Задание 1
(Китаева А.В.)

1. После бури на участке между 40-м и 70-м километрами телефонной линии произошел обрыв провода. Какова вероятность, что разрыв произошел между 50-м и 55-м километрами линии?
2. Из 20 вопросов, входящих в экзаменационный билет, студент подготовил 17. Найти вероятность того, что студент ответил правильно на экзаменационный билет, состоящий из 2-х вопросов.
3. Рабочий обслуживает 3 станка. Вероятность безотказной работы первого из них равна 0,75, второго 0,85, третьего 0,95. Найти вероятность того, что а) откажут ровно два станка, б) все три станка будут работать безотказно, в) хотя бы один станок откажет в работе.
4. Из колоды содержащей 32 карты вынимается наугад 3. Найти вероятность того, что это тройка, семёрка и туз.
5. Найти вероятность того, что абонемент наберет правильный двухзначный номер, если он знает, что данный номер не делится на 5.
6. Игральная кость подброшена два раза: а) найти вероятность того, что сумма очков на верхних гранях составит 7, б) найти вероятность того, что хотя бы два очка появятся при одном подбрасывании.
7. В урне имеется 5 черных и 7 красных шаров. Последовательно (без возвращения) извлекается три шара. Найти вероятность того, что а) все три шара будут красными, б) три шара будут красными или черными.
8. (Задача о встрече). Два человека условились встретиться в определенном месте между двумя и тремя часами дня. Пришедший первым ждет другого в течение 10 минут, после чего уходит. Чему равна вероятность встречи этих лиц?
9. В группе из 15 человек 6 человек занимаются спортом. Найти вероятность того, что из случайно отобранных 7 человек 5 человек занимаются спортом.
10. Мышь может выбрать наугад один из 5 лабиринтов. Известно, что вероятности её выхода из различных лабиринтов за три минуты равны 0,5; 0,6; 0,2; 0,1; 0,1. Пусть оказалось, что мышь выбралась из лабиринта через три минуты. Какова вероятность того, что она выбрала первый лабиринт? Второй лабиринт?
11. Из 10 билетов выигрышными являются 2. Найти вероятность того, что из 5 билетов выигрышным является один.
12. На отрезке длины l наудачу выбираются две точки. Какова вероятность, что из трех отрезков, на которые делится исходный отрезок выбранными точками, можно составить треугольник?
13. В сентябре вероятность дождливого дня 0,3. Команда «Статистик» выигрывает в ясный день с вероятностью 0,8, а в дождливый день эта вероятность равна 0,3. Известно, что в сентябре они выиграли некоторую

игру. Какова вероятность, что в тот день: а) шел дождь; б) был ясный день.

14. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,7, вторым – 0,5, третьим – 0,4. Найти вероятность того, что хотя бы один стрелок попадет в цель.
15. В первом ящике содержится 20 деталей, из них 10 стандартных, во втором 30 деталей, из них 25 стандартных, в третьем 10 деталей, из них 8 стандартных. Из случайно взятого ящика наудачу взята одна деталь, которая оказалась стандартной. Найти вероятность того, что она взята из второго ящика.
16. На каждой из пяти одинаковых карточек написана одна из следующих букв: А, Е, Н, С, Т. Карточки перемешаны. Определить вероятность того, что из вынутых и положенных в ряд карточек а) получится слово «СТЕНА», б) из трех карточек получится слово «НЕТ».
17. Для поражения цели достаточно попадания хотя бы одного снаряда. Произведено два залпа из двух орудий. Найти вероятность поражения цели, если вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия равна 0,46, второго 0,6.
18. Имеется 3 урны. В первой урне 6 черных и 4 белых шара, во второй 5 белых и 5 черных шаров, в третьей 7 белых и 3 черных шара. Случайно выбирается урна и из нее извлекается шар, который оказался белым. Найти вероятность того, что выбрана вторая урна.
19. Монета подбрасывается 3 раза. Найти вероятность того, что герб появится: а) все 3 раза, б) только один раз, в) хотя бы один раз.
20. На отдельных карточках написаны цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Все карточки перемешиваются, после чего наугад берут 5 карточек и раскладывают их в ряд. Определить вероятность того, что будет получено число 12035.
21. Три известных экономиста одновременно предложили свои теории, которые считались равновероятными. После наблюдения над состоянием экономики оказалось, что вероятность того развития, которое она получила в реальности, в соответствии с первой теорией равна 0,5; со второй – 0,7; с третьей – 0,4. Каким образом это меняет вероятности правильности трёх теорий.
22. В магазине продается 4 магнитофона. Вероятность того, что они выдержат гарантийный срок, соответственно, равны: 0,91; 0,9; 0,95; 0,94. Найти вероятность того, что взятый наудачу магнитофон выдержит гарантийный срок.
23. Игральная кость сделана так, что вероятность выпадения определённого числа пропорциональна числу очков. Какова вероятность выпадения трёх очков, если известно, что выпало нечётное число очков.
24. Брошены 2 игральные кости. Какова вероятность того, что абсолютная величина разности выпавших очков равна 3?
25. Студент в поисках книги может посетить одну из 3 библиотек. Вероятности того, что она есть в библиотеках, равны 0,4, 0,5, 0,1, а то, что

она выдана или нет – равновероятные события. Какова вероятность того, что нужная книга найдена?

26. Найти вероятности того, что дни рождения 12 человек приходятся на разные месяцы года.
27. В урне имеется 10 белых, 5 черных и 15 красных шаров. Извлекается последовательно 2 шара. Рассматриваются 2 события: A – хотя бы один шар из двух вынутых красный, B – хотя бы один вынутый шар белый. Найти вероятность события $C = A \cup B$.
28. Наудачу набранный номер состоит из 5 цифр. Определить вероятность того, что все цифры в нем различны.
29. В магазин трикотажных изделий поступили носки, 60% которых получено от одной фабрики, 25% – от другой и 15% – от третьей. Найти вероятность того, что купленные покупателем носки изготовлены на второй или третьей фабрике.
30. Пассажир за получением билета может обратиться в одну из касс. Вероятность обращения в первую кассу составляет 0,4, вторую – 0,35 и третью – 0,25. Вероятность того, что к моменту прихода пассажира имеющиеся в кассе билеты будут проданы, равна для первой кассы 0,3, для второй 0,4, третьей 0,6. Найти вероятность того, что пассажир купит билет.
31. На паркет, составленный из правильных $к$-угольников со стороной a случайно бросается монета радиуса r. Найти вероятность того, что упавшая монета не заденет границу ни одного из $к$-угольников паркета для: а) $к = 3$; б) $к = 4$; в) $к = 6$.
32. Бросаются 4 игральные кости. Найти вероятность того, что: а) хотя бы на одной появится 2 очка, б) на них выпадет по одинаковому числу очков.
33. Из 9 жетонов, занумерованных разными однозначными цифрами, выбирается 3. Найти вероятность того, что последовательная запись их номеров покажет возрастание значений цифр.
34. Вероятность выигрыша по лотерейному билету равна 0,1. Какова вероятность того, что выиграет хотя бы один билет из трех купленных?
35. Из полной колоды карт (52 листа) вынимают 4 карты. Найти вероятность того, что все эти карты будут разных мастей.
36. Имеется 3 урны. В первой из них 5 белых и 6 черных шаров, во второй 4 белых и 3 черных шара, в третьей 5 белых и 3 черных шара. Некто наугад выбирает одну из урн и вынимает из нее шар. Этот шар оказался белым. Найти вероятность того, что этот шар вынут из второй урны.
37. В магазине имеется в продаже 20 пар обуви, из которых 7 пар 42 размера. Найти вероятность того, что из 8 покупателей 3 выберут обувь 42 размера.
38. В мешке смешаны нити трех цветов: 30% белых, 50% красных, остальные зеленые. Определить вероятность того, что при последовательном вытягивании наугад трех нитей окажется, что все они одного цвета.
39. В урне «a» белых и «b» черных шаров. Из урны вынули один шар и, не глядя, отложили в сторону. После этого из урны взяли еще один шар. Он

оказался белым. Найти вероятность того, что первый шар, отложенный в сторону – тоже белый.

40. У рыбака имеется 2 места ловли рыбы, которые он посещает с одинаковой вероятностью. Если он закидывает удочку на первом месте, рыба клюет с вероятностью 0,6, на втором – с вероятностью 0,7. Рыбак, выйдя на ловлю в одно из мест, 2 раза закинул удочку. Найти вероятность того, что рыба клюнет только один раз.
41. Точка случайно бросается в квадрат со стороной, равной 1. Найти вероятности следующих событий: а) расстояние от точки до фиксированной стороны квадрата не превосходит x; б) расстояние от точки до ближайшей стороны квадрата не превосходит x; в) расстояние от точки до центра квадрата не превосходит x; г) расстояние от точки до заданной вершины квадрата не превосходит x.
42. На сборку поступило 50 деталей от первого станка, 100 от второго и 150 от третьего. Первый станок дает 2%, второй 1% и третий 2% брака. Найти вероятность того, что взятая наугад деталь окажется не бракованной.
43. Найти вероятность того, что на две определённые карточки в «Спортлото – 5 из 36» будет получено по минимальному выигрышу (угадано ровно три числа).
44. Всхожесть семян данного сорта растений оценивается вероятностью, равной 0.8. Какова вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут не менее четырех?
45. Вероятность того, что стрелок попадет, хотя бы один раз при трех выстрелах равна, 0,992. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле, предполагая ее постоянной при каждом выстреле.
46. Пусть 3% всех мужчин и 5% всех женщин дальтоники. Наугад выбранный человек оказался дальтоником. Какова вероятность, что это мужчина? (Считать, что количество мужчин и женщин одинаково.)
47. В группе из 25 человек 10 учится на «отлично», 8 на «хорошо» и 7 на «удовлетворительно». Найти вероятность того, что из взятых наугад 8 человек 3 человека учатся на «отлично».
48. Вероятность появления успеха в каждом из 400 независимых испытаний равна 0.8. Найти такое положительное число ε, что с вероятностью 0.9876 абсолютная величина отклонения частоты появления успеха от его вероятности не превысит ε.
49. Какова вероятность, что наудачу вырванный листок из нового календаря соответствует первому числу месяца? (Год считается не високосным.)
50. В группе спортсменов 10 лыжников, 6 боксеров и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму для лыжников составляет 0,8, боксеров 0,7, бегунов 0,9. Найти вероятность того, что спортсмен, выбранный наудачу, выполнит квалификационную норму.
51. На одной полке наудачу расставляется 8 книг. Найти вероятность того, что определенные 3 книги окажутся поставленными рядом.

52. Монету бросают три раза. Какое из событий более вероятно: событие A – все три раза выпала цифра или событие B – два раза выпала цифра и один раз герб? Подсчитать вероятности этих событий.
53. К концу дня в магазине осталось 60 арбузов, из которых 50 спелых. Покупатель выбирает два арбуза. Какова вероятность, что оба арбуза спелые?
54. На один ряд из 7 мест случайным образом садятся семь учеников. Найти вероятность того, что три определённых ученика окажутся рядом.
55. Известно, что при 10 – кратном бросании монеты 5 раз выпали гербы и 5 раз решки. Какова вероятность того, что все гербы выпали при первых пяти бросаниях?
56. Сколько нужно произвести опытов с бросанием монеты, чтобы с вероятностью 0.92 можно было ожидать отклонение частоты выпадения «герба» от теоретической вероятности 0.5 на абсолютную величину, меньшую 0.01.
57. Из 15 строительных рабочих 10 – штукатуры, а 5 – маляры. Наудачу отбирается бригада из 5 рабочих. Какова вероятность того, что среди них будет 3 маляра и 2 штукатура?
58. Игральная кость подброшена 3 раза. Найти вероятность того, что: а) все 3 раза выпадет четное число очков; б) четное число очков выпадет только один раз; в) четное число очков выпадет хотя бы один раз.
59. Какова вероятность того, что из 100 наугад отобранных монет число монет, расположенных «гербом» вверх, будет от 45 до 55.
60. Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата в 3 раза больше производительности второго. Вероятность изготовления не бракованной детали первым автоматом равна 0,95, а вторым 0,8. Найти вероятность того, что взятая наугад деталь будет стандартной.
61. Какова вероятность получения а) 1 туза, б) туза и короля при сдаче 6 карт из колоды в 52 карты?
62. В соревнованиях по футболу участвуют 20 команд. Случайным образом они делятся на две группы по 10 команд. Какова вероятность того, что 2 наиболее сильные команды при этом окажутся в одной группе?
63. Производство дает 1% брака. Какова вероятность того, что из взятых наугад 1100 изделий забраковано будет не больше 17?
64. Гардеробщица одновременно выдала номерки пяти лицам, сдавшим в гардероб свои шляпы, и повесила их наугад. Найти вероятность того, что она каждому выдаст его собственную шляпу.
65. Несколько раз бросают игральную кость. Какова вероятность того, что одно очко появится впервые при третьем бросании?
66. 20 машин были доставлены на станцию технического обслуживания. При этом 5 из них имели неисправность ходовой части, 8 имели неисправности в моторе, а 10 были полностью исправны. Какова вероятность, что машина с неисправной ходовой частью имеет также неисправный мотор?

67. Две точки выбираются наудачу из отрезка $(-1,1)$. Пусть a и b − координаты этих точек. Найти вероятность того, что квадратное уравнение $x^2 + ax + b$ имеет действительные корни.
68. Имеется общество из 500 человек. Найти вероятность того, что хотя бы у двух человек день рождения придется на Новый год.
69. Из 15 билетов выигрышными являются 2. Найти вероятность того, что из 10 билетов выигрышным является один.
70. Готовясь к вступительному экзамену по математике, абитуриент должен подготовить 20 вопросов по элементам математического анализа и 25 по геометрии. Однако он успел подготовить только 15 вопросов по элементам математического анализа и 20 по геометрии. Билет содержит 3 вопроса, 2 из них – по элементам математического анализа и 1 – по геометрии. Какова вероятность, что: а) студент сдаст экзамен на отлично (ответит на все три вопроса); б) на хорошо (ответит на любые два вопроса)?
71. На стеллаже 15 учебников, 5 из них в переплёте. Наудачу выбирают 3 учебника. Какова вероятность, что хотя бы один из них будет в переплёте?
72. Из 5 винтовок, из которых 3 – снайперские и 2 – обычные, наудачу выбирается одна, и из неё производится выстрел. Найти вероятность попадания, если вероятность попадания из снайперской винтовки – 0,95, а из обычной 0,7.
73. (Задача Банаха) Некий курящий математик носит с собой две коробки спичек. Каждый раз, когда он хочет достать спичку, он выбирает наугад одну из коробок. Найти вероятность того, что когда математик вынет в первый раз пустую коробку, в другой коробке останутся *к* спичек (*к* − 1,2,..., *n*; *n* − число спичек, бывших первоначально в каждой из коробок).
74. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Произведено 3 выстрела. Какова вероятность, что будет: а) три попадания; б) один промах; в) хотя бы одно попадание.
75. На спортивных соревнованиях вероятность показать личный рекордный результат для первого спортсмена 0,5, для второго 0,3, для третьего 0,1. Какова вероятность того, что: а) рекорд будет установлен одним спортсменом; б) рекорд будет установлен хотя бы одним спортсменом; в) рекорд не будет установлен.
76. Вероятность появления успеха в каждом испытании равна 0.25. Какова вероятность, что при 300 испытаниях успех наступит: а) ровно 75 раз; б) ровно 85 раз.
77. В первой урне 10 шаров: 6 черного и 4 белого цвета; во второй 3 черных и 7 белых шаров. Из каждой урны наудачу извлекается один шар. Какова вероятность того, что вынуты: а) 2 белых шара; б) хотя бы один шар черный; в) белый и черный в любой последовательности.
78. Вероятность того, что хотя бы один из трех покупателей купит определенный товар, равна 0,784.Вероятности покупки товара

79. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле из орудия равна 0.8. Сколько нужно произвести выстрелов, чтобы наивероятнейшее число попаданий было равно 20?
80. В коробке находятся жетоны с цифрами то 1 до 10. Наудачу извлекаются два жетона. Какова вероятность того, что будут вынуты: а) оба жетона с нечетными номерами; б) хотя бы один жетон с нечетным номером; в) один жетон с четным номером.
81. В двух группах обучается по 25 студентов. В первой группе сессию на «отлично» сдали 7 человек, во второй 4 человека. Из каждой группы наудачу вызывают по одному студенту. Какова вероятность того, что: а) оба студента отличники; б) только один отличник; в) хотя бы один отличник.
82. В первой бригаде из 8 тракторов 2 требуют ремонта, во второй из 6 тракторов 1 требует ремонта. Из каждой бригады наудачу выбирают по одному трактору. Определить вероятность того, что: а) оба трактора исправны; б) хотя бы один исправен; в) только один исправен.
83. В организации работают 12 мужчин и 8 женщин. Для них выделено 3 премии. Определить вероятность того, что премию получат: а) двое мужчин и одна женщина; б) только женщины; в) хотя бы один мужчина.
84. Из 25 работников предприятия 10 имеют высшее образование. Определить вероятность того, что из случайно отобранных трех человек высшее образование имеют: а) три человека; б) один человек; в) хотя бы один человек.
85. На карточках написаны буквы «К», «А», «Р», «Т», «О», «Ч», «К», «А». Карточки перемешивают и кладут в порядке их вытаскивания. Какова вероятность того, что получится: а) слово «КАРТОЧКА»; б) слово «КАРТА»; в) слово «ТОК».
86. Для прядения смешаны поровну белый и окрашенный хлопок. Какова вероятность среди пяти случайно выбранных волокон смеси обнаружить менее двух окрашенных?
87. В коробке из 25 изделий 15 повышенного качества. Наудачу извлекается 3 изделия. Определить вероятность того, что: а) одно из них повышенного качества; б) все три изделия повышенного качества; в) хотя бы одно изделие повышенного качества.
88. Бросается три игральных кости. Какова вероятность того, что: а) хотя бы на одной из них появится 5 очков; б) на всех выпадут нечетные цифры; в) на всех костях выпадут одинаковые цифры.
89. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0.001. Найти вероятность попадания в цель двух и более пуль, если число выстрелов равно 5000.
90. В первом ящике из 6 шаров 4 красных и 2 черных, во втором ящике из 7 шаров 2 красных и 5 черных. Из первого ящика во второй, переложили один шар, затем из второго в первый переложили один шар. Найти

91. Изделия некоторого производства содержат 5% брака. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наугад изделий: а) нет ни одного испорченного; б) будут ровно два испорченных.
92. Два предприятия выпускают однотипные изделия. Причем второе выпускает 55% всех изделий. Вероятность выпуска нестандартного изделия первым предприятием 0,1, вторым 0,15. а) Определить вероятность того, что взятое наудачу изделие окажется не стандартным. б) Взятое изделие оказалось нестандартным. Какова вероятность, что оно выпущено на втором предприятии?
93. Батарея дала 14 выстрелов по объекту, вероятность попадания в который равна 0.2. Найти наивероятнейшее число попаданий и вероятность этого числа попаданий.
94. Имеется три урны. В первой 3 белых и 2 черных шара, во второй и третьей по 4 белых и 3 черных шара. Из случайно выбранной урны извлекается шар. Он оказался белым. Какова вероятность того, что шар взят из третьей урны?
95. Семена для посева в хозяйство поступают из трех семеноводческих хозяйств. Причем первое и второе хозяйства присылают по 40 % всех семян. Всхожесть семян из первого хозяйства 90%, второго 85%, третьего 95%. а) Определить вероятность того, что наудачу 'взятое семя не взойдет. б) Наудачу взятое семя не взошло. Какова вероятность, что оно получено от второго хозяйства?
96. Программа экзамена состоит из 30 вопросов. Из двадцати студентов группы 8 человек выучили все вопросы, 6 человек по 25 вопросов, 5 человек по 20 вопросов, а один человек 10 вопросов. Определить вероятность того, что случайно вызванный студент ответит на два вопроса билета.
97. Перед посевом 95% семян обрабатываются специальным раствором. Всхожесть семян после обработки 99%, необработанных 85%. а) Какова вероятность того, что случайно взятое семя взойдет? б) Случайно взятое семя взошло. Какова вероятность того, что оно выращено из обработанного семени?
98. В магазин поступают телевизоры четырех заводов. Вероятность того, что в течение года телевизор не будет иметь неисправность, равна: для первого завода 0,9, для второго 0,8, для третьего 0,8 и для четвертого 0,99. Случайно выбранный телевизор в течение года вышел из строя. Какова вероятность того, что он изготовлен на первом заводе?
99. Покупатель с равной вероятностью посещает каждый из трех магазинов. Вероятность того, что покупатель купит товар в первом магазине, равна 0,4, втором 0,6 и третьем 0,8. а) Определить вероятность того, что покупатель купит товар в каком-то магазине. б) Покупатель купил товар. Найти вероятность того, что он купил его во втором магазине.

100. Что вероятнее: выиграть у равносильного противника три партии из четырех или пять из восьми (ничейный исход партии исключен)?
101. Вероятность получения удачного результата при производстве сложного химического опыта равна 2/3. Найти наивероятнейшее число удачных опытов, если общее количество опытов равно 7.
102. Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение одной минуты равна 0.004. Найти вероятность того, что в течение одной минуты обрыв произойдет на пяти веретенах.
103. Спутник Земли движется по орбите, которая заключена между 60 градусами северной и 60 градусами южной широты. Считая падение спутника в любую точку земной поверхности в указанной полосе равновозможным, найти вероятность его падения выше 30 градусов северной широты.
104. На плоскость, разграфленную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстоянии l, наудачу бросается: а) игла длиною $2r$ ($2r < l$); б) монета радиуса r ($r < 1/2$). Какова вероятность того, что: а) игла пересечет; б) монета не пересечет одну из проведенных прямых?

Примеры решения задач

Возьмем задачу 51. Решим задачу по классическому определению вероятностей. Найдем общее число возможных исходов n, равное числу способов расставить 8 книг: $n = 8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 ... \cdot 7 \cdot 8$ (первая книга может стоять на любом из 8-ми мест, вторая – на любом из семи,…, седьмая – на любом из оставшихся пустыми двух мест, восьмая – на единственном незанятом месте). Найдем число благоприятных исходов m, равное числу способов поставить 3 определенные книги рядом. Свяжем эти три книги воображаемой веревкой, чтобы они были нераздельны, тогда у нас будет 6 книг: 5 оставшихся обыкновенных и одна составная (из трех выбранных). Эти 6 книг можно расставить 6! способами. Заметим также, что связать выбранные книги можно 3! способами. По комбинаторному правилу умножения $m = 6! \cdot 3!$. Итак, искомая вероятность $p = \frac{m}{n} = \frac{6!3!}{8!} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 8} = \frac{3}{28}$.

Заметим, что поскольку нас не интересует расстановка 5-ти оставшихся книг, то их можно было сразу исключить из рассмотрения. Тогда n – число способов расставить 3 книги по восьми местам (число размещений 3 предметов по восьми местам), $n = A_8^3 = 8 \cdot 7 \cdot 6 = \frac{8!}{5!}$; m – число способов поставить их вместе. Снова удобно умозрительно склеить эти 3 книги, что можно сделать 3! способами, и 6-ю способами эту «склеенную» книгу поставить на полку («склеенная» книга занимает сразу три места), $m = 3! \cdot 6$. Итак, $p = \frac{m}{n} = \frac{3! \cdot 6 \cdot 5!}{8!} = \frac{3}{28}$.

Оба варианта решения равноценны.

Возьмем задачу 3. Естественно предположить, что станки работают независимо друг от друга (в противном случае данной информации для решения задачи недостаточно). Обозначим A – событие «первый станок работает безотказно», B – событие «второй станок работает безотказно», C – событие «третий станок работает безотказно».

а) Интересующее нас событие D можно записать в виде $D = A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C}$. По свойству аддитивности вероятности и теореме умножения для независимых событий

$$P(D) = P\left(A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C}\right) = P\left(A\overline{B}\overline{C}\right) + P(\overline{A}\overline{B}C) + P(\overline{A}B\overline{C}\big) = P(A)P(\overline{B})P(\overline{C}) +$$
$$+ P(\overline{A})P(\overline{B})P(C) + P(\overline{A})P(B)P(\overline{C}) = 0.75 \cdot 0.15 \cdot 0.05 + 0.25 \cdot 0.15 \cdot 0.95 + 0.25 \cdot 0.85 \cdot 0.05 = 0.051875.$$

б) $P(G) = P(ABC) = P(A)P(B)P(C) = 0.75 \cdot 0.85 \cdot 0.95 = 0.605625.$

в) Заметим, что интересующее нас событие V является противоположным к G, следовательно, $P(V) = P(\overline{G}) = 1 - P(G) = 0.394375.$

Возьмем задачу 35. Будем решать по классическому определению вероятностей. Найдем число благоприятных исходов m и общее число возможных исходов n: $n = \binom{52}{4} = C_{52}^4 = \frac{52!}{4! \cdot 48!}$ – число различных способов вытащить 4 карты из полной колоды (число сочетаний из 52 по 4); $m = 52 \cdot 39 \cdot 26 \cdot 13$, поскольку первая карта может быть любой из $52 = 13 \cdot 4$ (в полной колоде по 13 карт каждой масти), вторая – любой из 39 = 52 – 13 и т.д., по правилу умножения из комбинаторики (события происходят вместе) мы должны перемножить все полученные числа. Итак, искомая вероятность

$$p = \frac{m}{n} = \frac{52 \cdot 39 \cdot 26 \cdot 13}{C_{52}^4} = \frac{52 \cdot 39 \cdot 26 \cdot 13 \cdot 4! \cdot 48!}{52!} = \frac{39 \cdot 26 \cdot 13 \cdot 24}{49 \cdot 50 \cdot 51} = \frac{39 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 8}{49 \cdot 25 \cdot 17} = \frac{52728}{124950} \approx 0.422.$$

Возьмем задачу 45. Обозначим вероятность попадания в цель при одном выстреле через p. Тогда вероятность того, что стрелок ни разу не попадет, по теореме умножения для независимых событий равна $(1-p)^3 = 0{,}992$. Найти из этого уравнения p не представляет труда.

Возьмем задачу 66. Нас интересует условная вероятность P(«неисправный мотор»/ «неисправна ходовая часть»)$= P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$. Здесь мы воспользовались определением условной вероятности. Введенные при этом обозначения событий очевидны. По условию задачи вероятность $P(B) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$. Как же найти $P(AB)$? Для этого нам надо знать количество машин с неисправной ходовой частью и неисправным мотором. Всего машин – 20, среди них 10 – полностью исправны. Среди 10-ти неисправных машин – 8 имеют неисправности в моторе, а 5 – неисправность ходовой части. Отсюда с неизбежностью следует, что ровно три машины одновременно имеют и неисправности в моторе и неисправность ходовой части, следовательно, $P(AB)=\frac{3}{20}$. Итак, $P(A/B)=\frac{3}{20}:\frac{1}{4}=\frac{3}{5}$.

Возьмем задачу 40. Опять т.к. нет дополнительной информации, будем считать, что события A_1 – «рыба клюнула первый раз» и A_2 – «рыба клюнула во второй раз (при втором закидывании удочки)» независимы. Если бы мы знали, на какое место пришел рыбак, то задача была бы проста. Поэтому сформулируем гипотезы: H_1 – рыбак пришел на первое место, H_2 – рыбак пришел на второе место, по условию задачи вероятности гипотез $P(H_1)=P(H_2)=0.5$. Обозначим A – событие «рыба клюнет только один раз», $A=A_1\overline{A}_2+\overline{A}_1A_2$. По формуле полной вероятности интересующая нас вероятность
$$P(A)=P(H_1)P(A/H_1)+P(H_2)P(A/H_2)=$$
$$=P(H_1)P(\left(A_1\overline{A}_2+\overline{A}_1A_2\right)/H_1)+P(H_2)P(\left(A_1\overline{A}_2+\overline{A}_1A_2\right)/H_2)=$$
$=0.5\cdot(0.6\cdot0.4+0.4\cdot0.6)+0.5\cdot(0.7\cdot0.3+0.3\cdot0.7)=0.24+0.21=0.45.$ Какие свойства вероятности мы здесь использовали?

Возьмем задачу 90. Эту задачу также можно решать по формуле полной вероятности. Если бы мы знали, какие шары были переложены, то легко решили бы задачу. Поэтому сформулируем гипотезы: H_1 – «первый переложенный шар – красный $(кр_1)$, второй переложенный шар – красный $(кр_2)$», H_2 – «первый переложенный шар – красный, второй переложенный шар – черный $(ч_2)$», H_3 – «первый переложенный шар – черный $(ч_1)$, второй переложенный шар – красный», H_4 – «первый переложенный шар – черный, второй переложенный шар – черный», по теореме умножения $P(H_1)=P(кр_1)\mathrm{P}(кр_2/кр_1)=\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{8}=\frac{1}{4}$, $P(H_2)=P(кр_1)\mathrm{P}(ч_2/кр_1)=\frac{4}{6}\cdot\frac{5}{8}=\frac{5}{12}$
$P(H_3)=P(ч_1)\mathrm{P}(кр_2/ч_1)=\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{8}=\frac{1}{12}$, $P(H_4)=P(ч_1)\mathrm{P}(ч_2/ч_1)=\frac{2}{6}\cdot\frac{6}{8}=\frac{1}{4}$. Проверим выполнение условия нормировки: $P(H_1)+P(H_2)+P(H_3)+P(H_4)=\frac{1}{4}+\frac{5}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{4}=1$.
Это радует! Итак, пусть A – интересующее нас событие, по формуле полной вероятности
$$P(A)=P(H_1)P(A/H_1)+P(H_2)P(A/H_2)+P(H_3)P(A/H_3)+P(H_4)P(A/H_4)=$$
$$=\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{6}+\frac{5}{12}\cdot\frac{3}{6}+\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{6}=\frac{1}{6}+\frac{5}{24}+\frac{1}{72}+\frac{1}{12}=\frac{24}{72}=\frac{1}{3}.$$

Возьмем задачу 25. Интересующее нас событие A можно представить как сумму трех несовместных событий $A=A_1+A_2+A_3$, где A_i – событие «студент взял книгу в i – ой библиотеке». По теореме сложения для несовместных событий $p(A)=p(A_1)+p(A_2)+p(A_3)$. Каждое событие A_i состоит из 3-х независимых событий, которые должны произойти вместе: $A_i^{(1)}$ – «студент пошел в i –ую библиотеку», $A_i^{(2)}$ – «книга в i – ой библиотеке есть» и $A_i^{(3)}$ – «книга не выдана», $A_i = A_i^{(1)} A_i^{(2)} A_i^{(3)}$. По теореме умножения для независимых событий $p(A_i) = p\left(A_i^{(1)}\right) p\left(A_i^{(2)}\right) p\left(A_i^{(3)}\right)$. Поскольку информации о предпочтениях студентом определенной библиотеки нет, будем считать, что он посещает библиотеки с равной вероятностью, т.е. $p\left(A_i^{(1)}\right) = \frac{1}{3}\ \forall i = 1,2,3$. Итак, $p(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(0{,}4 + 0{,}5 + 0{,}1) = \frac{1}{6}$.

Заметим, что эту задачу можно решать и по формуле полной вероятности, взяв в качестве гипотез события H_i – «студент пошел в i –ую библиотеку», $i = 1,2,3$.

Возьмем задачу 39. Сформулируем гипотезы: H_1 – «отложенный шар белый», H_2 – «отложенный шар черный». Априорные вероятности гипотез: $P(H_1) = \frac{a}{a+b}, P(H_2) = \frac{b}{a+b}$. Далее мы провели эксперимент (обозначим это событие через A): взяли из урны еще один шар и видим, что он белый. Как полученная информация влияет на вероятности гипотез? Ответ дает формула Байеса. Апостериорные вероятности гипотез:

$$P(H_1 / A) = \frac{P(A/H_1)P(H_1)}{p(A)} = \frac{P(A/H_1)P(H_1)}{P(A/H_1)P(H_1) + P(A/H_2)P(H_2)} = \frac{a-1}{a+b-1} \cdot \frac{a}{a+b} :$$

$$:\left(\frac{a-1}{a+b-1} \cdot \frac{a}{a+b} + \frac{a}{a+b-1} \cdot \frac{b}{a+b}\right) = \frac{a(a-1)}{a(a-1)+ab}, P(H_2 / A) = \frac{ab}{a(a-1)+ab}.$$

$P(H_1 / A)$ – искомая вероятность.

Возьмем задачу 91. Решим задачу по формуле Бернулли. Будем считать «успехом» событие, состоящее в том, что выбранная деталь бракованная. Это просто терминология, не более. Вероятность «успеха» $p = 0.05$. Общее количество испытаний $n = 5$; а) количество «успехов» $m = 0$, б) количество «успехов» $m = 2$. Итак, все переменные, входящие в формулу для биномиального распределения определены: $P_m = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}$.

а) $P_0 = C_5^0 0.05^0 (1-0.05)^5 = \frac{5!}{0!\cdot 5!} 0.95^5 \approx 0.774$,

б) $P_2 = C_5^2 0.05^2 (1-0.05)^3 = \frac{5!}{2!\cdot 3!} 0.05^2 \cdot 0.95^3 \approx 10 \cdot 0.0025 \cdot 0.857 \approx 0.021$.

Возьмем задачу 79. В задаче рассматривается схема испытаний Бернулли, т.е. последовательность независимых опытов, в каждом из которых некоторое событие, которое мы будем называть «успехом», может либо произойти с вероятностью p, либо не произойти (с какой вероятностью?). Количество «успехов» в схеме испытаний Бернулли подчиняется биномиальному распределению. Наивероятнейшее число «успехов» (в данном случае попаданий) −это число попаданий m ($0 \le m \le n$), дающее наибольшее значение вероятности P_m (см. разбор задачи 79). Для того, чтобы решить задачу, надо знать формулу для наивероятнейшего числа «успехов» m_0 в схеме испытаний Бернулли. Эту формулу можно а) вывести самостоятельно, б) найти в конспекте, в) найти в книжках по теории вероятностей, либо в Интернете. Затем подставить в эту формулу $p = 0.8,\ m_0 = 20$ и решить полученное относительно числа опытов (в данном случае выстрелов) n уравнение. Успехов!

Возьмем задачу 63. Ситуация в задаче снова соответствует схеме испытаний Бернулли. Нам надо найти $\sum_{m=0}^{17} P_m$ при $p = 0.01, n = 1100$. Под «успехом » будем понимать выбор бракованного изделия, вероятность «успеха» p очень мала. В таких случаях обычно пользуются формулой Пуассона. Однако, поскольку число опытов n достаточно велико можно воспользоваться гауссовской аппроксимацией (см. задачу 21 в) в блоке). Эвристическое правило (the rule of thumb) рекомендует гауссовскую аппроксимацию, если $npq \ge 9$. Итак, задача решается аналогично задаче 21 в) в блоке «Задачи для менеджеров».