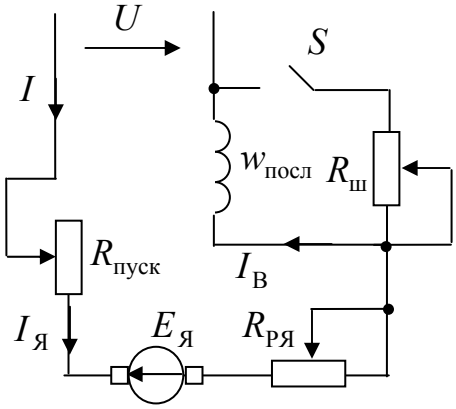


Рис. 9.22

Магнитный поток двигателя с последовательным возбуждением при ненасыщенном магнитопроводе прямо пропорционален МДС его обмотки возбуждения – $I_я w_{посл}$ и обратно пропорционален магнитному сопротивлению машины $R_м$, таким образом $Ф = \dfrac{I_я w_{посл}}{R_М}$. Подставив это выражение в уравнения момента и частоты вращения двигателей постоянного тока, получим уравнение частоты вращения двигателя

$$n = \frac{U - (R_я + R_в) I_я}{C_E w_{посл} I_я / R_м}$$

и уравнение его вращающего момента $M_{вр} = C_M w_{посл} I_я^2 / R_м$.

Последнее уравнение показывает, что вращающий момент двигателя возрастает пропорционально квадрату тока, поэтому начальная часть кривой зависимости момента от тока имеет вид параболы (рис. 9.23). Но при сильном насыщении магнитной цепи поток почти перестает увеличиваться с увеличением $I_в$, и момент в дальнейшем возрастает приблизительно пропорционально току.

Частота вращения двигателя убывает почти обратно пропорционально току, пока не сказывается магнитное насыщение. Механическая характеристика двигателя, показанная на рис. 9.24 (кривая 1), при $I_{в1} = I_я$, называется естественной характеристикой. При увеличении нагрузки на валу двигателя ток возрастает относительно медленно и обратно пропорционально ему уменьшается частота вращения. Например, если пренебречь насыщением магнитной цепи и реакцией якоря, то можно считать, что при увеличении вдвое момента на валу двигателя

ток возрастает лишь до 140% первоначального значения, а частота вращения уменьшается до 70%.

У двигателя с параллельным возбуждением повышение вдвое момента на валу лишь незначительно уменьшит частоту вращения, зато ток двигателя увеличится до 200% первоначального.

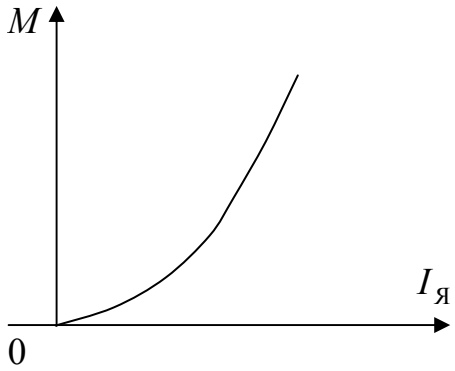


Рис. 9.23

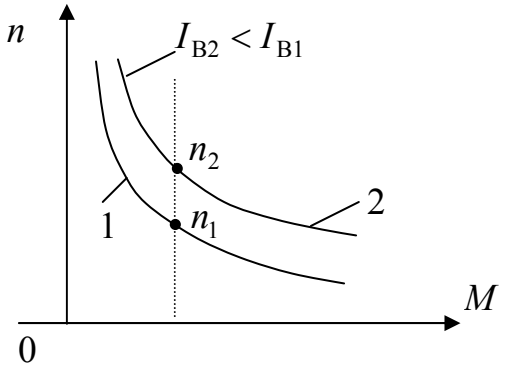


Рис. 9.24

Двигатель с последовательным возбуждением может выдерживать сильные перегрузки при умеренном увеличении тока. Это его ценное свойство. При уменьшении нагрузки на валу двигателя его ток медленно уменьшается, зато быстро повышается частота вращения и при нагрузках, примерно меньших 25% номинальной, частота достигает значений, опасных для механической целостности двигателя, – двигатель «разносит». Поэтому двигатели последовательного возбуждения не следует пускать вхолостую или с малой нагрузкой.

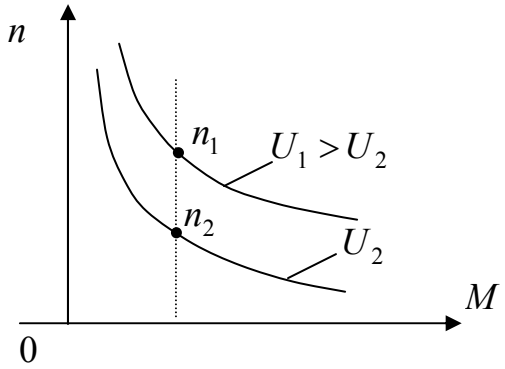


Рис. 9.25

Естественная механическая характеристика двигателя мягкая, так как изменение момента сильно сказывается на частоте вращения двигателя. Регулирование частоты вращения двигателей последовательного возбуждения производится также тремя способами.

Реостатное регулирование в цепи рабочего тока реостатом $R_{РЯ}$ дает снижение частоты вращения. Оно является не экономичным, как и в двигателе параллельного возбуждения.

Полюсное регулирование осуществляется шунтированием обмотки возбуждения реостатом $R_ш$ (см. рис. 9.22, ключ S замкнут). При шунтировании обмотки возбуждения уменьшается магнитный поток и возрастает частота вращения. Одновременно увеличивается ток двигателя.

На рис. 9.24 кривая 2 – искусственная механическая характеристика, которая получается при шунтировании обмотки возбуждения двигателя резистором с постоянным сопротивлением $R_ш$.

Возможно регулирование двигателя путем изменения напряжения на якоре (рис. 9.25). Такое регулирование позволяет изменять частоту вращения вниз от номинального значения с сохранением высокого КПД.

Высокая перегрузочная способность и мягкая характеристика двигателя с последовательным возбуждением особенно ценны для электрической тяги (трамвай, метрополитен, электрические железные дороги и т.д.). Для их энергоснабжения строятся преобразовательные подстанции, выпрямляющие переменный ток. На некоторых электрических железных дорогах преобразование переменного тока в постоянный осуществляется на самом электровозе, обычно посредством тиристоров.

Эти двигатели подходят также для работы в качестве крановых двигателей там, где имеются источники постоянного тока.

9.12. Двигатель со смешанным возбуждением

Двигатель с параллельным возбуждением имеет жесткую механическую характеристику, а двигатель с последовательным возбуждением – мягкую характеристику. В ряде случаев желательна некоторая промежуточная форма характеристики.

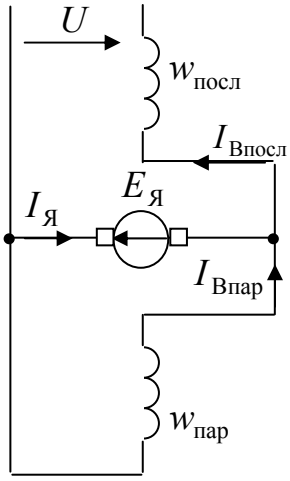


Рис. 9.26

Простейший способ получения такой характеристики – применение смешанного возбуждения. В двигателях смешанного возбуждения магнитный поток создается действием двух обмоток возбуждения – параллельной и последовательной (рис. 9.26). Обычно обмотки возбуждения включают согласно. Магнитный поток двигателя смешанного возбуждения за счет последовательной обмотки будет увеличиваться с ростом тока якоря. Увеличение магнитного потока будет тем больше, чем больше число витков последовательной обмотки. Поэтому двигатель смешанного возбуждения имеет бо-

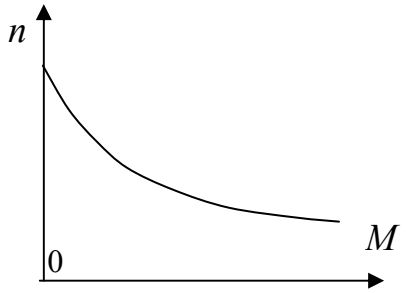


Рис. 9.27

лее мягкую механическую характеристику по сравнению с двигателем параллельного возбуждения, но более жесткую по сравнению с двигателем последовательного возбуждения.

В двигателе с последовательно-параллельным возбуждением преобладает последовательное возбуждение, но благодаря наличию параллельной обмотки нарастание частоты вращения двигателя при уменьшении нагрузки на валу ограничено (рис. 9.27).

В двигателе с параллельно-последовательным возбуждением преобладает параллельное возбуждение. Наличие дополнительной последовательной обмотки стабилизирует основной магнитный поток двигателя и немного смягчает его жесткую механическую характеристику.

9.13. Потери энергии и КПД машин постоянного тока

Энергетическая диаграмма двигателя постоянного тока показана на рис. 9.28. Мощность P_1 энергии, подводимой из сети, делится между цепью якоря $P_я$ (большая часть) и цепью возбуждения $P_в = UI_в$ (несколько процентов). Небольшую часть мощности цепи якоря составляет мощность потерь на нагревание обмотки, остальную часть – механическая мощность $P_{мех}$. Чтобы определить полезную мощность P_2 на валу двигателя, нужно отнять от механической мощности мощность потерь в стали $P_{ст}$ (из-за гистерезиса и вихревых токов) и мощность механических потерь на трение $P_{м.п.}$ в подшипниках, щеток на коллекторе и о воздух.

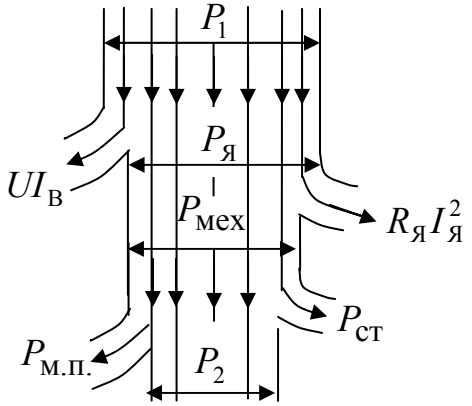


Рис. 9.28

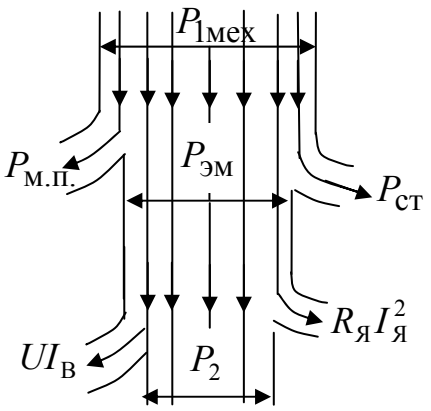


Рис. 9.29

Диаграмма преобразования энергии в генераторе постоянного тока приведена на рис. 9.29. К генератору подводится механическая мощность $P_{1мех}$. Часть этой мощности расходуется на механические потери $P_{м.п.}$ и магнитные потери $P_{ст}$, а остальная часть преобразуется в элек-

трическую мощность, которая называется электромагнитной мощностью $P_{эм}$. Полезная электрическая мощность генератора P_2 меньше электромагнитной мощности на значение электрических потерь в обмотках якоря $R_я I_я^2$ и возбуждения $UI_в$.

9.14. Способы электрического торможения двигателей постоянного тока

Двигатели постоянного тока параллельного возбуждения

В двигателях параллельного возбуждения различают три способа электрического торможения: генераторное рекуперативное, генераторное динамическое, торможение противовключением (рис. 9.30).

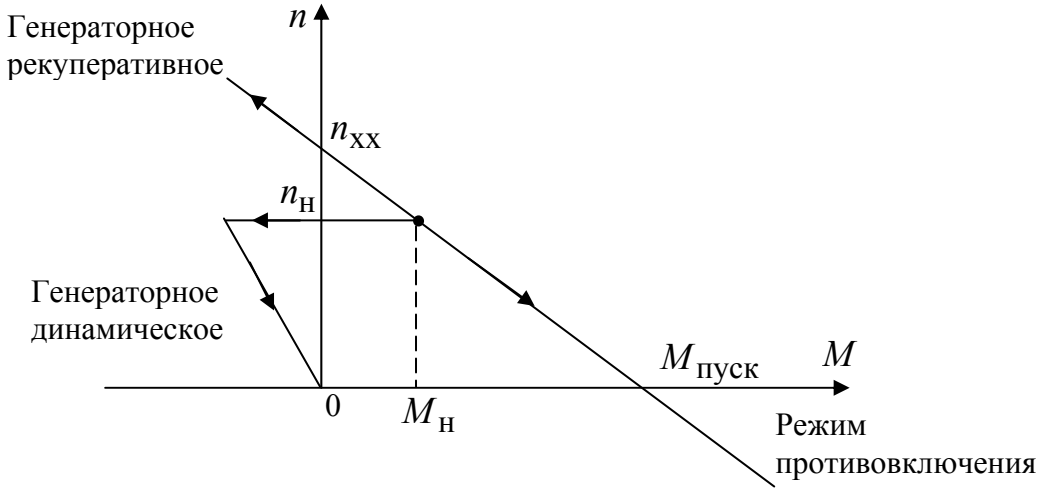


Рис. 9.30

Генераторное рекуперативное торможение возникает в том случае, когда на вал двигателя прикладывается активный момент нагрузки, превышающий момент, развиваемый двигателем и направленный в сторону вращения двигателя. В этом случае ротор двигателя разгоняется до скорости, превышающей скорость холостого хода, и машина переходит в генераторный режим. При этом ток якоря меняет знак на противоположный, и прикладываемая механическая энергия, преобразуясь в машине в электрическую, отдается в сеть.

При генераторном динамическом торможении обмотка якоря отключается от сети и подключается на сопротивление торможения $R_т$. Двигатель переходит в режим генератора параллельного возбуждения. Механическая энергия, запасенная во вращающихся массах машины, преобразуясь в электрическую, выделяется в виде тепловых потерь на сопротивлении торможения.

При торможении противовключением изменяется полярность тока либо в обмотке возбуждения, либо в обмотке якоря. При этом момент двигателя меняет знак на противоположный. Двигатель начинает тормозиться, и, при достижении скорости вращения нуля, он отключается от сети.

Двигатели постоянного тока последовательного возбуждения

Так как в таких двигателях скорость холостого хода не определена, используются только два способа электрического торможения: генераторное динамическое и торможение противовключением.

10. Синхронные машины

10.1. Общие сведения

Синхронной называется электрическая машина, частота вращения которой связана постоянным отношением с частотой сети переменного тока, в которую эта машина включена.

Как все электрические машины, синхронные машины обратимы: они могут работать в режимах генератора и двигателя. В настоящее время основными источниками электроэнергии остаются синхронные генераторы на тепловых, атомных и гидроэлектростанциях (ТЭС, АЭС, ГЭС).

Трехфазные синхронные генераторы – самые мощные электрические машины. Единичная мощность синхронных генераторов, устанавливаемых на ГЭС, достигла 640 МВт, а на ТЭС – $800 \div 1200$ МВт.

Синхронные двигатели также являются самыми мощными среди всех электродвигателей. Так, единичная мощность синхронных двигателей для крупных насосов, компрессоров достигает нескольких десятков мегаВатт.

Особенностью синхронной машины, работающей в энергосистеме, является возможность регулирования ее коэффициента мощности по значению и характеру. Для улучшения коэффициента мощности крупных электроустановок на электрических подстанциях устанавливают специальные синхронные двигатели, работающие в режиме холостого хода с опережающим по фазе током. Их называют компенсаторами реактивной мощности. Мощность крупных синхронных компенсаторов составляет 50, 100, 160 МВт.

Также выпускаются синхронные генераторы и двигатели значительно меньших номинальных мощностей. Синхронные генераторы мощностью до десятков или сотен киловатт используют как автономные источники питания с приводом от двигателей внутреннего сгорания.

Синхронные двигатели мощностью выше 100 кВт имеют определенные преимущества перед асинхронными, хотя они сложнее в эксплуатации и дороже, чем асинхронные.

10.2. Устройство синхронной машины

Основными частями синхронной машины являются статор и ротор, причем статор не отличается от статора асинхронной машины. Сердечник статора собран из изолированных друг от друга пластин электротехнической стали и укреплен внутри массивного корпуса. В пазах с внутренней стороны статора размещена обмотка переменного тока, в большинстве случаев трехфазная.

Ротор синхронной машины представляет электромагнит – явнополюсный (рис. 10.1, где 1 – полюс; 2 – полюсной наконечник; 3 – обмотка возбуждения) или неявнополюсный (рис. 10.2, где 1 – полюс; 2 – обмотка возбуждения). Ток в обмотку ротора поступает через контактные кольца и щетки от внешнего источника постоянного тока – возбудителя.

У многополюсной синхронной машины ротор имеет p пар полюсов, а токи в обмотке статора образуют тоже p пар полюсов вращающегося магнитного поля (как у асинхронной машины). Ротор должен вращаться с частотой вращения поля, следовательно, его синхронная частота вращения

$$n = \frac{60f}{p}.$$

Неявнополюсные роторы применяются в синхронных машинах большой мощности, имеющих одну или две пары полюсов и соответственно частоту вращения $n = 3000$ или 1500 об/мин. Изготовление синхронных машин большой мощности с такими частотами вращения при явнополюсной конструкции ротора невозможно по условиям механической прочности ротора. Неявнополюсные роторы имеют синхронные генераторы, предназначенные для непосредственного соединения с паровыми и газовыми турбинами на ТЭС и АЭС. Такие машины называют турбогенераторами. Неявнополюсной ротор изготавливается из массивной стальной поковки – “бочки”. Обмотка постоянного тока укрепляется в пазах, выфрезированных в роторе по всей его длине (рис. 10.2). Мощность таких генераторов доходит до 500 000 кВА в одной машине. По условиям механической прочности диаметр ротора при $n = 3000$ об/мин не должен превышать 1.2 – 1.3 м, а активная длина ротора должна быть не более 6.5 м.

Явнополюсные роторы применяются в синхронных машинах с большим числом полюсов и, соответственно, относительно низкой частотой вращения. Такие роторы имеют синхронные генераторы, предназначенные для непосредственного соединения с гидравлическими турбинами на ГЭС. Такие генераторы называют гидрогенераторами. Гидравлическая турбина вращается относительно медленно, поэтому частота вращения гидрогенераторов от 60 до нескольких сотен оборотов в минуту, чему соответствует несколько десятков пар полюсов. Вследствие относительно малых частот вращения генераторы к гидравлическим турбинам имеют значительно большую массу на единицу мощности (свыше 8 кг/кВА), чем генераторы к паровым турбинам (менее 2.5 кг/кВА). Самые мощные гидрогенераторы имеют диаметр ротора около 12 м при относительно небольшой длине – 2.5 м, число полюсов – 42 и частоту вращения 143 об/мин.

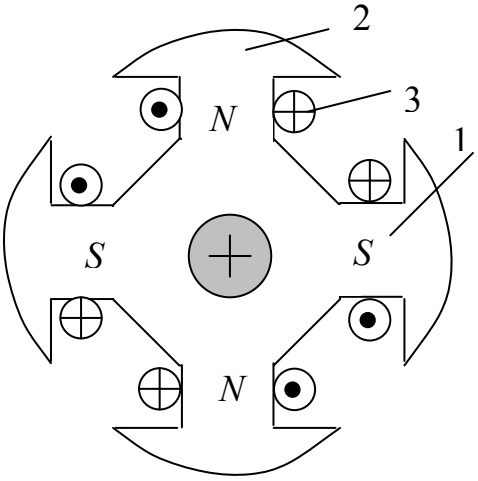


Рис. 10.1

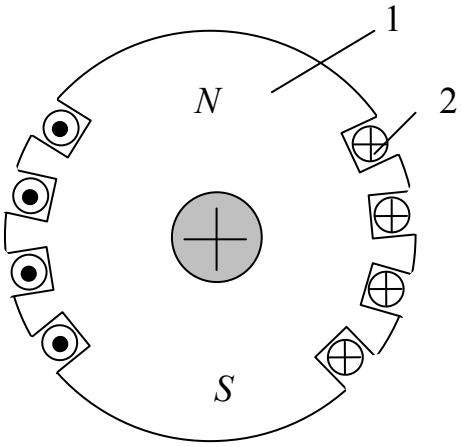


Рис. 10.2

Источниками постоянного напряжения для обмоток возбуждения являются специальные устройства, называемые возбудителями. Простейшим возбудителем является самовозбуждающийся генератор постоянного тока, установленный на валу синхронного генератора. Его мощность составляет $1 \div 3\%$ мощности синхронного генератора. С увеличением единичной мощности синхронного генератора возбудитель с коллектором стал ненадежным (истираются щетки, возрастает опасность искрения на коллекторе), поэтому в последнее время все большее применение находят вентильные системы возбуждения с диодами и тиристорами.

10.3. Режимы работы синхронной машины

Режим работы синхронной машины определяется взаимодействием магнитных полей, создаваемых токами в обмотках статора и ротора. Синхронная машина переходит от режима генератора к режиму двигателя в зависимости от того, действует ли на ее вал вращающий (генератор) или тормозной (двигатель) момент.

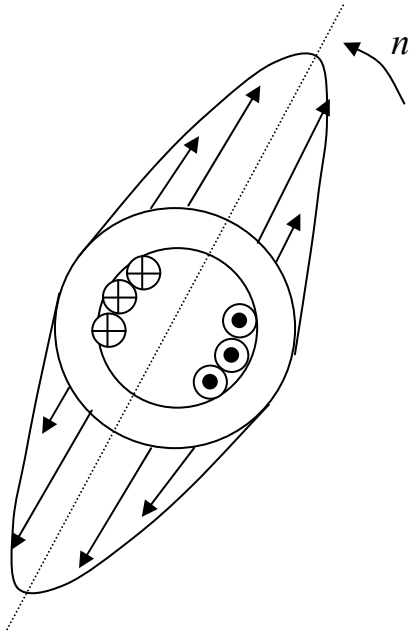


Рис. 10.3

Рассмотрим режимы работы двухполюсной машины. На обмотку статора подается симметричная система токов и в машине создается вращающееся магнитное поле. В обмотке возбуждения протекают постоянные токи. Если пренебречь всеми видами потерь энергии в синхронной машине, то при отсутствии момента на валу (режим холостого хода), ось полюсов ротора будет совпадать с осью полюсов статора (рис. 10.3).

Для того чтобы заставить синхронную машину, включенную в сеть, работать в режиме ***генератора***, отдавая энергию, необходимо увеличить вращающий механический момент $M_{\text{вр}}$, приложенный первичным двигателем к валу машины. Тогда под действием возросшего вращающего момента ось магнитных полюсов ротора повернется на некоторый угол θ относительно оси полюсов статора в направлении вращения (см. рис. 10.4). Так как при этом результирующее магнитное поле, создаваемое наложением магнитных полей статора и ротора, изменится, то ток в обмотках статора также изменится. Взаимодействие этого тока с магнитным полем ротора создает тормозной момент $M_{\text{т}}$, действующий на ротор. Это и означает преобразование энергии механического движения первичного двигателя в электрическую энергию генератора.

Если приложить к валу машины вместо вращающего тормозной момент механической нагрузки, то ось полюсов ротора повернется на некоторый угол θ (угол нагрузки) относительно оси полюсов статора против направления вращения (рис. 10.5). Вновь изменятся токи в обмотках статора и возникнут электромагнитные силы взаимодействия токов обмоток статора и магнитного поля ротора, но на этот раз эти силы будут стремиться увлечь ротор в направлении вращения. Электро-

магнитные силы создадут теперь вращающий момент. Электрическая энергия сети будет преобразовываться в механическую энергию на валу машины, т.е. синхронная машина перейдет в режим ***двигателя***.

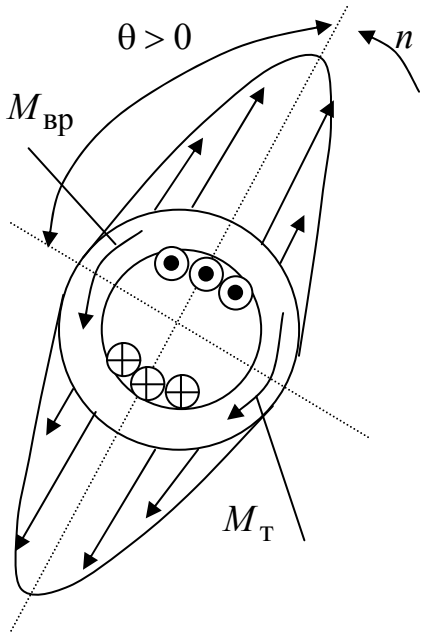


Рис. 10.4

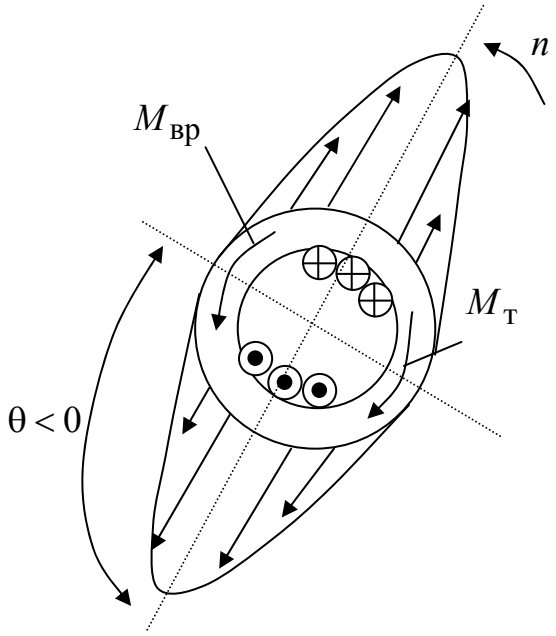


Рис. 10.5

Синхронная машина работает в режиме генератора или двигателя в зависимости от механического воздействия на вал машины, причем электромагнитные силы играют роль упругой связи между ротором и статором.

10.4. Уравнение электрического состояния, векторная диаграмма и схема замещения фазы синхронного генератора

В синхронной машине существует магнитное поле возбуждения и магнитное поле токов статора (полем рассеяния статорной обмотки пренебрегаем). Каждое из этих полей индуцирует во всех трех фазах обмотки статора ЭДС. Для качественного рассмотрения процессов в синхронной машине примем, что ее магнитная цепь не насыщена. Это дает возможность считать магнитные поля независимыми и использовать принцип наложения.

Ток возбуждения (ток в обмотке ротора) создает основное магнитное поле. Синусоидально изменяющееся потокосцепление $\psi_0(t)$ основного магнитного поля индуцирует в фазной обмотке статора ЭДС $e_0(t)$, действующее значение которой

$$E_0 = 4.44 f \psi_{0m}.$$

Зависимость амплитуды потокосцепления от тока возбуждения ротора $I_р$ представлена на рис. 10.6 и повторяет кривую намагничивания $B(H)$ магнитной системы синхронной машины. Важной характеристикой синхронной машины является ***характеристика холостого хода,*** которая представляет собой зависимость ЭДС E_0 от тока возбуждения $I_р$. Она аналогична кривой намагничивания (рис. 10.6), так как ЭДС пропорциональна потокосцеплению. Характеристика холостого хода может быть получена опытным путем в режиме холостого хода машины и позволяет оценить насыщение магнитной цепи машины.

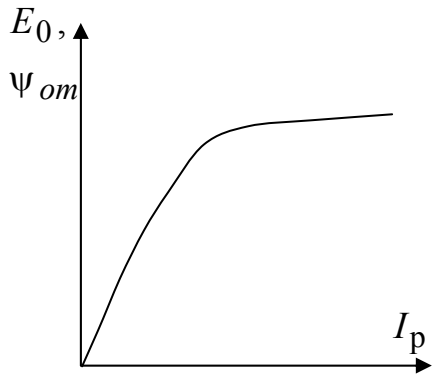


Рис. 10.6

Токи обмотки статора создают вращающееся магнитное поле. Изменяющееся потокосцепление этого поля $\psi_a(t)$ наводит в фазе обмотки статора ЭДС $e_a(t)$.

Результирующая ЭДС статорной обмотки

$$e_{рез} = e_0 + e_a \qquad (10.1)$$

или в комплексной форме $\dot{E}_{рез} = \dot{E}_0 + \dot{E}_a$. (10.2)

Эта ЭДС определяется результирующим потокосцеплением $\dot{\psi}_{рез} = \dot{\psi}_0 + \dot{\psi}_a$, которое создано магнитными полями токов статора и ротора. Уравнения (10.1) и (10.2) использованы при построении векторной диаграммы рис. 10.7. Вектор $\dot{\psi}_0$ опережает $\dot{E}_0$ на 90°. Вектор тока статора $\dot{I}$ имеет направление, соответствующее активно-индуктивной нагрузке. Потокосцепление $\dot{\psi}_a$, создаваемое током $\dot{I}$, совпадает с ним по фазе. Вектор ЭДС $\dot{E}_a$ отстает от $\dot{\psi}_a$ на 90°. Результирующие векторы $\dot{\psi}_{рез}$ и $\dot{E}_{рез}$ определяются геометрическим сложением векторов. Направление вектора $\dot{\psi}_0$ относительно $\dot{\psi}_{рез}$ характеризует пространственное смещение осей магнитного поля ротора и результирующего магнитного поля. Поэтому угол между этими векторами соответствует углу рассогласования θ. Из построения следует, что сдвиг между векторами $\dot{E}_0$ и $\dot{E}_{рез}$ также соответствует углу θ.

Согласно второму закону Кирхгофа сумма индуцируемых в фазе обмотки статора ЭДС равна напряжению фазы обмотки статора плюс падение напряжения в активном сопротивлении этой обмотки

$$\dot{E}_0 + \dot{E}_a = U + \dot{I}R .$$

Заменим ЭДС $\dot{E}_a$ падением напряжения на индуктивном сопротивлении X обмотки $\dot{E}_a = -jx\dot{I}$. Величина x называется ***синхронным индуктивным сопротивлением.***

В синхронных машинах обычно $R << x$. Пренебрегая падением напряжения в активном сопротивлении обмотки, получим упрощенное уравнение электрического состояния фазы синхронного генератора

$$\dot{E}_0 = U + jx\dot{I} . \qquad (10.3)$$

Из этого уравнения следует, что ***синхронный генератор – это источник ЭДС*** $\dot{E}_0$, ***внутреннее сопротивление которого имеет индуктивный характер.***

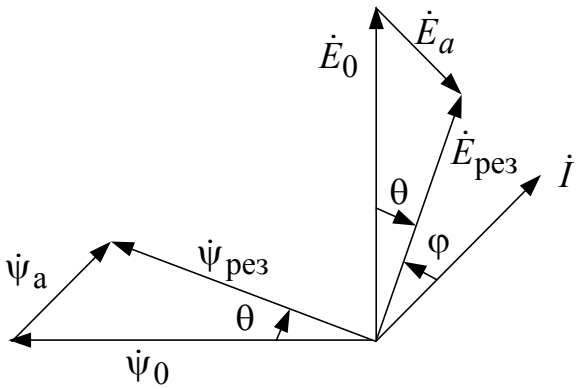


Рис. 10.7

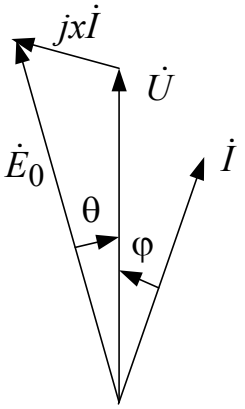


Рис. 10.8

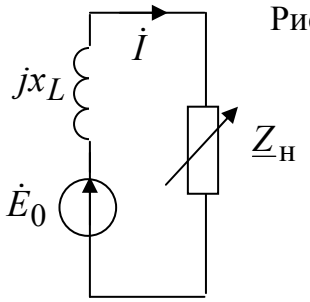


Рис. 10.9

Уравнению (10.3) соответствует упрощенная векторная диаграмма для активно-индуктивной нагрузки (рис. 10.8) и схема замещения фазы обмотки статора (рис. 10.9). При построении диаграммы считаем заданными векторы напряжения и тока, а также характер нагрузки. Из векторной диаграммы следует, что в режиме генератора вектор ЭДС $\dot{E}_0$ опережает вектор напряжения $\dot{U}$ на угол θ.

10.5. Синхронизация и включение генератора на параллельную работу в мощной энергосистеме

Рассмотрим эксплуатационные свойства отдельного синхронного генератора, работающего параллельно с множеством других генераторов на общую сеть с разнообразными потребителями электроэнергии.

Энергосистема представляет множество электростанций и потребителей, объединенных общей электрической сетью. В энергосистеме

имеются специальные службы, которые заботятся о поддержании постоянства частоты и напряжения в сети. Диспетчер системы имеет суточно-почасовой график мощностей всех потребителей. Энергосистемы укрупняются, так как это делает их более экономичными и гибкими.

Для рассмотрения работы отдельного СГ в энергосистеме нужно заменить множество параллельно включенных генераторов системы одним эквивалентным генератором, внутреннее сопротивление которого очень мало, а мощность – велика. Эквивалентный потребитель изображается переменным активно–реактивным сопротивлением.

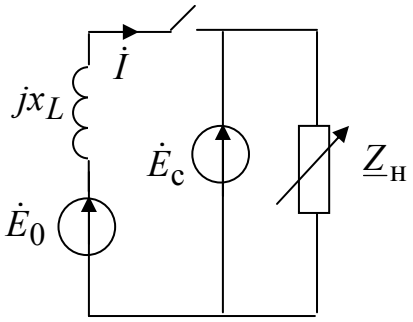


Рис. 10.10

Анализ работы отдельного генератора в мощной энергосистеме будем вести, используя схему замещения на рис. 10.10. При этом будем полагать, что изменение рабочих режимов синхронного генератора не может влиять на напряжение и частоту сети, так как они поддерживаются в сети постоянными.

При включении генератора на параллельную работу с другими генераторами необходимо избегать бросков тока в статорной цепи и возникновения ударных электромагнитных моментов на валу, способных вызвать повреждение генератора и другого оборудования, а также нарушить работу энергосистемы. Чтобы этого не происходило необходимо определенным образом отрегулировать режим работы генератора на холостом ходу и в определенный момент времени включить генератор в сеть. Совокупность этих действий называется ***синхронизацией генератора.***

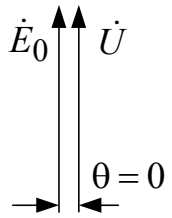


Рис.10.11

Чтобы синхронизировать генератор с сетью, необходимо обеспечить:

1. Равенство ЭДС E_0 генератора и напряжения сети U.
2. Равенство частот напряжений генератора $f_г$ и сети $f_с$.
3. Совпадение по фазе напряжений генератора и сети.
4. Одинаковый порядок чередования фаз генератора и сети.

Выполнения этих условий на электрических станциях добиваются с помощью автоматических систем регулирования.

При точном выполнении условий синхронизации после включения генератора в сеть он остается в режиме холостого хода ($I = 0$). Векторная диаграмма для этого режима приведена на рис. 10.11.

10.6. Угловые характеристики синхронного генератора

Рассмотрим особенности работы синхронного генератора параллельно с сетью бесконечной мощности ($U_c = const$, $f_c = const$).

Активная мощность синхронного генератора определяется соотношением

$$P = 3UI\cos\varphi. \qquad (10.4)$$

Электромагнитная мощность $P_{эм}$ больше полезной активной мощности на относительно малую мощность электрических потерь в обмотке статора. Пренебрегая этими потерями, получим

$$P \approx P_{эм} = 3E_0 I\cos\psi. \qquad (10.5)$$

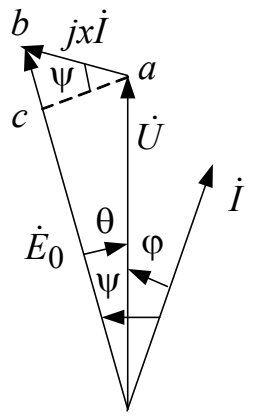


Рис. 10.12

Выразим активную мощность через угол рассогласования θ. Для этого обратимся к векторной диаграмме синхронного генератора, работающего с активно-индуктивной нагрузкой (рис. 10.12). Обозначим точками *a* и *b* концы векторов, а точкой *c* пересечение перпендикуляра, опущенного из точки *a* на вектор E_0. Угол *bac* равен углу ψ, а

$$\cos\psi = \frac{ac}{ab} = \frac{U\sin\theta}{xI}.$$

Подставив в (10.5) это выражение, получим

$$P = \frac{3E_0U}{x}\sin\theta = P_{max}\sin\theta, \qquad (10.6)$$

где $P_{max} = \dfrac{3E_0U}{x}$.

Электромагнитный момент, создаваемый синхронной машиной

$$M_{эм} = \frac{P}{\Omega_1} = \frac{3E_0U}{x\Omega_1}\sin\theta = M_{max}\sin\theta, \qquad (10.7)$$

где $\Omega_1 = 2\pi n/60$ – угловая скорость магнитного поля статора,

$$M_{max} = \frac{3E_0U}{x\Omega_1}.$$

Так как угловая частота постоянна, то момент пропорционален активной мощности. Зависимости (10.6) и (10.7) представляют собой аналитическое выражение ***угловой характеристики*** синхронной машины (рис. 10.13).

Активная мощность и электромагнитный момент пропорциональны ЭДС и синусу угла рассогласования θ, так как остальные параметры, входящие в формулы практически постоянны.

Амплитуду электромагнитного момента $M_{\max}$ можно регулировать, так как она пропорциональна ЭДС E_0, зависящей от тока ротора.

Покажем на угловой характеристике (рис. 10.13) значение вращающего момента $M_{\text{вр}}$ приводного двигателя в виде горизонтальной пунктирной линии (момент турбины не зависит от θ). В точке пересечения этой прямой с угловой характеристикой (при угле θ_1) $M_{\text{вр}} = M_{\text{эм}}$ и механическая мощность турбины равна электромагнитной (активной) мощности генератора. При том же вращающем моменте турбины, но меньшем токе ротора угол рассогласования будет больше ($\theta_2 > \theta_1$). Чем больше момент турбины, тем больше активная мощность, отдаваемая генератором в сеть. Мощность максимальна при $\theta = 90^\circ$.

Таким образом, ***активная мощность генератора на электростанции регулируется моментом турбины или другого первичного двигателя и не зависит от сопротивления электрических приемников в сети.*** Диспетчер электростанции имеет суточно-почасовой график нагрузки всех потребителей, где указана требуемая активная и реактивная мощность. По указанию диспетчера синхронные генераторы включаются, нагружаются (или разгружаются и отключаются) так, чтобы в любой момент времени обеспечивалась требуемая мощность электроэнергии.

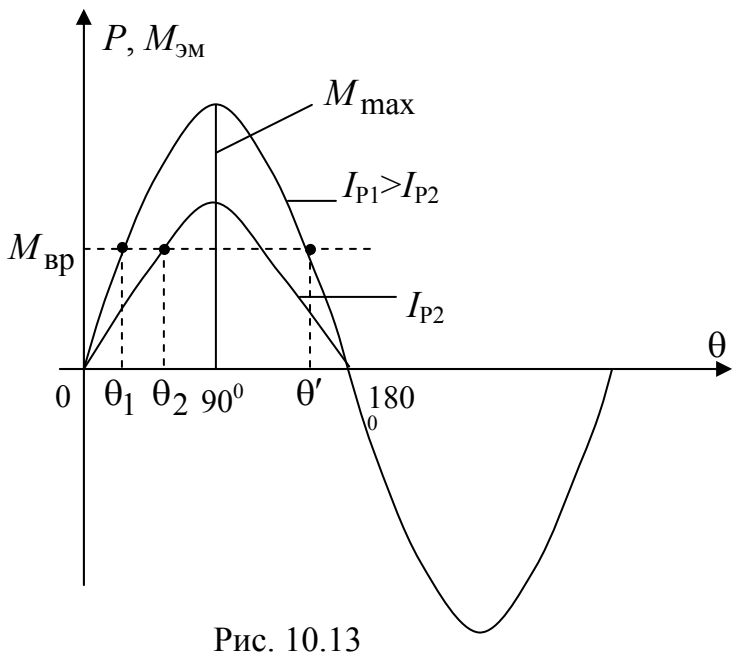


Рис. 10.13

Синхронизм генератора существует, пока вращающий момент турбины уравновешивается электромагнитным моментом сопротивления генератора.

При $0 \le \theta < 90^\circ$ (восходящий участок) генератор сохраняет синхронизм с сетью, т.е. имеет синхронную частоту вращения и работает устойчиво. Например, при увеличении вращающего момента турбины будет увеличиваться угол θ и, следовательно, электромагнитный момент сопротивления генератора $M_{\text{эм}}$ пока не наступит новое равновесие $M_{\text{вр}} = M_{\text{эм}}$. При этом увеличатся ток статора *I*, активная мощность *P*, но частота вращения ротора останется постоянной.

При $\theta = 90^\circ$ электромагнитный момент генератора максимален и при дальнейшем увеличении $M_{\text{вр}}$ генератор не может создать равного момента сопротивления ($M_{\max} < M_{\text{вр}}$). Полюсы ротора «отрываются» от полюсов магнитного поля статора, частота вращения возрастает сверх синхронной и ротор «выпадает» из синхронизма. Это может возникнуть при постоянном вращающем моменте и уменьшении тока ротора (и ЭДС E_0) или снижении напряжения на зажимах генератора (при коротком замыкании в сети).

Амплитудное значение электромагнитного момента (или мощности) называют пределом статической устойчивости синхронной машины в синхронизме.

Для обеспечения динамической устойчивости допускается работа синхронной машины при угле рассогласования, не превышающем 30° при номинальной мощности.

При углах $90^\circ < \theta < 180^\circ$ работа синхронного генератора неустойчива. В этих условиях вращающий момент турбины $M_{\text{вр}}$ превышает максимальный тормозной электромагнитный момент генератора $M_{\text{эм}}$. Избыток вращающего момента ($M_{\text{вр}} > M_{\text{эм}}$) создает дальнейшее ускорение ротора, что обуславливает дальнейшее возрастание угла рассогласования и новое уменьшение тормозного момента и т.д., пока генератор не выпадает из синхронизма.

«Выпадению» из синхронизма предшествует неустойчивое состояние: неравномерное возрастание угла рассогласования θ до 90°, 180°, 360° и т.д., т.е. «проворачивание» ротора относительно магнитного поля токов статора и чередование режимов генератор-двигатель-генератор, броски тока статора достигают значений, соответствующих при $\theta = 180^\circ$ двойному току короткого замыкания: $I = \dfrac{2U}{x}$. Это состояние является аварийным.

Из него есть два выхода: отключить генератор от сети или стремиться удержать его в синхронизме, резко увеличивая ток возбуждения ротора. При этом усиливается магнитное поле и возрастает максимальный электромагнитный момент генератора.

Аварийное отключение мощного генератора может привести либо к отключению ряда потребителей соответствующей мощности, что связано с экономическим ущербом, либо перевода нагрузки на оставшиеся генераторы. В этом случае требуется определенное время для увеличения вращающих моментов турбин (увеличение расхода топлива, воды, пара).

10.7. Регулирование реактивной мощности синхронного генератора, U-образные характеристики

Рассмотрим влияние тока возбуждения на работу включенного в сеть синхронного генератора при постоянном вращающем моменте первичного двигателя. Построим три векторные диаграммы генератора для различных токов возбуждения, совместив их на одном рисунке (рис. 10.14). Первую диаграмму построим для случая, когда $E_{0(1)} > U$. Ток статора при этом $\dot{I}_{(1)}$ отстает от $\dot{U}$ на угол φ_1.

Вторую диаграмму построим для такого тока возбуждения, когда ток статора имеет только активную составляющую I_a. Так как по условию $M_{\text{вр}} = M_{\text{эм}} = const$ и $U = const$, то на основании формул (10.7) и (10.4) $E_0 \sin\theta = const$, $I\cos\varphi = I_a = const$.

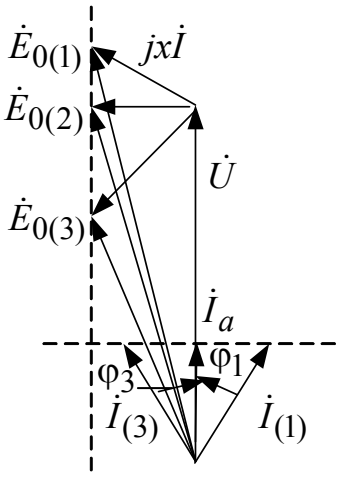


Рис. 10.14

Это означает, что векторы $\dot{E}_0$ и $\dot{I}$ имеют годографы – прямые, показанные пунктирными линиями на рис. 10.14. Поэтому на второй диаграмме $E_{0(2)} < E_{0(1)}$, а ток статора $\dot{I}_a$ – минимальный. Наконец, легко построить диаграмму для малого тока возбуждения, когда $E_{0(3)} < U$. Из диаграммы видно, что при малом токе возбуждения ток статора $\dot{I}_{(3)}$ генератора опережает напряжение $\dot{U}$ на угол φ_3.

На угловых характеристиках рис. 10.15 отмечены точки 1, 2, 3, соответствующие векторным диаграммам рис. 10.14.

Таким образом, ***изменение тока возбуждения ротора синхронного генератора приводит к изменению характера реактивной мощности: при большом токе ротора (при перевозбуждении) реактивная мощность имеет индуктивный характер, при недовозбуждении – емкостной характер.***

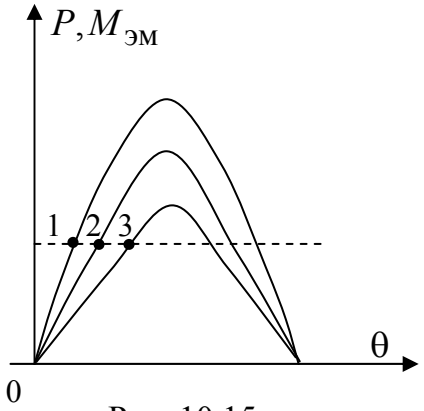


Рис. 10.15

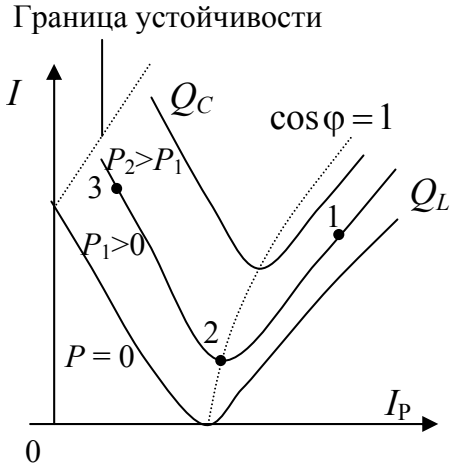


Рис. 10.16

Зависимость тока статора I от тока возбуждения ротора $I_р$ при постоянной активной мощности P представляется U-образными характеристиками, показывающими возможность регулирования реактивной мощности (рис. 10.16). Минимумы кривых соответствуют чисто активным токам статора ($\cos\varphi = 1$).

Левее пунктирной кривой, соответствующей $\cos\varphi = 1$ (см. рис. 10.16), ток имеет емкостную реактивную составляющую, правее – индуктивную реактивную составляющую. В левой части графика U-образные кривые не доходят до оси ординат, кроме нижней кривой при $P = 0$. Это означает, что при малом токе возбуждения мала амплитуда электромагнитного момента и, при увеличении активной мощности (или момента турбины), может произойти выпадение генератора из синхронизма. При больших значениях тока ротора начинается насыщение магнитной цепи машины, в результате чего нарушается линейная зависимость ЭДС E_0 от тока ротора (см. рис. 10.6). Поэтому правые ветви U-образных характеристик становятся более пологими. На рис. 10.16 отмечены точки 1, 2, 3 угловых характеристик, показанных на рис. 10.15.

Влияние тока возбуждения на реактивную мощность синхронного генератора, работающего в сети, можно пояснить еще и таким образом. При постоянном напряжении сети интенсивность результирующего магнитного поля и потокосцепления должны оставаться неизменными. Поэтому увеличение или уменьшение интенсивности магнитного поля

полюсов ротора вызывает такое изменение расположения оси магнитного поля статора относительно ротора, при котором сохраняется результирующее потокосцепление машины: магнитное поле токов статора размагничивает или подмагничивает ротор, что изменяет характер реактивной мощности генератора. Нормально синхронный генератор работает с перевозбуждением.

10.8. Работа синхронного генератора в автономном режиме

Для обеспечения электроэнергией различных потребителей в местах, удаленных от мощной электрической сети, используется автономно работающий синхронный генератор (обычно приводится во вращение двигателем внутреннего сгорания).

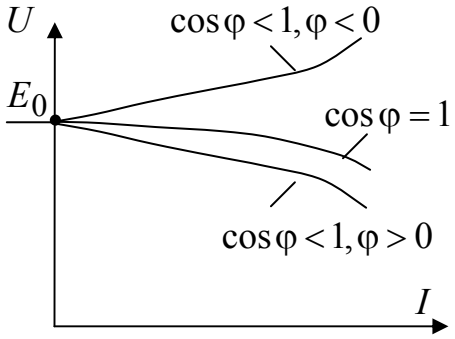


Рис. 10.17

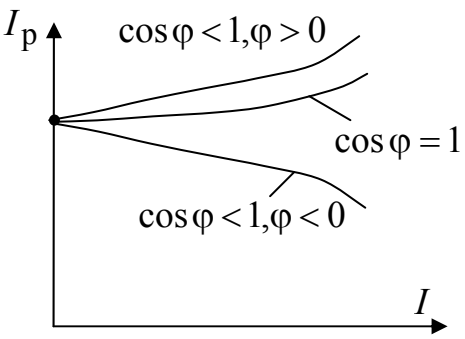


Рис. 10.18

Работа генератора в мощной энергосистеме характеризуется постоянством напряжения на зажимах машины и частоты этого напряжения. При работе генератора в автономном режиме напряжение на его зажимах зависит от тока и характера нагрузки. На рис. 10.17 построены внешние характеристики при различном коэффициенте мощности и $n = const$. Изменение напряжения, которое может достигать нескольких десятков процентов, объясняется большим внутренним индуктивным сопротивлением синхронной машины. Для стабилизации напряжения необходимо регулировать ЭДС E_0 и, следовательно, ток возбуждения (рис. 10.18). С этой целью генераторы снабжают автоматическими регуляторами возбуждения, реагирующими на значение U. Изменение тока возбуждения приводит к изменению напряжения и тока статора, но не коэффициента мощности. Следовательно, ***автономный синхронный генератор не обладает свойством регулирования реактивной мощности.*** Она целиком определяется характером приемника.

Изменение сопротивления нагрузки влияет не только на значение напряжения, но и на частоту вращения ротора. При внезапном увеличе-

нии активной составляющей тока статора после подключения дополнительной нагрузки возрастает электромагнитный момент сопротивления, и ротор начинает тормозиться. Если момент приводного двигателя остается неизменным, то частота вращения ротора снижается, что вызывает уменьшение ЭДС E_0. При этом уменьшается ток статора, в частности его активная составляющая, до тех пор, пока электромагнитный момент не снизится до значения момента первичного двигателя. Генератор автоматически «сбрасывает» дополнительную активную нагрузку. В новом режиме значение напряжения на зажимах машины и его частота оказываются меньше, что неблагоприятно отражается на условиях работы нагрузочного устройства. Для поддержания частоты вращения ротора и частоты напряжения постоянными, приводной двигатель снабжается автоматическим регулятором момента.

10.9. Схема замещения и угловые характеристики синхронного двигателя

Схема замещения синхронного двигателя имеет те же элементы (рис. 10.19), что и схема замещения синхронного генератора. Но теперь она должна выражать иной смысл: синхронный двигатель – это активный приемник, имеющий противо-ЭДС E_0 и внутреннее индуктивное синхронное сопротивление x. На основании схемы замещения по второму закону Кирхгофа можно записать уравнение электрического состояния фазы статора двигателя

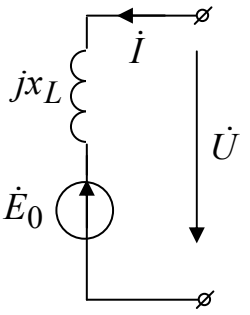


Рис. 10.19

$$\dot{U} = \dot{E}_0 + jx\dot{I} \qquad (10.8)$$

Уравнению (10.8) соответствует векторная диаграмма синхронного двигателя, изображенная на рис. 10.20. ***Вектор ЭДС*** $\dot{E}_0$, который связывают с положением полюсов ротора, ***при наличии нагрузки на валу двигателя отстает на угол θ от вектора напряжения*** $\dot{U}$ ***сети,*** с которым связано положение полюсов результирующего поля машины.

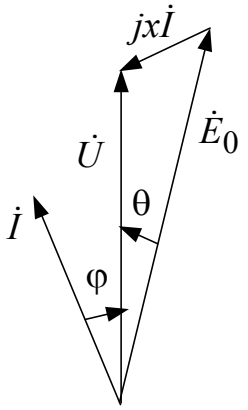


Рис. 10.20

Угловая характеристика синхронного двигателя, также как и для генератора – это зависимость электромагнитной мощности P или электромагнитного момента $M_{эм}$ от угла рассогласования θ (рис. 10.13), которая ана-

литически описывается выражениями

$$P = \frac{3E_0U}{x}\sin\theta = P_{\max}\sin\theta,\ M_{\text{эм}} = \frac{P}{\Omega_1} = \frac{3E_0U}{x\Omega_1}\sin\theta = M_{\max}\sin\theta.$$

Следует учитывать, что при переходе из генераторного в двигательный режим работы, изменяется знак угла θ, что приводит к изменению знака мощности и момента. Однако оперирование с отрицательными мощностями и моментами неудобно и поэтому они условно принимаются положительными.

Амплитуда угловой характеристики характеризует перегрузочную способность синхронного двигателя или ***предел его статической устойчивости в синхронизме***

$$\lambda = \frac{M_{\max}}{M_{\text{н}}} = \frac{1}{\sin\theta}.$$

Перегрузочная способность зависит от напряжения сети и ЭДС E_0, т.е. от тока возбуждения ротора. Таким образом, перегрузочную способность легко регулировать током возбуждения. Номинальный момент двигателя соответствует углу рассогласования не более 30°. Поэтому перегрузочная способность двигателя всегда больше двух.

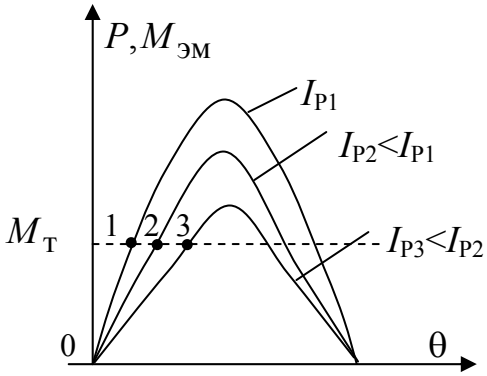


Рис. 10.21

Как и все двигатели, синхронный двигатель обладает свойством саморегулирования: ***при изменении момента на валу изменяется угол рассогласования и электромагнитный вращающий момент становится равным моменту сопротивления.*** При этом изменяются активная мощность и ток статора двигателя. Но частота вращения остается неизменной: механическая характеристика синхронного двигателя – зависимость $n(M)$ – представляет собой горизонтальный отрезок прямой.

На угловых характеристиках (рис. 10.21) значение момента сопротивления на валу показано горизонтальной линией. Ее пересечение с восходящими ветвями характеристик, где возможна устойчивая работа синхронного двигателя, дают значения рабочих углов рассогласования θ. На нисходящих ветвях характеристик, так же как и для генератора, устойчивая работа двигателя невозможна.

При большом токе ротора его магнитное поле становится сильнее, угол рассогласования полюсов уменьшается. Если уменьшить ток рото-

ра, то момент сопротивления на валу может оказаться больше максимального электромагнитного момента двигателя и ротор остановится. При этом ЭДС $E_0 = 0$ и ток статора резко увеличивается, так как $\dot{I} = (\dot{U} - \dot{E}_0)/jx$.

10.10. Регулирование коэффициента мощности синхронного двигателя

Постоянство напряжения сети, от которой работает двигатель, обуславливает постоянство в нем результирующего потокосцепления. Поэтому регулирование тока возбуждения ротора при $M_{эм} = const$ приводит к изменению значения тока статора двигателя и его фазы. Таким образом, ***коэффициент мощности синхронного двигателя можно регулировать***, что является его важной особенностью.

Изменение тока статора и его фазы при изменении тока возбуждения можно показать, построив векторные диаграммы (рис. 10.22). Зависимость тока статора от тока ротора при заданном моменте на валу синхронного двигателя представляют U-образными характеристиками (рис. 10.23).

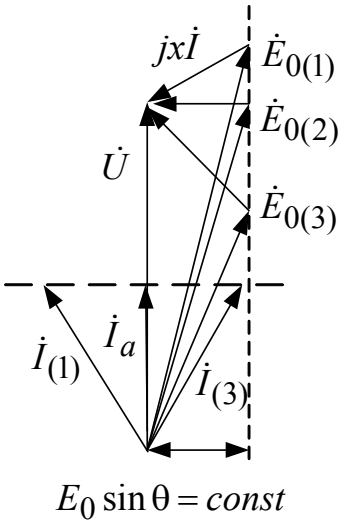


Рис. 10.22

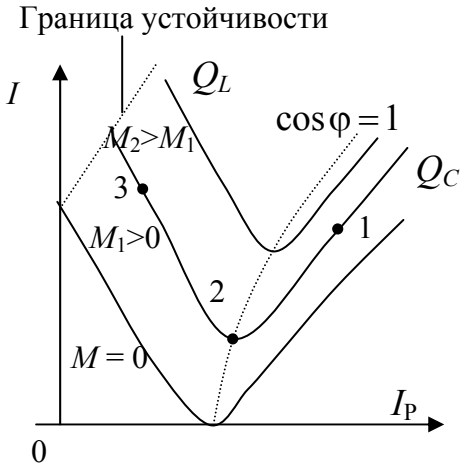


Рис. 10.23

Перевозбужденный двигатель работает с опережающей реактивной составляющей тока (см. рис. 10.22), недовозбужденный – с отстающей. На U-образных характеристиках рис. 10.23 отмечены точки 1, 2, 3, соответствующие тем же точкам на угловых характеристиках (рис. 10.21) и векторных диаграммах (рис. 10.22).

Обычно синхронные двигатели работают с перевозбуждением при $\cos\varphi = 0.8$. При этом емкостные составляющие токов статора компенсируют в линии индуктивные составляющие токов асинхронных двигателей, трансформаторов и других индуктивных приемников, уменьшая токи и потери энергии в линиях.

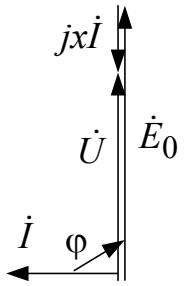


Рис. 10.24

Перевозбужденный синхронный двигатель, работающий без нагрузки на валу, называется синхронным компенсатором – потребителем емкостного тока. Векторная диаграмма компенсатора дана на рис. 10.24. Синхронные компенсаторы используют для улучшения коэффициента мощности и стабилизации напряжения промышленных сетей. Мощности синхронных компенсаторов достигают $100 \div 160$ Мвар.

10.11. Пуск синхронных двигателей

Пуск синхронного двигателя имеет некоторые особенности. При подключении статора к сети быстровращающееся магнитное поле токов статора действует на неподвижный, возбужденный постоянным током ротор со знакопеременной силой, не создающей среднего момента, и ротор остается неподвижным.

Электромагнитный момент может заставить ротор преодолеть инерцию и следовать за магнитным полем статора – втянуться в синхронизм, если полюсы магнитного поля токов статора будут достаточно медленно перемещаться относительно полюсов ротора. Это состояние возникнет, если предварительно разогнать ротор до частоты вращения, близкой к синхронной. Для разгона современных синхронных двигателей их роторы снабжают специальной пусковой короткозамкнутой обмоткой, подобной «беличьему колесу» асинхронных двигателей. Стержни этой обмотки укладывают в специальные пазы полюсов и соединяют по торцам ротора.

При пуске обмотку возбуждения отключают от источника питания и замыкают на резистор, сопротивление которого в 10-15 раз превышает сопротивление самой обмотки. Если обмотку оставить разомкнутой, то в начале пуска в ней будет индуцироваться большая ЭДС, опасная для изоляции. Под действием асинхронного момента ротор разгоняется до частоты вращения, близкой к синхронной ($n_2 = 0.95n$), а затем обмотку возбуждения подключают к источнику постоянного напряжения. Возникает синхронный электромагнитный момент и двигатель втягивается в синхронизм.

Для мощных двигателей, асинхронный пуск которых потребовал бы мер по ограничению пусковых токов, иногда применяют небольшой асинхронный разгонный двигатель.

Обычно пуск синхронных двигателей автоматизирован, что удорожает их, однако при мощностях свыше 100 кВт синхронные двигатели оказываются экономически выгоднее асинхронных в основном благодаря способности работать с емкостной мощностью при перевозбуждении.

11. Элементы электропривода

11.1. Общие сведения

Электропривод – это электромеханическое устройство, предназначенное для электрификации и автоматизации рабочих процессов и состоящее из преобразовательного, электродвигательного, передаточного и управляющего устройств.

Таким образом, возникает задача выбора мощности и типа электродвигателя и алгоритма управления им для обеспечения заданного технологического процесса.

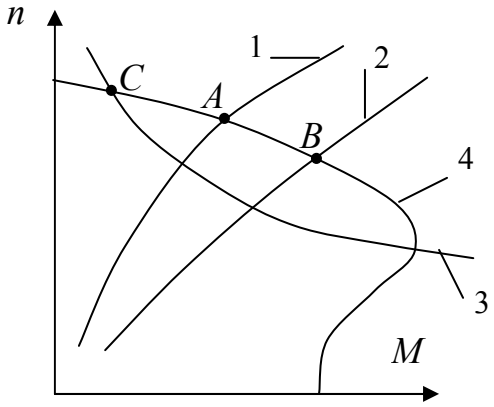


Рис. 11.1

1 – вентиляторная характеристика;
2 – ГПТ с независимым возбуждением;
3 – характеристика прокатных станов;
4 – механическая характеристика АД

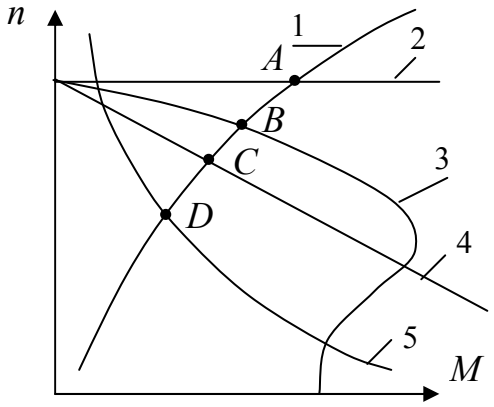


Рис. 11.2

1 – характеристика нагрузки;
2 – характеристика СД;
3 – характеристика АД;
4 – ДПТ параллельного возбуждения;
5 – ДПТ последовательного возбуждения

Рабочая точка электропривода в установившемся режиме определяется как видом механических характеристик нагрузки (рис. 11.1, где ГПТ – генератор постоянного тока; АД – асинхронный двигатель), так и видом механических характеристик двигателей различных типов (рис.

11.2, где СД – синхронный двигатель; ДПТ – двигатель постоянного тока).

На выбор мощности и типа электродвигателя влияет характер нагрузок производственного цикла. С этой целью строятся нагрузочные диаграммы электропривода (рис. 11.3, где $t_ц$ – время цикла работы)). Рассчитывать электропривод необходимо с учетом его динамических свойств. Для этого составляется уравнение движения

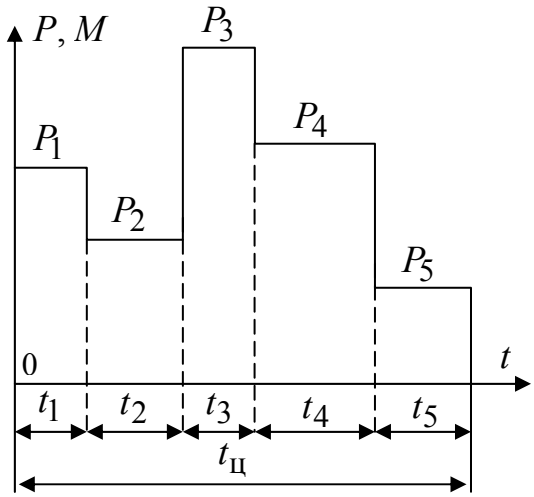


Рис. 11.3

$$M_{вр} - M_т = M_{дин},$$

где $M_{вр}$ – момент, развиваемый двигателем; $M_т$ – момент сопротивления; $M_{дин}$ – динамический момент, который определяется по формуле $M_{дин} = J\dfrac{d\Omega}{dt}$, где J – момент инерции вращающихся частей электропривода, приведенный к механической частоте вращения двигателя. Если $M_{вр} = M_т$, то $M_{дин} = 0$ и привод работает в установившемся режиме. При $M_{вр} > M_т$ динамический момент положителен и направлен на увеличение частоты вращения, а при $M_{вр} < M_т$ электропривод тормозится под действием динамического момента.

11.2. Нагрев и охлаждение двигателя

Условие максимальной производительности, надежности и экономичности электропривода может быть выполнено только в случае правильного расчета мощности двигателя. Одним из условий правильности выбора электродвигателя является его нагрев. При инженерных расчетах нагрев и охлаждение электродвигателя рассматривается как для однородного тела.

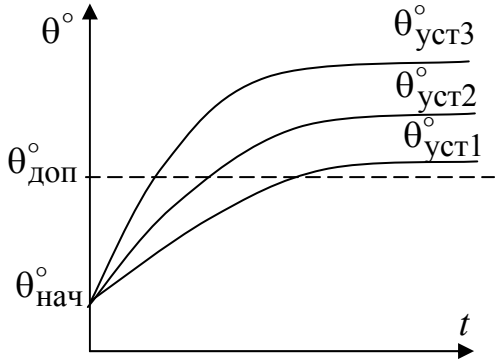


Рис. 11.4

Изменение температуры перегрева θ° в зависимости от начальной $\theta^\circ_{нач}$ и установившейся температуры $\theta^\circ_{уст}$ описывается уравнением

$$\theta^{\circ}(t) = \theta^{\circ}_{\text{уст}}(1 - e^{t/T}) + \theta^{\circ}_{\text{нач}},$$

где T – температурная постоянная времени двигателя.

На рис. 11.4 приведены кривые нагрева двигателя при различных мощностях нагрузки. Электропривод будет надежно работать при условии, что температура двигателя не будет превышать допустимой $\theta^{\circ} \le \theta^{\circ}_{\text{доп}}$.

11.3. Классификация режимов работы электропривода

В зависимости от режимов нагрева и охлаждения двигателя различают три режима работы электропривода: длительный режим; повторно-кратковременный режим; кратковременный режим. Под ***длительным режимом работы*** понимают такой режим, при котором за время работы все узлы двигателя достигают установившейся температуры. При этом установившаяся температура не должна превышать допустимой (рис. 11.5).

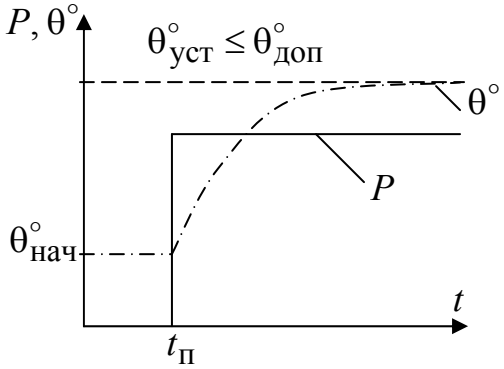


Рис. 11.5

Под ***повторно-кратковременным режимом*** понимают такой режим работы, при котором ни за время работы $t_{\text{р}}$, ни за время паузы $t_{\text{п}}$ температура двигателя не достигает установившегося значения (рис. 11.6).

Под кратковременным режимом понимают такой режим, при котором за время работы температура двигателя не достигает установившегося значения, а за время паузы достигает температуры окружающей среды (рис. 11.7).

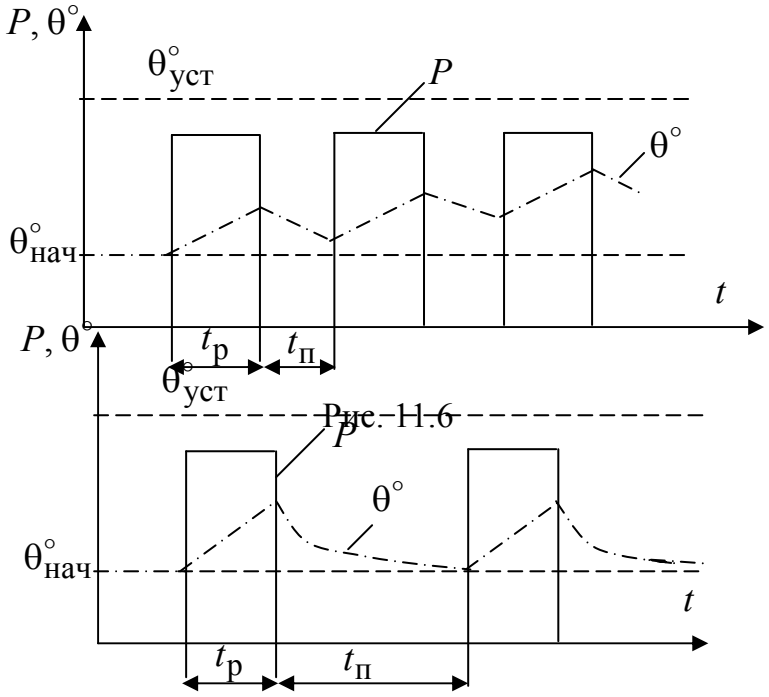


Рис. 11.6

Рис. 11.7

11.4. Расчет мощности и выбор двигателя

Длительный режим. При длительном режиме должно соблюдаться условие $\theta^{\circ}_{\text{уст}} \le \theta^{\circ}_{\text{доп}}$. Однако определение температуры слишком громоздко. Более удобным является метод средних потерь. Мощность потерь $\Delta P_{\text{ср}}$ за цикл работы не должна превышать номинального значения, т.е. $\Delta P_{\text{ср}} \le \Delta P_{\text{н}}$ или

$$\Delta P_{\text{ср}} = \frac{\Delta P_1 t_1 + \Delta P_2 t_2 + \ldots + \Delta P_k t_k}{t_1 + t_2 + \ldots + t_k} \le \Delta P_{\text{н}}.$$

Определение расчетной мощности двигателя можно выполнять методом эквивалентных величин. По графику нагрузочной диаграммы $M(t)$ или $P(t)$ (рис. 11.3) рассчитывается эквивалентный момент или мощность:

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + \ldots + M_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}}, \quad P_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2 + \ldots + P_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}}.$$

Выбранный двигатель проверяется по перегрузочной способности и пусковому моменту.

Повторно-кратковременный режим. Этот режим характеризуется продолжительностью включения ПВ. По нагрузочной диаграмме определяется действительное значение ПВ:

$$\text{ПВ} = \frac{\sum t_{\text{р}}}{t_{\text{ц}}} \cdot 100\%,$$

где $\sum t_{\text{р}}$ – время работы, $t_{\text{ц}}$ – время цикла, которое не должно превышать 10 минут, в противном случае двигатель должен выбираться как для продолжительного режима. Выбор мощности двигателя выполняется по методу эквивалентных величин. Рассчитанные значения эквивалентных величин момента $M_{\text{экв}}$ и мощности $P_{\text{экв}}$ приводят к мощности при стандартной продолжительности включения $\text{ПВ}_{\text{н}}$:

$$P_{\text{расч}} = P_{\text{экв}} \sqrt{\frac{\text{ПВ}}{\text{ПВ}_{\text{н}}}} \quad \text{или} \quad P_{\text{расч}} = M_{\text{экв}} \Omega \sqrt{\frac{\text{ПВ}}{\text{ПВ}_{\text{н}}}}.$$

При этом $P_{\text{экв}}$ и $M_{\text{экв}}$ рассчитываются только для времени работы

$$P_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{\sum P_n^2 t_{\text{р}n}}{\sum t_{\text{р}}}}; \qquad M_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{\sum M_n^2 t_{\text{р}n}}{\sum t_{\text{р}}}},$$

где $t_{\text{р}n}$ – время работы в n-ом режиме;

P_n, M_n – мощность и момент в n-ом режиме.

Если для привода производственного механизма, работающего в повторно-кратковременном режиме, устанавливается двигатель, предназначенный для продолжительной работы, то при расчете $M_{\text{экв}}$ и $P_{\text{экв}}$ надо учитывать и время пауз $t_{\text{п}}$:

$$P_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{\sum P_n^2 t_{\text{р}n}}{\sum t_{\text{р}} + \sum t_{\text{п}}}}, \qquad M_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{\sum M_n^2 t_{\text{р}n}}{\sum t_{\text{р}} + \sum t_{\text{п}}}}.$$

Помимо мощности двигателя, необходимо выбирать род его тока и конструктивную форму исполнения.

Асинхронные двигатели нашли широкое применение во всех отраслях народного хозяйства для привода различного рода механизмов и машин, не требующих регулирования частоты вращения в процессе работы.

Для нерегулируемых электроприводов средней и большой мощности, работающих в продолжительном режиме с редкими пусками, целесообразно использовать синхронный двигатель.

Двигатели постоянного тока применяются там, где по условиям работы требуется глубокое и плавное регулирование частоты вращения.

Кроме того, выбор типа двигателя и его конструктивного исполнения определяется условиями его эксплуатации.

11.5. Управление электроприводами

Управление электроприводами заключается в осуществлении пуска, реверса, остановки, регулирования частоты вращения, обеспечении заданного алгоритма работы технологического процесса. Оно реализуется релейно-контакторными, полупроводниковыми устройствами, микропроцессорными системами и встроенными ЭВМ.

Различают разомкнутые и замкнутые системы управления. В разомкнутых системах наличие возмущающих воздействий приводит к изменению режима работы электропривода. В замкнутых системах режим работы поддерживается за счет обратных связей.