

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Национальный исследовательский Томский политехнический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИИП

_____ С.В. Хачин

« ___ » _____ 201__ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

СТАТИСТИКА

НАПРАВЛЕНИЕ: **МЕНЕДЖМЕНТ**

КВАЛИФИКАЦИЯ (СТЕПЕНЬ): бакалавр

БАЗОВЫЙ УЧЕБНЫЙ ПЛАН ПРИЕМА 2010 г.

КУРС 2; СЕМЕСТР 4;

ПРЕРЕКВИЗИТЫ: «Высшая математика»

ПОСТРЕКВИЗИТЫ: «Теория риска», «Методы принятия решений», «Эконометрика», «Страхование»

ВИДЫ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ И ВРЕМЕННОЙ РЕСУРС:

ЛЕКЦИИ	34	часа (ауд.)
ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ	32	часов (ауд.)
АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ	66	часов
САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА	34	часов
ИТОГО	100	часов

ФОРМА ОБУЧЕНИЯ очная

ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ: ЗАЧЕТ В 4 СЕМЕСТРЕ

ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ КАФЕДРА: «Международного менеджмента»

ЗАВЕДУЮЩИЙ КАФЕДРОЙ:

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ:

д.ф.н., профессор Н.П. Кириллов

к.ф.-м.н., доцент А.В. Китаева

2010г.

1. Цели и задачи курса

1.1. Формирование вероятностного мышления, ознакомление с классическими задачами и методами математической и общей статистики, формирование культуры работы с данными, навыков правильной интерпретации результатов использования статистических методов при решении управленческих задач, ознакомление студентов с соответствующей терминологией на английском языке.

1.2. Дисциплина является базовой для читаемых впоследствии курсов по теории риска, эконометрики, управлению качеством продукции, страхованию, теории принятия решений.

1.3. Программа ориентирована на подготовку бакалавров и магистров по направлению 080500 Менеджмент со специализацией Международный менеджмент.

2. Содержание курса

2.1. Тематическое содержание лекций. – 34 часа.

Введение. РОЛЬ ВЕРОЯТНОСТНЫХ И СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В УПРАВЛЕНИИ. НЕОБХОДИМОСТЬ СИСТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА – ОСНОВА СОВРЕМЕННОЙ СТАТИСТИКИ. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ – ОСНОВА СТАТИСТИКИ. ЭТАПЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ. КЛАССИФИКАЦИЯ ТИПОВ ДАННЫХ (2 часа)

Тема 1. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ (8 часов)

1. Понятие случайного события. Операции над событиями.
2. Классическое, геометрическое и аксиоматическое определения вероятности.
3. Элементы комбинаторики.
4. Вероятностное пространство. Свойства вероятности.
5. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей.
6. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
7. Последовательность испытаний Бернулли. Биномиальное распределение.
8. Предельные теоремы Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.

Тема 2. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ (7 часов)

1. Понятие случайной величины. Свойства случайных величин.
2. Функция распределения случайных величин. Плотность распределения случайных величин. Непрерывные и дискретные случайные величины. Производящая функция моментов.
3. Многомерные случайные величины. Независимость.

4. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание. Дисперсия. Моменты высших порядков.
5. Классические дискретные и непрерывные распределения.
6. Гауссовские случайные величины и их свойства.

Тема 3. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ (2 часа)

1. Типы сходимости случайных величин и связь между ними. Неравенство Чебышева.
2. Законы больших чисел. Теорема Чебышева.
3. Центральная предельная теорема (ЦПТ).

Тема 4. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ. ОСНОВЫ ВЫБОРОЧНОГО МЕТОДА (3 часа)

1. Понятие выборки. Планирование выборочного обследования. Репрезентативность. Работа с различными типами данных. Преобразование выборки.
2. Эмпирическая функция распределения (ЭФР), гистограмма, эмпирические моменты, выборочные квантили и характеристики разброса, коэффициент вариации. Сходимость эмпирических характеристик к теоретическим.

Тема 5. ТОЧЕЧНОЕ И ДОВЕРИТЕЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ (5 часов)

1. Параметрические семейства распределений. Точечные оценки. Несмещенность. Состоятельность. Методы нахождения оценок: метод моментов (м.м.), метод максимального правдоподобия (м.м.п.).
2. Способы сравнения оценок: среднеквадратический и асимптотический подходы. Асимптотически нормальные оценки. Эффективные оценки. Регулярные и нерегулярные семейства распределений. Неравенство Рао-Крамера.
3. Интервальное оценивание. Общий принцип построения точных и асимптотических доверительных интервалов.
4. Распределения, связанные с нормальным. Преобразования нормальных выборок. Лемма Фишера. Построение точных доверительных интервалов для параметров нормального распределения.

Тема 6. ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ (5 часов)

1. Гипотезы и критерии. Сравнение критериев в случае двух простых гипотез. Построение наиболее мощного критерия (НМК). Лемма Неймана-Пирсона.
2. Построение критериев согласия. Критерии Колмогорова и Пирсона.
3. Проверка гипотезы однородности. Критерий Колмогорова-Смирнова.

4. Проверка гипотезы независимости. Критерий Пирсона.
5. Проверка гипотез, связанных с нормальным распределением.

Тема 7. ИНДЕКСЫ (2 часа)

2.2. Темы для самостоятельного изучения

Темы для самостоятельного изучения рассчитаны на подготовку докладов студентами и выступление с докладами на семинарских занятиях.

Тема 7. Организация статистики

1. Организация государственной статистики в России.
2. Международные организации и их статистические службы.

Тема 8. Формы представления статистической информации. Дескриптивная статистика

Тема 9. Статистический анализ порядковых и номинальных данных

Тема 10. Непараметрические и робастные методы в статистике

Студент самостоятельно по согласованию с преподавателем может предложить свою или конкретизировать одну из предложенных тему доклада.

3. Практические занятия

Содержание практических занятий (32 часа)

1. Операции над событиями.
2. Классическое определение вероятностей. Геометрические вероятности. Вероятностное пространство.
3. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
4. Формулы Байеса и полной вероятности.
5. Биномиальное распределение. Схема испытаний Бернулли. Асимптотические формулы Муавра – Лапласа и Пуассона.
6. Случайные величины. Функции распределения.
7. Числовые характеристики случайных величин.
8. Основные дискретные и непрерывные распределения.
9. Неравенство П.Л.Чебышева и закон больших чисел.
10. ЭФР, гистограмма, полигон частот.
11. Нахождение точечных и интервальных оценок параметров классических распределений.

12. Исследование оценок на несмещенность, эффективность и асимптотическую нормальность. Скорость сходимости оценок.
13. Проверка классических гипотез.

4. Текущий и итоговый контроль результатов изучения дисциплины

Целью контроля является проверка уровня знаний и навыков, приобретаемых каждым студентом в процессе изучения дисциплины.

В процессе проведения практических занятий осуществляется оперативный контроль знаний, а также проверка выполненных заданий.

В начале изучения курса проводится pre-course survey (Приложение 1). В течение семестра студенты выполняют две контрольные работы (Приложение 2) и расчетное задание (Приложение 3), разбирают ситуации для анализа, решают задачи (частично на английском языке, примеры приведены в Приложении 4).

В конце семестра проводится зачет.

Контрольные вопросы

1. Какие определения вероятности Вам известны? Дайте их сравнительную характеристику.
2. Раскройте понятие события.
3. В каких ситуациях применяются формулы полной вероятности и Байеса, теоремы сложения и умножения вероятностей? Раскройте понятие независимости.
4. Расскажите схему испытаний Бернулли, приведите примеры ситуаций, укладывающихся в эту модель. Какие формулы применяются для расчета вероятностей в случае, когда число испытаний велико?
5. Дайте определение случайной величины. Приведите примеры.
6. Какие типы случайных величин Вам известны? Что является их исчерпывающими характеристиками? Приведите примеры основных распределений.
7. Какие числовые характеристики случайных величин обычно рассматривают? Основные правила их расчета.
8. Какие случайные величины называются независимыми? Почему понятие независимости играет такую важную роль в статистике?
9. Почему гауссовское распределение занимает центральное место в теории вероятностей и статистике? Сформулируйте (ЦПТ), основные свойства гауссовских случайных величин.

10. Какие типы сходимости случайных величин Вам известны? Как они связаны между собой? Сформулируйте законы больших чисел, теоремы Бернулли и Бореля.
11. Что такое выборка? Опишите основные выборочные характеристики и их статистические свойства. Дайте понятие статистики.
12. Параметрические семейства распределений. Методы оценки неизвестных параметров. Какие требования предъявляются к точечным оценкам? Найти оценки параметров классических распределений известными Вам методами и исследовать их свойства.
13. Сравнение оценок. Асимптотически нормальные оценки. Зачем нужны разные методы сравнения? Сравнить полученные ранее оценки.
14. Регулярные семейства распределений. Эффективность.
15. Что такое доверительный интервал? Какие доверительные интервалы Вам известны? Общий принцип построения доверительных интервалов. Примеры.
16. Как, используя гауссовские величины, получить величины, распределенные по законам “хи²”-квадрат и Стьюдента? Построить точные доверительные интервалы для параметров гауссовского распределения.
17. Что такое статистическая гипотеза? Примеры типичных постановок задач. Можно ли при проверке гипотез избежать ошибок? Какие Вам известны методы сравнения критериев? Как построить наиболее мощный критерий для различения двух простых гипотез?
18. Общая схема построения критерия согласия. Проверка гипотез об однородности и независимости.
19. Проверка гипотез, связанных с гауссовским распределением.

Используемая литература

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964.
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. М., Радио и связь, 1983.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., Высшая школа, 1979.
4. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М., Наука, 1969.
5. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. /Пер. с англ. М., Мир, 1967.
7. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Теория вероятностей и прикладная статистика. М. Юнити, 2001.
9. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. М., Наука, 1965.
10. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика. М., Высшая школа. 1992.
11. Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. М., Инфра-М, 2001.
12. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Статистический анализ данных на компьютере. М. Инфра-М, 1998.
13. Елисеева И.И., Юзбашев М.М. Общая теория статистики. М., Финансы и статистика, 2004.
14. Сигел Э.Ф. Практическая бизнес-статистика. Изд-во «Вильямс», 2002.

Рабочая программа составлена на основе ГОС по направлению 080500 (Менеджмент), утвержденного 10.05.2000г.

РАССМОТРЕНА и ОДОБРЕНА на заседании обеспечивающей кафедры международного менеджмента

_____ протокол № _____

(дата)

Автор

Китаева А.В.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Probability and Statistics Pre-course Survey

The purpose of this survey is to indicate what you already know and think about probability and statistics.

If you are unsure of what you are being asked to do, please consult the teacher.

Part I

There are a series of statements concerning beliefs or attitudes about probability, statistics and mathematics. Following each statement is an "agreement" scale which ranges from 1 to 5, as shown below.

1	2	3	4	5
Strongly Disagree	Disagree	Neither Agree, nor Disagree	Agree	Strongly Agree

If you strongly agree with a particular statement, circle the number 5 on the scale. If you strongly disagree with the statement, circle the number 1.

-
1. I often use statistical information in forming my opinions or making decisions.
1 2 3 4 5
 2. To be an intelligent consumer, it is necessary to know something about statistics.
1 2 3 4 5
 3. Because it is easy to lie with statistics, I don't trust them at all.
1 2 3 4 5
 4. Understanding probability and statistics is becoming increasingly important in our society, and may become as essential as being able to add and subtract.
1 2 3 4 5
 5. Given the chance, I would like to learn more about probability and statistics.
1 2 3 4 5
 6. You must be good at mathematics to understand basic statistical concepts.
1 2 3 4 5
 7. When buying a new car, asking a few friends about problems they have had with their cars is preferable to consulting an owner satisfaction survey in a consumer magazine.
1 2 3 4 5
 8. Statements about probability (such as what the odds are of winning a lottery) seem very clear to me.
1 2 3 4 5
 9. I can understand almost all of the statistical terms that I encounter in newspapers or on television.
1 2 3 4 5

Part II

1. A small object was weighed on the same scale separately by nine students in a science class. The weights (in grams) recorded by each student are shown below.

6.2 6.0 6.0 15.3 6.1 6.3 6.2 6.15 6.2

The students want to determine as accurately as they can the actual weight of this object. Of the following methods, which would you recommend they use?

- _____ a. Use the most common number, which is 6.2.
- _____ b. Use the 6.15 since it is the most accurate weighing.
- _____ c. Add up the 9 numbers and divide by 9.
- _____ d. Throw out the 15.3, add up the other 8 numbers and divide by 8.

2. Which of the following sequences is most likely to result from flipping a fair coin 5 times?

- a. H H H T T
- b. T H H T H
- c. T H T T T
- d. H T H T H
- e. All four sequences are equally likely.

3. Select the alternative below that is the best explanation for the answer you gave for the item above.

- a. Since the coin is fair, you ought to get roughly equal numbers of heads and tails.
- b. Since coin flipping is random, the coin ought to alternate frequently between landing heads and tails.
- c. Any of the sequences could occur.
- d. If you repeatedly flipped a coin five times, each of these sequences would occur about as often as any other sequence.
- e. If you get a couple of heads in a row, the probability of a tails on the next flip increases.
- f. Every sequence of five flips has exactly the same probability of occurring.

4. Listed below are the same sequences of Hs and Ts that were listed in Item 3. Which of the sequences is least likely to result from flipping a fair coin 5 times?

- a. H H H T T
- b. T H H T H
- c. T H T T T
- d. H T H T H
- e. All four sequences are equally unlikely.

5. Half of all newborns are girls and half are boys. Hospital A records an average of 50 births a day. Hospital B records an average of 10 births a day. On a particular day, which hospital is more likely to record 80% or more female births?

- a. Hospital A (with 50 births a day)
- b. Hospital B (with 10 births a day)
- c. The two hospitals are equally likely to record such an event.

6. "Megabucks" is a weekly lottery played in many states. The numbers 1 through 36 are placed into a container. Six numbers are randomly drawn out, without replacement. In order to win, a player must correctly predict all 6 numbers. The drawing is conducted once a week, each time beginning with the numbers 1 through 36.

The following question about the lottery appeared in The New York Times (May 22, 1990).

Are your odds of winning the lottery better if you play the same numbers week after week or if you change the numbers every week?

What do you think?

- a. I think the odds are better if you play the same numbers week after week.
- b. I think the odds are better if you change the numbers every week.
- c. I think the odds are the same for each strategy.

7. For one month, 500 elementary students kept a daily record of the hours they spent watching television. The average number of hours per week spent watching television was 28. The researchers conducting the study also obtained report cards for each of the students. They found that the students who did well in school spent less time watching television than those

students who did poorly. Listed below are several possible statements concerning the results of this research. Place a check by every statement that you agree with.

- a. The sample of 500 is too small to permit drawing conclusions.
- b. If a student decreased the amount of time spent watching television, his or her performance in school would improve.
- c. Even though students who did well watched less television, this doesn't necessarily mean that watching television hurts school performance.
- d. One month is not a long enough period of time to estimate how many hours the students really spend watching television.
- e. The research demonstrates that watching television causes poorer performance in school.
- f. I don't agree with any of these statements.

8. An experiment is conducted to test the efficiency of a new drug on curing a disease. The experiment is designed so that the number of patients who are cured using the new drug is compared to the number of patients who are cured using the current treatment. The percentage of patients who are cured using the current treatment is 50% and 65% are cured who have used the new drug. A P-value of 5% (.05) is given as an indication of the statistical significance of these results. The P-value tells you:

- a. There is a 5% chance that the new drug is more effective than the current treatment.
- b. If the current treatment and the new drug were equally effective, then 5% of the times we conducted the experiment we would observe a difference as big or bigger than the 15% we observed here.
- c. There is a 5% chance that the new drug is better than the current treatment by at least 15%.

9. Gallup reports the results of a poll that shows that 58% of a random sample of adult Americans approve of President Clinton's performance as president. The report says that the margin of error is 3%. What does this margin of error mean?

- a. One can be 95% "confident" that between 55% and 61% of all adult Americans approve of the President's performance.
- b. One can be sure that between 55% and 61% of all adult Americans approve of the President's performance.
- c. The sample percentage of 58% could be off by 3% in either direction due to inaccuracies in the survey process.
- d. There is a 3% chance that the percentage of 58 is an inaccurate estimate of the population of all Americans who approve of President Clinton's performance as president.

Контрольная работа 1 (примеры билетов)

Билет 4

1. Ваша компания рассылает заявки на участие в конкурсах для выполнения различных проектов. В тех случаях, когда вы сильно заинтересованы выиграть конкурс (30% всех заявок) необходима большая работа по подготовке предложений; в других случаях можно ограничиться быстрыми расчетами и послать заявку. Если в разработку заявки вкладывается много усилий, вероятность того, что удастся заключить контракт на выполнение проекта, 80%. При подаче на рассмотрение результатов быстрых расчетов вероятность принятия заявки составляет только 10%.
 - а) Чему равна вероятность того, что удастся добиться заключения контракта?
 - б) Если удалось заключить контракт, чему равна условная вероятность того, что в заявку было вложено много труда?
 - в) Если заключить контракт не удалось, чему равна условная вероятность того, что в заявку было вложено много труда?
2. Монета подбрасывается 3 раза. Найти вероятность того, что герб появится: а) все 3 раза, б) только один раз, в) хотя бы один раз.
3. Планируется проведение опроса среди 350 потребителей, выбранных случайным образом из списка возможных клиентов. В предположении, что 13% людей из всего списка дадут положительный ответ, вычислите (приблизительно) вероятности перечисленных ниже событий.
 - а) Более 10% выбранных случайным образом потребителей дадут положительный ответ.
 - б) Более 13% выбранных случайным образом потребителей дадут положительный ответ.
 - в) От 10% до 15% выбранных случайным образом потребителей дадут положительный ответ.
4. Найти вероятность того, что дни рождения 12 человек приходятся на разные месяцы года.

Билет 15

1. Представьте себе, что Вы — руководитель группы по анализу проблем контроля качества. Предположим, что вероятность дефекта формы изделия составляет 0,03, вероятность дефекта покраски равна 0,06 и эти события независимы.
 - а) Найдите вероятность наличия у изделия дефекта формы и дефекта покраски.
 - б) Найдите вероятность наличия у изделия дефекта формы или дефекта покраски.
 - в) Найдите вероятность того, что изделие не имеет упомянутых дефектов.
2. Из колоды содержащей 52 карты вынимается наугад 3. Найти вероятность того, что это тройка, семёрка и туз.
3. Три известных экономиста одновременно предложили свои теории, которые считались равновероятными. После наблюдения над состоянием экономики оказалось, что вероятность того развития, которое она получила в реальности, в соответствии с первой теорией (т.е. при условии, что она справедлива) равна 0,5; со второй – 0,7; с третьей – 0,4. Каким образом это изменяет вероятности правильности трёх теорий?
4. Из 20 вопросов, входящих в экзаменационный билет, студент подготовил 17. Найти вероятность того, что студент ответит правильно на экзаменационный билет, состоящий из 2-х вопросов.

Билет 17

1. Для типичных посетителей данной торговой точки вероятность покупки бензина составляет 0,23, вероятность покупки бакалейных товаров равна 0,76, а условная вероятность покупки бакалейных товаров при условии покупки бензина равна 0,85.
 - а) Найдите вероятность покупки типичным посетителем и бензина, и бакалейных товаров.
 - б) Найдите вероятность того, что типичный посетитель совершает покупку либо бензина, либо бакалейных товаров.
 - в) Найдите условную вероятность покупки бензина при условии покупки бакалейных товаров.

- г) Найдите условную вероятность покупки бакалейных товаров при условии, что бензин не покупается.
- д) Являются ли эти события (покупка бензина, покупка бакалейных товаров) несовместными?
- е) Являются ли эти два события независимыми? Обоснуйте ответы.

2. В группе из 25 человек 10 учится на «отлично», 8 на «хорошо» и 7 на «удовлетворительно». Найти вероятность того, что из взятых наугад 8 человек 3 человека учатся на «отлично».

3. Сотрудник фирмы, отвечающий на телефонные звонки, получает много обращений по разным вопросам. В 75% случаев только запрашивается информация, в то время как 15% звонков связаны с реальными заказами. Кроме того, в 10% обращений запрашивается информация и делается заказ.

а) Чему равна условная вероятность того, что некоторый звонок приводит к получению заказа, если в этом же звонке еще и запрашивается информация? (Эти данные дают возможность оценить, насколько важна для бизнеса обработка запросов на получение информации.)

б) Чему равна условная вероятность того, что некоторый звонок не связан с обращением за информацией, при условии, что в результате делается заказ? (Эти данные позволяют оценить долю заказов, которые было "легко" получить.)

в) Чему равна вероятность того, что в результате обращения делается заказ и не запрашивается информация? Дайте интерпретацию.

г) Почему ответы на вопросы пунктов в) и б) различаются?

4. Семена для посева в хозяйство поступают из трех семеноводческих хозяйств. Причем первое и второе хозяйства присылают по 40 % всех семян. Всхожесть семян из первого хозяйства 90%, второго 85%, третьего 95%.

а) Определить вероятность того, что наудачу 'взятое семя не взойдет.

б) Наудачу взятое семя не взошло. Какова вероятность, что оно получено от второго хозяйства?

Контрольная работа 2 (примеры билетов)

Билет 1

1. НСВ задана функцией плотности $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -\frac{\pi}{2} \text{ или } x > 0, \\ \cos x & \text{при } -\frac{\pi}{2} < x < 0. \end{cases}$$

а) Найти функцию распределения СВ X : $F(x)$.

б) Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

в) Найти вероятность попадания СВ X в интервал $(-\pi/3; -\pi/4)$.

2. Оценивается опцион "колл" на покупку обыкновенных акций. Будем считать, что выплаты задаются дискретным распределением, приведенным в таблице.

а) Найдите среднее значение платежа по опциону.

в) Найдите стандартное отклонение платежа по опциону.

д) Найдите вероятность того, что платеж по опциону составит по меньшей мере \$20.

е) Найдите вероятность того, что платеж по опциону составит менее \$30.

Таблица. Распределение вероятностей платежей

Платеж, дол.	Вероятность
0	0,50
10	0,25
20	0,15
30	0,10

Билет 3

1. НСВ X имеет плотность вероятности (закон Коши):

$$f(x) = C/(1+x^2).$$

Найти: а) постоянную C ; б) функцию распределения $F(x)$; в) вероятность попадания в интервал $(-1,1)$.

2. Представьте себе, что вы работаете в отделе кредитов крупного банка. Известно, что один из заемщиков испытывает финансовые затруднения и, возможно, не сможет произвести текущий платеж, срок которого наступает на следующей неделе. Вы считаете, что с вероятностью 60% он внесет всю подлежащую выплате сумму в \$50 000, с вероятностью 30% внесет только половину, а с вероятностью 10% не внесет ничего.

Найдите а) ожидаемую кредитную выплату, б) уровень риска, выраженный стандартным отклонением.

Билет 23

1. НСВ задана функцией плотности:

$$f(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{c^2 - x^2}} \text{ в интервале } (-c; c),$$

вне этого интервала $f(x)=0$. Найти вероятность попадания СВ X в интервал $(-c/2; c/2)$ и функцию распределения $F(x)$.

2. Время, в течение которого система находится по причине неисправности в неработающем состоянии, приблизительно описывается приведенным в табл. распределением вероятностей.

- Найдите среднее значение времени простоя по причине неисправности.
- Найдите стандартное отклонение времени простоя.
- Чему равна вероятность того, что время простоя превысит 10 минут?
- Чему равна вероятность того, что время простоя будет отличаться от среднего значения не более чем на одну величину стандартного отклонения? Соответствует ли полученный результат тому, чего следовало бы ожидать для нормального распределения?

Таблица . Распределение вероятности для времени простоя

Неисправность	Время простоя, мин.	Вероятность
Незначительная	5	0,60
Существенная	30	0,30
Катастрофическая	120	0,10

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Дается выборка: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ из непрерывной генеральной совокупности (20 вариантов). Найти выборочные характеристики: среднее, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, моду, размах, квартили, интерквартильный размах. Проанализировать выборку на наличие выбросов. Построить гистограмму, выборочную функцию распределения, блочную диаграмму. Выдвинуть гипотезу о распределении генеральной совокупности.

Задание дается в электронном виде и может быть выполнено, например, в EXCEL.

Таблица. Варианты 1 – 10

НОМЕР ВАРИАНТА									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7,705	10,515	6,693	11,604	-2,597	0,132	-0,271	-2,225	4,662	9,295
8,947	7,971	8,038	9,018	-1,955	-0,825	0,551	-2,919	3,622	9,012
9,140	10,315	7,424	11,013	-3,031	0,055	-1,475	-1,652	5,523	7,162
9,923	8,484	9,322	10,573	-0,228	-1,009	-0,172	-0,608	7,088	8,417
5,703	7,245	11,056	10,283	-2,185	-1,914	1,444	-0,960	6,561	4,108
9,166	5,751	6,311	8,944	0,066	-1,574	1,022	-3,875	2,188	9,454
9,551	7,026	9,082	7,605	-1,834	-0,068	2,647	-3,506	2,741	3,305
4,600	8,334	9,629	8,762	-3,189	1,238	-0,260	-1,954	5,068	9,176
6,946	6,753	10,799	8,057	-2,909	-0,474	-1,360	-3,995	2,007	8,372
8,882	9,924	8,858	7,980	-3,225	-1,734	2,480	-1,860	5,209	7,525
7,921	6,137	9,168	9,444	-2,979	0,238	-0,396	-3,324	3,015	6,802
5,533	5,822	9,861	12,557	-0,655	0,504	0,149	-3,700	2,451	5,003
9,097	7,754	10,855	7,322	0,010	0,901	0,914	-0,405	7,392	7,516
5,770	9,422	10,565	12,886	0,396	-0,475	0,144	-1,486	5,771	4,910
5,704	6,117	6,795	12,006	-2,678	1,522	-0,110	-2,042	4,938	9,497
4,532	5,217	10,234	12,915	-1,054	-0,424	0,954	-1,730	5,406	6,532
4,998	9,002	6,875	8,754	-2,542	-2,896	-1,087	-3,889	2,167	6,268
6,064	8,193	10,282	12,501	-1,096	1,773	2,613	-1,232	6,152	9,494
4,255	10,468	7,846	8,447	-0,054	1,563	-0,286	-2,458	4,312	4,042
7,482	10,602	8,072	8,876	-3,860	-0,480	-0,434	-2,901	3,649	7,936
6,389	10,995	10,394	11,322	-0,737	-2,021	1,005	-1,704	5,444	5,721
5,425	10,624	6,903	7,274	-3,810	-1,788	1,618	-3,376	2,936	4,902
6,044	10,919	7,313	12,281	-0,319	1,833	-1,945	-3,113	3,330	8,750
6,415	10,804	11,983	8,756	-2,717	1,145	0,724	-3,917	2,125	7,444
4,065	8,406	8,433	7,491	-3,666	1,430	-0,736	-1,474	5,789	3,017
6,876	7,822	9,958	10,334	-3,219	-1,516	1,301	-3,132	3,302	6,567
4,428	5,757	6,979	12,200	-1,142	-1,577	2,241	-1,647	5,530	5,070
7,757	8,176	7,245	9,008	-1,805	-0,360	-1,830	-3,908	2,138	8,940
4,821	10,325	10,920	11,517	-2,456	1,257	0,654	-0,467	7,299	8,638
9,619	7,061	11,008	9,370	0,055	-3,000	0,003	-0,480	7,280	8,557
9,795	5,894	11,508	7,860	-1,005	1,300	-0,168	-3,694	2,459	3,289
9,757	6,373	10,947	8,737	-3,668	-2,005	1,967	-1,990	5,016	9,738
7,633	5,493	8,801	11,454	-2,622	1,622	2,580	-3,213	3,181	6,133
6,774	6,955	10,404	11,106	-2,952	1,817	-0,543	-1,898	5,153	5,160
7,159	6,841	11,931	10,308	-2,581	-1,300	1,612	-2,594	4,109	9,702
4,135	5,448	9,941	11,259	-2,781	0,808	-1,157	-2,451	4,323	5,388
8,614	6,520	6,354	8,536	0,745	-0,129	2,603	-0,385	7,423	6,209
4,657	5,940	11,882	8,999	-1,032	-2,042	2,726	-2,703	3,946	5,728
6,936	6,675	6,152	7,883	-2,881	0,734	-0,687	-1,316	6,026	9,664
6,574	5,969	10,219	8,870	-2,202	0,871	2,346	-2,059	4,912	5,482
7,726	5,227	9,985	10,693	-3,806	-1,117	2,713	-3,539	2,691	8,395
4,585	8,042	11,992	12,396	0,194	0,199	0,152	-3,682	2,477	5,945
9,710	6,064	7,185	10,602	-3,404	0,156	-0,030	-0,852	6,722	3,071
6,931	7,514	7,992	11,271	-3,777	1,918	0,683	-1,446	5,831	6,398

6,388	8,414	10,139	11,909	0,912	0,674	2,166	-1,959	5,061	5,528
4,312	7,880	6,432	7,964	-1,477	1,107	1,380	-2,956	3,566	8,073
6,690	9,276	7,495	8,645	-3,576	1,343	-1,323	-3,754	2,368	5,658
7,004	8,150	7,588	10,152	-1,256	0,059	0,886	-1,953	5,070	3,981
4,419	9,371	7,106	12,839	-2,328	-1,732	-1,411	-0,633	7,050	7,605
6,937	5,586	10,386	11,819	-2,870	0,679	0,154	-3,215	3,177	3,521
5,736	8,034	11,031	7,941	-1,964	0,535	1,483	-2,375	4,438	7,434
9,343	6,219	10,447	9,399	0,763	0,196	2,501	-3,387	2,920	9,818
6,415	8,815	7,893	11,313	-2,065	-1,567	-1,351	-3,448	2,829	7,384
5,721	5,292	6,618	10,903	-1,930	-0,134	1,730	-0,651	7,023	6,379
9,590	5,800	9,614	8,920	-2,549	-1,233	0,870	-1,392	5,912	6,739
4,372	7,140	7,317	11,275	-1,936	0,207	1,922	-1,264	6,103	9,284
6,574	10,832	11,677	8,139	0,440	-1,610	-1,326	-3,532	2,702	7,318
9,003	8,460	6,808	11,915	-0,765	-0,723	-1,487	-3,478	2,782	7,360
7,460	5,111	6,873	8,440	0,954	-2,080	0,598	-3,993	2,011	9,923
7,415	7,305	8,100	7,561	-0,959	1,257	-0,644	-1,857	5,215	9,048
9,985	6,103	6,128	8,269	-2,913	-1,339	-0,679	-2,021	4,969	7,682
8,001	9,766	9,711	9,899	-3,233	-1,310	1,987	-1,338	5,992	8,801
9,142	10,183	8,723	11,937	0,585	-2,750	1,757	-0,001	7,998	3,598
9,244	10,796	11,791	10,908	-2,775	-2,711	-0,003	-3,701	2,448	9,571
5,412	10,407	6,491	12,195	-2,173	-0,312	-0,232	-0,493	7,261	6,103
7,849	10,188	10,981	8,855	-1,544	-0,473	0,479	-0,777	6,835	3,133
9,801	8,388	10,277	10,995	0,456	-0,591	1,888	-2,824	3,765	7,208
8,728	5,772	8,698	8,997	-3,582	-0,226	-0,824	-3,436	2,846	6,351
9,593	5,195	7,819	9,331	-0,888	0,268	-0,984	-3,105	3,342	7,265
9,344	10,456	8,330	12,837	0,849	1,555	-1,230	-1,626	5,562	8,047
7,388	6,761	7,502	11,502	-3,829	-1,777	0,350	-0,155	7,767	8,432
5,299	9,962	7,084	12,433	-2,607	-1,360	0,712	-3,837	2,244	5,783
6,735	6,935	11,473	11,127	0,725	-0,772	0,554	-2,158	4,764	7,924
7,289	6,285	11,444	7,303	-2,262	0,986	2,695	-0,433	7,350	9,407
9,735	6,765	10,679	11,489	-2,871	0,474	1,559	-1,285	6,072	5,438
6,113	9,075	9,127	11,385	-1,340	1,108	1,779	-1,284	6,075	4,975
6,782	5,996	8,672	11,300	-1,553	-2,525	1,458	-0,253	7,621	7,069
9,322	9,395	8,915	8,412	-3,121	-2,945	-1,248	-3,619	2,571	5,136
5,453	10,330	7,081	9,983	-0,501	1,077	-1,850	-3,091	3,363	5,213
4,164	6,250	10,593	10,795	0,023	-2,882	1,165	-0,990	6,514	5,106

Ситуация для анализа

Детективная история: кто же все-таки несет ответственность за увеличение количества дефектов в последнее время?

Тяжелый случай. Процент дефектной продукции в последнее время резко вырос, и на Вас, с целью исправления ситуации, возложена задача по выявлению проблемы. Двое из трех отвечающих за работу производственной линии менеджеров (Иван, Петр и Степан) к Вам уже заходили (как и некоторые из рабочих). Рассказали они любопытные вещи.

Кто-то обвиняет во всем Ивана, используя слова "безответственный" и "все еще изучает азы" и приводя в подтверждение своих слов примеры ведения работ. Кое-что из рассказанного — явное следствие конкуренции между сотрудниками, и это, безусловно, необходимо учитывать, однако вопрос требует решения. Иван утверждает, что фактически у Петра выход бракованной продукции оказывается значительно выше. Свои слова Иван подкрепляет такими данными.

Процент дефектной продукции

Петр	14,35
Иван	7,84

Вскоре после этого появляется Петр (который, как известно, особым тактом не отличается) с криками, что Иван — (нецензурное определение) ... и ему верить нельзя. Несколько поостыв, Петр начинает что-то невнятно бормотать о том, что вышестоящие руководители дают ему сложные задания. Однако даже на прямой вопрос о проценте дефектных изделий четкий ответ от него получить не удастся. Но Вам известно и то, что Петр (если абстрагироваться от его манер) на хорошем счету у технических экспертов и не следует выдвигать против него обвинений, не рассмотрев ситуацию подробнее.

Естественно, следует определить выход дефектной продукции и в смену Степана, а также результаты по двум типам продукции: для потребителей внутри страны и для иностранных клиентов (в последнем случае спецификации должны выдерживаться значительно точнее). Такие данные образуют более полный набор, который и представлен ниже для произведенной в последнее время продукции.

	С дефектами	Без дефектов
Внутреннее потребление		
Петр	3	293
Степан	12	307
Иван	131	2368
Экспорт		
Петр	255	1247
Степан	75	359
Иван	81	123

Вопросы для обсуждения

1. Прав ли Иван? А именно: подтверждается ли при использовании более полного набора данных утверждение о том, что у Ивана выход бракованной продукции ниже всего? Верны ли представленные Ивановым процентные значения в целом (т.е. для всей продукции, как для внутреннего потребления, так и предназначенной на экспорт)?
2. Прав ли Петр? А именно: к какой части выпущенной в его смену продукции предъявляются повышенные требования? Какие выводы можно сделать при сравнении экспортной продукции, выпущенной в смену Петра, с экспортной продукцией двух других смен? (Примечание. Возможно, для этого будет полезно сравнить условные вероятности выпуска продукции с дефектами и без дефектов при условии руководства сменой определенным менеджером.)
3. Внимательно проанализируйте условные вероятности выпуска дефектной продукции в случае различных комбинаций менеджера и заказчика товара. Какие выводы можно сделать из этих данных?

4. Стали бы вы рекомендовать Петру начать поиск новой работы? Если нет, то каковы ваши предложения?

Task 1 (COUNTING)

Mathematics is not primarily a matter of plugging numbers into formulas and performing rote computations. It is a way of questioning and thinking that may be unfamiliar to many of us, but is available to almost all of us.

John Allen Paulos, A Mathematician Reads the Newspaper.

- A college team plays a series of 10 games which they can either win (W), lose (L) or tie (T).
 - How many possible outcomes can the series have (differentiating between W L and LW, i.e. order is important).
 - How many of these have exactly 5 wins, 4 losses and 1 tie?
 - Same as (a) if we don't care about the order of wins, losses and ties?
- A student has to answer 20 true-false questions.
 - In how many distinct ways can this be done?
 - How many of these will have exactly 7 correct answers?
 - At least 17 correct answers?
 - Fewer than 3? (excludes 3).
- In how many ways can 3 Americans, 4 Frenchmen, 4 Danes and 2 Canadians be seated (here we are particular about nationalities, but not about individuals)
 - in a row.
 - In how many of these will people of the same nationality sit together?
 - Repeat (a) with circular arrangement.
 - Repeat (b) with circular arrangement.
- Four couples (Mr&Mrs. A, Mr&Mrs. B, ...) are to be seated at a round table.
 - In how many ways can this be done?
 - How many of these have all spouses sit next to each other?
 - How many of these have the men and women alternate?
 - How many of these have the men (and women) sit together?
- In how many ways can we put 12 books into 3 shelves?

Remark. This question is somehow ambiguous: do we want to treat the books as distinct or identical, and if we do treat them as distinct, do we care about the order in which they are placed within a shelf? The choice is ours, let's try it each way (the shelves are obviously distinct, and large enough to accommodate all 12 books if necessary).
- Twelve men can be seated in a row in $12! = 479001600$ number of ways (trivial).
 - How many of these will have Mr. A and Mr. B sit next to each other?
 - How many of the original arrangements will have Mr. A and Mr. B sit apart?
 - How many of the original arrangements will have exactly 4 people sit between Mr. A and Mr. B?
- Security council of the UN has 15 permanent members, US, Russia, GB, France and China among them. These can be seated in a row in $15!$ possible arrangements. How many of these have France and GB sit together but (at the same time) US and Russia sit apart?
- Consider the standard deck of 52 cards (4 suits: hearts, diamonds, spades and clubs, 13 'values': 2, 3, 4...10, Jack, Queen, King, Ace). Deal 5 cards from this deck. This can be done in 2598960 distinct ways (trivial).
 - How many of these will have exactly 3 diamonds?
 - Exactly 2 aces?
 - Exactly 2 aces and 2 diamonds?

9. In how many ways can we deal 5 cards each to 4 players?

- (b) So that each gets exactly one ace?
- (c) None gets any ace.
- (d) Mr. A gets 2 aces, the rest get none.
- (e) (Any) one player gets 2 aces, the other players get none.
- (f) Mr. A gets 2 aces.
- (g) Mr. C gets 2 aces.
- (h) At least one player gets 2 aces (regardless of what the others get).

10. (Game of Poker): 5 cards are dealt from an ordinary deck of 52. The total number of possible outcomes (5-card hands) is 2598960 (trivial). How many of these contain exactly:

- (a) One pair, i.e. two identical values (and no other duplication of values).
- (b) Two pairs.
- (c) A triplet.
- (d) Full house (a pair and a triplet).
- (f) A straight (five consecutive values – ace can be considered both as the highest and the lowest value, i.e. Ace, 2, 3, 4, 5 is a straight).
- (g) Flush (five cards of the same suit).
- (h) We should note that a hand can be both a straight and a flush (a first overlap encountered so far).
- (i) None of the above.

11. Roll a die five times. The number of possible (ordered) outcomes is 7776 (trivial). How many of these will have:

- (a) One pair of identical values (and no other duplicates).
- (b) Two pairs.
- (d) 'Full house' (a triplet and a pair).
- (e) 'Four of a kind'.
- (g) Nothing.

12. Let us try the same thing with 15 rolls of a die (4.7018×10^{11} outcomes in total). How many of these will have:

- (a) A quadruplet, 2 triplets, 2 pairs and 1 singlet.
- (b) 3 triplets and 3 pairs.

Все задачи снабжены подробными решениями.