ПРЕДИСЛОВИЕ

В современном обществе статистика стала одним из важнейших инструментов управления народным хозяйством. Она собирает информацию, характеризующую развитие экономики страны, культуры и жизненного уровня народа. С помощью статистической методологии вся полученная информация обобщается, анализируется и в результате дает возможность увидеть стройную систему взаимосвязей в экономике, яркую картину и динамику развития, позволяет делать международные сопоставления.

В условиях перехода к рыночным отношениям перед статистической теорией и практикой встает принципиально новая задача – реформирование её общеметодологических и организационных основ. Поэтому особое место отводится таким отраслям статистической науки, как общая теория статистики, макроэкономическая статистика, статистика предприятия, которые являются важным инструментом, обеспечивающим теоретическую и практическую подготовку экономистов высшей квалификации, а также менеджеров, коммерсантов, бухгалтеров-аудиторов и тех, кто избрал статистику своей профессией.

Предлагаемое пособие представляет собой изложение курса статистики, который читается для студентов по направлению «Статистика», а также других экономических специальностей. Пособием могут воспользоваться лица, самостоятельно изучающие статистику.

В учебном пособии три раздела. В первом разделе освещены вопросы общей теории статистики, рассмотрены основные методы статистического исследования (статистическое наблюдение, сводка, группировка, расчет обобщающих показателей, выборочный метод, основы корреляционного и регрессионного анализа, анализ рядов динамики, индексный метод анализа), приведен анализ статистических методов прогнозирования, статистические методы экономической конъюнктуры и деловой активности.

Второй раздел посвящен вопросам макроэкономической статистики. Приводятся сведения по системе национальных счетов в России, статистике населения и демографическим показателям.

В третьем разделе рассмотрены вопросы статистики предприятия: показатели объема и обращения продукции, статистические методы финансовых, страховых и бизнес-рисков предприятия.

Для самоконтроля и промежуточного контроля предлагаются тестовые задания после каждой темы учебного пособия. Цель контроля: проверка своих знаний студентами и осуществление оценки знаний теоретического материала преподавателем.

Раздел 1

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

ГЛАВА 1. ПРЕДМЕТ И МЕТОД СТАТИСТИКИ

1.1. Понятие статистики

Статистика – отрасль общественных наук, имеющая целью сбор первичной информации социально-экономических явлений, упорядочение – сводка и группировка полученных данных, анализ информации, характеризующей количественные закономерности жизни общества во всем их многообразии (технико-экономические, социально-политические явления, культура) в неразрывной связи с ее качественным содержанием.

1.2. Основные особенности науки «статистика»

Первой особенностью статистики как науки является то, что исследуются не отдельные факты, а массовые социально-экономические явления и процессы.

Задача статистического исследования состоит в выявлении закономерностей в общественной жизни в конкретных условиях места и времени.

Объектом исследования является статистическая совокупность. ***Статистическая совокупность*** – это множество единиц, обладающих массовостью, однородностью, определенной целостностью, взаимозависимостью состояний отдельных единиц и наличием вариации.

Каждый отдельно взятый элемент данного множества называется единицей статистической совокупности. Единицы статистической совокупности характеризуются общими свойствами, именуемыми в статистике признаками.

Совокупности могут быть разнородными и однородными. Совокупность объектов, у которых один или несколько изучаемых существенных признаков являются общими, называется качественно однородной.

Единицы совокупности, наряду с общими для всех единиц признаками, характеризующими качественную определенность, обладают индивидуальными особенностями и различиями, отличающими их друг от друга, т. е. существует ***вариация признаков***. Именно наличие вариации предопределяет необходимость статистики.

Под ***признаком*** в статистике понимается характерное свойство изучаемого явления, отличающее его от других явлений.

Признаки отличаются способами их измерения и другими особенностями, влияющими на приемы статистического изучения. Это дает основание для классификации признаков (рис. 1.1).

Все признаки можно разделить на существенные и несущественные.

К ***существенным*** признакам относятся такие, которые выражают социально-экономическую сущность, а второстепенные относятся к ***несущественным.***

Признаки, выраженные смысловыми понятиями, принято называть ***атрибутивными,*** например: пол человека (мужчина и женщина), специализация магазинов (продовольственные, непродовольственные). Описательные номинальные признаки – это такие признаки, по которым нельзя ранжировать данные, и описательные порядковые, – по которым можно ранжировать, упорядочивать данные. Признаки, выраженные числовыми значениями, называют ***количественными***, например: возраст (число прожитых лет), стаж работы и т. д.

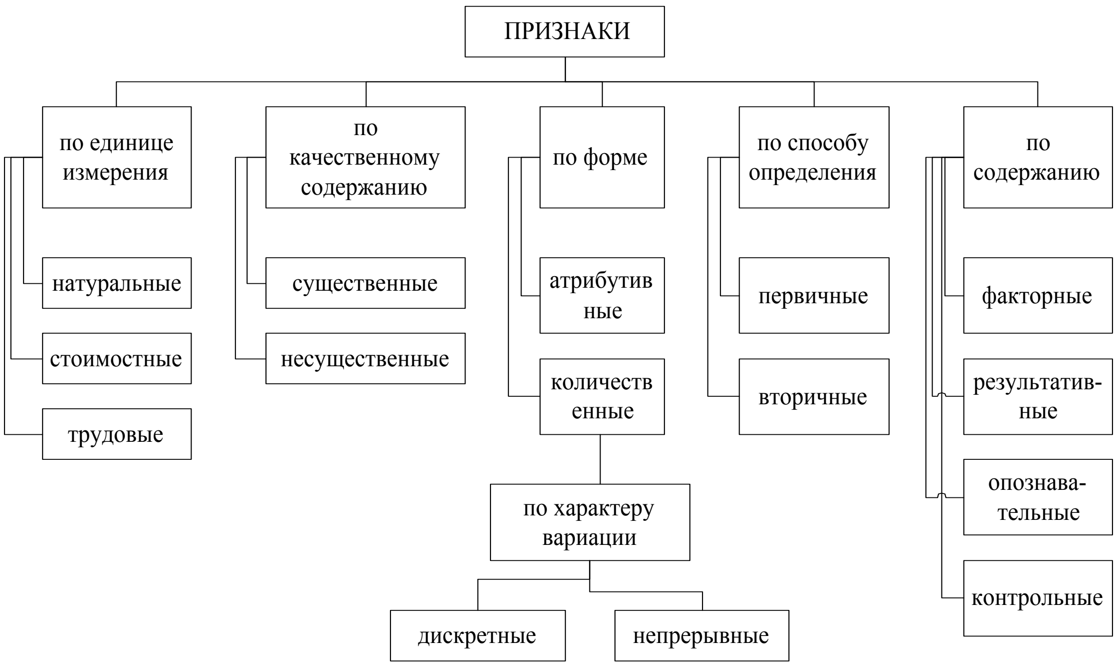


Рис. 1.1. Схема классификации признаков

Признаки, принимающие различные значения у отдельных единиц изучаемого явления, называются ***варьирующими.*** Так, при изучении коммерческой деятельности магазинов объем товарооборота – признак варьирующий, так как его величина у отдельных магазинов, как правило, различна. Значение варьирующего признака у отдельных единиц изучаемого явления называется ***вариантом.***

Первичные признаки характеризуют единицу совокупности в целом. Это абсолютные величины. Они существуют сами по себе и могут быть измерены, сосчитаны, взвешены. ***Вторичные***, или расчетные, признаки не измеряются, а рассчитываются. Они являются продуктом человеческого сознания, например: себестоимость единицы продукции, производительность труда, рентабельность и т. д. ***Прямые*** (непосредственные) признаки совпадают с их делением на первичные, а косвенные – со вторичными признаками.

Если атрибутивные признаки принимают только одно из двух противоположных значений, их называют ***альтернативными***.

Дискретные признаки – это количественные признаки, которые могут принимать только отдельные значения – целочисленные (число членов семьи, число этажей здания).

Непрерывные – непрерывно варьирующие признаки способны принимать любые значения. К ним относятся расчетные вторичные признаки (результат деления, а оно может приводить к любым числам – целым, дробным).

Моментные признаки – характеризуют изучаемый объект в какой-то момент времени и характеризуют наличие чего-либо: численность населения и т. д.

Интервальные признаки характеризуют результаты процессов, их значения возникают за интервал времени: год, месяц, сутки.

Второй особенностью статистики как науки является то, что она изучает количественную сторону массовых общественных явлений и процессов в конкретных условиях места и времени, т. е. предметом статистики выступают размеры и количественные соотношения социально-экономических явлений, закономерности их связи и развития. Количественную характеристику статистика выражает через ***статистические показатели,*** отражающие результат измерения единиц совокупности и совокупности в целом.

Третья особенность статистики как науки заключается в том, что она характеризует структуру общественных явлений. Структура – это внутреннее строение массовых явлений, т. е. внутреннее строение статистического множества. При анализе структуры выявляются составные части социально-экономических явлений. Эти составные части сопоставляются с явлением в целом и между собой.

Изменения в пространстве, т. е. *в **статике,*** выявляются посредством анализа структуры общественного явления, а изменения уровня и структуры явления исследуются во времени, т. е. в ***динамике***. Такова ***четвертая особенность*** статистики как науки. Анализ динамики включает: установление размера уровня общественных явлений на определенные моменты времени и среднего уровня, определение величины и темпов изменения, их закономерностей и составление статистического прогноза.

Явления общественной жизни взаимосвязаны и взаимообусловлены: изменение одних предопределяет изменение других. Например, снижение затрат на сырье и материалы приводит к снижению себестоимости и наоборот. Поэтому выявление связей является ***пятой особенностью*** статистики как науки [1, 3, 4, 7].

1.3. Основные задачи организации государственной статистики в России

Главным статистическим центром в стране является Государственный комитет Российской Федерации по статистике (Госкомстат России).

Основными задачами Госкомстата являются:

1) представление официальной статистической информации Президенту, Правительству, федеральным органам власти, общественности, международным организациям;

2) разработка научно обоснованной статистической методологии, соответствующей потребностям общества на современном этапе и международным стандартам;

3) координация статистической деятельности в государстве;

4) разработка экономико-статистической информации, ее анализ, составление национальных счетов;

5) гарантирование полноты и научной обоснованности официальной статистической информации, обеспечение равного доступа к ее изучению всем пользователям.

Большую роль в методологической работе государственной статистики играют:

– Научно-исследовательский институт статистики;
– Научно-методологический Совет Госкомстата РФ;
– Министерство финансов РФ и др.

В 1992 г. разработана Государственная программа перехода РФ на систему национальных счетов (СНС).

СНС – это система макроэкономических показателей для описания и анализа рыночной экономики. К этим показателям относятся: валовой внутренний продукт, валовой национальный доход, конечное потребление, национальное сбережение, национальное богатство и др.

В связи с переходом на СНС в России создан и функционирует Единый государственный реестр (регистр) предприятий, организаций, учреждений и объединений (ЕГРПО). Цель его создания – обеспечение единого государственного учета предприятий и организаций, формирование информационного фонда.

Ведомственная статистика выполняет работы, связанные с получением, обработкой и анализом статистической информации, необходимой для руководства и планирования деятельности предприятий, объединений, ведомств и министерств.

Основные задачи ведомственной статистики заключаются в обеспечении информацией:

– о выполнении внутрипроизводственных планов;

– о наличии резервов увеличения выпуска продукции;

– об улучшении использования производственного потенциала [12–14].

Особую роль для развития международной статистики играет Международный статистический институт (МСИ).

МСИ разрабатывает научные основы международных классификаций по важнейшим разделам статистики и их применению.

Широкое развитие международной статистики произошло в рамках:

- Лиги Наций – секции экономики и финансов;
- Международной организации труда;
- Статистической комиссии ООН и др.

Статистическая комиссия ООН является центром, который координирует все статистические работы в мире. Комиссией были разработаны новые варианты стандарта СНС:

- для Европы – Европейская экономическая комиссия ЕЭК;
- для Азии и Дальнего Востока – ЭКАДВ;
- для Латинской Америки – ЭКЛА;
- для Африки – ЭКА;

для Западной Африки – ЭКЗА [14].

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выберите правильный вариант ответа.

1. Основными задачами Госкомстата РФ являются:
   а) исследование деятельности предприятий;
   б) представление официальной статистической информации Президенту и Правительству;
   в) группирование и исчисление данных;
   г) координация статистической деятельности в государстве.

2. Особенность статистики в том, что она характеризует:
   а) стоимостные свойства явлений;
   б) структуру общественных явлений;
   в) количественную сторону общественных явлений;
   г) трудовые свойства явлений.

3. Статистические исследования проходят следующие стадии:
   а) статистическое наблюдение;
   б) выявление количественных зависимостей;
   в) сводка и группировка данных;
   г) анализ статистических данных.

4. Признаки делятся:
   а) на существенные и несущественные;
   б) индексные и корреляционные;
   в) атрибутивные и количественные;
   г) дискретные и непрерывные.

5. Система национальных счетов – это …
   а) методы массового наблюдения;
   б) система макроэкономических показателей для описания и анализа рыночной экономики;
   в) документальная система справочной информации деятельности предприятий;
   г) опрос потребителей.

6. Ведомственная статистика применяется:
   а) для предоставления конфиденциальной информации Правительству;
   б) для руководства и планирования деятельности предприятий, объединений, ведомств и министерств;
   в) для сплошного наблюдения;
   г) для регистрации запасов сырья и материалов на складе.

7. Перечень признаков (или вопросов), подлежащих регистрации в процессе наблюдения, называется:

а) статистическим формуляром;
б) программой наблюдения;
в) инструментарием наблюдения;
г) статистическим наблюдением.

8. К особенностям статистики относятся:
а) исследуются массовые социально-экономические явления и процессы;
б) отдельные факты экономических явлений;
в) структура социально-экономических явлений в динамике;
г) отдельные характеристики явлений.

9. К основным методам статистики относятся:
а) метод статистических группировок;
б) балансовый метод;
в) метод поиска критического пути;
г) корреляционно-регрессионный метод.

10. Признаки, выраженные смысловыми понятиями, называют:
а) варьирующими;
б) количественными;
в) атрибутивными;
г) первичными.

ГЛАВА 2. СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

2.1. Понятие статистического наблюдения и организационные формы

Статистическое наблюдение – планомерный, научно-организованный, систематический сбор количественных данных о явлениях и процессах общественной жизни путем регистрации существенных признаков. На этой стадии формируются статистические данные, которые затем подвергаются сводке, анализу и обобщению.

Процесс проведения статистического наблюдения включает следующие этапы:

– подготовку наблюдения;
– проведение массового сбора;
– подготовку данных к автоматизированной обработке;
– разработку предложений по совершенствованию статистического наблюдения.

Статистическое наблюдение должно отвечать следующим требованиям:

1) наблюдаемые явления должны иметь научную или практическую ценность и быть своевременными;
2) сбор массовых данных должен обеспечить полноту фактов;
3) для обеспечения достоверности необходима проверка (контроль);
4) научная организация необходима для получения объективных материалов, сопоставимых как по методике, так и по времени.

В отечественной статистике используются три организационные формы статистического наблюдения: отчетность, специально организованное статистическое наблюдение и регистры.

Отчетность – это такая форма наблюдения, при которой сведения о деятельности предприятия поступают в статистические органы в виде определенных отчетов по специальной форме. Различают общегосударственную и внутриведомственную отчетность. Общегосударственная отчетность, которая представляется в органы государственной статистики, обязательна для предприятий и организаций всех форм собственности. Внутриведомственная отчетность используется министерствами и ведомствами для своих оперативных нужд. Все формы статистической отчетности утверждаются Госкомстатом.

Утвержденная форма отчетности содержит следующие обязательные реквизиты: номер формы и дату утверждения; название формы; отчетный период и дату представления отчетности; адреса, в которые должна представляться отчетность; наименование и адрес отчитывающейся организации;

Ф.И.О. должностных лиц, подписывающих отчет и ответственных за его составление.

Развитие рыночных отношений сужает сферу показателей государственной отчетности и расширяет распространение ***специально организованного статистического наблюдения***.

Специально организованное статистическое наблюдение охватывает те стороны общественной жизни, которые не находят достаточного отражения в отчетности: переписи, единовременные учеты, специальные обследования. Например: обследование бюджетов рабочих, бюджетов времени, качества продукции и др. Специальное статистическое наблюдение проводится не только органами статистики, но и предприятиями и учреждениями. Проводятся специально организованные плановые и внеплановые обследования по уточнению достоверности отчетности, для выявления слабых и сильных сторон деятельности подотчетных подразделений.

Регистровое наблюдение – это форма непрерывного статистического наблюдения за долговременными процессами, имеющими фиксированное начало, стадии развития и фиксированный конец. Различают регистры населения и регистры предприятия.

При подготовке наблюдения необходимо решить некоторые важные вопросы:

1) связанные с определением цели, объекта и единицы наблюдения, с разработкой программы наблюдения, проектированием формуляров и текста инструкции;

2) об органе наблюдения, сроках и месте проведения наблюдения, составлении списков единиц изучаемой статистической совокупности.

Цель наблюдения – получение достоверной информации для выявления закономерностей развития явлений и процессов – это основной результат статистического исследования. ***Объектом*** статистического наблюдения называется совокупность единиц изучаемого явления. ***Единица наблюдения*** – это первичный элемент объекта статистического наблюдения, который является носителем признаков. ***Единица совокупности*** – это первичная ячейка, от которой должны быть получены необходимые статистические сведения. ***Программой*** статистического наблюдения называется перечень показателей, подлежащих изучению. Включаются только те вопросы, которые отвечают задачам исследования. Программа должна содержать существенные признаки, непосредственно характеризующие изучаемое явление, его тип, основные черты, свойства. Не следует включать в программу признаки, имеющие второстепенное значение по отношению к цели обследования. Программа оформляется в виде документа – ***статистического формуляра***.

Статистические формуляры – это бланки определенных форм учета и отчетности. Различают два вида носителей информации:

1) индивидуальный формуляр – сведения об одной единице совокупности;

2) списочный формуляр, где представлены данные по нескольким единицам совокупности.

В инструкции подробно разъясняются цели, задачи исследования, объект и единица статистического наблюдения. При организации статистического наблюдения обязательно должен быть решен вопрос о времени проведения, включая выбор сезона, установление срока и критического момента наблюдения. В государственной статистике разработкой программы специальных обследований занимаются специалисты Госкомитета России по статистике [1, 9–11].

2.2. Виды статистического наблюдения

Статистические наблюдения можно разбить на группы по следующим признакам:

1) по времени регистрации фактов выделяют ***непрерывное***, или текущее, и ***прерывное наблюдение***, которое, в свою очередь, может быть ***периодическим*** и ***единовременным***;

2) по степени охвата единиц совокупности выделяют ***сплошное***, при котором обследованию подвергаются все без исключения единицы изучаемой совокупности, и ***несплошное наблюдение***, при котором обследованию подвергаются не все единицы совокупности.

Несплошное наблюдение подразделяется на наблюдение выборочное, основного массива, анкетное, монографическое.

Выборочное наблюдение заключается в том, что характеристика всей совокупности фактов дается по некоторой их части, отобранной в случайном порядке (используются таблицы случайных чисел) из всей массы.

Наблюдение ***основного массива*** осуществляется таким образом, что обследованию подвергается та часть единиц совокупности, у которой величина признака является преобладающей во всем объеме.

Монографическое обследование представляет собой детальное, глубокое изучение и описание отдельных единиц совокупности [1, 5–7].

2.3. Способы статистического наблюдения

Статистическая информация может быть получена различными способами, важнейшими из которых являются непосредственное наблюдение, документальный учет фактов и опрос.

Непосредственное наблюдение, – при котором регистраторы путем замера, взвешивания или подсчета устанавливают факт, подлежащий регистрации, и на этом основании производят записи в формуляре наблюдения.

Документальный способ основан на использовании в качестве источника статистической информации различного рода документов учетного характера.

Опрос – это наблюдение, при котором ответы на вопросы записывают со слов опрашиваемого (респондента). В статистике применяют следующие виды опросов: устный опрос (экспедиционный); письменный (саморегистрации); разновидностью письменного опроса является корреспондентский, анкетный, явочный [1, 13–14].

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выберите правильный вариант ответа.

1. Объект статистического наблюдения – это…
   а) единица наблюдения;
   б) статистическая совокупность;
   в) единица статистической совокупности;
   г) отчетная единица.
2. Субъект, от которого поступают данные в ходе статистического наблюдения, называется:
   а) единицей наблюдения;
   б) единицей статистической совокупности;
   в) отчетной единицей.
3. Перечень признаков (или вопросов), подлежащих регистрации в процессе наблюдения, называется:
   а) статистическим формуляром;
   б) программой наблюдения;
   в) инструментарием наблюдения.
4. Срок наблюдения – это…
   а) время, в течение которого происходит заполнение статистических формуляров;
   б) конкретный день года, час дня, по состоянию на который должна быть проведена регистрация признаков по каждой единице исследуемой совокупности.
5. Статистическая отчетность – это…
   а) вид статистического наблюдения;
   б) способ статистического наблюдения;
   в) форма статистического наблюдения.
6. Метод основного массива – это…
   а) вид статистического наблюдения;
   б) способ статистического наблюдения;
   в) форма статистического наблюдения.

7. Перепись населения России (2002 г.) – это…

а) периодическое, специально организованное, сплошное наблюдение;

б) периодическое, регистровое, сплошное наблюдение;

в) единовременное, регистровое, сплошное наблюдение;

г) периодическое, специально организованное, не сплошное наблюдение;

8. Признаки делятся:

а) на существенные и несущественные;

б) индексные и корреляционные;

в) атрибутивные и количественные;

г) дискретные и непрерывные.

9. Регистровое наблюдение – это форма:

а) непрерывного наблюдения за долговременными процессами;

б) документального наблюдения учетного характера;

в) корреспондентского опроса;

г) наблюдения регистраторов путем замера или подсчета.

10. Специально организованное статистическое наблюдение охватывает:

а) процессы общественной жизни, которые не отражаются в статистической отчетности;

б) сведения о деятельности предприятия (поступают в статистические органы);

в) сведения непрерывного статистического наблюдения;

г) сведения по некоторой части, отобранной в случайном порядке из всей совокупности.

ГЛАВА 3. СВОДКА, ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

3.1. Общее понятие статистической сводки

На основе информации, собранной в ходе статистического наблюдения, как правило, нельзя непосредственно выявить и охарактеризовать закономерности социально-экономических явлений. Полученные данные не являются обобщающими показателями, с их помощью нельзя сделать выводы в целом об объекте.

Поэтому цель следующего этапа статистического исследования состоит в систематизации первичных данных и получении на этой основе сводной характеристики всего объекта при помощи обобщающих статистических показателей.

Статистическая сводка – научная обработка первичных материалов статистического наблюдения, представляющая собой совокупность приемов, включающих следующие операции:

1) группировку данных статистического наблюдения;
2) суммирование показателей по отдельным группам, т. е. подсчет групповых и общих итогов, что получило название «сводка в узком смысле слова»;
3) разработку и подсчет системы статистических показателей;
4) табличное (или графическое) оформление результатов сводки и их анализ.

Сводка, включающая все названные операции, называется «сводкой в широком смысле слова».

Статистическая сводка проводится по программе, в которой предусматриваются территориальные границы, группировочные признаки, система статистических показателей, – все это можно отразить в системе макетов разработанных таблиц. План статистической сводки содержит указания о последовательности и сроках выполнения отдельных частей сводки, ее исполнителей и порядок изложения результатов.

Сводка статистических данных может производиться в централизованном (первичные данные сосредоточиваются в одном централизованном органе, например Госкомстате РФ, и обрабатываются только в нем), децентрализованном (документы первичного учета обобщаются на местах и в вышестоящий орган направляются уже в итоговом виде) и в смешанном (обработка первичного материала происходит частично на местах и завершается полностью в вышестоящем государственном органе) порядках.

В зависимости от объема данных обработка первичной статистической информации может производиться вручную (при сравнительно небольшом объеме материала) или с помощью машин (ЭВМ и др.) [1, 3, 4].

3.2. Метод группировки

Основой статистической методологии является метод группировок. Задачи, решаемые с помощью группировок, настолько широки, что без них практически не обходится ни одно сколько-нибудь научное исследование. Многие методы статистики, сохраняя свои характерные черты и специфические задачи, в той или иной степени опираются на метод группировок (средние, относительные, корреляции). Использование метода статистических группировок повышает эффективность применения других статистических методов.

Группировкой в статистике называется выделение в совокупности общественных явлений важнейших типов, характерных групп и подгрупп по существенным для них признакам.

Группировка – сложная работа, и проводится она в следующей последовательности:

1) намечается перечень типов, групп, которые надо выделить;
2) выбираются группировочные признаки;
3) определяются интервалы и число групп;
4) разрабатывается система показателей и характеризуются выделенные группы;
5) определяется характер взаимодействия между отдельными признаками в совокупности в целом и по выделенным группам;
6) оценивается влияние фактора на изменение результативного признака.

Установление типов, подлежащих выделению при группировке, требует глубоких теоретических познаний и знания конкретной действительности. Но часто приходится сталкиваться с конкретными различиями в формах исследуемого процесса, поскольку там, где имеет место развитие, всегда следует ожидать многообразия конкретных форм, поэтому теоретически трудно установить типы.

Обоснованность полученных результатов группировки в основном определяется ***группировочным признаком.*** Группировочный признак должен выражать сущность исследуемого процесса, отражать состоятельность явлений в соответствии с конкретными условиями и особенностями их развития.

Необходима комбинация группировочных признаков для достаточно полного проявления существующих типов.

В основу группировки могут быть положены как количественные, так и качественные группировочные признаки.

Качественные (атрибутивные) группировочные признаки – это признаки, которые не могут быть выражены количественно (пол, национальность и т. д.).

При группировке большое значение имеет число групп. Если признак атрибутивный, то количество групп определяется числом качественных градаций. Группировки по атрибутивным признакам часто называют классификациями.

Под ***классификацией*** следует понимать более устойчивое разграничение объектов, которое обычно содержит подробную номенклатуру. Классификация отличается научной обоснованностью, народнохозяйственными принципами построения, которые позволяют сопоставлять статистические материалы различных отраслей. Классификация отличается многоступенчатостью. В группировках тоже применяются комбинационные признаки, но в группировках группировочный признак для всех групп единый и подгруппы также выделяются по общему для них признаку, а в классификациях распределение ведется по специализированным признакам в разрезе выделенных отраслей, подотраслей.

При установлении количества групп, когда признак количественный, их число будет зависеть от характера изменения группировочного признака (при большой его вариации число групп будет большим); от конечной цели исследования; от объема исследуемой совокупности. При этом, если совокупность небольшая, число групп можно устанавливать по графику ранжированного ряда группировочного признака, при условии четко выраженного характера его изменения.

При плавном изменении группировочного признака и при большой численности единиц исследования число групп можно определить по формуле Стерджесса

$$n = 1 + 3{,}322\ \lg N, \qquad (3.1)$$

где n – число групп;

N – численность единиц исследования.

Способы проведения статистических группировок разнообразны.

Разбивку единиц исследуемой совокупности проводят по интервалу.

Интервалом в статистике называют количественные значения признака, на основе которых исследуемая совокупность разбивается на группы. Каждый интервал имеет свою величину, верхнюю и нижнюю границы. ***Нижней границей*** интервала называется наименьшее значение признака в интервале, а ***верхней границей*** **–** наибольшее значение признака в нем. Величина интервала представляет собой разность между верхней и нижней границами интервала. Применяют открытые и закрытые интервалы. ***Открытые*** – это те интервалы, у которых указана только одна граница: верхняя – у первого интервала или нижняя – у последнего. У ***закрытых*** интервалов указываются верхняя и нижняя границы. Существенное значение имеет определение границ интервала. Закрытые интервалы, если группировочный признак имеет плавный характер изменения, могут быть равными и неравными. Величина равного интервала определяется по формуле

$$h = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{n}, \qquad (3.2)$$

где h – величина интервала;

$x_{\max}, x_{\min}$ – максимальное и минимальное значения группировочного признака;

n – число групп.

При установлении числа групп и границ интервалов важно увидеть за количественными изменениями качественные переходы и не смешать существенно различные единицы наблюдения в одной группе. В экономической практике в основном применяются неравные интервалы.

Неравные интервалы могут быть прогрессивно возрастающими или убывающими в арифметической или геометрической прогрессии и определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} h_{i+1} &= h_i + a; \\ h_{i+1} &= h_i q, \end{aligned} \qquad (3.3)$$

где a – константа, значение которой будет положительным при возрастающих интервалах, и отрицательным при убывающих интервалах;

q – константа, значение которой при возрастающих интервалах больше единицы, а при убывающих – меньше единицы.

При определении границ интервалов статистических группировок исходят из того, что изменение количественного признака приводит к появлению нового качества. В этом случае граница интервала устанавливается там, где происходит переход от одного качества к другому.

Один из способов определения числа групп основан на применении показателя среднего квадратического отклонения σ. Мера вариации (колеблемости) называется ***дисперсией*** (σ^2), а корень квадратный из дисперсии – ***средним квадратическим отклонением*** (σ). В зарубежной литературе этот показатель называется стандартным отклонением:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}, \qquad (3.4)$$

где $\bar{x}$ – среднее значение признака по совокупности, которое определяется по формуле

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}, \qquad (3.5)$$

где x_i – i-е значение варьирующего признака.

Если величина интервала 0,5 σ, то совокупность разбивается на 12 групп, когда величина интервала 2/3, то совокупность делится на 9 и 6 групп. Этот метод не дает гарантии, что не будут сформированы малочисленные группы или «пустые». «Пустыми» считаются группы, в которые не попала ни одна единица совокупности, такая группировка построена неправильно.

При изучении социально-экономических явлений на макроуровне часто применяют группировки, интервалы которых не будут ни прогрессивно возрастающими, ни прогрессивно убывающими. Такие интервалы называются ***произвольными***. Группировка с произвольными интервалами может быть построена с помощью коэффициента вариации

$$V = \frac{\bar{x}}{\sigma} \cdot 100\ \%. \tag{3.6}$$

Построение начинается с упорядочения единиц совокупности по возрастанию или убыванию группировочного признака. В ряду значения объединяются в группу до тех пор, пока исчисленный для этой группы коэффициент вариации не достигнет 33 %, что свидетельствует об образовании первой группы, и т. д., пока все единицы совокупности не будут объединены в группы.

В основе определения величины интервала должно учитываться экономическое содержание исследуемого явления. Для характеристики существенных типов используют и ***специализированные*** интервалы, применяющиеся для выделения из совокупности одних и тех же типов по одному и тому же признаку для явлений, находящихся в различных условиях. Основными требованиями при установлении числа групп и границ интервалов являются:

- однородность значения признака в каждом интервале;
- достаточная численность единиц для того, чтобы интервал решил свою задачу [1, 12, 14].

3.3. Ряды распределения

Ряды распределения характеризуют распределение единиц совокупности по группировочному признаку и позволяют судить об однородности исследуемого явления, закономерностях развития. Ряд распределения по качественному признаку называют ***атрибутивным*** статистическим рядом (осуществляется по полу, образованию и др.).

Ряд распределения по количественному признаку называют ***вариационным.*** Вариационные ряды состоят из ***вариант*** (индивидуальные значения анализируемого признака), ***частот*** (численность вариантов или каждой группы вариационного ряда), ***частостей*** (частоты, выраженные в долях единицы или в процентах к итогу). Сумму всех частот ряда называют объемом ряда распределения.

По характеру изменения признака различают дискретные (прерывные) и интервальные (непрерывные) вариационные ряды.

Дискретные количественные признаки могут принимать только определенные значения, между которыми не могут иметь места промежуточные. Варианты дискретных признаков выражаются обычно в виде целых чисел (число детей в семье, тарифные разряды и т. п.).

Количественные признаки, которые могут в определенных пределах иметь как целые, так и дробные значения, называются непрерывными (стаж, возраст). В случае непрерывного распределения величина признака выражается в виде интервалов (***интервальный ряд распределения***).

Ряд единиц статистической совокупности, расположенный в порядке возрастания или убывания вариант, называют ***ранжированным рядом***. Одним из важнейших требований, предъявляемых к статистическим рядам распределения, является обеспечение сопоставимости их во времени и пространстве. Вариационные ряды с равными интервалами обеспечивают это требование. В рядах с неравными интервалами частоты непосредственно несопоставимы, что не позволяет правильно оценить характер распределения изучаемого явления по этому признаку. Для обеспечения сопоставимости в таких случаях исчисляют плотность распределения (т. е. сколько единиц в каждой группе приходится на единицу величины интервала). И анализ проводится не по частотам, а по плотности распределения.

Удобнее ряды распределения анализировать при помощи графического изображения – полигона и гистограммы, приведенных на рис. 3.1.

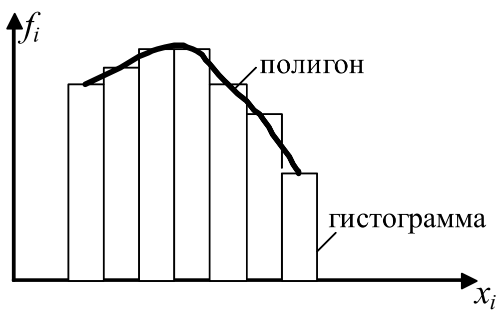


Рис. 3.1. Полигон и гистограмма распределения

Полигон используется при изображении дискретных вариационных рядов. Для его построения в системе координат по оси абсцисс в одинаковом масштабе откладываются ранжированные значения варьирующего признака, а по оси ординат наносится шкала величины частот. Полученные на пересечении абсцисс и ординат точки соединяются прямыми линиями, в результате получают ломаную линию, называемую полигоном частот.

Гистограмма применяется для изображения интервального вариационного ряда. При ее построении на оси абсцисс откладываются величины интервалов, а частоты изображаются прямоугольниками, построенными на соответствующих интервалах.

Для графического изображения вариационных рядов может также использоваться кумулятивная кривая. При помощи ***кумуляты*** (кривой сумм) изображается ряд накопленных частот. Накопленные частоты определяются путем последовательного суммирования частот по группам.

При построении кумуляты интервального вариационного ряда по оси абсцисс откладываются варианты ряда, а по оси ординат – накопленные частоты, которые наносят на поле графика в виде перпендикуляров к оси абсцисс в верхних границах интервалов. Эти перпендикуляры соединяют и получают ломаную линию, т. е. кумуляту.

Если при графическом изображении вариационного ряда в виде кумуляты оси поменять местами, то получим ***огиву***.

Ряд распределения представляет собой простейшую группировку, в которой каждая выделяемая группа характеризуется одним показателем – численностью единиц объекта, попавших в каждую группу. Для получения обобщенной комплексной характеристики социально-экономического явления используют не отдельные показатели, а систему статистических показателей, которая предусматривает исчисление абсолютных, относительных и средних величин [1, 13, 14].

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выберите правильный вариант ответа.

1. Группировка, в которой происходит разбиение однородной совокупности на группы, называется:
   - а) типологической группировкой;
   - б) структурной группировкой;
   - в) аналитической группировкой;
   - г) комбинированной.
2. По технике выполнения статистическая сводка делится:
   - а) на простую и сложную;
   - б) централизованную и децентрализованную;
   - в) механизированную и ручную;
   - г) автоматизированную и документальную.
3. Основанием группировки может быть:
   - а) качественный признак;
   - б) количественный признак;
   - в) как качественный, так и количественный признаки;
   - г) атрибутивный.

4. Наибольшее значение признака в интервале называется:
   а) нижней границей интервала;
   б) верхней границей интервала;
   в) модой;
   г) медианой.
5. Величина равного интервала определяется по формуле:
   а) $h_{i+1} = h_i + a$;
   б) $h_{i+1} = h_i q$;
   в) $h = \frac{R}{n}$;
   г) $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$.
6. Если величина интервала равна 0,5σ, то совокупность разбивается:
   а) на 6 групп;
   б) 9 групп;
   в) 12 групп;
   г) 3 группы.
7. При непрерывной вариации признака целесообразно построить:
   а) дискретный вариационный ряд;
   б) интервальный вариационный ряд;
   в) ряд распределения;
   г) произвольный ряд распределения.
8. Накопленные частоты используются при построении:
   а) огивы;
   б) гистограммы;
   в) полигона;
   г) кумуляты.
9. По характеру разработки подлежащего различают статистические таблицы:
   а) простые;
   б) перечневые;
   в) комбинационные;
   г) хронологические.
10. По характеру разработки сказуемого различают статистические таблицы:
   а) монографические;
   б) перечневые;
   в) сложные;
   г) ленточные.

ГЛАВА 4. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ОБОБЩАЮЩИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

4.1. Абсолютные и относительные величины

Явления общественной жизни, изучаемые статистикой, имеют количественную определенность, которая выражается в абсолютных величинах.

Абсолютные величины характеризуют размеры (объемы) общественных явлений в единицах меры веса, стоимости, площади, протяженности. Абсолютные величины непосредственно связаны с социальной, экономической, вещественной формой явлений, к которым они относятся, и отражают количественную сторону того или иного свойства, явления. Они характеризуют ресурсы, объемы производства, изменение численности, необходимы для контроля и являются основой расчетов обобщающих показателей. Абсолютные величины – числа именованные; имеют определенную размерность, единицу измерения. Выбор единицы измерения абсолютной величины определяется сущностью, свойствами изучаемого явления, а также задачами исследования. Чаще всего применяются натуральные, стоимостные, условно-натуральные единицы измерения. В качестве своеобразной единицы измерения выступают сами единицы изучаемой совокупности явлений, когда производится их подсчет для определения объема (численности) этой совокупности в целом, а также отдельных ее частей (групп).

Непосредственно в процессе статистического наблюдения устанавливаются индивидуальные абсолютные величины, они служат основой сводки данных наблюдения, орудием показа достижений или упущений. В результате сводки данных статистического наблюдения, при суммировании индивидуальных абсолютных величин, получают суммарные (общие, групповые) абсолютные величины, характеризующие размеры того или иного признака у всех единиц данной совокупности или отдельных групп.

Относительными величинами называются обобщающие показатели, характеризующие количественные соотношения двух сопоставляемых статистических величин. Относительные величины имеют большое значение, без них нельзя обойтись в социально-экономическом анализе, так как абсолютные величины сами по себе не всегда позволяют дать правильную оценку исследуемого явления. Во многих случаях только в сравнении с другой величиной они проявляют истинную значимость.

Относительные величины широко используют в анализе, ими характеризуются структура, уровень удовлетворения общественных потребностей, развитие во времени. Имея большую устойчивость по сравнению с исходными данными, они широко применяются для прослеживания тенденций в развитии явлений. Основной особенностью относительных величин является то, что они дают возможность сравнивать такие общественные явления, абсолютные размеры которых непосредственно несопоставимы, в силу чего становится возможным сравнение уровня развития и распространенности общественных явлений.

Относительные величины образуются в результате сопоставления одноименных и разноименных статистических величин. В результате сопоставления одноименных величин получаются неименованные относительные величины. Они могут быть выражены в коэффициентах в виде кратного отношения, показывающего, во сколько раз данная величина больше или меньше той, с которой она сравнивается (т. е. база сравнения принимается за единицу). Широкой формой относительных величин являются проценты (%), при этом база сравнения принимается за 100.

Относительный показатель представляет результат деления одного абсолютного показателя на другой и выражает соотношение между количественными характеристиками социально-экономических процессов. Относительные величины вторичны по отношению к абсолютным показателям. Абсолютный показатель, находящийся в числителе, называется текущим, или сравниваемым. Показатель, с которым производится сравнение и который находится в знаменателе, называется основанием, или базой сравнения. Относительные показатели могут выражаться в коэффициентах, процентах и т. д.

Относительные показатели подразделяют на следующие виды:

Относительный показатель динамики **(ОПД)** представляет собой отношение уровня исследуемого процесса за данный период времени и уровня этого же процесса в прошлом:

$$\text{ОПД} = \frac{\text{Текущий показатель}}{\text{Базисный показатель}}.$$

Эта величина показывает, во сколько раз текущий уровень превышает базисный. Если данный показатель выражен кратным отношением, он называется ***коэффициентом роста***; выраженный в процентах, называется ***темпом роста***.

Относительный показатель плана (ОПП) и реализации плана (ОПРП):

$$\text{ОПП} = \frac{\text{Показатель, планируемый на } (i+1) \text{ период}}{\text{Показатель, достигнутый в } i\text{-м периоде}};$$

$$\text{ОПРП} = \frac{\text{Показатель, достигнутый в } (i+1) \text{ периоде}}{\text{Показатель, планированный на } (i+1) \text{ период}}.$$

Между относительными показателями плана, реализацией плана и динамикой существует следующая взаимосвязь:

$$\text{ОПД} = \text{ОПП} \cdot \text{ОПРП}.$$

Относительный показатель структуры **(ОПС)** представляет собой соотношение структурных частей изучаемого объекта и их целого:

$$\text{ОПС} = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности в целом}}.$$

Относительные показатели координации **(ОПК)** характеризуют соотношение отдельных частей целого между собой:

$$\text{ОПК} = \frac{\text{Показатель, характеризующий } i\text{-ю часть совокупности}}{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности, выбранную в качестве базы сравнения}}.$$

В качестве базы сравнения выбирается та часть, которая имеет наибольший удельный вес или является приоритетной.

Относительный показатель интенсивности **(ОПИ)** характеризует степень распространения изучаемого процесса или явления в присущей ему среде:

$$\text{ОПИ} = \frac{\text{Показатель, характеризующий явление А}}{\text{Показатель, характеризующий среду распространения явления А}}.$$

Разновидностью относительных показателей являются относительные показатели уровня экономического развития, характеризующие производство продукции на душу населения.

Относительный показатель сравнения **(ОПСр)** представляет собой соотношение одноименных абсолютных показателей, характеризующих разные объекты (предприятия, страны и т. п.):

$$\text{ОПСр} = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект А}}{\text{Показатель, характеризующий объект Б}}.$$

Различают относительные величины: простые (выполнение договорных обязательств, динамика, структура, пространственное сравнение, координация); составные (относительные величины интенсивности) и сложные (индексы).

Абсолютные и относительные величины характеризуют различные стороны: одни – размеры, другие – структуру, интенсивность, направленность, степень выполнения договорных обязательств [1, 11–15].

4.2. Средние величины

Средней величиной в статистике называют обобщающий показатель, характеризующий общественное явление по одному количественному признаку (или типический размер признака данной совокупности).

Статистические средние – это реальные показатели, отражающие объективно существующие свойства общественных явлений (производительность труда, стоимость товара, урожайность, национальный доход на душу населения). Явления существуют в жизни, а статистикой характеризуются в виде определенных показателей.

Статистические средние отображают качественно определенные свойства общественных явлений. Этим они и отличаются от математических средних. Также отличительной особенностью средней является то, что в ней взаимно погашаются и уничтожаются индивидуальные отклонения различающихся между собой величин одного и того же вида. Она показывает значение признака для качественно однородной совокупности. Отсюда основным условием научного применения средней является расчет её по качественно однородным явлениям.

Виды средних. При выборе способа и формулы для расчета средней величины необходим предварительный анализ взаимосвязи изучаемых явлений и определение статистической размерности изучаемой величины.

В статистике различают прямые и обратные величины, первичные и вторичные. Прямыми называются такие величины, значение которых увеличивается или уменьшается при увеличении или уменьшении характеризуемых ими явлений. Так, количество произведенной продукции в единицу рабочего времени является прямым показателем производительности труда, а трудоемкость – обратным. Так как статистическая размерность различна, то приходится применять в расчетах различные виды средних: арифметическую, гармоническую, геометрическую, квадратическую и др.

Для первичных признаков применяются простые средние, для вторичных – взвешенные. Наиболее распространенной является ***средняя арифметическая простая***, которая применяется в расчетах, когда единицы изучаемой совокупности представлены индивидуальными значениями признака:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}. \tag{4.1}$$

Средняя арифметическая взвешенная применяется в расчетах, когда индивидуальные значения определяемого признака имеют различную частоту повторения:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}. \qquad (4.2)$$

Когда отдельные варианты представлены в виде интервалов «от и до», в качестве варианта принимается середина интервалов. При наличии открытых интервалов границы их устанавливаются условно, исходя из конкретных условий задачи или с учетом предыдущего интервала. При этом предполагается, что варианты внутри интервала распределяются равномерно. В действительности распределение вариантов внутри интервала может быть неравномерным и середина интервала может не совпадать со средней величиной в интервале. Но при большом числе единиц случайные отклонения взаимно погашаются и полученная средняя достаточно точно покажет типичный размер изучаемого признака [1–5].

Используя свойства средней арифметической, можно исчислить ее с помощью способа моментов:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - A}{h}\right) \cdot \frac{f_i}{e}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{e}} \cdot h + A, \qquad (4.3)$$

где A – серединная варианта ряда с наибольшей частотой;
h – величина интервала ряда распределения;
e – произвольная величина.

Пример. Имеются следующие данные о времени горения электроламп для лампового завода (см. табл. 4.1). Необходимо рассчитать среднее время горения электроламп по способу моментов.

Таблица 4.1

Группы электроламп по времени горения, ч	Число электроламп, f_i	x_i	$x_i - A = x_i - 1300$	$\frac{x_i - A}{h} = \frac{x_i - 1300}{200}$	$\left(\frac{x_i - A}{h}\right)^2$	$\left(\frac{x_i - A}{h}\right)^2 f_i$	$\frac{x_i - A}{h} \cdot \frac{f_i}{10} = \frac{x_i - 1300}{200} \cdot \frac{f_i}{10}$
800–1000	20	900	–400	–2	4	80	–4
1000–1200	80	1100	–200	–1	1	80	–8
1200–1400	160	1300	0	0	0	0	0
1400–1600	90	1500	200	1	1	90	9
1600–1800	40	1700	400	2	4	160	8
1800–2000	10	1900	600	3	9	90	3
Итого	400					500	8

A – середина интервала с наибольшей частотой f_i=160;
h – величина интервала.

По формуле (4.3) рассчитываем среднее время горения:

$$\bar{x} = \frac{8}{40} \cdot 200 + 1300 = 1340 \text{ ч.}$$

Средняя гармоническая применяется, когда индивидуальные значения выражены в форме обратных показателей. Если вес каждого варианта равен единице, то при *n* вариантах формула средней гармонической имеет вид

$$\bar{x}_{\text{гарм.}} = \frac{n}{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}. \qquad (4.4)$$

Формула средней гармонической взвешенной следующая:

$$\bar{x}_{\text{гарм.}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i f_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{x_i f_i}{x_i}}. \qquad (4.5)$$

Пример. Издержки производства и себестоимость единицы продукции *А* по трем заводам характеризуются следующими данными.

Номер завода	Издержки производства, у.д.е.	Себестоимость единицы продукции, у.д.е.
1	200000	20
2	460000	23
3	110000	22

Исчислить среднюю себестоимость по трем заводам:

$$\bar{x}_{\text{гарм.}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i f_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{x_i f_i}{x_i}};$$

$$\bar{x} = \frac{200000 + 460000 + 110000}{\frac{200000}{20} + \frac{460000}{23} + \frac{110000}{22}} = 22000 \text{ у.д.е.}$$

Средняя геометрическая применяется для расчетов средних темпов за определенный период, т. е. тогда, когда определяющий показатель (величина, определяющая вид средней) является не суммой значений, а их произведением:

$$\bar{x}_{\text{геом.}} = \sqrt[m]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i} \qquad \text{(простая);} \qquad (4.6)$$

$$\bar{x}_{\text{геом.}} = \sqrt[m]{(x_1)^{f_1} \cdot (x_2)^{f_2} \ldots x_n} = \sqrt[\sum_{i=1}^{n} f_i]{\prod_{i=1}^{n} (x_i)^{f_i}} \qquad \text{(взвешенная).} \qquad (4.7)$$

Средняя квадратическая применяется в тех случаях, когда приходится осреднять величины в виде квадратных функций (например, при расчетах диаметра труб, стволов); в статистике используется как мера вариации. Рассчитывается по формулам

$$\bar{x}_{\text{квадр.}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}} \qquad \text{(простая);} \qquad (4.8)$$

$$\bar{x}_{\text{квадр.}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}} \qquad \text{(взвешенная);} \qquad (4.9)$$

Как было отмечено, применение той или иной средней величины зависит от сущности явления и исходной информации [1, 3–7]. Между средними существует следующее соотношение, названное правилом мажорантности средних:

$$\bar{x}_{\text{гарм.}} < \bar{x}_{\text{геом.}} < \bar{x}_{\text{ариф.}} < \bar{x}_{\text{квадр.}} < \bar{x}_{\text{куб.}}.$$

4.3. Структурные средние

Из структурных средних, характеризующих особенности распределения частот внутри ранжированных и вариационных рядов, получили распространение мода, медиана, средние величины.

Модой в статистике называется величина признака (варианта), которая наиболее часто встречается в данной совокупности. В вариационном ряду это будет варианта, имеющая наибольшую частоту. В дискретном вариационном ряду модой называют ту варианту, которая имеет наибольшую частоту повторения. Мода применяется для решения практических статистических задач. Так, при определении объема массового производства обуви, одежды устанавливается тот размер, который пользуется наибольшим спросом. При изучении товарооборота цены постоянно колеблются и регистрируется не средняя цена на тот или иной товар, а берется модальная цена, по которой продается максимальное количество товаров того или иного вида. Мода употребляется для характеристики некоторых типичных размеров общественных явлений, которые не могут быть выражены при помощи средних показателей.

Могут быть распределения, где все варианты встречаются одинаково часто, в этом случае моды нет. В других случаях не одна, а две варианты могут иметь наибольшие частоты, тогда будут две моды и распределение будет бимодальным; при большем числе вариант с наибольшими частотами – мультимодальным, что характеризует неоднородность совокупности. В интервальном ряду моду определяют по формуле

$$\mathrm{Mo} = x_{\mathrm{Mo}} + h\frac{f_{\mathrm{Mo}} - f_{\mathrm{Mo}-1}}{(f_{\mathrm{Mo}} - f_{\mathrm{Mo}-1}) + (f_{\mathrm{Mo}} - f_{\mathrm{Mo}+1})}, \quad (4.10)$$

где x_{Mo} – нижняя граница модального интервала;
f_{Mo} – частота модального интервала;
$f_{\mathrm{Mo}-1}$ – частота предмодального интервала;
$f_{\mathrm{Mo}+1}$ – частота интервала, следующего за модальным;
h – величина интервала.

Пример. Распределение предприятий по численности промышленно-производственного персонала характеризуется следующими данными, приведенными в табл. 4.2. Рассчитать моду.

Таблица 4.2

Группы предприятий по числу рабочих, чел.	Число предприятий, f_i	Сумма накопленных частот
100–200	1	1
200–300	3	4
300–400	7	11
400–500	30	41
500–600	19	60
600–700	15	75
700–800	5	80
Итого	80	

По формуле (4.17) рассчитаем моду:

$$x_{\mathrm{Mo}} = 400, \quad f_{\mathrm{Mo}} = 30, \quad f_{\mathrm{Mo}-1} = 7, \; f_{\mathrm{Mo}+1} = 19, \; h = 100;$$

$$\text{Mo} = 400 + 100\frac{30-7}{(30-7)+(30-19)} = 467{,}6 \ \text{чел.}$$

В интервальном ряду с неравными интервалами применяется плотность распределения (частное от деления частоты на величину принятого интервала).

Медианой в статистике называется значение признака у единицы, которая расположена в середине упорядоченного ряда, а в вариационном ряду медианой будет величина признака, которая делит ряд пополам по сумме накопленных частот.

По данным интервального вариационного ряда медиана определяется по следующей формуле:

$$\text{Me} = x_{\text{Me}} + h\frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} f_i - \sum_{i=1}^{n} f_{\text{Me}-1}}{f_{\text{Me}}}, \qquad (4.11)$$

где Me – медиана;

x_{Me} – нижняя граница медианного интервала;

$\sum_{i=1}^{n} f_i$ – сумма накопленных частот;

$\sum_{i=1}^{n} f_{\text{Me}-1}$ – сумма накопленных частот, предшествующих медианному интервалу;

f_{Me} – частота медианного интервала;

h – величина медианного интервала.

Медиана обладает следующим свойством: сумма отклонений членов ряда от медианы есть величина наименьшая. Благодаря этому свойству медиану используют при планировании размещения пунктов по заготовке сельскохозяйственной продукции (мясокомбинаты, элеваторы) с тем, чтобы сумма расстояний была минимальной при размещении оборудования общего пользования на предприятии.

Вначале определяется медианный интервал по сумме накопленных частот, превышающих половину всех значений частот. Для вышеприведенной задачи (см. табл. 4.2) медианным интервалом будет 400–500.

Рассчитаем медиану:

$$\text{Me} = 400 + 100\frac{40-11}{30} = 400 + 96{,}66 = 496{,}66\,.$$

Средняя, мода, медиана в анализе характера распределения дают возможность логического контроля расчетов. При симметричном распределении членов ряда, т. е. когда частоты равномерно возрастают, а потом убывают, средняя, мода и медиана равны между собой. При асимметричном распределении медиана расположена в середине, а средняя и мода – по краям. Чем больше расхождение между модой и средней арифметической, тем больше асимметрично распределение. Для умеренно асимметричных рядов характерно следующее соотношение: $|\mathrm{Mo}-\bar{x}| = 3|\mathrm{Me}-\bar{x}|$.

Моду и медиану в интервальном ряду можно определить графически. Мода определяется по гистограмме распределения. Выбирается самый высокий прямоугольник, который является модальным. Затем правую вершину прямоугольника соединяют с правой вершиной предшествующего прямоугольника, а левую вершину – с левой вершиной последующего прямоугольника. Из точки пересечения восстанавливается перпендикуляр до абсциссы – это значение будет модой. Медиана рассчитывается по кумуляте. Для ее определения из точки на шкале накопленных частот, соответствующей 50 %, проводится прямая, параллельная оси абсцисс, до пересечения с кумулятой.

Для характеристики структуры применяются квартили и децили. ***Квартили*** делят ранжированную совокупность по сумме накопленных частот на четыре равные части. Различают ***квартиль нижний*** (Q_1), отделяющий 1/4 часть совокупности с наименьшими значениями признака, и ***квартиль верхний*** (Q_4), отсекающий 1/4 часть с наибольшими значениями признака.

Для дискретного ряда квартили рассчитываются следующим образом: находится L=1/4R, которая используется для определения квартилей. Например, для ранжированного ряда 5, 13, 17, 32, 37, 49, 52 эта величина равна 11,7. Тогда

$$Q_1 = \left[x_{\min} \div \left(x_{\min} + L\right)\right];$$
$$Q_4 = \left[\left(x_{\max} - L\right) \div x_{\max}\right];$$
$$Q_1 = 5{,}13;$$
$$Q_4 = 49{,}52.$$

Для расчета квартилей по интервальному вариационному ряду используются формулы

$$Q_1 = x_{Q_1} + h\frac{\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n} f_i - S_{Q_1-1}}{\sum_{i=1}^{n} f_{Q_1} - S_{Q_1-1}}; \qquad (4.12)$$

$$Q_4 = x_{Q_4} + h \frac{\frac{3}{4}\sum_{i=1}^{n} f_i - S_{Q_4 - 1}}{\sum_{i=1}^{n} f_{Q_4} - S_{Q_4 - 1}}, \qquad (4.13)$$

где x_{Q_1} – нижняя граница интервала, содержащего нижний квартиль (интервал определяется по накопленной частоте, первой превышающей 25 %);

x_{Q_4} – нижняя граница интервала, содержащего верхний квартиль (интервал определяется по накопленной частоте, первой превышающей 75 %);

h – величина интервалов;

$S_{Q_1 - 1}$ – сумма накопленных частот интервала, предшествующего интервалу, содержащему нижний квартиль;

$S_{Q_4 - 1}$ – то же для верхнего квартиля;

f_{Q_1} – частота интервала, содержащего нижний квартиль;

f_{Q_4} – то же для верхнего квартиля.

Кроме квартилей, в вариационных рядах распределения могут определяться ***децили*** – варианты, делящие ранжированный ряд по сумме накопленных частот на десять равных частей. Первый дециль (d_1) делит совокупность в отношении 1/10 к 9/10, второй дециль (d_2) – в соотношении 2/10 к 8/10 и т. д. Вычисляются они по той же схеме, что и медиана, и квартили.

Значения признака, делящие ряд на сто частей, называются ***процентилями.*** Эта характеристика используется редко [1, 2– 8].

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выберите правильный вариант ответа.

1. Чтобы получить относительный показатель динамики с переменной базой сравнения для *i*-го периода, необходимо:

а) перемножить относительные показатели динамики с постоянной базой сравнения за *i*-й и (*i* – 1) периоды;

б) разделить относительный показатель динамики с постоянной базой сравнения за *i*-й период на аналогичный показатель за период (*i* – 1);

в) разделить относительный показатель динамики с постоянной базой сравнения за *i*-й период на аналогичный показатель за период (*i* + 1);

г) разделить текущий показатель на базовый.

2. Относительный показатель реализации предприятием плана производства продукции составил 107 %, при этом объем производства по сравнению с предшествующим периодом вырос на 5 %. Что предусматривалось планом:

а) снижение объема производства;
б) рост объема производства;
в) невозможно ответить;
г) не предусматривалось ни снижения, ни роста объема производства?

3. В каких случаях взвешенные и невзвешенные средние равны между собой:

а) при отсутствии весов;
б) при равенстве весов;
в) при отсутствии или равенстве весов;
г) невозможно ответить?

4. В каких случаях используется средняя гармоническая:

а) когда неизвестен числитель исходного соотношения;
б) когда неизвестен знаменатель исходного соотношении;
в) невозможно ответить;
г) когда известен и числитель, и знаменатель соотношения?

5. Изменится ли средняя величина, если все частоты уменьшить на некоторую постоянную величину:

а) изменится;
б) не изменится;
в) уменьшится;
г) увеличится?

6. Значение признака статистической совокупности, имеющего наибольшую частоту встречаемости, называется:

а) средней арифметической взвешенной;
б) средней геометрической взвешенной;
в) модой;
г) медианой.

7. Медианой в статистике называется значение признака:

а) в середине упорядоченного ряда по сумме накопленных частот;
б) отделяющее 25 % совокупности с наименьшими значениями по сумме накопленных частот;
в) наиболее часто встречающееся в совокупности;
г) отделяющее 25 % совокупности с наибольшими значениями по сумме накопленных частот.

8. Средняя геометрическая применяется для расчетов:

а) средних темпов за определенный период;

б) средних величин в виде квадратных функций;

в) средних величин в форме обратных показателей;

г) средних величин совокупности, представленных индивидуальными значениями.

9. Средняя гармоническая применяется, когда:

а) индивидуальные значения выражены в обратной функции;

б) индивидуальные значения выражены в форме обратных показателей;

в) индивидуальные значения имеют различную частоту;

г) индивидуальные значения выражены степенной функцией.

10. Относительный показатель интенсивности характеризует:

а) степень распространения изучаемого процесса в среде;

б) соотношение одноименных абсолютных показателей, характеризующих разные объекты;

в) соотношение структурных частей изучаемого проекта;

г) соотношение текущих показателей и базисных.

ГЛАВА 5. ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

5.1. Абсолютные показатели вариации

Колеблемость, многообразие, изменяемость величины признака у единиц совокупности называются ***вариацией***. Вариация существует в пространстве и во времени. Под вариацией в пространстве понимается колеблемость значений признака по отдельным территориям. Под вариацией во времени подразумевают изменение значений признака в различные периоды времени.

Задача изучения вариации признаков состоит в том, чтобы:

1) определить меру вариации, т. е. количественно измерить (рассчитать показатель вариации);

2) выяснить причины, которые вызвали вариацию признаков. Разложить общий объем вариации по источникам.

Измерение вариации имеет как практическое, так и теоретическое значение: при ее помощи характеризуется однородность, планомерность многих процессов (если в работе предприятия большая вариация, то это ведет к неполному использованию производственных мощностей, к браку, срыву работы смежников, так называемой «штурмовщине»). Очень важны показатели вариации при характеристике выполнения договорных обязательств по отдельным предприятиям.

Для измерения размера вариации в статистике используется система абсолютных и относительных показателей.

К ***абсолютным показателям*** относятся размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Самым простым является ***размах вариации*** – это разность между максимальным и минимальным значениями признака ($R = x_{max} - x_{min}$). Основным недостатком этого показателя является то, что он определяется двумя крайними значениями, в то время как вариация признака складывается из всех его значений. Часто размах вариации имеет важное смысловое значение. Им определяются пределы, в которых могут колебаться размеры тех или иных параметров деталей при контроле качества продукции, при анализе устойчивости режима производственного процесса.

На заре статистической науки было предложено брать в качестве меры вариации среднее абсолютное значение отклонений от средней величины значений признака, не принимая во внимание их знаки. Такая мера вариации получила название ***среднего линейного отклонения***

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n}. \qquad (5.1)$$

Для вариационного ряда

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}. \qquad (5.2)$$

Среднее линейное отклонение представляет средние показатели, полученные из отклонений индивидуальных значений признака от их среднего размера.

Но нельзя построить меру вариации, игнорируя основное свойство отклонений как величин, принимающих и положительные и отрицательные значения. Отсюда основной мерой вариации является дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

Дисперсия – это средняя арифметическая квадратов отклонений каждого значения признака от средней величины. В зависимости от исходных данных дисперсия может вычисляться по средней арифметической простой:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n} \qquad (5.3)$$

или взвешенной:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}. \qquad (5.4)$$

Среднее квадратическое отклонение – показатель степени однородности изучаемой совокупности. Поэтому он может быть использован для оценки надежности средней арифметической. Среднее квадратическое отклонение представляет собой корень квадратный из дисперсии

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}}; \qquad (5.5)$$

для вариационного ряда

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}}. \tag{5.6}$$

Среднее квадратическое отклонение σ выражается в тех же единицах измерения, что и исходные значения x_i. Среднее квадратическое отклонение – это обобщающая характеристика размеров вариации признака в совокупности.

Техника вычисления дисперсии сложна, а при больших значениях вариант и частот может быть громоздкой. Расчеты можно упростить, используя свойства дисперсии.

Используя эти свойства и применяя способ моментов, можно достаточно быстро исчислить дисперсию. Этим способом удобно пользоваться, когда значения признака заданы в виде рядов распределения с равными интервалами:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - A}{h}\right)^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} \cdot h^2 - (\bar{x} - A)^2, \tag{5.7}$$

где h – величина интервала;

A – условный нуль, в качестве которого удобно использовать середину интервала, обладающего наибольшей частотой.

В статистике используют условные моменты m_1, m_2, m_3 и центральные моменты M_2, M_3, необходимые для расчета дисперсии и среднего квадратического отклонения.

Величину m_1 называют моментом первого порядка:

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - A}{h}\right) \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}. \tag{5.8}$$

Величину m_2 называют моментом второго порядка:

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - A}{h}\right)^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}. \tag{5.9}$$

Величину m_3 называют моментом третьего порядка:

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - A}{h}\right)^3 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}. \tag{5.10}$$

Используются центральные моменты M_2, M_3:

$$M_2 = m_2 - m_1^2; \tag{5.11}$$

$$M_3 = m_3 - m_1 \cdot \left(2M_2 + m_2\right). \qquad 5.12)$$

Учитывая это, формулы дисперсии и среднего квадратического отклонения можно записать так:

$$\sigma^2 = h^2\left(m_2 - m_1^2\right); \tag{5.13}$$

$$\sigma = h\sqrt{m_2 - m_1^2}\ . \tag{5.14}$$

Пример. По данным о времени горения электроламп, приведенным в табл. 4.1, рассчитать дисперсию по способу моментов.

Решение. По формуле (5.7) рассчитаем дисперсию

$$\sigma^2 = \frac{500}{400} \cdot 200^2 - \left(1340 - 1300\right)^2 = 48400.$$

Исчислим дисперсию по формуле (5.14) через условные моменты для приведенного примера:

$$\sigma = \left[\frac{500}{400} - \left(\frac{80}{400}\right)\right] \cdot 200 = 48400;$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma} = 200\sqrt{\frac{500}{400} - \left(\frac{80}{400}\right)} = 220.$$

Альтернативными признаками называются признаки, которыми обладают одни единицы совокупности и не обладают другие. Наличие признака обозначим единицей, отсутствие – нулем. Долю вариантов, обладающих данным признаком, обозначим p, а не обладающих им – q. Так как $p + q = 1$, то дисперсия альтернативного признака $\sigma^2 = pq$

$$p = \frac{m}{n},$$

где n – число наблюдений;

m – число единиц совокупности, обладающих данным признаком [1, 3–7].

5.2. Виды дисперсий и правило их сложения

Если совокупность разбита на группы (части) по изучаемому признаку, то для такой совокупности рассчитывают следующие виды дисперсий: общую, групповую (частную), среднюю из групповых, межгрупповую.

Общая дисперсия измеряет вариацию признака во всей совокупности под влиянием всех факторов, обусловивших эту вариацию. Общая дисперсия равна среднему квадрату отклонений отдельных значений признака x_i от общей средней $\bar{x}$. Она может быть исчислена как простая средняя:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n} \tag{5.15}$$

или как взвешенная:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}. \tag{5.16}$$

Общая дисперсия отражает вариацию признака за счет всех условий и причин, действующих в совокупности.

Групповая дисперсия равна среднему квадрату отклонений отдельных значений признака внутри группы от средней арифметической этой группы (групповой средней). Она может быть исчислена как простая или как взвешенная средняя:

$$\sigma_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)^2}{n}; \tag{5.17}$$

$$\sigma_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}. \tag{5.18}$$

Эта дисперсия отражает вариацию признака только за счет условий и причин, действующих внутри группы.

Средняя из групповых (частных) дисперсий **–** это средняя арифметическая, взвешенная из дисперсий групповых:

$$\bar{\sigma}_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sigma_n^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}. \tag{5.19}$$

Межгрупповая дисперсия равна среднему квадрату отклонений групповых средних $\bar{x}_n$ от общей средней $\bar{x}$:

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\bar{x}_n - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}. \qquad (5.20)$$

Межгрупповая дисперсия характеризует вариацию результативного признака за счет группировочного признака.

Между указанными видами дисперсий существует определенное соотношение: ***общая дисперсия*** равна сумме средней из групповых дисперсий и межгрупповой дисперсии:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}_n^2 + \delta^2. \qquad (5.21)$$

Это соотношение называют правилом сложения дисперсий. С его помощью, зная два вида дисперсий, можно определить третий [1, 5–9].

Пример. Имеются данные о производительности рабочих за один час работы (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Табельный №	Изготовлено продукции за 1 ч, x	$x - \bar{x}_1$	$(x - \bar{x}_1)^2$	Табельный №	Изготовлено продукции за 1 ч	$x - \bar{x}_2$	$(x - \bar{x}_2)^2$
1	13	–2	4	7	18	–3	9
2	14	–1	1	8	19	–2	4
3	15	0	0	9	22	1	1
4	17	2	4	10	20	–1	1
5	16	1	1	11	24	3	9
6	15	0	0	12	23	2	4
Итого	90		10		126		28

Исчислить групповые дисперсии: среднюю из групповых дисперсий, межгрупповую и общую дисперсии.

Решение.

1. Групповые дисперсии.

Исчислим средние по группам, используя формулу (5.1):

$$\bar{x}_1 = \frac{90}{16} = 15; \qquad \bar{x}_2 = \frac{126}{6} = 21.$$

Исчислим групповые дисперсии по формуле (5.20):

$$\sigma_1^2 = \frac{10}{6} = 1{,}67; \qquad \sigma_2^2 = \frac{28}{6} = 4{,}66.$$

2. Рассчитаем среднюю из групповых дисперсий по формуле (5.24):

$$\overline{\sigma}_n^2 = \frac{1{,}67 \cdot 6 + 4{,}66 \cdot 6}{12} = 3{,}16.$$

3. Определим общую среднюю как среднюю взвешенную из групповых средних:

$$\bar{x} = \frac{15 \cdot 6 + 21 \cdot 6}{12} = 18\,.$$

Исчислим межгрупповую дисперсию по формуле (5.25):

$$\delta^2 = \frac{(15-18)^2 \cdot 6 + (21-18)^2 \cdot 6}{12} = 9.$$

4. Исчислим общую дисперсию по правилу сложения дисперсий по формуле (5.26):

$$\sigma^2 = 3{,}16 + 9 = 12{,}16.$$

5.3. Относительные показатели вариации

Для сравнения показателей вариации разных признаков, имеющих существенное различие в уровнях признаков, и для оценки интенсивности вариации используются ***относительные показатели вариации***.

Базой для сравнения служит средняя арифметическая. Различают следующие относительные показатели:

1) относительный размах вариации (***коэффициент осцилляции***)

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\,\%;$$

2) относительное линейное отклонение (***линейный коэффициент вариации***)

$$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\,\%;$$

3) ***коэффициент вариации***

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\,\%.$$

В коэффициенте вариации устраняется не только несопоставимость, связанная с различными единицами измерения изучаемого признака, но и несопоставимость, которая возникает вследствие различия величин средних арифметических. Коэффициент вариации пригоден для сравнения колеблемости различных по своему характеру и размеру σ и V, которые являются известными «мерилами» надежности средних. Чем меньше их значение, тем однороднее изучаемая совокупность и надежнее полученная средняя [1, 3, 4].

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выберите правильный вариант ответа.

1. Вариация – это …
   а) изменение массовых явлений во времени;
   б) изменение структуры статистической совокупности в пространстве;
   в) изменение значений признака во времени и в пространстве;
   г) изменение состава совокупности.

2. Что характеризует коэффициент вариации:
   а) диапазон вариации признака;
   б) степень вариации признака;
   в) тесноту связи между признаками;
   г) пределы колеблемости признака?

3. Если все значения признака увеличить в 16 раз, то дисперсия…
   а) не изменится;
   б) увеличится в 16 раз;
   в) увеличится в 256 раз;
   г) увеличится в 4 раза.

4. Чему равна межгрупповая дисперсия, если отсутствуют различия между вариантами внутри групп:
   а) единице;
   б) нулю;
   в) колеблется от нуля до единицы;
   г) общей дисперсии?

5. Дисперсия альтернативного признака рассчитывается по формуле:
   а) pq ;   б) $p + q$;
   в) $p = \frac{m}{n}$;   г) $\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$.

6. Что характеризует коэффициент вариации:
   а) диапазон вариации признака;

б) степень вариации признака;
в) тесноту связи между признаками;
г) пределы колеблемости признака?

7. Какой показатель служит базой сравнения при расчете относительных показателей вариации:
а) среднее квадратическое отклонение;
б) средняя арифметическая;
в) размах;
г) среднее линейное отклонение?

8. Какое соотношение называют правилом сложения дисперсий:

а) $V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\ \%.$;   б) $\sigma^2 = \bar{\sigma}_n^2 + \delta^2$;

в) $\bar{\sigma}_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sigma_n^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$;   г) $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$?

9. Среднее квадратическое отклонение – это …
а) показатель степени однородности изучаемой совокупности;
б) средняя арифметическая квадратов отклонений значений признака от средней величины;
в) разность между максимальным и минимальным значениями признака;
г) вариация отклонений значений признака от средней величины.

10. К основным свойствам дисперсии относятся:
а) уменьшение всех значений признака в K раз уменьшает дисперсию в K^2 раз;
б) увеличение всех значений признака в K раз уменьшает дисперсию в K раз;
в) уменьшение всех значений признака на одну и ту же величину A не меняет величины дисперсии;
г) уменьшение частот признака в K раз уменьшает дисперсию в K^2 раз.

ГЛАВА 6. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

6.1. Закономерности распределения

При массовых наблюдениях можно заметить определенную зависимость между изменением значений признака и частотами их встречаемости в ряду распределения. Это свидетельствует о том, что частоты в вариационных рядах изменяются закономерно с изменением вариационного признака. Такие закономерности изменения частот в вариационных рядах называются ***закономерностями распределения***. Большое значение для нахождения закономерностей распределения имеет правильное построение самого вариационного ряда.

Основная задача анализа вариационных рядов – выявление подлинной закономерности распределения путем исключения влияния второстепенных, случайных факторов, что достигается увеличением объема исследуемой совокупности при одновременном уменьшении интервала ряда.

Из математической статистики известно, что если увеличить объем совокупности и уменьшить интервал группировки, изобразить эти данные графически, то полигон (гистограмма) распределения все более и более приближается к плавной линии, являющейся для них пределом и носящей название ***кривой распределения***. Получение кривой распределения на основе полигона (или гистограммы) можно представить лишь для гипотетического случая, соответствующего бесконечно большому числу единиц совокупности и бесконечно малой ширине интервала ряда.

Только при этих идеализированных условиях кривая распределения будет выражать функциональную связь между значениями варьирующего признака и соответствующими им частотами и представлять так называемое ***теоретическое распределение.***

Различают следующие разновидности кривых распределения:

- одновершинные кривые: симметричные, умеренно асимметричные и крайне асимметричные;
- многовершинные кривые.

Для однородных совокупностей характерны ***одновершинные*** распределения. ***Многовершинность*** свидетельствует о неоднородности изучаемой совокупности. Выяснение общего характера распределения предполагает оценку его однородности, а также вычисление показателей асимметрии и эксцесса. Для симметричных (нормальных) распределений частоты любых двух вариант, равноотстоящих в обе стороны от центра распределения, равны между собой. Для таких распределений средняя арифметическая, мода и медиана равны: $\bar{x} = \mathrm{Mo} = \mathrm{Me}$.

При сравнительном изучении асимметрии нескольких распределений с разными единицами измерения вычисляется относительный показатель асимметрии.

Коэффициент асимметрии вычисляется по формуле

$$K_{As} = \frac{\bar{x} - \mathrm{Mo}}{\sigma} \tag{6.1}$$

или

$$K_{As} = \frac{\bar{x} - \mathrm{Me}}{\sigma}. \tag{6.2}$$

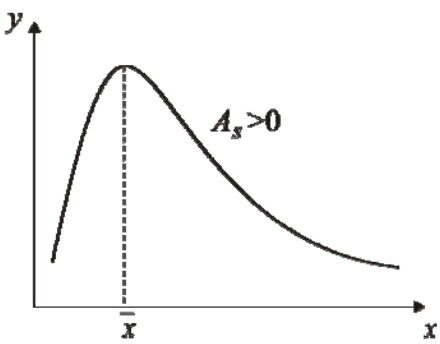
Его величина может быть положительной и отрицательной. Если $K_{As} > 0$, наблюдается правосторонняя асимметрия (см. рис. 6.1).

Если $K_{As} < 0$, то левосторонняя асимметрия (см. рис. 6.2).

Принято считать: если коэффициент асимметрии выше 0,5 (независимо от знака), то асимметрия считается значительной, если он меньше 0,25, то – незначительной.

Наиболее широко применяется для расчета коэффициента отношение центрального момента третьего порядка к среднему квадратическому отклонению данного ряда в кубе:

$$K_{As} = \frac{M_3}{\sigma^3}.$$



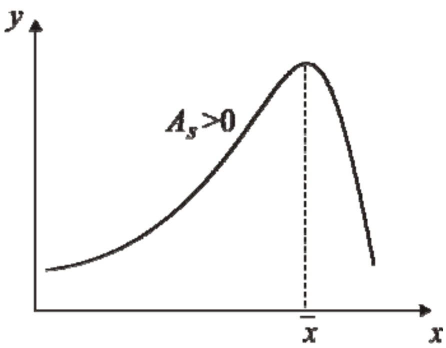


Рис. 6.1. Правосторонняя асимметрия

Рис. 6.2. Левосторонняя асимметрия

Оценка асимметрии производится на основе коэффициента асимметрии и средней квадратической ошибки, которая зависит от числа наблюдений (n) и рассчитывается по формуле

$$\sigma_{As} = \frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}.$$

В случае $\frac{|K_{As}|}{\sigma_{As}} > 3$ асимметрия существенна и распределение признака в генеральной совокупности несимметрично. В противном случае, если $\frac{|K_{As}|}{\sigma_{As}} < 3$, асимметрия несущественна и ее наличие может быть вызвано случайными обстоятельствами.

Для симметричных распределений может быть рассчитан показатель эксцесса ($E_к$). Наиболее точно он определяется по формуле с использованием центрального момента четвертого порядка:

$$M = \frac{\sum (x - \bar{x})}{n}; \tag{6.3}$$

$$E_к = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3. \tag{6.4}$$

На рис. 6.3, 6.4 представлены два вида распределения:

- островершинное ($E_к > 0$);
- плосковершинное ($E_к < 0$).

В нормальном распределении $E_к = 0$.

Среднеквадратическая ошибка эксцесса ($\sigma_{E_к}$) рассчитывается по формуле

$$\sigma_{E_к} = \sqrt{\frac{24n \cdot (n-2) \cdot (n-3)}{(n-1)^2 \cdot (n+3) \cdot (n+5)}}, \tag{6.5}$$

где n – число наблюдений.

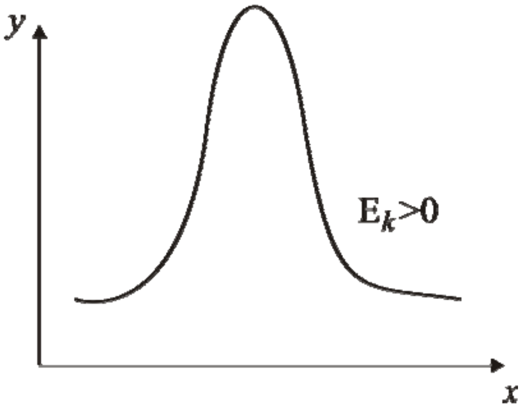


Рис. 6.3. Островершинное распределение

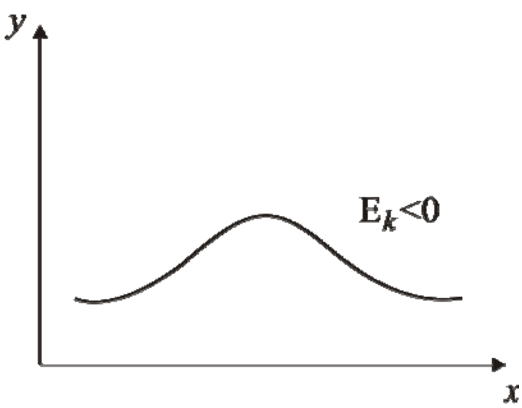


Рис. 6.4. Плосковершинное распределение

Эти показатели позволяют сделать вывод о возможности применения данного эмпирического распределения к типу кривых нормального распределения [1, 3 – 8].

6.2. Теоретические распределения в анализе вариационных рядов

В статистике используются различные виды теоретических распределений: нормальное распределение, биноминальное распределение, распределение Пуассона и др. Каждое из теоретических распределений имеет специфику и свою область применения в различных отраслях знаний. Чаще всего в качестве теоретического распределения используется ***нормальное распределение***, или закон Гаусса – Лапласа. В 1773 г. Де-Муавр вывел закон нормального распределения вероятностей. В разработку этого закона, основные идеи которого впервые были использованы в теории ошибок, в XIX столетии внесли существенный вклад Гаусс и Лаплас. Общие условия возникновения закона нормального распределения установил А. М. Ляпунов. Нормальное распределение признака наблюдается в тех случаях, когда на величину вариантов, входящих в состав вариационного ряда, действует множество случайных, независимых или слабо зависимых факторов, каждый из которых играет в общей сумме незначительную роль. Нарушение нормального характера распределения часто является свидетельством неоднородности совокупности.

Закон нормального распределения вычисляется по формуле

$$y_t = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}}, \qquad (6.6)$$

где y_t – ордината кривой нормального распределения;

$t = \dfrac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$ – нормированная величина;

e, π – математические постоянные;

x_i – варианты вариационного ряда;

$\bar{x}$ – средняя величина;

σ – среднее квадратическое отклонение.

Функция y_t широко используется в экономических расчетах, а ее значение при разных t табулированы и представлены в таблицах, графическое изображение дает кривую нормального распределения (рис. 6.5).

Нормальное распределение определяется двумя параметрами: средней арифметической ($\bar{x}$) и средним квадратическим отклонением (σ). Подчиненность закону нормального распределения проявляется тем точнее, чем больше случайных величин действуют вместе. Если ни одна из случайно действующих причин по своему действию не окажется преобладающей над другими, то закон распределения очень близко подходит к нормальному.

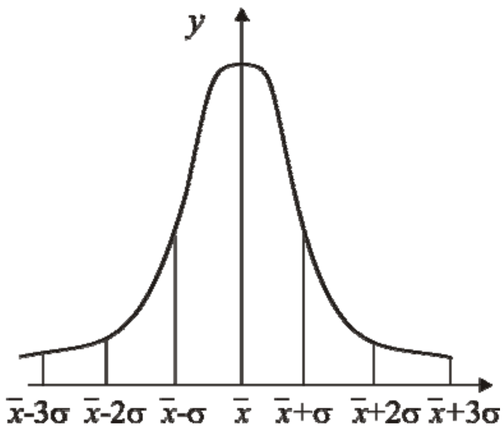


Рис. 6.5. Нормальное распределение
с одно-, двух-, трехсигмовыми пределами

Свойства кривой нормального распределения:

1. Функция нормального распределения четная, т. е. $y(-t) = y(+t)$. Следовательно, изображающая ее кривая распределена симметрично относительно оси ординат, т. е. $\bar{x} = \text{Mo} = \text{Me}$.

2. Функция имеет бесконечно малые значения при $t = \pm\infty$. Это означает, что ветви кривой удалены в бесконечность и асимптотически приближаются к оси абсцисс.

3. Функция имеет максимум при $t = 0$. Отсюда следует, что модального значения кривая достигает при $t = 0$ или при $x = \bar{x}$. Величина максимума составляет $1/\sqrt{2\pi}$.

4. При $t = \pm 1$ функция дает точки перегиба. Следовательно, при отклонении значений признака (x) от среднего значения $(\bar{x})$ в положительном и отрицательном направлениях на одно стандартное отклонение $(\pm\sigma$ от $\bar{x})$ кривая дает переход от выпуклости к вогнутости.

5. Если случайная величина представляет сумму двух независимых случайных величин, следующих нормальному закону, то она тоже следует нормальному закону.

6. Площадь между кривой и осью Ot равна единице.

В условиях нормального распределения существует следующая зависимость между величиной среднего квадратического отклонения и количеством наблюдений: в промежутке между $(x+\sigma)$ и $(x-\sigma)$, при $t = +1$ и $t = -1$, заключается 68,26 % всех значений признаков; между $(x+2\sigma)$ и $(x-2\sigma)$, при $t = +2$ и $t = -2$, располагается 95,44 % всех значений признаков; между $(x+3\sigma)$ и $(x-3\sigma)$, при $t = +3$ и $t = -3$, находится 99,73 % значений признаков. На рис. 6.5 показано нормальное распределение с одно-, двух-, трехсигмовыми пределами.

На практике почти не встречаются отклонения, которые превышают $\pm 3\sigma$. Отклонение 3σ может считаться максимально возможным. Это положение называют «***правилом трех сигм»***.

В математической статистике нормальное распределение играет роль некоторого стандарта, с которым сравнивают другие распределения.

При построении кривой по эмпирическим данным используют следующую формулу:

$$y_t = \frac{h\sum_{i=1}^{n} f_i}{\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}}, \tag{6.7}$$

где h – величина интервала;

$\sum_{i=1}^{n} f_i$ – сумма всех частот, равная объему совокупности;

σ – среднее квадратическое отклонение.

Пример. Построить нормальную кривую по данным о распределении 200 деталей по весу (см. табл. 6.1).

Решение. Находим среднюю по способу моментов по формуле (4.10), избираем центр отсчета A = 328,5 и h = 5:

$$\bar{x} = \frac{-212}{200} \cdot 5 + 328{,}5 = 323{,}2\,.$$

Находим среднее квадратическое отклонение по формуле (5.10):

$$\sigma = \sqrt{\frac{992}{200} \cdot 25 - (323{,}2 - 328{,}5)^2} = 9{,}79.$$

Находим t в каждой строке по формуле $t = \dfrac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$, а затем $F(t)$. Для вычисления теоретических частот (т. е. ординат нормальной кривой) находим множитель $\dfrac{h\sum_{i=1}^{n} f_i}{\sigma} = 102{,}14$ и все найденные величины $F(t)$ умножаем на 102,14. Так, для первой теоретической частоты получаем $102{,}14 \cdot 0{,}1295 \approx 13$ и т. д. Учитывая, что полученные теоретические частоты могут быть только целыми числами, округляем их и находим сумму, равную 192. Таким образом, видим несовпадение суммы теоретических частот (192) с суммой фактических частот (200). Такое расхождение бывает в тех случаях, когда крайние теоретические частоты значительно отличаются от нуля. В этих случаях теоретическую кривую надо продлевать. В нашем примере нормальная кривая должна быть продолжена в сторону отрицательных отклонений от средней, так как первая неуточненная частота, как мы видели, равна 13.

Производим такой расчет теоретических частот для двух предшествующих интервалов, в которых фактические частоты равны нулю, и получаем для интервалов 296–301 и 301–306 теоретические частоты 2 и 6. Для наглядности строим график, на который наносим фактическое распределение в виде гистограммы и нормальную кривую (рис. 6.6).

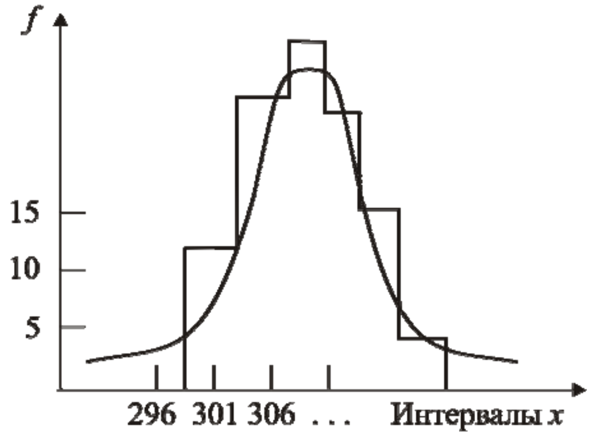


Рис. 6.6. Фактическое распределение и нормальная кривая

На графике видна близость фактических частот распределения к теоретическим. Однако такое сопоставление соответствия эмпирического распределения нормальному позволяет оценивать эти расхождения только субъективно. Объективная характеристика соответствия может быть получена с помощью приемов.

К элементарным приемам определения «нормальности» распределения относятся:

1. Сравнение по абсолютной величине отношений: если $\frac{K_{As}}{\sigma_{As}} > 3$ или $\frac{E_к}{\sigma_{E к}} > 3$, то «нормальность» распределения подвергается сомнению.

2. Сравнение средней арифметической с модой и медианой. Для нормального распределения $\bar{x} = \mathrm{Mo} = \mathrm{Me}$.

3. Использование теоретического соотношения для центральных моментов нормального распределения $M_{2i+2} = (2i+1)M_{2i}M_2$.

4. Вычисление специальных критериев согласия.

Объективная характеристика соответствия эмпирического распределения нормальному может быть получена с помощью особых статистических показателей – ***критериев согласия***. Известны критерии согласия К. Пирсона (χ^2), В. И. Романовского (C), А. Н. Колмогорова (λ) и Б. С. Ястремского (L).

Критерий согласия Пирсона (χ^2) вычисляется по формуле

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_э - f_Т)^2}{f_Т}, \qquad (6.8)$$

где $f_э$, $f_Т$ – эмпирические и теоретические частоты соответственно.

С помощью величины χ^2 по специальным таблицам определяется вероятность $m(\chi^2)$. Входами в таблицу являются значения χ^2 и число степеней свободы $k = n - 1$. На основе вероятности выносится суждение о существенности или несущественности расхождения между эмпирическим и теоретическим распределениями. При $P > 0{,}5$ считается, что теоретическое и эмпирическое распределения близки, при $P \in [0{,}2;\ 0{,}5]$ совпадение между ними удовлетворительное, в остальных случаях – недостаточное.

***Критерий Романовского* (*C*)**, также используемый для проверки близости эмпирического и теоретического распределений, определяется следующим образом:

$$C = \frac{\chi^2 - k}{\sqrt{2k}}, \qquad (6.9)$$

где χ^2 – критерий Пирсона;

k – число степеней свободы, которое равно числу групп минус три.

При $C < 3$ различие несущественно, что позволяет считать эмпирическое распределение близким к нормальному.

***Критерий Ястремского* (*L*)** может быть найден на основе следующего соотношения:

$$L = \frac{\sum \frac{(f_Э - f_Т)^2}{Npq} - к}{\sqrt{2к + 4Q}}, \qquad (6.10)$$

где N – объем совокупности;

pq – дисперсия альтернативного признака;

к – число вариантов или групп;

Q – принимает значение 0,6 при числе вариантов или групп от 8 до 20.

Если $L > 3$, то эмпирическое распределение соответствует теоретическому.

***Критерий Колмогорова* (λ)** вычисляется по формуле

$$\lambda = \frac{Д}{\sqrt{\sum f}}, \qquad (6.11)$$

где Д – максимальное значение разности между накопленными эмпирическими и теоретическими частотами;

$\sum f$ – сумма эмпирических частот.

Необходимым условием использования этого критерия является достаточно большое число наблюдений (не меньше ста) [1, 3, 4, 7–10].

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выбери правильный вариант ответа.

1. Средний размер реализованной коммерческой организацией спортивной обуви равен 39, мода – 39, медиана – 39. На основании этого можно сделать вывод, что распределение проданной спортивной обуви по размеру:

а) симметричное;
б) приближенно симметричное;
с) с левосторонней асимметрией;
г) с правосторонней асимметрией.

2. Статистическая совокупность из 245 единиц разделена на 16 групп. Число степеней свободы для критерия χ^2:

а) 244;
б) 242;
в) 16;
г) 15.

3. Критерий Колмогорова может быть рассчитан на основании:

а) индивидуальных данных;
б) частот;
в) частостей;
г) вариант.

4. Теоретическая кривая распределения – это…

а) средний квадрат отклонений;
б) значения признака, делящие совокупность на равные части;
в) кривая, выражающая закономерность распределения, исключающая влияние случайных факторов;
г) закономерности изменения частот в вариационных рядах.

5. Для ассиметричных распределений коэффициент эксцесса $(E_к) > 0$ показывает:

а) островершинное распределение;
б) плосковершинное распределение;
в) нормальное распределение;
г) левостороннее распределение.

6. Критерий согласия Пирсона вычисляется по формуле:

а) $y_t = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}}$;

б) $\chi^2 = \sum \dfrac{(f_э - f_Т)^2}{f_Т}$;

в) $K_{As} = \dfrac{\bar{x} - \mathrm{Me}}{\sigma}$;

г) $E_к = \dfrac{M_4}{\sigma^4} - 3$.

7. К элементарным приемам определения «нормальности» распределения относятся:

а) равенство $\bar{x} = \mathrm{Mo} = \mathrm{Me}$;

б) $\dfrac{|K_{As}|}{\sigma_{As}} > 3$;

в) $M_4 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^4}{n}$;

г) $E_к = \dfrac{M_4}{\sigma^4} - 3$.

8. Свойства кривой нормального распределения:

а) функция имеет максимум при $t = 0$;

б) случайная величина представляет сумму двух независимых случайных величин, следующих нормальному закону, то она не следует закону нормального распределения;

в) функция нормального распределения нечетная;

г) функция при $t = 1$ дает точки перегиба.

9. Различают следующие разновидности кривых распределения:

а) умеренно асимметричные;

б) многовершинные;

в) функциональные;

г) степенные.

10. Оценка асимметрии производится на основе:

а) коэффициента вариации;

б) коэффициента асимметрии;

в) критерия Пирсона;

г) коэффициента корреляции.

ГЛАВА 7. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

7.1. Способы формирования выборочной совокупности

Под ***выборочным наблюдением*** понимается такое несплошное наблюдение, при котором статистическому обследованию (наблюдению) подвергаются единицы изучаемой совокупности, отобранные специальным способом. Выборочное наблюдение ставит перед собой задачу: по обследуемой части дать характеристику всей совокупности единиц при условии соблюдения всех правил и принципов проведения статистического наблюдения и научно организованной работы по отбору единиц.

При этом методе обследованию подвергаются не все объекты совокупности. Совокупность единиц, из которой производится отбор, называется ***генеральной совокупностью***, а специальным образом отобранная часть из генеральной совокупности называется ***выборочной совокупностью,*** она отражает все свойства генеральной.

Основные характеристики параметров генеральной и выборочной совокупности приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

№ п/п	Характеристики	Генеральная совокупность	Выборочная совокупность
1	Объем совокупности (численность единиц)	N	n
2	Численность единиц, обладающих обследуемым признаком	M	m
3	Доля единиц, обладающих обследуемым признаком	$P = M/N$	$W = m/n$
4	Средний размер признака	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$	$\tilde{x} = \frac{\sum x_i}{\nu}$
5	Дисперсия количественного признака	$\sigma^2_{\bar{x}} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}$	$\sigma^2_{\tilde{x}} = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2}{n}$
6	Дисперсия доли	$\sigma^2_p = p \cdot q$	$\sigma^2_w = W(1-W)$

Как правило, выборочные характеристики отклоняются от характеристик генеральной совокупности, т. е. обычно имеют место ошибки репрезентативности, разность между средними и относительными показателями выборочной и генеральной совокупностей. Основная задача выборочного метода сводится к минимизации ошибок репрезентативности.

Главными условиями выборки являются:

1**.** ***Равновозможность*** каждой единицы генеральной совокупности попасть в выборку.

Если из совокупности, состоящей из *N* единиц, обладающих некоторыми признаками, отбирается одна единица и при этом никакой из единиц, составляющих данную совокупность, не отдается предпочтение по сравнению с другими, то говорят, что каждой единице обеспечена равная возможность быть отобранной (принцип равновозможности). О равновозможности отбора можно судить, либо исходя из общих свойств изучаемых явлений, либо по числу появлений событий в достаточно большой серии испытаний.

В случае соблюдения принципа равновозможности выбор вполне определенной конкретной единицы имеет один шанс (случай) из числа *N* таких же шансов. Выбор же единицы, обладающей данным значением признака (например первосортные детали, число которых во всей совокупности *M*), имеет *M* равновозможных шансов из *N* таких же шансов.

2. ***Достаточная численность выборки***.

Для обеспечения равновозможности единиц генеральной совокупности попасть в выборку применяются следующие виды, методы и способы отбора.

По виду различают индивидуальный, групповой и комбинированный отбор. При ***индивидуальном отборе*** в выборочную совокупность отбираются отдельные единицы генеральной совокупности, при ***групповом отборе*** – группы единиц, а ***комбинированный отбор*** предполагает сочетание группового и индивидуального отбора.

Отбор единиц из совокупности, при котором каждая отобранная и обследованная единица возвращается в генеральную совокупность и может быть повторно отобрана, называется ***повторным методом***. Если же после отбора обследованная единица не возвращается в совокупность и в дальнейших испытаниях не участвует, то отбор называют ***бесповторным методом***.

Способ отбора определяет конкретный механизм или процедуру выборки единиц из генеральной совокупности. В практике выборочных обследований наибольшее распространение получили следующие выборки:

1) собственно-случайная выборка;
2) механическая выборка;
3) типическая выборка;
4) серийная выборка;
5) комбинированная выборка.

7.2. Ошибки выборки

Расхождения между величиной какого-либо показателя, найденного посредством статистического наблюдения, и действительными его размерами называются ***ошибками наблюдения***. В зависимости от причин возникновения различают ошибки регистрации и ошибки репрезентативности.

Ошибки регистрации возникают в результате неправильного установления фактов или ошибочной записи в процессе наблюдения или опроса. Они бывают случайными или систематическими. Случайные ошибки регистрации могут быть допущены как опрашиваемыми в их ответах, так и регистраторами. Систематические ошибки могут быть и преднамеренными, и непреднамеренными. Преднамеренные – сознательные, тенденциозные искажения действительного положения дела. Непреднамеренные вызываются различными случайными причинами (небрежность, невнимательность).

Ошибки репрезентативности (представительности) возникают в результате неполного обследования и в случае, если обследуемая совокупность недостаточно полно воспроизводит генеральную совокупность. Они могут быть случайными и систематическими. Случайные ошибки репрезентативности – это отклонения, возникающие при несплошном наблюдении из-за того, что совокупность отобранных единиц наблюдения (выборка) неполно воспроизводит всю совокупность в целом. Систематические ошибки репрезентативности – это отклонения, возникающие вследствие нарушения принципов случайного отбора единиц. Ошибки репрезентативности органически присущи выборочному наблюдению и возникают в силу того, что выборочная совокупность не полностью воспроизводит генеральную. Избежать ошибок репрезентативности нельзя, однако, пользуясь методами теории вероятностей, основанными на использовании предельных теорем закона больших чисел, эти ошибки можно свести к минимальным значениям, границы которых устанавливаются с достаточно большой точностью.

Ошибки выборки – разность между характеристиками выборочной и генеральной совокупности. Для среднего значения ошибка будет определяться по формуле

$$\Delta_{\tilde{x}} = \left|\bar{x} - \tilde{x}\right|, \tag{7.1}$$

где $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{N}$; $\quad \tilde{x} = \dfrac{\sum x_i}{n}$.

Величина $\Delta_{\tilde{x}}$ называется ***предельной ошибкой*** выборки.

Предельная ошибка выборки – величина случайная. Исследованию закономерностей случайных ошибок выборки посвящены предельные теоремы закона больших чисел. Наиболее полно эти закономерности раскрыты в теоремах П. Л. Чебышева и А. М. Ляпунова.

Теорему П. Л. Чебышева применительно к рассматриваемому методу можно сформулировать следующим образом: при достаточно большом числе независимых наблюдений можно с вероятностью, близкой к единице (т. е. почти с достоверностью), утверждать, что отклонение выборочной средней от генеральной будет сколько угодно малым. В теореме П. Л. Чебышева доказано, что величина ошибки не должна превышать $t\mu$. В свою очередь, величина μ, выражающая среднее квадратическое отклонение выборочной средней от генеральной средней, зависит от колеблемости признака в генеральной совокупности σ и числа отобранных единиц n. Эта зависимость выражается формулой

$$\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \tag{7.2}$$

где μ зависит также от способа производства выборки.

Величину $\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$ называют ***средней ошибкой выборки***. В этом выражении σ^2 – генеральная дисперсия, n – объем выборочной совокупности.

Рассмотрим, как влияет на величину средней ошибки число отбираемых единиц n. Логически нетрудно убедиться, что при отборе большого числа единиц расхождения между средними будут меньше, т. е. существует обратная связь между средней ошибкой выборки и числом отобранных единиц. При этом здесь образуется не просто обратная математическая зависимость, а такая зависимость, которая показывает, что квадрат расхождения между средними обратно пропорционален числу отобранных единиц.

Увеличение колеблемости признака влечет за собой увеличение среднего квадратического отклонения, а следовательно и ошибки. Если предположить, что все единицы будут иметь одинаковую величину признака, то среднее квадратическое отклонение станет равно нулю и ошибка выборки также исчезнет. Тогда нет необходимости применять выборку. Однако следует иметь в виду, что величина колеблемости признака в генеральной совокупности неизвестна, поскольку неизвестны размеры единиц в ней. Можно рассчитать лишь колеблемость признака в выборочной совокупности. Соотношение между дисперсиями генеральной и выборочной совокупности выражается формулой

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \sigma_{\tilde{x}}^2 \cdot \frac{n}{n-1}.$$

Поскольку величина $\frac{n}{n-1}$ при достаточно больших n близка к единице, можно приближенно считать, что выборочная дисперсия равна генеральной дисперсии, т. е. $\sigma^2_{\text{ген}} \approx \sigma^2_{\text{выб}}$.

Следовательно, средняя ошибка выборки показывает, какие возможны отклонения характеристик выборочной совокупности от соответствующих характеристик генеральной совокупности. Однако о величине этой ошибки можно судить с определенной вероятностью. На величину вероятности указывает множитель t.

Теорема А. М. Ляпунова. А. М. Ляпунов доказал, что распределение выборочных средних (следовательно, и их отклонений от генеральной средней) при достаточно большом числе независимых наблюдений приближенно нормально при условии, что генеральная совокупность обладает конечной средней и ограниченной дисперсией.

Математически *теорему Ляпунова* можно записать так:

$$P\left\{\left|\bar{x}-\tilde{x}\right| \le \Delta_{\tilde{x}}\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-t}^{t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \Phi(t), \tag{7.3}$$

где
$$\Delta_{\tilde{x}} = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}; \pi = 3{,}14, \tag{7.4}$$

где $\pi = 3{,}14$ – математическая постоянная;

$\Delta_{\tilde{x}}$ – ***предельная ошибка выборки***, которая дает возможность выяснить, в каких пределах находится величина генеральной средней.

Значения этого интеграла для различных значений коэффициента доверия t вычислены и приводятся в специальных математических таблицах. В частности, при:

$t = 1 \quad \Phi(t) = 0{,}683; \qquad t = 1{,}5 \quad \Phi(t) = 0{,}866;$

$t = 2 \quad \Phi(t) = 0{,}954; \qquad t = 2{,}5 \quad \Phi(t) = 0{,}988;$

$t = 3 \quad \Phi(t) = 0{,}997; \qquad t = 3{,}5 \quad \Phi(t) = 0{,}999.$

Поскольку t указывает на вероятность расхождения $\left|\tilde{x}-\bar{x}\right|$, т. е. на вероятность того, на какую величину генеральная средняя будет отличаться от выборочной средней, то это может быть прочитано так: с вероятностью 0,683 можно утверждать, что разность между выборочной и генеральной средними не превышает одной величины средней ошибки выборки. Другими словами, в 68,3 % случаев ошибка репрезентативности не выйдет за пределы $\pm\mu$. С вероятностью 0,954 можно утверждать, что ошибка репрезентативности не превышает $\pm 2\mu$ (т. е. в 95 % случаев). С вероятностью 0,997, т. е. довольно близкой к единице, можно ожидать, что разность между выборочной и генеральной средней не превзойдет трехкратной средней ошибки выборки и т. д.

Логически связь здесь выглядит довольно ясно: чем больше пределы, в которых допускается возможная ошибка, тем с большей вероятностью судят о ее величине.

Зная выборочную среднюю величину признака ($\tilde{x}$) и предельную ошибку выборки ($\Delta_{\tilde{x}}$), можно определить границы (пределы), в которых заключена генеральная средняя

$$\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \le \bar{x} \le \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}} \quad \text{или} \quad \tilde{x} - \bar{x} = \pm\Delta_{\tilde{x}}. \qquad (7.5)$$

1. *Собственно-случайная выборка* – этот способ ориентирован на выборку единиц из генеральной совокупности без всякого расчленения на части или группы. При этом для соблюдения основного принципа выборки – равной возможности всем единицам генеральной совокупности быть отобранными – используются схема случайного извлечения единиц путем жеребьевки (лотереи) или таблицы случайных чисел. Возможен повторный и бесповторный отбор единиц.

Средняя ошибка собственно-случайной выборки представляет собой среднеквадратическое отклонение возможных значений выборочной средней от генеральной средней. Средние ошибки выборки при собственно-случайном методе отбора представлены в табл. 7.2.

Таблица 7.2

Средняя ошибка выборки μ	При отборе	
	повторном	бесповторном
Для средней	$\sqrt{\dfrac{\sigma^2}{n}}$	$\sqrt{\dfrac{\sigma^2}{n}\left(1-\dfrac{n}{N}\right)}$
Для доли	$\sqrt{\dfrac{\omega(1-\omega)}{n}}$	$\sqrt{\dfrac{\omega(1-\omega)}{n}\left(1-\dfrac{n}{N}\right)}$

В таблице использованы следующие обозначения:

σ^2 – дисперсия выборочной совокупности;

n – численность выборки;

N – численность генеральной совокупности;

$\omega = \dfrac{m}{n}$ – выборочная доля единиц, обладающих изучаемым признаком;

m – число единиц, обладающих изучаемым признаком;
n – численность выборки.

Для увеличения точности вместо множителя $1-\frac{n}{N}$ следует брать множитель $\frac{N-n}{N-1}$, но при большой численности N различие между этими выражениями практического значения не имеет.

Предельная ошибка собственно-случайной выборки $\Delta_{\tilde{x}}$ рассчитывается по формуле

$$\Delta_{\tilde{x}} = t\mu\,, \tag{7.6}$$

где t – коэффициент доверия; зависит от значения вероятности.

Пример. При обследовании ста образцов изделий, отобранных из партии в случайном порядке, 20 оказались нестандартными. С вероятностью 0,954 определите пределы, в которых находится доля нестандартной продукции в партии.

Решение. Вычислим генеральную долю (P): $P = \omega \pm \Delta\omega$.

Доля нестандартной продукции $\omega = \frac{m}{n} = \frac{20}{100} = 0{,}2$.

Предельная ошибка выборочной доли с вероятностью 0,954 рассчитывается по формуле (7.6) с применением формулы табл. 7.2 для доли:

$$\Delta = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}} = 2\sqrt{\frac{0{,}2\cdot 0{,}8}{100}} = 0{,}08;$$

$$P = 0{,}2 \pm 0{,}08 = 0{,}12 \div 0{,}28.$$

С вероятностью 0,954 можно утверждать, что доля нестандартной продукции в партии товара находится в пределах $12\ \% \le P \le 28\ \%$.

В практике проектирования выборочного наблюдения возникает потребность определения численности выборки, которая необходима для обеспечения определенной точности расчета генеральных средних. Предельная ошибка выборки и ее вероятность при этом являются заданными. Из формулы $\Delta_{\tilde{x}} = t\mu$ и формул средних ошибок выборки устанавливается необходимая численность выборки. Формулы для определения численности выборки (n) зависят от способа отбора. Расчет численности выборки для собственно-случайной выборки приведен в табл. 7.3.

Таблица 7.3

Предполагаемый отбор	Формулы	
	для средней	для доли
Повторный	$\frac{t^2\sigma_{\tilde{x}}^2}{\Delta_{\tilde{x}}^2}$	$\frac{t^2\omega(1-\omega)}{\Delta_{\omega}^2}$
Бесповторный	$\frac{t^2\sigma_{\tilde{x}}^2 N}{N\Delta_{\tilde{x}}^2 + t^2\sigma_{\tilde{x}}^2}$	$\frac{t^2\omega(1-\omega)}{N\Delta_{\omega}^2 + t^2\omega(1-\omega)}$

2. ***Механическая выборка***. При этом методе исходят из учета некоторых особенностей расположения объектов в генеральной совокупности, их упорядоченности (по списку, номеру, алфавиту). Механическая выборка осуществляется путем отбора отдельных объектов генеральной совокупности через определенный интервал (каждый 10-й или 20-й). Интервал рассчитывается по отношению $\frac{n}{N}$, где n – численность выборки, N – численность генеральной совокупности. Так, если из совокупности в 500 000 единиц предполагается получить 2 %-ю выборку, т. е. отобрать 10 000 единиц, то пропорция отбора составит $\frac{1}{50} = \frac{1}{500000:10000}$. Отбор единиц осуществляется в соответствии с установленной пропорцией через равные интервалы. Если расположение объектов в генеральной совокупности носит случайный характер, то механическая выборка по содержанию аналогична случайному отбору. При механическом отборе применяется только бесповторная выборка [1, 5–10].

Средняя ошибка и численность выборки при механическом отборе подсчитываются по формулам собственно-случайной выборки (см. табл. 7.2 и 7.3).

3. ***Типическая выборка***, при которой генеральная совокупность делится по некоторым существенным признакам на типические группы; отбор единиц производится из типических групп. При этом способе отбора генеральная совокупность расчленяется на однородные в некотором отношении группы, которые имеют свои характеристики, и вопрос сводится к определению объема выборок из каждой группы. Может быть ***равномерная выборка***; при этом способе из каждой типической группы отбирается одинаковое число единиц $(n_1 = n_2 = n_m)$. Такой подход оправдан лишь при равенстве численностей исходных типических групп. При типическом отборе, непропорциональном объему групп, общее число отбираемых единиц делится на число типических групп, полученная величина дает численность отбора из каждой типической группы.

Более совершенной формой отбора является ***пропорциональная выборка***. Пропорциональной называется такая схема формирования выборочной совокупности, когда численность выборок, взятых из каждой типической группы в генеральной совокупности, пропорциональна численностям, дисперсиям (или комбинированно и численностям, и дисперсиям). Условно определяем численность выборки в 100 единиц и отбираем единицы из групп:

- ***пропорционально численности их генеральной совокупности*** (табл. 7.4). В таблице обозначено:

N_i – численность типической группы;

d_j – доля (N_i/N);

N – численность генеральной совокупности;

n_i – численность выборки из типической группы, вычисляется как:

$$n_i = d_j \cdot n\,, \tag{7.7}$$

где n – численность выборки из генеральной совокупности.

Таблица 7.4

Группы	N_i	d_j	n_i
1	300	0,3	30
2	500	0,5	50
3	200	0,2	20
	1000	1,0	100

- ***пропорционально среднему квадратическому отклонению*** (табл. 7.5).

Здесь σ_i – среднее квадратическое отклонение типических групп;

n_i – численность выборки из типической группы, вычисляется по формуле

$$n_i = n\frac{\sigma_i}{\sum\limits_i \sigma_i}\,; \tag{7.8}$$

Таблица 7.5

N_i	σ_i	$\frac{\sigma_i}{\sum \sigma_i}$	n_i
300	5	0,25	25
500	7	0,35	35
200	8	0,40	40
1000	20	1,0	100

- ***комбинированно*** (табл. 7.6).

Численность выборки вычисляется по формуле

$$n_i = n \cdot \frac{\sigma_i \cdot N_i}{\sum \sigma_i \cdot N_i}. \quad (7.9)$$

Таблица 7.6

N_i	σ_i	$\sigma_i N_i$	$\frac{\sigma_i \cdot N_i}{\sum \sigma_i \cdot N_i}$	n_i
300	5	1500	0,23	23
500	7	2100	0,53	53
200	8	1600	0.24	24
1000	20	6600	1,0	100

При проведении типической выборки непосредственный отбор из каждой группы проводится методом случайного отбора.

Средние ошибки выборки рассчитываются по формулам табл. 7.7 в зависимости от способа отбора из типических групп.

Таблица 7.7

Способ отбора	Повторный		Бесповторный	
	для средней	для доли	для средней	для доли
Непропорциональный объему групп	$\frac{1}{N}\sqrt{\sum \frac{\sigma_i^2 N_i^2}{n_i}}$	$\frac{1}{N}\sqrt{\sum \frac{\omega_i(1-\omega_i)N_i^2}{n_i}}$	$\frac{1}{N}\sqrt{\sum \frac{\sigma_i^2}{n_i} N_i^2 \times \left(1-\frac{n_i}{N_i}\right)}$	$\frac{1}{N}\sqrt{\sum \frac{\omega_i(1-\omega_i)}{n_i} N_i^2 \times \left(1-\frac{n_i}{N_i}\right)}$
Пропорциональный объему групп	$\sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n}}$	$\sqrt{\frac{\overline{\omega(1-\omega)}}{n}}$	$\sqrt{\frac{\overline{\sigma_i^2}}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$	$\sqrt{\frac{\overline{\omega(1-\omega)}}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$

Способ отбора	Повторный		Бесповторный	
	для средней	для доли	для средней	для доли
Пропорциональный колеблемости в группах (является наивыгоднейшим)	$\frac{1}{N}\cdot\frac{\sum\sigma_i N_i}{\sqrt{n_i}}$	$\frac{1}{N}\cdot\frac{\sum\omega_i(1-\omega_i)N_i}{\sqrt{n_i}}$	$\frac{1}{N}\cdot\frac{\sum\sigma_i N_i}{\sqrt{n_i}}\times$ $\times\sqrt{1-\frac{n}{N}}$	$\frac{1}{N}\cdot\frac{\sum\omega_i(1-\omega_i)N_i}{\sqrt{n_i}}\times$ $\times\sqrt{1-\frac{n}{N}}$

Здесь $\overline{\sigma_i^2}=\frac{\sum\sigma_i^2 n_i}{\sum n_i}$ – средняя из внутригрупповых дисперсий типических групп;

ω_i – доля единиц, обладающих изучаемым признаком;

$\overline{\omega(1-\omega)}=\frac{\sum\omega_i(1-\omega_i)n_i}{\sum n_i}$ – средняя из внутригрупповых дисперсий для доли;

σ_i – среднее квадратическое отклонение в выборке из i-й типической группы;

n_i – объем выборки из типической группы;

n – общий объем выборки;

N_i – объем типической группы;

N – объем генеральной совокупности.

Численность выборки из каждой типической группы должна быть пропорциональна среднему квадратическому отклонению в этой группе (σ_i). Расчет численности (n_i) производится по формулам, приведенным в табл. 7.8.

Таблица 7.8

	Повторный	Бесповторный
Для определения средней	$n=\frac{t^2\sigma_{\tilde{x}}^2}{\Delta_{\tilde{x}}^2}$	$n=\frac{t^2\sigma_{\tilde{x}}^2 N}{\Delta_{\tilde{x}}^2 N+t^2\sigma_{\tilde{x}}^2}$
Для определения доли	$n=\frac{t^2\overline{\omega(1-\omega)}}{\Delta_\omega^2}$	$n=\frac{t^2\overline{\omega(1-\omega)}N}{\Delta_\omega^2 N+t^2\overline{\omega(1-\omega)}}$

4. ***Серийная выборка*** удобна в тех случаях, когда единицы совокупности объединены в небольшие группы или серии. При серийной выборке генеральную совокупность делят на одинаковые по объему группы – серии. В выборочную совокупность отбираются серии. Сущность серийной выборки заключается в случайном или механическом отборе серий, внутри которых производится сплошное обследование единиц. Средняя ошибка серийной выборки с равновеликими сериями зависит от величины только межгрупповой дисперсии. Средние ошибки сведены в табл. 7.9.

Таблица 7.9

Способ отбора серии	Формулы	
	для средней	для доли
Повторный	$\sqrt{\frac{\bar{\delta}_{\tilde{x}}^2}{r}}$	$\sqrt{\frac{\bar{\delta}_p^2}{r}}$
Бесповторный	$\sqrt{\frac{\delta_{\tilde{x}}^2}{r}\left(\frac{R-r}{R-1}\right)} \approx$ $\approx \sqrt{\frac{\delta_{\tilde{x}}^2}{r}\left(1-\frac{r}{R}\right)}$	$\sqrt{\frac{\delta_p^2}{r}\left(\frac{R-r}{R-1}\right)} \approx$ $\approx \sqrt{\frac{\delta_p^2}{r}\left(1-\frac{r}{R}\right)}$

Здесь R – число серий в генеральной совокупности;

r – число отобранных серий;

$\bar{\delta}_{\tilde{x}}^2$ – межсерийная (межгрупповая) дисперсия средних;

$\bar{\delta}_p^2$ – межсерийная (межгрупповая) дисперсия доли.

При серийном отборе необходимую численность отбираемых серий определяют так же, как и при собственно-случайном методе отбора.

Расчет численности серийной выборки производится по формулам, приведенным в табл. 7.10.

Таблица 7.10

	Повторный	Бесповторный
Для определения среднего признака	$r = \frac{t^2\delta_{\tilde{x}}^2}{\Delta_{\tilde{x}}^2}$	$r = \frac{t^2\delta_{\tilde{x}}^2 R}{\Delta_{\tilde{x}}^2 R + t^2\delta^2}$
Для определения доли	$r = \frac{t^2\omega_r(1-\omega_r)}{\Delta_{\omega}^2}$	$r = \frac{t^2\omega_r(1-\omega_r)R}{\Delta_{\omega}^2 R + t^2\omega_r(1-\omega_r)}$

Пример. В механическом цехе завода в десяти бригадах работает 100 рабочих. В целях изучения квалификации рабочих была произведена 20 %-я серийная бесповторная выборка, в которую вошли две бригады. Получено следующее распределение обследованных рабочих по разрядам:

Рабочие	Разряды рабочих в бригаде 1	Разряды рабочих в бригаде 2	Рабочие	Разряды рабочих в бригаде 1	Разряды рабочих в бригаде 2
1	2	3	6	6	4
2	4	6	7	5	2
3	5	1	8	8	1
4	2	5	9	4	3
5	5	3	10	5	2

Необходимо определить с вероятностью 0,997 пределы, в которых находится средний разряд рабочих механического цеха.

Решение. Определим выборочные средние по бригадам и общую среднюю как среднюю взвешенную из групповых средних:

$$\widetilde{x}_1 = \frac{2+4+5+2+5+6+5+8+4+5}{10} = \frac{46}{10} = 4{,}6;$$

$$\widetilde{x}_{11} = \frac{3+6+1+5+3+4+2+1+3+2}{10} = 3{,}0;$$

$$\widetilde{x}_c = \frac{30+46}{20} = 3{,}8.$$

Определим межсерийную дисперсию по формулам (5.25):

$$\delta^2 = \frac{(4{,}6-3{,}8)^2 + (3{,}0-3{,}8)^2}{2} = 0{,}64.$$

Рассчитаем среднюю ошибку выборки по формуле табл. 7.9:

$$\mu_{\widetilde{x}} = \sqrt{\frac{0{,}64}{2}\left(1-\frac{2}{10}\right)} = 0{,}5.$$

Вычислим предельную ошибку выборки с вероятностью 0,997:

$$\Delta\widetilde{x} = 0{,}5 \cdot 3 = 1{,}5.$$

С вероятностью 0,997 можно утверждать, что средний разряд рабочих механического цеха находится в пределах $2{,}0 \le \bar{x} \le 5{,}0$.

5. *Комбинированная выборка*. В практике статистических исследований, помимо рассмотренных выше способов отбора, применяется и их комбинация. Например, можно комбинировать типическую и серийную выборки, когда серии отбираются в установленном порядке из нескольких типических групп. Возможна также комбинация серийного и случайного отборов, при которой отдельные единицы отбираются внутри серии в случайном порядке [1, 5–11].

7.3. Малая выборка

При большом числе единиц выборочной совокупности (n>100) распределение случайных ошибок выборочной средней, в соответствии с теорией А. М. Ляпунова, нормально или приближается к нормальному по мере увеличения числа наблюдений. Вероятность выхода ошибки за определенные пределы оценивается на основе таблиц интеграла Лапласа. Расчет ошибки выборки базируется на величине генеральной дисперсии $\sigma^2_{\text{ген}}$, так как при больших n коэффициент $\frac{n}{n-1}$, на который для получения генеральной дисперсии умножается выборочная дисперсия, большой роли не играет.

Однако в практике статистического исследования в условиях рыночной экономики все чаще приходится сталкиваться с небольшими по объему так называемыми малыми выборками. Под ***малой выборкой*** понимается такое выборочное наблюдение, численность единиц которого не превышает 30. В настоящее время малая выборка используется более широко, чем раньше, прежде всего за счет статистического изучения деятельности малых и средних предприятий, коммерческих банков, фермерских хозяйств и т. д.

Разработка теории малой выборки была начата английским статистиком В. С. Госсетом (печатавшимся под псевдонимом «Стьюдент») в 1908 г. Он доказал, что оценка расхождения между средней малой выборкой и генеральной средней имеет особый закон распределения.

При оценке результатов малой выборки величина генеральной дисперсии в расчетах не используется. Для определения возможных пределов ошибки пользуются так называемым ***критерием Стьюдента***, определяемым по формуле

$$t = \frac{\tilde{x} - \bar{x}}{\mu_{\text{М.В}}}, \tag{7.10}$$

где
$$\mu_{\text{М.В}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}. \tag{7.11}$$

Ее называют мерой случайных колебаний выборочной средней в малой выборке. Величина σ вычисляется на основе данных выборочного наблюдения. Она равна

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2}{n}}. \tag{7.12}$$

Данная величина используется лишь для исследуемой совокупности, а не в качестве приближенной оценки σ в генеральной совокупности. При небольшой численности выборки распределение Стьюдента отличается от нормального. Предельная ошибка малой выборки ($\Delta_{\text{М.В}}$) в зависимости от средней ошибки ($\mu_{\text{М.В}}$) представлена как

$$\Delta_{\text{М.В}} = t \cdot \mu_{\text{М.В}}. \tag{7.13}$$

Но в данном случае величина t иначе связана с вероятной оценкой, чем при большой выборке. Согласно распределению Стьюдента, вероятная оценка зависит как от величины t, так и от объема выборки в случае, если предельная ошибка не превысит t-кратную среднюю ошибку в малых выборках.

В заключение отметим, что расчет ошибок в малой выборке мало отличается от аналогичных вычислений в большой выборке. Различие заключается в том, что при малой выборке вероятность нашего утверждения несколько меньше, чем при большой выборке. Однако все это не означает, что можно использовать малую выборку тогда, когда нужна большая выборка. Во многих случаях расхождения между найденными пределами могут достигать значительных размеров, что вряд ли удовлетворяет исследователей. Поэтому малую выборку следует применять в статистическом исследовании социально-экономических явлений с большой осторожностью, при соответствующем теоретическом и практическом обосновании [1, 3, 4].

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выберите правильный вариант ответа.

1. Отклонение выборочных характеристик от соответствующих характеристик генеральной совокупности, возникающее вследствие нарушения принципа случайности отбора, называется:
   а) систематической ошибкой репрезентативности;
   б) случайной ошибкой репрезентативности;
   в) предельной ошибкой выборки;
   г) средней ошибкой выборки.

2. Чтобы уменьшить ошибку выборки, рассчитанную в условиях механического отбора, можно:
   а) уменьшить численность выборочной совокупности;
   б) увеличить численность выборочной совокупности;
   в) применить серийный отбор;
   г) применить типический отбор.

3. Проведено собственно-случайное бесповторное обследование заработной платы сотрудников аппарата управления двух финансовых корпораций. Обследовано одинаковое число сотрудников. Дисперсия заработной платы для финансовых корпораций одинакова, а численность аппарата управления больше в первой корпорации. Средняя ошибка выборки:

а) больше в первой корпорации;
б) больше во второй корпорации;
в) в обеих корпорациях одинакова;
г) данные не позволяют сделать вывод.

4. По данным 10 %-го выборочного обследования, дисперсия средней заработной платы сотрудников первого туристического агентства – 225, а второго – 100. Численность сотрудников первого туристического агентства в четыре раза больше, чем второго. Ошибка выборки больше:

а) в первом туристическом агентстве;
б) во втором туристическом агентстве;
в) ошибки одинаковы;
г) предсказать результат невозможно.

5. Численность выборки, которая позволила бы оценить долю брака в партии хлебобулочных изделий из 10000 единиц с точностью до 2 % при 5 %-м уровне значимости, составляет:

а) 2500;
б) 826;
в) не хватает данных;
г) 2000.

6. Необходимый объем выборки прямо пропорционален:

а) величине допустимой ошибки при выборочном наблюдении;
б) количеству признаков генеральной совокупности;
в) коэффициенту вариации генеральной совокупности;
г) дисперсии признака

7. Формула $\Delta_{\tilde{x}} = t \cdot \mu$ используется для расчета:

а) средней ошибки выборки;
б) относительной ошибки результатов;
в) предельной ошибки выборки;
г) уточнения средней ошибки выборки.

8. Формула $n = \dfrac{t^2 \overline{\sigma}_{\tilde{x}}^2}{\Delta_{\tilde{x}}^2}$ используется для расчета:

а) средней ошибки выборки;
б) относительной ошибки результатов;
в) расчета численности случайной повторной выборки;

г) величины допустимой ошибки при выборочном наблюдении.

9. Для каких целей используется критерий Стьюдента в теории малой выборки:

а) для определения возможных пределов ошибки;

б) для уточнения результатов выборки;

в) распространения результатов выборки на генеральную совокупность;

г) оценки полноты выборки?

10. Серийная выборка – это …

а) отбор единиц из генеральной совокупности без системности;

б) упорядоченный выбор из генеральной совокупности;

в) выбор из генеральной совокупности, разбитой на несколько типических групп;

г) собственно-случайный или механический отбор серий, внутри которых производится сплошное обследование единиц.

ГЛАВА 8. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

8.1. Методы изучения связи социальных явлений

Исследуя природу, общество, экономику, необходимо считаться с взаимосвязью наблюдаемых явлений. Полнота описания определяется количественными характеристиками причинно-следственных связей между ними.

Формы проявления взаимосвязей весьма разнообразны. В качестве двух самых общих их видов выделяют ***функциональную* (*полную*)** и ***корреляционную* (*неполную*)** связи. При функциональной связи величине факторного признака соответствует одно или несколько значений функции. Этот вид связи часто проявляется в физике, химии. В экономике примером может служить прямо пропорциональная зависимость между производительностью труда и увеличением производства продукции.

Корреляционная связь (неполная) проявляется в среднем, когда заданным значениям зависимой переменной соответствует некоторый ряд вероятных значений независимой переменной. Каждому значению аргумента соответствуют случайно распределенные значения функции.

По направлению связи бывают:

– *прямыми* (*положительными*), когда зависимая переменная растет с увеличением факторного признака;

– *обратными* (*отрицательными*), при которых рост факторного признака сопровождается уменьшением функции.

Относительно своей аналитической формы связи бывают ***линейными*** и ***нелинейными.*** В первом случае между признаками в среднем проявляются линейные отношения. Нелинейная взаимосвязь выражается нелинейной функцией, а переменные связаны между собой в среднем нелинейно.

Если характеризуется связь двух признаков, то ее называют ***парной***.

Если изучается связь более двух переменных, то ее называют ***множественной***.

Задачи ***корреляционного анализа*** сводятся к измерению тесноты связи между признаками, определению неизвестных причинных связей и оценке факторов, оказывающих наибольшее влияние на результативный признак.

Традиционные методы корреляции и регрессии широко представлены в разного рода статистических пакетах программ для ЭВМ.

Методы оценки тесноты связи подразделяются:

– на параметрические (корреляционные);

– непараметрические.

Параметрические (корреляционные) основаны на использовании оценок нормального распределения и применяются в случаях, когда изучаемая совокупность состоит из величин, которые подчиняются закону нормального распределения.

Непараметрические методы не накладывают ограничений на законы распределения изучаемых величин [1, 3–8].

8.2. Парная множественная корреляция

Простейшим приемом выявления связи между двумя признаками является построение корреляционной таблицы (табл. 8.1).

Таблица 8.1

x \ y	y_1	y_2	….	y_z	Итого	$\bar{y}_i$
x_1	f_{11}	f_{12}	…	f_{1z}	$\sum_1^z f_{1j}$	$\bar{y}_1$
x_2	f_{21}	f_{22}	…	f_{2z}	$\sum_1^z f_{2j}$	$\bar{y}_2$
…	…	…	…	…	…	…
x_k	f_{k1}	f_{k2}	…	f_{kz}	$\sum_1^z f_{kj}$	$\bar{y}_k$
Итого	$\sum_{i=1}^k f_{i1}$	$\sum_{i=1}^k f_{i2}$	…	$\sum_1^k f_{iz}$	n	$\bar{y}$
$\bar{x}_j$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	…	$\bar{x}_z$	$\bar{x}$	–

В основу группировки положены два признака: x и y. Частоты f_{ij} графика показывают количество сочетаний x и y. Если f_{ij} расположены в таблице беспорядочно, можно говорить об отсутствии связи между переменными. В случае образования какого-либо характерного сочетания f_{ij} допустимо утверждение о связи между x и y. При этом, если f_{ij} концентрируется около одной из двух диагоналей, имеет место прямая или обратная линейная связь.

Графически взаимосвязь двух признаков изображается с помощью поля корреляции. В системе координат на оси абсцисс откладываются значения факторного признака, а на оси ординат результативного. Каждое пересечение линий, проводимых через эти оси, обозначается точками. При отсутствии тесных связей имеет место беспорядочное расположение точек на графике. Чем сильнее связь между признаками, тем теснее будут группироваться точки вокруг определенной линии, выражающей форму связи. Если между *x* и *y* графика есть корреляция, то в размещении точек наблюдается определенная закономерность: они размещены в форме полосы или эллипса, оси которых не параллельны осям координат.

При наличии связи точки размещены или в виде эллипса, неориентированного вдоль осей координат (случай линейной зависимости – рис. 8.1), либо в виде неправильной полосы (случай нелинейной связи – рис. 8.2).

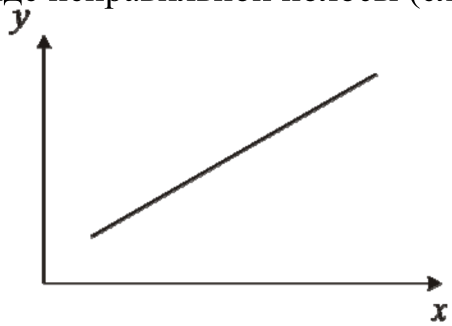


Рис. 8.1. Прямая линейная связь   Рис. 8.2. Прямая нелинейная связь

При отсутствии связей имеет место беспорядочное расположение точек на графике.

Теснота корреляционной связи между факторными и результативными признаками может исчисляться с помощью линейного коэффициента корреляции**. *Линейный коэффициент*** корреляции (*r*) был впервые введен в начале 90-х гг. XIX в. Пирсоном, Эджвортом и Велдоном и характеризует тесноту и направление связи между двумя коррелируемыми признаками в случае наличия между ними линейной зависимости. В теории разработаны и на практике применяются различные модификации формул расчета данного коэффициента:

$$r = \frac{\overline{(x-\bar{x})\cdot(y-\bar{y})}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}. \qquad (8.1)$$

Преобразования данной формулы позволяют получить следующие формулы линейного коэффициента корреляции:

$$r = \frac{\sum (x-\bar{x})\cdot(y-\bar{y})}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}, \qquad (8.2)$$

или

$$r = \frac{\sum (x-\bar{x})\cdot(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum (x-\bar{x})^2 \cdot \sum (y-\bar{y})^2}}, \qquad (8.3)$$

где n – число наблюдений.

Производя расчет по итоговым значениям переменных, линейный коэффициент корреляции можно вычислить по формуле

$$r = \frac{n \cdot \sum xy - \sum x \cdot \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2\right] \cdot \left[n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right]}}. \quad (8.4)$$

Коэффициент корреляции может быть выражен через дисперсии слагаемых:

$$r = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_{x-y}^2}{2\sigma_x \cdot \sigma_y}, \quad (8.5)$$

или

$$r = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}. \quad (8.6)$$

Приведенные соотношения для коэффициента корреляции применяются при изучении совокупностей малого объема ($n \le 20 \div 30$).

Линейный коэффициент корреляции имеет большое значение при исследовании социально-экономических явлений и процессов, распределение которых близко к нормальному. Легко доказать, что условие $r = 0$ является необходимым и достаточным для того, чтобы величины x и y были независимы. Линейный коэффициент корреляции изменяется в пределах от –1 до +1. Принято считать, что если $|r| = 0{,}3 \div 0{,}7$ – это средняя связь, при $|r| > 0{,}7$ – сильная, или тесная, связь. Когда $|r| = 1$ – связь функциональная.

Значимость линейного коэффициента корреляции проверяется на основе t-критерия Стьюдента:

$$t_p = \sqrt{\frac{r^2}{1-r^2}(n-2)}. \quad (8.7)$$

При большом числе наблюдений (n > 100) используется следующая формула t-критерия Стьюдента:

$$t_p = \frac{|r|}{\sqrt{1-r^2}} \cdot \sqrt{n}. \quad (8.8)$$

Если расчетное значение $t_p > t_{\text{кр}}$ (табличное), то это свидетельствует о значимости линейных коэффициентов корреляции, а следовательно и о статистической существенности зависимости между параметрами.

Для статистически значимого линейного коэффициента корреляции можно построить интервальные оценки с помощью z-распределения Фишера:

$$z = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1+r}{1-r}. \quad (8.9)$$

Пример. На основе выборочных данных о деловой активности однотипных коммерческих структур оценить тесноту связи между прибылью (тыс. р.) (y) и затратами на 1 р. произведенной продукции (x). Расчетные данные для определения коэффициента корреляции приведены в табл. 8.2.

Таблица 8.2

№ п/п	y	x	yx	y^2	x^2
1	221	96	21 216	48 841	9 216
2	1 070	77	82 390	1 144 900	5 929
3	1 001	77	77 077	1 002 000	5 929
4	606	89	53 934	367 236	7 921
5	779	82	63 878	606 841	6 724
6	789	81	63 909	622 520	6 561
Сумма	4 466	502	362 404	3 792 338	42 280
Средняя	744,33	83,67	60 400,67	63 2056,33	7 046,67

Решение. Используя формулу коэффициента корреляции

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \tag{8.10}$$

получаем

$$\sigma_y^2 = \overline{y^2} - (\bar{y})^2 = 632056{,}3 - (744{,}3)^2 = 78029{,}3;$$

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 7046{,}67 - (83{,}67)^2 = 46;$$

$$r = \frac{60400{,}67 - 744{,}33 \cdot 83{,}67}{\sqrt{78029{,}3 \cdot 46}} = -0{,}98.$$

Проверка значимости коэффициента корреляции:

$$t_p = \frac{|r|}{\sqrt{1-r^2}} \cdot \sqrt{n-2} = \frac{0{,}98}{\sqrt{1-(-0{,}98)^2}} \cdot \sqrt{6-2} = 14{,}036.$$

Так как $|t_p| > t_{\text{кр}} = 2{,}776$, можно сделать заключение о значимости данного коэффициента корреляции.

В случае наличия линейной и нелинейной зависимостей между двумя признаками для измерения тесноты связи применяют так называемое ***корреляционное отношение.*** Различают эмпирическое и теоретическое корреляционное отношение.

Эмпирическое корреляционное отношение рассчитывается по данным группировки, когда межгрупповая дисперсия (δ^2) характеризует отклонения групповых средних результативного показателя от общей средней:

$$\eta = \sqrt{\frac{\sigma^2 - \overline{\sigma}^2}{\sigma^2}} = \sqrt{1 - \frac{\overline{\sigma}^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{\overline{\delta}^2}{\sigma^2}}, \tag{8.11}$$

где η – корреляционное отношение;

σ^2 – общая дисперсия;

$\overline{\sigma}^2$ – средняя из частных (групповых) дисперсий;

$\overline{\delta}^2$ – межгрупповая дисперсия (дисперсия групповых средних).

Все эти дисперсии являются дисперсиями результативного признака. ***Теоретическое корреляционное отношение*** определяется по формуле

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}, \tag{8.12}$$

где δ^2 – дисперсия выравненных значений результативного признака, рассчитанных по уравнению регрессии;

σ^2 – дисперсия эмпирических (фактических) значений результативного признака.

Дисперсии выравненных и эмпирических значений результативного признака рассчитываются по формулам

$$\begin{aligned} \delta &= \sqrt{\frac{\sum\left(\overline{y}_x - \overline{y}\right)^2}{n}} = \sqrt{\delta^2_{\overline{y}_x}}; \\ \sigma &= \sqrt{\frac{\sum\left(y - \overline{y}\right)^2}{n}} = \sqrt{\sigma^2_y}. \end{aligned} \tag{8.13}$$

Тогда

$$\eta = \sqrt{\frac{\sum\left(\overline{y}_x - \overline{y}\right)^2}{\sum\left(y - \overline{y}\right)^2}} \tag{8.14}$$

объясняется влиянием факторного признака.

Корреляционное отношение изменяется в пределах от 0 до 1 $(0 \le \eta \le 1)$, и анализ степени тесноты связи полностью соответствует линейному коэффициенту корреляции. Корреляционное отношение является более универсальным показателем тесноты связи по сравнению с линейным коэффициентом корреляции.

Множественный коэффициент корреляции рассчитывается при наличии линейной связи между результативным и несколькими факторными признаками, а также между каждой парой факторных признаков.

В случае оценки связи между результативным (y) и двумя факторными признаками (x_1) и (x_2) множественный коэффициент корреляции можно определить по формуле

$$R_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{r^2_{yx_1} + r^2_{yx_2} - 2r_{yx_1} \cdot r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r^2_{x_1x_2}}}, \tag{8.15}$$

где r – парные коэффициенты корреляции между признаками.

Множественный коэффициент корреляции изменяется в пределах от 0 до 1 и по определению положителен: $0 \le R \le 1$. Приближение коэффициента к единице свидетельствует о сильной зависимости между признаками.

Проверка значимости коэффициента множественной корреляции осуществляется на основе F-критерия Фишера – Снедекора:

$$F_p = \frac{\frac{1}{2} R^2_{y/x_1x_2}}{\frac{1}{n-3}(1 - R^2_{y/x_1x_2})}. \tag{8.16}$$

Если $F_p > F_{\text{кр}}$ (табличное), это свидетельствует о значимости коэффициента множественной корреляции.

Частные коэффициенты корреляции характеризуют степень тесноты связи между двумя признаками – x_1 и x_2 при фиксированном значении других факторных признаков, т. е. когда влияние x_3 исключается и оценивается связь между x_1 и x_2 в «чистом виде».

В случае зависимости y от двух факторных признаков – x_1 и x_2 – коэффициент частной корреляции следующий:

$$r_{yx_1/x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{x_1x_2} \cdot r_{yx_2}}{\sqrt{\left(1 - r^2_{x_2y}\right) \cdot \left(1 - r^2_{x_1x_2}\right)}}; \tag{8.17}$$

$$r_{yx_2/x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{x_1y} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{\left(1 - r^2_{x_1y}\right) \cdot \left(1 - r^2_{x_1x_2}\right)}}, \tag{8.18}$$

где r – парные коэффициенты корреляции между указанными в индексе переменными.

Проверка значимости аналогична проверке значимости для парных коэффициентов [1, 7–12].

8.3. Методы изучения связи социальных явлений

Важной задачей статистики является разработка методики статистической оценки социальных явлений, которая осложняется тем, что многие социальные явления не имеют количественной оценки.

Для определения тесноты связи двух качественных признаков, каждый из которых состоит только из двух групп, применяются ***коэффициенты ассоциации и контингенции***. При исследовании связи числовой материал располагают в виде таблиц сопряженности. Для вычисления строится таблица, которая показывает связь между двумя явлениями, каждое из которых должно быть альтернативным, т. е. состоящим из двух качественно отличных друг от друга значений признака (например: хороший – плохой). Для вычисления коэффициентов ассоциации и контингенции приведена табл. 8.3.

Таблица 8.3

a	b	$a+b$
c	d	$c+d$
$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

Коэффициенты определяются по формулам:

ассоциации
$$K_a = \frac{ad-bc}{ad+bc}; \tag{8.19}$$

контингенции
$$K_k = \frac{ad-bc}{\sqrt{(a+b)\cdot(b+d)\cdot(a+c)\cdot(c+d)}}. \tag{8.20}$$

Коэффициент контингенции всегда меньше коэффициента ассоциации. Связь считается подтвержденной, если $K_a \geq 0{,}5$ или $K_k \geq 0{,}3$.

Если каждый из качественных признаков состоит более чем из двух групп, то для определения тесноты связи возможно применение ***коэффициента взаимной сопряженности Пирсона – Чупрова***.

Этот коэффициент вычисляется по следующим формулам:

$$K_\pi = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1+\varphi^2}}; \tag{8.21}$$

$$K_ч = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(K_1-1)(K_2-1)}}}, \tag{8.22}$$

где φ^2 – показатель взаимной сопряженности;

φ – определяется как сумма отношений квадратов частот каждой клетки таблицы к произведению итоговых частот соответствующего столбца и строки (вычитая из этой суммы 1, получим величину φ^2);

K_1 – число значений (групп) первого признака;

K_2 – число значений (групп) второго признака.

Чем ближе величины K_π и $K_ч$ к 1, тем связь теснее.

В анализе социально-экономических явлений часто приходится прибегать к различным условным оценкам, например рангам, а взаимосвязь между отдельными признаками измерять с помощью непараметрических коэффициентов связи. Данные коэффициенты исчисляются при условии, что исследуемые признаки подчиняются различным законам распределения.

Ранжирование – это процедура упорядочения объектов изучения, которая выполняется на основе предпочтения.

Ранг – это порядковый номер значений признака, расположенных в порядке возрастания или убывания их величин. Если значения признака имеют одинаковую количественную оценку, то ранг всех этих значений принимается равным средней арифметической от соответствующих номеров мест, которые определяют. Данные ранги называются ***связными.***

Коэффициент корреляции рангов (коэффициент ***Спирмена***) рассчитывается по формуле (для случая, когда нет связных рангов)

$$p_{x/y} = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n\left(n^2 - 1\right)}, \tag{8.23}$$

где d_i^2 – квадрат разности рангов;
n – число наблюдений (число пар рангов).

Коэффициент Спирмена принимает любые значения в интервале $[-1 \div +1]$. Значимость коэффициента корреляции рангов Спирмена проверяется на основе t-критерия Стьюдента. Расчетное значение критерия определяется по формуле

$$t_p = p_{x/y} \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1 - p_{x/y}^2}}. \tag{8.24}$$

Значение коэффициента корреляции считается статистически существенным, если $t_p > t_{\text{кр}}(\alpha;\, k = n - 2)$.

Ранговый коэффициент корреляции Кендалла **(τ)** может также использоваться для измерения взаимосвязи между качественными и количественными признаками, характеризующими однородные объекты, ранжированные по одному принципу. Расчет рангового коэффициента Кендалла осуществляется по формуле

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)}, \tag{8.25}$$

где n – число наблюдений;
S – сумма разностей между числом последовательностей и числом инверсий по второму признаку.

Коэффициент Кендалла должен стремиться к единице в случае сильной связи.

Как правило, коэффициент Кендалла меньше коэффициента Спирмена. При достаточно большом объеме совокупности значения данных коэффициентов имеют следующую зависимость:

$$\tau = \frac{2}{3} p_{x/y}.$$

Связь между признаками можно признать статистически значимой, если значения коэффициентов ранговой корреляции Спирмена и Кендалла больше 0,5.

Для определения тесноты связи между произвольным числом ранжированных признаков применяется ***множественный коэффициент ранговой корреляции*** (коэффициент ***конкордации*** *W*), который вычисляется по формуле

$$W = \frac{12S}{m^2 \cdot \left(n^3 - n\right)}, \tag{8.26}$$

где m – количество факторов;
n – число наблюдений;
S – отклонение суммы квадратов рангов от средней квадратов рангов.

Коэффициент конкордации принимает любые значения в интервале (–1 до +1) [1, 3–7].

8.4. Регрессионный анализ в изучении взаимосвязей социально-экономических явлений

Регрессионный анализ заключается в определении аналитического выражения связи, в котором изменение одной величины (называемой зависимой, или результативным признаком) обусловлено влиянием одной или нескольких независимых величин (факторов), а множество всех прочих факторов, также оказывающих влияние на зависимую величину, принимается за постоянные и средние значения. Целью регрессионного анализа является оценка функциональной зависимости условного среднего значения результативного признака (y) от факторных $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Регрессия может быть однофакторной (парной) и многофакторной (множественной).

По форме зависимости различают:

1) линейную регрессию, которая выражается ***уравнением прямой*** (линейной функцией) вида

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 x; \tag{8.27}$$

2) нелинейную регрессию, которая выражается уравнениями вида:

– параболы

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2; \tag{8.28}$$

– гиперболы

$$\bar{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x}. \tag{8.29}$$

Если результативный и факторный признаки возрастают одинаково, примерно в арифметической прогрессии, то это свидетельствует о том, что связь между ними линейная, а при обратной связи – гиперболическая.

Если результативный признак увеличивается в арифметической прогрессии, а факторный – значительно быстрее, то используется параболическая или степенная регрессия.

По направлению связи различают:

1) прямую (положительную) регрессию, появляющуюся при условии, если с увеличением или уменьшением независимой величины значения зависимой также соответственно увеличиваются или уменьшаются;

2) обратную (отрицательную) регрессию, появляющуюся при условии, что с увеличением или уменьшением независимой величины зависимая соответственно уменьшается или увеличивается.

Основной предпосылкой регрессионного анализа является то, что только результативный признак (y) подчиняется нормальному закону распределения, а факторные признаки $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ могут иметь произвольный закон распределения. При этом заранее подразумевается наличие причинно-следственных связей между результативным (y) и факторными признаками $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Число факторных признаков должно быть в 5–6 раз меньше объема изучаемой совокупности [1, 7–1].

8.5. Парная регрессия на основе метода наименьших квадратов

Парная регрессия характеризует связь между двумя признаками: результативным и факторным. Оценка параметров уравнений регрессии осуществляется методом наименьших квадратов (МНК), в основе которого лежит предположение о независимости наблюдений исследуемой совокупности.

Сущность метода МНК заключается в нахождении параметров модели (a_0, a_1), при которых минимизируется сумма квадратов отклонений эмпирических (фактических) значений результативного признака от теоретических, полученных по выбранному уравнению регрессии

$$S = \sum (y - \bar{y}_x)^2 \to \min . \qquad (8.30)$$

Для прямой зависимости

$$S = \sum (y - a_0 - a_1 x)^2 \to \min .$$

Рассматривая S в качестве функции параметров a_0 и a_1 и проводя математические преобразования (дифференцирование), получаем

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{da_0} = \sum 2(a_0 + a_1x - y) = 0; \\ \dfrac{dS}{da_1} = \sum 2(a_0 + a_1x - y)x = 0, \end{cases}$$

откуда система нормальных уравнений для нахождения параметров линейной парной регрессии МНК имеет вид

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y; \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy, \end{cases}$$

где n – объем исследуемой совокупности (число единиц наблюдения).

Число уравнений в системе равно числу искомых параметров.

В уравнениях регрессии параметр a_0 показывает усредненное влияние на результативный признак неучтенных (не выделенных для исследования) факторов; параметр a_1 (а в уравнении параболы и a_2) – коэффициент регрессии – показывает, насколько изменяется в среднем значение результативного признака при увеличении факторного на единицу собственного измерения.

Пример. Имеются следующие данные по 10 однородным предприятиям (см. табл. 8.4). Найти зависимость между электровооруженностью труда и продукцией на одного работника.

Решение. По данным табл. 8.4 зависимость между электровооруженностью труда и продукцией на одного работника выражается ***уравнением прямой***

$$y_x = a_0 + a_1x,$$

где y_x – выпуск готовой продукции;

a_0 и a_1 – параметры уравнения регрессии;

x – электровооруженность.

Таблица 8.4

Номер завода	Электровооруженность труда на 1 раб., Квт · ч x	Выпуск готовой продукции на 1 раб., тыс. р. y	xy	x^2	y_x
1	2	3	6	4	3,61
2	5	6	30	25	6,0
3	3	4	12	9	4,41
4	7	6	42	49	7,59
5	2	4	8	4	3,61
6	6	8	48	36	6,80

7	4	6	24	16	5,20
8	9	9	81	81	9,19
9	8	9	72	64	8,38
10	4	5	20	16	5,20
Итого	50,0	60,0	343	304	60
В среднем	5,0	6,0	34,3	30,4	6,0

Подставим в систему нормальных уравнений фактические данные из табл. 8.4:

$$\begin{cases} 10a_0 + 50a_1 = 60; \\ 50a_0 + 304a_1 = 343. \end{cases}$$

Домножаем на 5 первое уравнение:

$$\begin{cases} 50a_0 + 250a_1 = 300; \\ 50a_0 + 304a_1 = 343; \end{cases}$$

$$54a_1 = 43;$$

$$a_1 = 0{,}7963;$$

$$a_0 = 2{,}02;$$

$$y_x = 2{,}02 + 0{,}796x.$$

Параметры уравнения регрессии можно определить по формулам

$$a_1 = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\overline{x^2} - (\overline{x})^2} = \frac{34{,}3 - 5 \cdot 6}{30{,}4 - 5 \cdot 5} = 0{,}796;$$

$$a_0 = \overline{y} - a_1\overline{x} = 6 - 0{,}796 \cdot 5 = 2{,}02.$$

После определения параметров уравнения регрессии рассчитываем теоретическую линию регрессии y_x путем подстановки значений x в уравнение связи:

$$y_1 = 2{,}02 + 0{,}796 \cdot 2 = 3{,}61;$$

$$y_2 = 2{,}02 + 0{,}796 \cdot 5 = 6{,}0 \quad \text{и} \quad \text{т. д.}$$

Если параметры уравнения связи определены правильно, то $\sum y = \sum y_x$, т. е. 60=60.

Окончательная проверка правильности расчета параметров уравнения связи производится подстановкой a_0 и a_1 в систему уравнений.

Используя уравнение связи $y_x = a_0 + a_1 x$, можно определить теоретическое значение y_x для любой промежуточной точки.

Коэффициент регрессии a_1 уточняет связь между x и y. Он показывает, на сколько единиц увеличится результативный признак при увеличении факторного признака на единицу.

Если значения признаков x и y заданы в определенном интервале (a – b), то для каждого интервала сначала определяют середину интервала $\frac{a+b}{2}$, а затем строят уравнение регрессии между ними.

Если связь между признаками y и x нелинейная и описывается ***уравнением параболы второго порядка***, то

$$y_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2.$$

В данном случае задача сводится к определению неизвестных параметров: a_0, a_1, a_2. Параметры находят по МНК, и система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} n\mathrm{a}_0 + \mathrm{a}_1 \sum x + \mathrm{a}_2 \sum x^2 = \sum \mathrm{y}; \\ \mathrm{a}_0 \sum x + \mathrm{a}_1 \sum x^2 + \mathrm{a}_2 \sum x^3 = \sum xy; \\ \mathrm{a}_0 \sum x^2 + \mathrm{a}_1 \sum x^3 + \mathrm{a}_2 \sum x^4 = \sum yx^2. \end{cases}$$

Решая систему нормальных уравнений, определяют параметры параболы второго порядка.

Пример. В табл. 8.5 приведены данные о стаже рабочего и его выработке. Определить связь между стажем и выработкой рабочего.

Решение. Связь между стажем рабочего и выработкой криволинейная и выражается параболой второго порядка $y_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$.

Составляем систему нормальных уравнений по данным табл. 8.5:

$$\begin{cases} 10a_0 + 50a_1 + 304a_3 = 60; \\ 50a_0 + 304a_1 + 2096a_3 = 343; \\ 304a_0 + 2096a_1 + 15604a_3 = 2277. \end{cases}$$

Домножим первое уравнение на 5 и вычтем первое уравнение из второго:

$$\begin{array}{l} 50a_0 + 304a_1 + 2096a_2 = 343 \\ \underline{50a_0 + 250a_1 + 1520a_2 = 300} \\ A \qquad\quad 54a_1 + 57a_2 = 43 \end{array}$$

Домножим второе на 6,08 и вычтем его из третьего уравнения:

$$304a_0 + 2096a_1 + 15604a_2 = 2277$$

$$\underline{304a_0 + 1848{,}32a_1 + 12743{,}68a_2 = 2085{,}44}.$$

$$B \qquad 247{,}68a_1 + 2860{,}32a_2 = 191{,}56$$

Таблица 8.5

№ п/п	Стаж, лет x	Выработка, шт. в ч y	x^2	x^3	x^4	xy	x^2y	y_x
1	9	9	81	729	6 561	81	729	9,0
2	8	9	64	512	4 096	72	576	8,3
3	4	5	16	64	256	20	80	5,3
4	2	3	4	8	16	6	12	3,5
5	5	6	25	125	625	30	150	6,1
6	3	4	9	27	81	12	36	4,4
7	7	6	49	343	2 401	42	294	7,7
8	2	4	4	8	16	8	16	35
9	6	8	36	216	1 296	48	288	6,9
10	4	6	16	64	256	24	96	5,3
Итого	50	60	304	2 096	15 604	343	2 277	60

Уравнение A домножим на 4,5876 $\left(\frac{247{,}68a_1}{54a_1}\right)$ и вычтем из уравнения B:

$$A \qquad 247{,}68a_1 + 2641{,}920a_2 = 197{,}23$$

$$B \qquad \underline{247{,}68a_1 + 2860{,}32a_2 = 191{,}56}$$

$$-218{,}4a_2 = 5{,}67$$

$$a_2 = -0{,}02595;$$

$$a_1 = 1{,}07307.$$

Подставим a_1 и a_2 в первое уравнение и вычислим параметр a_0:

$$50a_0 + 250(1{,}07307) + 1520(-0{,}02995) = 300;$$

$$a_0 = 1{,}4235.$$

Уравнение связи тогда будет следующим:

$$y_x = 1{,}42 + 1{,}073x - 0{,}026x^2.$$

Теоретическая линия регрессии:

$$y_1 = 1{,}42 + 1{,}073 \cdot 9 - 0{,}026 \cdot 81 = 9{,}0;$$
$$y_2 = 1{,}42 + 1{,}073 \cdot 8 - 0{,}026 \cdot 64 = 8{,}3;$$
$$y_3 = 1{,}42 + 1{,}073 \cdot 4 - 0{,}026 \cdot 16 = 5{,}3$$

и т. д.

Если результативный признак с увеличением факторного признака возрастает (или убывает) не бесконечно, а стремится к конечному пределу, то применяется ***уравнение гиперболы***

$$y_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x};$$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \frac{1}{x} = \sum y; \\ a_0 \sum \frac{1}{x} + a_1 \sum \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \sum y \frac{1}{x}. \end{cases}$$

Чтобы определить параметры уравнения гиперболы методом наименьших квадратов, необходимо привести его к линейному виду. Для этого производится замена переменных $\frac{1}{x} = x_1$, получается система уравнений

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x_1 = \sum y; \\ a_0 \sum x_1 + a_1 \sum (x_1)^2 = \sum yx_1. \end{cases}$$

Решая систему уравнений, определяются параметры уравнения гиперболы.

Уравнение степенной функции имеет следующий вид:

$$y = a_0 x^{a_1}. \tag{8.31}$$

Степенная функция применяется в экономических исследованиях для характеристики слабо нелинейной связи между результативными и факторными признаками. Параметр a_1 имеет экономический смысл – это ***коэффициент эластичности***. Он показывает, что с увеличением признака фактора на 1 % результативный признак увеличивается на a_1 %.

Для определения параметров степенной функции методом наименьших квадратов степенную функцию необходимо привести к линейному виду путем логарифмирования. В результате логарифмирования получим уравнение вида

$$\lg y = \lg a_0 + a_1 \lg x.$$

Заменим

$$\lg y = y_1; \quad \lg a_0 = b; \quad \lg x = x_1.$$

Запишем уравнение

$$y_1 = b + a_1 x_1.$$

Строим систему нормальных уравнений:

$$\sum y_1 = nb + a_1 \sum x_1;$$

$$\sum x_1 y_1 = b \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2.$$

Решая систему нормальных уравнений, определяем параметры a_1 и b. Переходя к первоначальным обозначениям $\lg a_0 = b$, определяем параметр a_0.

8.6. Множественная (многофакторная) регрессия

Изучение связи между тремя и более связанными между собой признаками носит название ***множественной*** **(*многофакторной*)** ***регрессии***. При исследовании зависимостей методами множественной регрессии задача формулируется так же, как и при использовании парной регрессии, т. е. требуется определить аналитическое выражение связи между результативным признаком y и факторными признаками $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, найти функцию

$$y_{1,2,\ldots,n} = f(x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

Построение моделей множественной регрессии включает несколько этапов:

1) выбор формы связи (уравнения регрессии);
2) выбор факторных признаков;
3) обеспечение достаточного объема совокупности для получения несмещенных оценок.

Выбор формы связи затрудняется тем, что, используя математический аппарат, теоретически зависимость между признаками может быть выражена большим числом различных функций.

Выбор типа уравнения осложнен тем, что для любой формы зависимости выбирается целый ряд уравнений, которые в определенной степени будут описывать эти связи. Некоторые предпосылки для выбора уравнения регрессии получают на основе анализа предшествующих аналогичных исследований.

Наиболее приемлемым способом определения вида уравнения регрессии является ***метод перебора различных уравнений***.

Сущность метода заключается в том, что большое число уравнений (моделей) регрессии реализуется на ЭВМ с помощью специально разработанного алгоритма перебора с последующей статистической проверкой, главным образом на основе t-критерия Стьюдента и F-критерия Фишера – Снедекора.

В практике построения многофакторных моделей взаимосвязи социально-экономических явлений используются пять типов моделей:

1) линейная:

$$y_{1,2,\ldots,k} = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_k x_k; \qquad (8.32)$$

2) степенная:

$$y_{1,2,\ldots,k} = a_0 x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \ldots \cdot x_k^{a_k}; \qquad (8.33)$$

3) показательная:

$$y_{1,2,\ldots,k} = e^{a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_k x_k}; \qquad (8.34)$$

4) параболическая:

$$y_{1,2,\ldots,k} = a_0 + a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + \ldots + a_k x_k^2; \qquad (8.35)$$

5) гиперболическая:

$$y_{1,2,\ldots,k} = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + \ldots + \frac{a_k}{x_k}. \qquad (8.36)$$

Основное значение имеют линейные модели в силу простоты и логичности их экономической интерпретации. Нелинейные формы зависимости приводятся к линейным путем линеаризации.

Проблема размерности модели связи, т. е. определение оптимального числа факторных признаков, является одной из основных проблем построения множественного уравнения регрессии. Модель размером более ста факторных признаков сложно реализуема и требует больших затрат времени.

Существует несколько методов отбора факторных признаков для построения модели взаимосвязи. Один из методов – ***метод экспертных оценок*** – основан на интуитивно-логических предпосылках, содержательно-качественном анализе. Наиболее приемлемым способом отбора является ***шаговая регрессия***. Сущность метода заключается в последовательном отборе факторов в уравнение регрессии и последующей проверке их значимости.

Сложность и взаимное переплетение отдельных факторов, обусловливающих исследуемое экономическое явление, могут проявляться в так называемой ***мультиколлинеарности***, под которой понимается тесная зависимость между факторными признаками, включенными в модель. Одним из индикаторов определения наличия мультиколлинеарности между признаками является превышение парным коэффициентом корреляции величины 0,8 ($r_{x_i x_j}$) и др.

Устранение мультиколлинеарности может реализовываться через исключение из модели одного или нескольких линейно-связаных факторных признаков. На основе качественного и количественного анализов отбрасываются некоторые факторные признаки. Качество уравнения регрессии зависит от степени достоверности и надежности исходных данных и объема совокупности.

Пример. По данным табл. 8.6 о прибыли (y), затратах на 1 р. произведенной продукции (x_1) и стоимости основных фондов (x_2) необходимо определить зависимость между признаками.

Таблица 8.6

№ п/п	Затраты на 1 р. произведенной продукции, к., x_1	Стоимость основных фондов млн. р., x_2	Прибыль, тыс. р., y	x_1^2	x_1x_2	yx_1	x_2^2	yx_2	y_x
1	77	5,9	1 070	5 929	454,3	82 390	34,81	6 313,0	1012,8
2	77	5,9	1 001	5 929	454,3	77 077	34,81	5 905,9	1012,8
3	81	4,9	789	6 561	396,3	63 909	24,01	3 866,1	854,7
4	82	4,3	779	6 724	352,6	63 878	18,49	3 349,7	817,8
5	89	3,9	606	7 921	347,1	53 934	15,21	2 363,4	530,8
6	96	4,3	221	9 216	412,8	21 216	18,49	950,3	237,1
Итого	502	29,2	4 466	42 280	2 418	362 404	145,82	22 748,4	4466,0

Решение. По данным табл. 8.6 составим систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum x_1 + a_2\sum x_2 = \sum y, \\ a_0\sum x_1 + a_1\sum x_1^2 + a_2\sum x_1x_2 = \sum x_1 y, \\ a_0\sum x_2 + a_1\sum x_1x_2 + a_2\sum x_2^2 = \sum x_2 y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6a_0 + 502a_1 + 29{,}2a_2 = 4466, \\ 502a_0 + 42280a_1 + 2418a_2 = 362404, \\ 29{,}2a_0 + 2418a_1 + 145{,}82a_2 = 22748{,}4. \end{cases}$$

Таким образом,

$$y_x = 4247{,}79 - 41{,}43x_1 - 7{,}6x_2.$$

8.7. Оценка существенности связи

Проверка адекватности моделей, построенных на основе уравнений регрессии, начинается с проверки значимости каждого коэффициента регрессии.

Значимость коэффициентов регрессии осуществляется с помощью ***t-критерия Стьюдента***

$$t_{\text{р}} = \frac{|a_i|}{\sqrt{\sigma^2_{a_i}}}, \tag{8.37}$$

где $\sigma^2_{a_i}$ – дисперсия коэффициента регрессии.

Параметр модели признается статистически значимым, если

$$t_{\text{р}} > t_{\text{кр}}(\alpha, V = n - k - 1),$$

где α – уровень значимости статической существенности связи;

$V = n - k - 1$ – число степеней свободы, которое характеризует число свободно варьирующих элементов совокупности.

Наиболее сложным в этом выражении является определение дисперсии, которая может быть рассчитана двояким способом:

1) приближенная оценка: $\sigma^2_{a_i} = \dfrac{\sigma^2_y}{k}$,

где σ^2_y – дисперсия результативного признака;

k – число факторных признаков в уравнении;

2) более точная оценка: $\sigma_{a_i} = \dfrac{\sigma_y \sqrt{1 - R^2}}{\sigma_{x_i}\sqrt{n}\sqrt{1 - R_i}}$,

где R_i – величина множественного коэффициента корреляции по фактору x_i с остальными факторами.

Проверка адекватности всей модели осуществляется с помощью расчета F-критерия Фишера и величины средней ошибки аппроксимации $\bar{E}$.

Значение ***F*-критерия Фишера** определяется по формуле

$$F_{\text{р}} = \frac{\frac{1}{k+1}\sum \bar{y}_k^2}{\frac{1}{n-k-1}\sum (y_i - \bar{y}_k)^2}, \tag{8.38}$$

где $\bar{y}_{1,2,\ldots,k}$ – теоретические значения результативного признака, полученные по уравнению регрессии;

n – объем исследуемой совокупности;

k – число факторных признаков в модели.

Если $F_{\text{р}} > F_\alpha$ при $\alpha = 0{,}05$ или $\alpha = 0{,}01$, то уравнение регрессии соответствует или адекватно эмпирическим данным. Величина F_α определяется по специальным таблицам на основании величины $\alpha = 0{,}05$ или $\alpha = 0{,}01$ и числа степеней свободы $V_1 = k + 1$, $V_2 = n - k - 1$, где n – число наблюдений, k – число факторных признаков.

Значение ***средней ошибки аппроксимации***

$$\overline{E} = \frac{1}{n}\sum\frac{\left|y - \overline{y}_{1,2,\ldots,k}\right|}{\overline{y}_{1,2,\ldots,k}}\cdot 100 \qquad (8.39)$$

не должно превышать 12–15 %.

Интерпретация моделей регрессии начинается со статистической оценки. Чем больше величина коэффициента регрессии, тем значительнее влияние данного признака на моделируемый. Знаки коэффициентов регрессии говорят о характере влияния на результативный признак. Если факторный признак имеет знак «+», то с увеличением данного фактора результативный признак возрастает; если факторный признак со знаком «–», то с его увеличением результативный признак уменьшается. Интерпретация этих знаков полностью определяется социально-экономическим содержанием.

При анализе адекватности уравнения регрессии исследуемому процессу возможны следующие варианты:

1) если построенная модель после проверки по F-критерию Фишера в целом адекватна и все коэффициенты регрессии значимы, то она может быть использована для принятия решений к осуществлению прогнозов;

2) если модель по F-критерию Фишера адекватна, но часть коэффициентов регрессии незначима, то она пригодна для принятия некоторых решений, но не для производства прогнозов;

3) если модель по F-критерию Фишера адекватна, но все коэффициенты регрессии незначимы, то модель считается неадекватной и по ней не принимаются решения и не осуществляются прогнозы.

С целью расширения возможности экономического анализа используется ***частный коэффициент эластичности***

$$Э_{x_i} = a_i - \frac{\overline{x}_i}{\overline{y}}, \qquad (8.40)$$

где $\overline{x}_i$ – среднее значение соответствующего факторного признака;

$\overline{y}$ – среднее значение результативного признака;

a_i – коэффициент регрессии при соответствующем факторном признаке.

Коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов в среднем изменится значение результативного признака при изменении факторного признака на 1 %.

Множественный коэффициент детерминации (***R^2***) представляет собой множественный коэффициент корреляции в квадрате, характеризует, какая доля вариации результативного признака обусловлена изменением факторных признаков, входящих в многофакторную регрессионную модель.

Для более точной оценки влияния каждого факторного признака на моделируемый используют ***Q*-*коэффициент***:

$$Q_{x_i} = Э_{x_i} \cdot V_{x_i}, \qquad (8.41)$$

где V_{x_i} – коэффициент вариации соответствующего факторного признака [1, 3–8].

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выберите правильный вариант ответа.

1. Для изучения связи между двумя признаками рассчитано линейное уравнение регрессии $У_x = 36{,}5 - 1{,}04\ x$, параметры a_0=36,5 и a_1=-1,04. Параметр a_1 показывает, что …

а) связь между признаками обратная;

б) с увеличением признака X на единицу признак $У$ увеличивается на 36,5;

в) связь между признаками прямая;

г) с увеличением признака X на 1 признак $У$ уменьшается на 1,04.

2. По направлению связи бывают:

а) умеренные;

б) прямые;

в) прямолинейные;

г) множественные.

3. Функциональной является связь:

а) между двумя признаками;

б) при которой определенному значению факторного признака соответствует несколько значений результативного признака;

в) при которой определенному значению факторного признака соответствует одно значение результативного признака;

г) при которой средним значениям результативного признака соответствуют средние значения факторных признаков.

4. Аналитическое выражение связи определяется с помощью методов анализа:

а) корреляционного;

б) регрессионного;

в) группировок;

г) динамических рядов.

5. Анализ тесноты и направления связей двух признаков осуществляется на основе:

а) парного коэффициента корреляции;
б) частного коэффициента корреляции;
в) множественного коэффициента корреляции;
г) теоретического корреляционного отношения.

6. Мультиколлинеарность – это связь между:
а) признаками;
б) уровнями;
в) явлениями;
г) показателями.

7. Оценка значимости уравнения регрессии осуществляется на основе:
а) коэффициента детерминации;
б) средней квадратической ошибки;
в) F-критерия Фишера;
г) критерия Стьюдента.

8. Оценка связей социальных явлений производится на основе:
а) коэффициента ассоциации;
б) коэффициента контингенции;
в) коэффициента эластичности;
г) парного коэффициента корреляции.

9. Коэффициент корреляции рангов Спирмена можно применять для оценки тесноты связи между:
а) количественными признаками;
б) качественными признаками, значения которых могут быть упорядочены;
в) любыми качественными признаками;
г) аналитическими признаками.

10. Для измерения тесноты связи между двумя признаками при наличии линейной и нелинейной связи применяют:
а) эмпирическое корреляционное отношение;
б) линейный коэффициент корреляции;
в) коэффициент корреляции Кендалла;
г) коэффициент конкордации.

Глава 9. ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ОБЩЕСТВЕННЫХ ЯВЛЕНИЙ

9.1. Виды рядов динамики

Одной из главных задач статистики является исследование изменений общественных явлений во времени, поскольку они находятся в непрерывном развитии. Но при этом перед статистикой встает ряд специфических вопросов:

- какими показателями может быть охарактеризована динамика явлений?
- как эти показатели правильно рассчитать?
- каким образом можно изучить динамику, если процесс движения, развития во времени непрерывен? Решить эти вопросы можно только одним путем: мысленно прервать непрерывность.

Изучение динамики, т. е. развития общественных явлений во времени, в статистике происходит при помощи построения рядов динамики, в которых процесс развития выступает наиболее ярко.

Ряд динамики – ряд последовательно расположенных во времени статистических показателей, которые в своих изменениях отражают ход развития изучаемого явления, иначе – количественная характеристика состояния и изменения общественных явлений во времени.

Ряд динамики состоит из двух элементов:

1) времени – момента (даты) или периода (год, месяц, квартал), к которым относятся статистические данные;

2) уровней ряда – статистических показателей, характеризующих состояние явления на указанный момент или период времени.

По характеру изучаемого явления и длительности времени различают два вида рядов динамики: моментный и интервальный. Моментный ряд характеризует размеры явления по состоянию на определенный момент времени. Для моментного ряда характерно то, что каждый последующий уровень полностью или частично включает в себя предыдущий.

Размеры показателя за определенный промежуток времени (день, месяц, год) составляют интервальный ряд. В интервальном ряду величина уровня представляет собой итог какого-либо процесса за тот или иной период (интервал времени).

Вид динамического ряда определяется не произвольно, а исходя из содержания изучаемого показателя. Так, по показателям, характеризующим состояние явлений, условий, факторов процесса, строятся моментные ряды (численность населения, поголовье скота, наличие техники). По показателям, отражающим итоги происходящих процессов, строят интервальные ряды (производство продукции, затраты труда).

Уровни ряда динамики могут быть выражены разными формами статистических показателей, и в зависимости от уровня различают ряды динамики абсолютных величин и как производные от них – ряды средних и относительных величин. Важными условиями при построении рядов динамики являются:

- достоверность уровней;
- взаимосвязанность рядов динамики по существенным статистическим показателям;
- последовательность и непрерывность во времени уровней ряда. Уровни ряда должны последовательно охватывать весь этап развития, и, чтобы вскрыть закономерности, ряды должны быть достаточно длинными;
- сопоставимость уровней ряда динамики; несопоставимость уровней возникает в результате изменения территории, даты учета, методики расчета показателей, цен, единиц измерения [1, 5–12].

9.2. Показатели динамики

Уровни ряда динамики дают общую оценку изменения исследуемого явления. А для характеристики направления и интенсивности развития исчисляются показатели ряда динамики.

Абсолютное изменение уровней (абсолютный прирост, абсолютное сокращение) – это разность уровней ряда. Абсолютный прирост показывает, насколько изменился данный уровень по сравнению с предшествующим или начальным. Различают два способа расчета показателей динамики: цепной и базисный. При цепном методе каждый последующий уровень сравнивается с предыдущим, а при базисном производится последовательное сравнение уровней с начальным.

Поскольку базисный уровень принимается за критерий для оценки достигнутых уровней, при его выборе не должно быть формального подхода. За базу сравнения следует брать периоды, соответствующие границам качественных переходов в развитии изучаемого явления. Абсолютный прирост при базисном способе определяется как сравнение уровней с базисным уровнем. Сумма цепных абсолютных приростов равна базисному абсолютному приросту. При отрицательном значении абсолютного изменения его лучше назвать абсолютным сокращением.

Анализируя динамический ряд абсолютного изменения уровней, определяем направление развития (рост, снижение), а сравнивая абсолютные изменения последующего с предыдущим, устанавливаем характер изменения (равномерный, ускоренный, скачкообразный), т. е. определяем абсолютное ускорение. Отрицательная величина ускорения говорит о замедлении роста или об ускорении снижения уровней ряда.

Коэффициент роста имеет большее аналитическое значение в сравнении с абсолютным приростом, так как дает возможность сравнивать темпы изменения любых признаков независимо от различия их материальной природы, единиц измерения и величины уровней. Коэффициент роста показывает, во сколько раз данный уровень ряда больше базисного уровня (если этот коэффициент больше единицы) или какую часть базисного уровня составляет уровень текущего периода за некоторый промежуток времени (если он меньше единицы).

Темп роста – это отношение каждого последующего уровня ряда динамики к предыдущему (или начальному), выраженное в процентах. Темп роста показывает, сколько процентов составляет сопоставляемый уровень к базисному или предыдущему уровню ряда динамики и позволяет определить направления и характер относительного изменения изучаемого явления.

Темп прироста (относительный прирост) – отношение абсолютного прироста к предыдущему или начальному уровню ряда динамики, выраженное в процентах. Темп прироста показывает, на сколько процентов (какую долю) последующий уровень выше или ниже предыдущего, и поэтому темп прироста может быть исчислен, как разность между темпом роста и 100 %. На практике нельзя ограничиваться лишь исчислением темпа прироста. Надо знать, что скрывается за каждым процентом прироста, для чего определяется абсолютное значение одного процента прироста. Значение одного процента прироста определяется отношением абсолютного прироста за каждый период к темпу прироста этого периода. Расчет показателей динамики представлен в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Показатель	Базисный	Цепной
Абсолютный прирост $(\Delta_{i\ \text{баз}}, \Delta_{i\ \text{цеп}})^{*}$	$y_i - y_0$	$y_i - y_{i-1}$
Коэффициент роста $(K_{\text{р}})^{**}$	$y_i : y_0$	$y_i : y_{i-1}$
Темп роста $(\text{Т}_{\text{р}})$	$(y_i : y_0)\cdot 100$	$(y_i : y_{\text{i}-1})\cdot 100$

Коэффициент прироста $(K_{\text{пр}})$	$K_{\text{р}} - 1$; $\dfrac{y_i - y_0}{y_0}$; $\Delta_{\text{баз}} : y_0$	$K_p - 1$; $\dfrac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}}$; $\Delta_{\text{баз}} : y_{i-1}$
Темп прироста $(\text{Т}_{\text{пр}})$	$K_{\text{пр}} \cdot 100$; $\text{Т}_{\text{р}} - 100$	$K_{\text{пр}} \cdot 100$; $\text{Т}_{\text{р}} - 100$
Абсолютное значение одного процента прироста (A)	$y_0 : 100$	$y_{i-1} : 100$; $\Delta : \text{Т}_{\text{пр}}$; $\dfrac{y_i - y_{i-1}}{\text{Т}_{\text{р}} - 100}$

$^{*}\ \Delta_{i\ \text{баз}} = \sum \Delta_{i\ \text{цеп}}$.

$^{**}\ K_{\text{р}}^{\text{баз}} = \prod_{i=1} K_{\text{р}}^{\text{цеп}}$.

Пример. Имеются данные об объемах и динамике продаж акций на 15 крупнейших биржах России за пять месяцев 1999 г. (табл. 9.2). Рассчитать базисные и цепные показатели динамики.

Таблица 9.2

Показатель	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август
Объем продаж, млн р. Абс. прирост: цепной, базисный. Коэфф. роста цепной Темп рост, %: цепной, базисный. Темп прироста,%: цепной базисный. Абсолютное значение 1 % прироста (цепной)	709,9 8 – – – – 100 – –	1602,6 1 892,63 892,63 2,257 225,7 225,7 125,7 125,7 7,10	651,83 –950,78 –58,15 0,407 40,7 91,8 –59,3 –8,2 16,03	220,80 – 431,03 – 489,18 0,339 33,9 31,1 –66,1 –68,9 6,52	327,68 106,88 –382,3 1,484 148,4 46,2 48,4 –53,8 2,21	277,12 –50,56 – 432,86 0,846 84,6 39,0 –15,4 –61,0 3,28

Таким образом, система показателей динамики включает как абсолютные, так и относительные величины. Относительные показатели в анализе необходимо сравнивать путем определения разности уровней. Эти разности получили название пунктов. При изучении динамики необходимо комплексное использование абсолютных и относительных показателей.

Для обобщающей характеристики определяются: средний уровень ряда, средний абсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста, среднее значение одного процента прироста.

Средний уровень ряда – это показатель, обобщающий итоги развития явления за единичный интервал или момент из имеющейся временной последовательности. Методика расчета средних значений показателей динамики определяется видом ряда. В интервальном ряду с равными периодами времени средний уровень определяется, как простая арифметическая средняя из уровней ряда:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}, \qquad (9.1)$$

где n – общая длина временного ряда, или общее число равных временных отрезков, каждому из которых соответствует свой уровень.

Если в интервальном ряду отрезки имеют неравную длительность, то средний уровень рассчитывается по формуле средней арифметической

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i t_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i}. \qquad (9.2)$$

Для моментных временных рядов величина среднего уровня зависит от того, как шло развитие явления в рамках интервалов, разделяющих отдельные наблюдения. Обычно считают, что в пределах каждого периода, разделяющего моментные наблюдения, развитие происходило по линейному закону. Тогда общий средний уровень находится, как среднее значение из средних по каждому интервалу. Для моментного ряда с равноотстоящими моментами получаем в итоге формулу средней хронологической [1, 7–12].

Вид формулы определяется способом нумерации уровней. Если уровни нумеруются, начиная с нуля, то средняя хронологическая имеет вид

$$\bar{y} = \frac{0{,}5 y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1} + 0{,}5 y_n}{n}. \qquad (9.3)$$

Для моментного ряда с неравными интервалами предварительно находятся значения уровней в серединах интервалов:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_0 + y_1}{2}; \quad \bar{y}_2 = \frac{y_1 + y_2}{2}; \ldots; \quad \bar{y}_n = \frac{y_{n-1} + y_n}{2}, \tag{9.4}$$

а затем определяется общий средний уровень ряда

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i t_i}{\sum t_i}. \tag{9.5}$$

Средний абсолютный прирост (абсолютное изменение) $\bar{\Delta}$ показывает, насколько в среднем за единицу времени изменяется уровень ряда по сравнению с предыдущим. При базисном способе расчета – определяется по формуле

$$\bar{\Delta} = \frac{y_i - y_0}{n}, \tag{9.6}$$

где n – порядковый номер последнего уровня.

Если в расчетах начальный уровень ряда динамики ведется с единицы (y_1), то средний абсолютный прирост определяется как

$$\bar{\Delta} = \frac{y_i - y_1}{n}, \quad \text{или} \quad \bar{\Delta} = \frac{y_i - y_1}{n-1}. \tag{9.7}$$

При цепном способе средний абсолютный прирост определяется отношением суммы абсолютных приростов на их число:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum (y_i - y_{i-1})}{m}, \tag{9.8}$$

где m – число абсолютных приростов ($m = n - 1$).

Большое значение имеет исчисление средних темпов роста, которые характеризуют динамику развития явления за какой-либо период в среднем:

$$\bar{T}_р = \bar{K}_р \cdot 100. \tag{9.9}$$

В расчетах среднего коэффициента роста применяется средняя геометрическая величина. Так, при базисном способе расчета

$$\bar{K}_р = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}, \quad \text{или} \quad \bar{K}_р = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_0}}. \tag{9.10}$$

Расчеты упрощаются, если логарифмируем это выражение:

$$\bar{K}_р = \frac{1}{n}(\lg y_n - \lg y_0).$$

Как уже отмечалось ранее, произведение цепных коэффициентов роста равно базисному коэффициенту роста двух крайних периодов. Средний коэффициент роста при цепном способе расчета

$$\bar{K}_р = \sqrt[n]{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot K_n} = \sqrt[n]{\prod K}. \tag{9.11}$$

Для упрощения выражение логарифмируется:

$$\lg \overline{K}_{\text{р}} = \frac{1}{n}(\lg K_1 + \lg K_2 + \lg K_n).$$

Для удобства расчетов есть таблицы исчисления среднегодовых темпов роста, прироста, снижения[1, 10–13].

Средний темп прироста определяется на основе среднего темпа роста как

$$\overline{T}_{\text{пр}} = \overline{T}_{\text{р}} - 100. \quad (9.12)$$

Среднее содержание одного процента абсолютного прироста определяется отношением среднего абсолютного прироста к среднему темпу прироста:

$$\overline{\text{А}} = \frac{\overline{\Delta}}{\overline{T}_{\text{пр}}}. \quad (9.13)$$

9.3. Правила построения рядов динамики

При составлении рядов динамики должны выполняться следующие требования:

1. ***Периодизация развития***, т. е. расчленение ряда во времени на однородные этапы, в пределах которых показатель подчиняется одному закону развития. Периодизация может осуществляться несколькими методами:

а) ***историческим методом***. Периодизация осуществляется на основе «узаконенной» структуры динамики, при этом обращают внимание на значимые даты и события: время принятия управленческих решений по данному показателю, смену хозяйственного механизма, смену руководства, войны и т. п. Недостатком этого метода является то, что точные временные границы периодов путем теоретического анализа удается получить крайне редко;

б) ***методом параллельной периодизации.*** Идея этого метода заключается в том, что показатели рядов изменяются однокачественно;

в) ***методами многомерного статистического анализа***. Часто требуется выделить однокачественные периоды в развитии явлений или процессов, получить адекватное отображение которых с помощью одного лишь показателя трудно. Используются системы показателей, и периодизация реализуется методом многомерной средней и методами факторного анализа.

2. ***Сопоставимость статистических данных*** по территории, кругу охватываемых объектов, единицам измерения, времени регистрации, ценам, методологии расчета. Сопоставимости уровней можно достигнуть

способом смыкания динамического ряда. Этот способ заключается в объединении двух и более рядов (которые могли быть рассчитаны по разным датам учета), характеризующих изменение одного и того же явления, в один динамический ряд. Поскольку отдельные ряды могли быть рассчитаны по разным датам учета, чтобы проанализировать динамику, ряды необходимо сомкнуть в один ряд. Для этого исчисляется коэффициент смыкания отношением двух рядов в период изменения методики, т. е. уровень, рассчитанный на этот период по новой дате учета, сопоставляется с уровнем этого же периода, но исчисленного по старой дате учета. Затем все уровни до изменения умножаются на коэффициент смыкания и получается сомкнутый сопоставимый ряд.

Допустим изменились территориальные, ведомственные границы предприятия, произведена их реорганизация и имеются следующие показатели по производству продукции (табл. 9.3).

Коэффициент смыкания (12,9:8,6) в нашем примере равен 1,5. Уровень производства продукции в новых границах составил бы в 1996 г. 9,75 тыс. т.

Таблица 9.3

Произведено:	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
до реорганизации, тыс. т	6,5	7,9	8,6				
после реорганизации, тыс. т			12,9	12,1	13,2	13,8	13,6
Сомкнутый ряд	9,75	11,85	12,9	12,1	13,2	13,8	13,6

При смыкании чаще всего абсолютные уровни рядов динамики заменяются относительными, но суть остается та же, т. е. за тот интервал, в течение которого произошли изменения, определяется уровень показателя до изменения и после него, и эти два уровня принимаются за базу сравнения (100 %), на основе этих двух уровней и определяются относительные величины динамики.

Для сравнительной характеристики развития (чаще всего при параллельном сравнении во времени экономических показателей отдельных стран) используется способ приведения рядов динамики к общему основанию. По исходным уровням нескольких рядов динамики исчисляются базисные темпы роста или прироста. Принятый за базу (100 %) период является постоянным для исследуемых рядов динамики. В относительных величинах (базисный темп роста) по каждой стране несопоставимость уровней нивелируется. Различный характер развития выступает более наглядно. Для сравнения роста показателей разных стран иногда используют коэффициент опережения. Под коэффициентом опережения понимается отношение темпов прироста, абсолютных приростов разных стран за сравниваемый период времени. Но рассчитывать коэффициент опережения по темпам прироста, когда он отрицательный, невозможно. Находить отношение величин с разными знаками бессмысленно, поскольку отрицательный коэффициент опережения не может иметь логического обоснования. Коэффициент опережения, вычисленный из относительных темпов роста, всегда положительный.

Приведение рядов динамики к одному основанию приемлемо в тех рядах, где есть ярко выраженная тенденция развития, а также при анализе взаимосвязанных рядов динамики.

3. ***Соответствие величины временных интервалов интенсивности изучаемых процессов***. Чем больше вариация уровней во времени, тем чаще следует делать замеры. Соответственно, для стабильных процессов интервалы можно увеличить.

4. ***Упорядоченность во времени числовых уровней рядов динамики***. Не допускается анализ рядов с пропусками отдельных уровней; если же такие пропуски неизбежны, то их восполняют условными расчетными значениями [1, 3–7].

9.4. Интерполяция и экстраполяция

При изучении длительной динамики иногда возникает необходимость определения неизвестных уровней внутри ряда динамики.

Интерполяцией называется приблизительный расчет недостающих уровней внутри однородного периода, когда известны прилегающие по обе стороны уровни.

Экстраполяцией называется расчет недостающего уровня, когда известен уровень только по одну сторону. Если рассчитывается уровень в сторону будущего, это называется ***перспективной экстраполяцией***, в сторону прошлого – ***ретроспективной экстраполяцией***.

Как интерполяция, так и экстраполяция должны производиться в период действия одной закономерности. Предполагается, что закономерность развития, найденная внутри ряда, сохраняется.

Приемы расчета неизвестного уровня зависят от характера изменения исследуемого явления. При плавном характере изменения уровня можно недостающий уровень определить полусуммой двух прилегающих уровней; по среднему абсолютному приросту; по среднему коэффициенту роста.

Так, по среднему абсолютному приросту неизвестный уровень (как при интерполяции, так и при экстраполяции) определяется как

$$\tilde{y}_t = y_0 \pm \Delta t, \tag{9.14}$$

по среднему коэффициенту роста $\tilde{y}_t = y_0 \cdot \bar{K}_t$. (9.15)

Если в ряду динамики отмечаются резкие колебания, то лучше применять средний абсолютный прирост или средний темп роста за весь период исследования, как указано в формулах. Что использовать – абсолютный прирост или темп роста? Для этого необходимо рассчитать показатели (цепные) по исходному ряду динамики, и который из рядов окажется более устойчивым, по нему и следует провести интерполирование или экстраполирование как по смежным, так и по средним значениям уровней.

Так, зарегистрировано преступлений в расчете на 100 тыс. чел.: 2000 г. – 698; 2001 г. – данные отсутствуют; 2002 г. – 1052; 2003 г. – 1110. По первому способу определяем недостающий уровень полусуммой прилегающих (698 + 1052):2 и получаем 875. То же значение получим и по абсолютному приросту этих периодов [(1052 – 698) : 2 = 177, 698 + 177 = 875]. Но задумаемся над сущностью показателя (на 100 тыс. чел.): при несущественном приросте населения уровень преступности повысился с 698 чел. в 2000 г. до 1052 чел. в 2002 г. Следовательно, в этом случае лучше использовать средний абсолютный прирост: (1110 – 698):3 = 137,3 и вывести уровень преступности 2001 г.: $\tilde{y}_t = y_0 + \overline{\Delta} t$ = 698 + 137,3 = 835 чел. против 875 чел., полученных по абсолютному приросту прилегающих уровней. Допустим, что неизвестен уровень преступности 2003 г. Экстраполируем по $\tilde{y}_t = y_0 + \overline{\Delta} t$ = = 698 + + 137,3 · 3 = 698 + 412 = 1110 чел.

При экстраполяции наиболее сложными являются вопросы:

– С какой заблаговременностью можно определить будущий уровень ряда?

– Какой продолжительности должен быть прошлый период?

При существенных изменениях развития период не должен быть продолжительным. Основное условие: период должен быть однородным и экстраполироваться на 2–3 года, не больше или не выше одной трети длительности исследуемого ряда динамики при стабильных условиях развития процесса [1, 8–13].

9.5. Компоненты ряда динамики

Ряд динамики может быть подвержен влиянию факторов эволюционного и осциллятивного характера, а также находиться под влиянием факторов разного воздействия.

Влияние эволюционного характера – это изменения, определяющие некое общее направление развития, которое пробивает себе дорогу через другие систематические и случайные колебания. Такие изменения динамического ряда называются ***тенденцией развития***, или ***трендом*** (*T*).

Влияние осциллятивного характера – это ***циклические*** **(*конъюнктурные*)** (*K*) и ***сезонные колебания*** (*S*). Циклические (или периодические) колебания состоят в том, что значение изучаемого признака в течение какого-то времени возрастает, достигает определенного максимума, затем понижается, достигает определенного минимума, вновь возрастает до прежнего значения и т. д. Иначе циклические колебания можно схематически представить в виде синусоиды $y = \sin t$. Циклические колебания в экономических процессах примерно соответствуют так называемым циклам конъюнктуры. Сезонные колебания – это колебания, периодически повторяющиеся в некоторое определенное время года, дни месяца или часы дня. Эти изменения отчетливо наблюдаются на графиках многих рядов динамики, содержащих данные за период не менее одного года.

Нерегулярные колебания (E), которые для социально- экономических явлений можно разделить на две группы:

а) спорадически наступающие изменения, вызванные, например, войной или экологической катастрофой;

б) случайные колебания, являющиеся результатом действия большого количества относительно слабых второстепенных факторов.

В зависимости от их взаимосвязи между собой может быть построена аддитивная или мультипликативная модель ряда динамики.

Аддитивная модель ряда динамики $y = T + K + S + E$ характеризуется главным образом тем, что характер циклических и сезонных колебаний остается постоянным.

Мультипликативная модель ряда динамики $y = T \cdot K \cdot S \cdot E$. В этой модели характер циклических и сезонных колебаний остается постоянным только по отношению к тренду [1, 7–11].

9.6. Виды и методы выявления типа тенденций в рядах динамики

Тренд – это долговременная компонента ряда динамики. Она характеризует основную тенденцию его развития, при этом остальные компоненты рассматриваются только как мешающие процедуре его определения.

В социально-экономических рядах динамики можно наблюдать тенденции трех видов: среднего уровня, дисперсии, автокорреляции. Тенденция среднего уровня аналитически выражается с помощью математической функции, вокруг которой варьируют фактические уровни исследуемого явления. Тенденция дисперсии представляет собой тенденцию изменения отклонений между эмпирическими уровнями и тенденцией среднего уровня. Тенденция автокорреляции – это изменение связи между отдельными уровнями ряда динамики.

Для выявления основной тенденции в статистике используются методы укрупнения периодов, скользящей средней и аналитического выравнивания.

Метод укрупнения периодов заключается в том, что уровни ряда за короткие периоды (подверженные случайным колебаниям) заменяют их средним значением за более продолжительный период. По существу, метод укрупнения периодов представляет собой группировку, следовательно, период укрупнения должен быть однородным с точки зрения определяющих тенденцию факторов. При резком изменении факторов, определяющих тенденцию, периоды по длительности могут быть разными.

Метод укрупнения периодов предназначен прежде всего для выделения качественно специфических периодов с последующей их характеристикой. Так, если выделяется 3-летний период, то уровни определяются следующим образом:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{n}; \quad \bar{y}_2 = \frac{y_4 + y_5 + y_6}{n}$$

и т. д.

При анализе динамических рядов за сравнительно небольшой период времени, а также рядов с резко выраженной колеблемостью, для проявления тенденции развития которых приходится брать укрупненные периоды значительной продолжительности, использование метода укрупнения периодов дает недостаточное число средних уровней для выводов о характере тенденции. Кроме того, средние по укрупненным периодам не раскрывают ход процесса. Эти недостатки в значительной мере могут быть преодолены путем расчета скользящих средних.

Метод скользящей (подвижной) средней также основан на укрупнении периодов и выравнивании случайных условий. Суть этого метода заключается в том, что состав периода непрерывно и постепенно изменяется – происходит сдвиг на один интервал. При 3-летнем периоде $\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{n}$; $\bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{n}$; $\bar{y}_3 = \frac{y_3 + y_4 + y_5}{n}$ и т. д.

В результате получаем ряд средних, которые во многом свободны от случайных колебаний и проявляют основную тенденцию развития исследуемого явления. Простота выявления типа тенденции способом скользящей средней обусловливает его широкое применение при анализе рядов динамики.

При равномерном изменении уровней ряда динамики выявить тенденции его можно по среднему абсолютному приросту как $\tilde{y}_t = y_0 + \bar{\Delta} t$, а при ускоренном развитии – по среднему коэффициенту роста как $\tilde{y}_t = y_0 \cdot \bar{K}_t$.

Чаще всего, особенно в экономике, приходится встречаться с неравномерным изменением показателей в динамике; чтобы определить количественную характеристику тенденции развития, применяют ***аналитическое выравнивание*** (построение статистических моделей тренда). Модель позволяет определить параметры тренда, наглядно выразить тенденцию и отклонения от нее.

Целью аналитического выравнивания динамического ряда является определение аналитической и графической зависимости $f(t)$. На практике по имеющемуся временному ряду задают вид и находят параметры функции $f(t)$, а затем анализируют поведение отклонений от тенденции. Функцию $f(t)$ выбирают таким образом, чтобы она давала содержательное объяснение изучаемого процесса.

Чаще всего при выравнивании используются следующие зависимости:

линейная – полиномом первой степени

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t; \qquad (9.16)$$

параболическая – полиномом второй степени

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2; \qquad (9.17)$$

полиномом n-й степени

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 + ... + a_n \cdot t^n, \qquad (9.18)$$

где $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ – параметры полиномов;

экспоненциальная

$$\bar{y}_t = \exp(a_0 + a_1 \cdot t) \quad \text{или} \quad \bar{y}_t = \exp(a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2); \qquad (9.19)$$

гиперболическая

$$\bar{y}_t = a_0 + \frac{a_1}{t}; \qquad (9.20)$$

логистическая

$$\bar{y}_t = \frac{k}{1 + 10^{a_0 + a_1 \cdot t}}; \qquad (9.21)$$

гармоническая (гармоника ряда Фурье)

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + в_1 \sin t. \qquad (9.22)$$

Параметры уравнения должны соответствовать условию, чтобы сумма квадратов отклонений фактических уровней ряда динамики от расчетных была минимальной $[\sum(y_i - \tilde{y}_t)^2 = \min]$.

В соответствии с характером развития исследуемого явления выбирается функция прямой или кривой линии, по ней же строится модель тренда. Параметры определяются методом наименьших квадратов. Так, для линейной зависимости уравнение имеет вид

$$\sum y = na_0 + a_1 \sum t;$$

$$\sum y_t = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2.$$

Если начало отсчета времени (t) перенести в середину ряда, т. е. $\sum t =$ 0, тогда $a_0 = \frac{\sum y}{n}$, $a_1 = \frac{\sum y_t}{\sum t^2}$. Рассчитанные параметры уравнения дают характеристику развития ряда динамики, так a_0 – начало отчета; a_1 – средняя скорость прироста или снижения уровней ряда динамики.

Пример. Провести аналитическое выравнивание ряда динамики реализации продукции (табл. 9.4).

Таблица 9.4

Годы	Объем реализации, тыс. р.	t	t^2	$y \cdot t$	$\tilde{y}_t = a_0 + a_1 t$
1996	144	–4	16	–576	141,6
1997	128	–3	9	–384	155,8
1998	213	–2	4	–426	170,0
1999	146	–1	1	–146	184,2
2000	154	0	0	0	198,4
2001	182	1	1	182	212,6
2002	246	2	4	492	226,8
2003	290	3	9	870	241,8
2004	283	4	16	1132	255,2
Итого:	1786	0	60	854	1786

Решение. Используя уравнение прямой (9.16), определяем методом наименьших квадратов параметры уравнения:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{1786}{9} = 198{,}4;$$

$$a_1 = \frac{\sum y_t}{\sum t^2} = \frac{854}{60} = 14{,}2.$$

Уравнение тренда имеет вид $\tilde{y}_t = 198{,}4 + 14{,}2 \cdot t$, т. е. объем реализации за 1996–2004 гг. составил 198,4 тыс. р., а среднегодовой его прирост – 14,2 тыс. р. Полученные параметры уравнения можно использовать для прогнозирования [1, 8–12].

9.7. Показатели колеблемости и прогнозирования

Выявление основной тенденции применяется также для расчета показателей колеблемости уровней. Основными показателями колеблемости являются показатели, характеризующие вариацию признаков. Но вариация показывает изменение признака в пространстве, а колеблемость – во времени. Каждый последующий уровень ряда динамики зависит от предыдущего, характеризуя развитие исследуемого явления, тогда как вариации признака в пространстве характеризуют независимые друг от друга уровни. Показатели вариации рассчитываются отклонением индивидуальных значений признака от их среднего значения, а колеблемости – через отклонения уровней от их выравненного значения (тренда).

Для характеристики колеблемости применяются следующие показатели:

размах колеблемости $R = (y_{\max} - \tilde{y}_t) - (y_{\min} - \tilde{y}_t)$;

абсолютное отклонение $\bar{d} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} |y_i - \tilde{y}_t|}{n}$;

среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \tilde{y}_t)^2}{n}}$;

коэффициент колеблемости $V = \dfrac{\sigma}{\bar{y}}$.

Устойчивость динамики ряда проявляется в характере отклонений фактических уровней от основной тенденции. Для характеристики устойчивой тенденции также применяется коэффициент корреляции рангов Спирмена. Коэффициент корреляции рангов характеризует высокоустойчивую тенденцию роста объема реализации. Для комплексной оценки колеблемости можно использовать соотношения среднегодового абсолютного изменения и среднеквадратического отклонения уровней от тренда или среднего темпа прироста к коэффициенту колеблемости.

Одна из центральных задач статистики – это прогнозирование исследуемого явления, которое можно провести по тренду. Уравнение тренда, по данным табл. 9.4, имеет вид

$$\tilde{y}_t = 198{,}4 + 14{,}2 \cdot t.$$

Продолжив линию тренда за пределы анализируемого периода (1996–2004 гг.), можно получить прогнозные оценки. Так, по линии тренда точечный прогноз на 2006 г. составит

$$\tilde{y}_{2006} = 198{,}4 + 14{,}2 \cdot 6 = 283{,}6.$$

Но вполне приемлемо, что фактическое значение уровней может отклоняться от линии тренда. Следовательно, необходимо оценить возможные пределы таких отклонений и построить доверительные интервалы прогнозной оценки.

Для построения доверительного интервала необходимо определить среднюю ошибку линии тренда как

$$M=\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}+\left[\frac{\sigma}{\sigma_t\sqrt{n}}(t-\bar{t})\right]^2},$$

где σ – квадратическое отклонение колеблемости;

σ^2 – дисперсия колеблемости;

σ_t – средний показатель колеблемости времени, который определяют следующим образом:

$$\sigma_t=\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}=\sqrt{\frac{81-1}{12}}=2{,}6;$$

$$\bar{t}=\frac{\sum t}{n}=\frac{45}{9}=5,$$

t – прогнозируемый период (2006 г.); t = 11.

В нашем примере средняя ошибка линии тренда составила

$$M=\sqrt{\frac{34^2}{9}+\left[\frac{34}{\sqrt{\frac{9^2-1}{12}}\sqrt{9}}(11-5)\right]^2}=\sqrt{130+\left[\frac{34}{2{,}6\cdot 3}\cdot 6\right]^2}=28{,}2\text{ тыс. р.}$$

Для расчета доверительного интервала прогноза тренда на 2006 г. используем t-критерий Стьюдента с учетом выбранной вероятности суждения и числа степеней свободы:

$$\Delta M=t\cdot M;$$

$$t\left(p_{0{,}99,\,V=7}\right)=2{,}3;$$

$$\Delta M=28{,}2\cdot 2{,}3=64{,}8.$$

Доверительный интервал прогноза тренда на 2006 г. составит 282,6 ± 64,8 тыс. р. Таким образом, положение тренда на 2006 г. будет в границах 217,8–347,4. Но практически нас интересует не столько положение тренда, сколько значение уровней. Следовательно, необходимо определить среднюю ошибку прогноза уровня

$$M_{yk}=\sqrt{M^2+\sigma^2}=\sqrt{28{,}2^2+34^2}=44\ \text{тыс. р.}$$

Надежность прогноза можно повысить, увеличивая прогнозируемый период, или дать прогноз среднегодового уровня. Спрогнозируем объем реализации на 2006–2009 гг. С этой целью рассчитаем среднюю ошибку прогноза на 2006–2009 гг.:

$$M = \sqrt{M^2 + \frac{\sigma^2}{t}} = \sqrt{28{,}2^2 + \frac{34^2}{4}} = 33 \text{ тыс. р.}$$

Доверительный интервал прогноза за 2006–2009 гг. составит

$$282{,}6 + (33 \cdot 2{,}3) = 282{,}6 \pm 75{,}9 \text{ тыс. р.}$$

Анализ тенденции колеблемости прогноза – трудоемкий процесс, который требует данных динамических рядов, рядов распределения и статистических расчетов с использованием ЭВМ.

Но прогнозирование по тренду и колеблемости допустимо только при сохранении выявленной тенденции и условий, определяющих колеблемость уровня исследуемого явления [1, 11–14].

9.8. Показатели сезонности

В развитии многих явлений наблюдаются периодические внутригодичные колебания, известные под названием сезонности. Сезонные колебания закономерны, и учет их необходим с целью определения эффективности мероприятий, направленных на ослабление сезонности. Сезонные колебания называют сезонными волнами – последовательное отношение уровней за исследуемый период (март/февраль, апрель/март и т. д.).

Для характеристики сезонности применяются показатели:

- ***размах сезонности*** ($R_c = y_{max} - y_{min}$), который можно показать как разницу показателей между наиболее и наименее напряженными месяцами, декадами, неделями;
- ***показатель сезонности*** – определяется отношением показателя в наиболее напряженный или наименее напряженный период к его среднему значению за этот период:

$$П_c = \frac{y_{max}}{\bar{y}}, П_c = \frac{y_{min}}{\bar{y}};$$

- ***индекс сезонности*** – характеризует отношение среднего показателя за месяц, квартал и т. д. к его среднему значению за исследуемый период для случая, когда общая тенденция роста не наблюдается или незначительна:

$$J_c = \frac{y_i}{\bar{y}},$$

где $\bar{y}_i$ – осредненные эмпирические уровни ряда по одноименным периодам;

$\bar{y}$ – общий средний уровень ряда.

Совокупность исчисленных для каждого месяца годового цикла индексов сезонности характеризует сезонную волну развития изучения явления во внутригодовой динамике. Если в ряду внутригодовой динамики имеется ярко выраженная общая тенденция роста, то индексы сезонности определяются на основе методов, позволяющих исключить влияние тенденции роста. В табл. 9.5 приводится классификация наиболее распространенных методов измерения сезонных волн.

Таблица 9.5

Методы измерения сезонных волн, основанные на применении	Наименование методов вычисления сезонных волн
средней арифметической	Метод абсолютных разностей. Метод отношений средних помесячных к средней за весь период. Метод отношений помесячных уровней к средней данного года
относительных величин	Метод относительных величин. Метод относительных величин на основе медианы. Метод Персона (цепной метод)
механического выравнивания	Метод скользящих средних. Метод скользящих сумм и скользящих средних
аналитического выравнивания	Выравнивание по прямой. Выравнивание по параболе и экспоненте. Выравнивание по ряду Фурье

Наиболее часто применяемый метод – метод аналитического выравнивания уровней ряда. Формула расчета индекса сезонности в рядах динамики с общей тенденцией роста имеет следующий вид:

$$\bar{J}_{si} = \left(\sum \frac{y_i}{y_{t_i}} \right) : n,$$

где y_i – исходные (эмпирические) уровни ряда;

y_{t_i} – выравненные (теоретические) уровни ряда;

n – число годовых периодов.

Обобщающими показателями сезонности являются среднегодовой индекс сезонности

$$J_{\text{с}} = \frac{\sum \bar{y}_i}{12},$$

где $\sum \bar{y}_i$ – средние уровни ряда по месяцам.

Для характеристики сезонности можно использовать среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Сопоставляя их в динамике, можно судить о росте или снижении сезонности.

Применяется также нормированный центральный момент четвертого порядка: $E = \frac{M_4}{\sigma^4}$; $M_4 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^4}{12}$.

Сопоставление его в динамике характеризует направленность сезонности [1, 11–14].

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выберите правильный вариант ответа.

1. Ряд динамики характеризует:
   а) структуру по какому-либо признаку;
   б) изменение характеристики совокупности в пространстве;
   в) изменение характеристики совокупности во времени;
   г) изменение показателей во времени и пространстве.

2. Уровень ряда динамики – это…
   а) определенное значение варьирующего признака в совокупности;
   б) величина показателя на определенную дату или момент времени;
   в) величина показателя за определенный период времени;
   г) отношение уровня текущего периода к уроню базисного периода.

3. Средний уровень интервального ряда определяется как …
   а) средняя арифметическая;
   б) средняя гармоническая;
   в) средняя хронологическая;
   г) средняя геометрическая.

4. Если сравниваются смежные уровни ряда динамики, показатели называются:
   а) цепными;
   б) базисными;
   в) интервальными;
   г) моментными.

5. Абсолютный прирост исчисляется как …
   а) отношение уровней ряда;
   б) разность уровней ряда;
   в) произведение уровней ряда;
   г) сумма уровней ряда.

6. Темп роста исчисляется как …
   а) отношение уровней ряда;
   б) разность уровней ряда;
   в) произведение уровней ряда;
   г) сумма уровней ряда.

7. Основная тенденция представляет собой изменение ряда динамики:
   а) равномерно повторяющееся через определенные промежутки времени внутри ряда;
   б) определяющее общее направление развития;
   в) равномерно повторяющиеся величины показателя за определенный период времени;
   г) общее направление развития показателей.

8. Сезонные колебания представляют собой изменения ряда динамики, равномерно повторяющиеся:
   а) через определенные промежутки времени с годичным интервалом;
   б) внутри года;
   в) через среднемесячные интервалы;
   г) через выравненные месячные интервалы.

9. Для выявления основной тенденции развития используются:
   а) метод укрупнения интервалов;
   б) метод скользящей средней;
   в) метод аналитического выравнивания;

г) ряд Фурье.

10. Индексы сезонности можно рассчитать как отношение фактического уровня за тот или иной месяц:

а) к среднемесячному уровню за год;
б) выравненному уровню за тот же год;
в) среднемесячному выравненному уровню за год;
г) к уровню ряда базисного года.

ГЛАВА 10. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

10.1. Общая характеристика методов прогнозирования

Прогнозирование – это оценка будущего на основе анализа тенденций развития социально-экономических явлений и их взаимосвязей. Процесс прогнозирования предполагает выявление возможных альтернатив развития в перспективе для выбора и принятия оптимальных решений.

Прогнозы жизненно необходимы как для страны в целом, так и для каждой организации и для каждого значительного управленческого решения. Следует помнить, что идеальный прогноз обычно невозможен.

Слишком много факторов, влияющих на социально- экономические явления, нельзя предвидеть со всей определенностью. Поэтому не следует искать идеальный прогноз, важнее ввести в практику постоянную корректировку прогнозов и научиться жить с неточными прогнозами. Это, однако, не означает, что надо отказываться от совершенствования модели или методологии прогнозирования. В разумных пределах следует стремиться к поиску и использованию оптимального метода прогнозирования.

В практике статистического прогнозирования принято, что период прогноза не превышает 1/3 продолжительности предпрогнозного периода. Различают следующие типы прогнозов:

- ***текущий*** (***оперативный***), осуществляемый в пределах календарного года на каждый последующий за предпрогнозным период, например: на неделю, месяц, квартал;
- ***краткосрочный*** (продолжительностью до 1 года);
- ***среднесрочный*** (на период от 1 до 5 лет);
- ***долгосрочный*** (на период от 5 до 10 лет);
- ***перспективный*** (на период более 10 лет).

Необходимо отметить, что термины «краткосрочный», «среднесрочный» и «долгосрочный» зависят от уровня их использования. Например, в бизнес-прогнозировании термин «краткосрочный» обычно означает период времени до трех месяцев; «среднесрочный» – от трех месяцев до двух лет; «долгосрочный» – свыше двух лет.

Модели краткосрочного прогноза усредняют случайные изменения и регулируют краткосрочные колебания. Среднесрочные прогнозы полезны при наличии сезонных колебаний, а долгосрочные устанавливают общие тренды и особенно полезны в определении границ прогнозов.

По характеру развития во времени прогнозы подразделяются на дискретные, апериодические и циклические. Если регулярная составляющая изменяется скачками, прогноз именуется дискретным; когда изменение идет в виде непериодической функции – апериодическим, а в случае периодических изменений – циклическим прогнозом.

Прогнозы по степени детерминированности бывают: детерминированными, стохастическими (учитывается случайная составляющая) и смешанными.

В прогнозировании используется большое число различных методов. Методы прогнозирования – это совокупность приемов, обеспечивающих разработку прогнозов.

Все методы делятся на три класса: фактографические, экспертные и комбинированные. Основу фактографических методов составляет фактическая информация социально-экономических явлений о прошлом развитии. В экспертных методах используется информация специалистов-экспертов. Комбинированные методы базируются на смешанном информационном обеспечении.

Класс фактографических методов по принципам обработки информации делится на подклассы: статистические, аналогии, опережающие. В этих методах используются специальные приемы.

При прогнозировании целесообразно использовать два или три метода и рассматривать их с точки зрения оптимального решения.

Подкласс статистических методов называют количественными методами; экспертные методы – качественными. Количественные методы подразделяются:

– на упрощенные приемы прогнозирования;
– прогнозирование на основе средних показателей временных рядов;
– прогнозирование на основе анализа временных рядов;
– прогнозирование на основе анализа причинных связей;
– прогнозирование при наличии сезонной компоненты .

Качественные методы основаны на субъективных оценках и мнениях. В основе количественных методов анализа временных рядов лежит идея, что данные, относящиеся к деятельности работы в прошлом (тренды, сезонные или циклические колебания), можно использовать в прогнозировании будущего. Причинное прогнозирование использует метод регрессии, который предполагает зависимость результатов от факторов внешней среды. Моделирование позволяет анализировать допущения, касающиеся условия прогноза.

10.2. Прогнозирование на основе анализа временных рядов

Временной ряд может быть представлен в виде следующих составляющих (см. гл. 9):

- тренд – основная тенденция развития динамического ряда (увеличение или снижение его уровней);
- циклические (периодические) колебания;
- сезонные колебания;
- случайные.

Прогнозирование на основе анализа временных рядов называют трендовыми моделями (см. ниже), которые относятся к одномерным методам. Предполагается, что на прогнозируемый показатель оказывает влияние большое количество факторов, информация о которых отсутствует. В этом случае ход изменения показателя связывают не с факторами, а с течением времени.

Важной задачей трендовых моделей является определение основной тенденции в развитии исследуемого явления. Исследование тренда включает три основных этапа:

1) проверяется наличие тренда;
2) производится непосредственное выделение тренда (выравнивание, сглаживание);
3) осуществление прогноза.

Проверка временного ряда на наличие тренда может выполняться несколькими способами: методом средних; методом серий; графическим методом.

Метод средних. Исследуемый временной ряд разбивается на несколько интервалов (обычно на два или три), для каждого из которых определяется средняя величина и дисперсия. Если значения средних и дисперсий для интервалов существенно отличаются, то признается наличие тренда.

Метод серий. По этому способу уровни ряда считаются принадлежащими к одному из двух типов: например, если уровень ряда меньше медианного значения, то считается, что он имеет тип A, в противном случае – тип B. Затем уровни ряда представляют как последовательность типов. В полученной последовательности типов определяется число серий. Серией называется любая последовательность уровней одинакового типа, граничащая с элементами другого типа.

Если во временном ряду общая тенденция к росту или снижению отсутствует, то количество серий (R) является случайной величиной, распределенной приближенно по нормальному закону ($n > 10$). Случайная величина (R) оказывается в доверительном интервале

$$\overline{R} - t \cdot \sigma_R \le R \le \overline{R} + t \cdot \sigma_R .$$

Параметр t назначается в соответствии с принятым уровнем вероятности для закона нормального распределения (см. гл.5). Среднее число серий $\overline{R} = \frac{(n+1)}{2}$.

Среднее квадратическое отклонение числа серий $\sigma_R = \sqrt{\frac{(n-1)}{4}}$.

Полученные границы интервала округляют до целых чисел, уменьшая нижнюю границу и увеличивая верхнюю. Если число серий выходит за пределы случайного поведения, рассчитанного для исследуемого временного ряда, следовательно, имеется общая закономерность тенденции.

Пример. В табл. 10.1 представлены месячные данные оборотных средств предприятия. Необходимо выяснить наличие тенденции для данного временного ряда.

Таблица 10.1

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
y_t	6,7	7,3	7,6	7,9	7,4	8,6	7,8	7,7	7,9	8,2	8,4	9,1	8,3	8,7	8,9	9,1	9,5	10,4	10,5	10,2	9,3
Тип	А	А	А	А	А	В	А	А	А	А	В	В	А	В	В	В	В	В	В	В	В

Медиана временного ряда равна 8,35. Определили тип для каждого значения временного ряда. По типу рассчитали количество серий: $R = 6$.

Среднее число серий $\overline{R} = \frac{21+1}{2} = 11$.

Среднее квадратическое отклонение $\sigma_R = \sqrt{\frac{(21-1)}{4}} = 2{,}22$;

$$11 - 2 \cdot 2{,}22 \quad \le R \le 11 + 2 \cdot 2{,}22;$$

$$7 \le R \le 15.$$

Показатель числа серий $R = 6$ выходит за пределы возможного случайного поведения, – следовательно, временной ряд имеет общую тенденцию развития.

Графический метод. Для подтверждения наличия тренда часто достаточно представить уровни ряда на графике.

Характеристика методов прогнозирования, основанных на анализе временных рядов, приведена в табл. 10.2.

Непосредственное выделение тренда осуществляется методами укрупнения интервалов (см. гл. 9) и другими методами, характеристика которых приведена в табл. 10.2.

При выявлении тенденции развития часто используется распространенный прием – сглаживание временного ряда. Суть различных приемов сглаживания сводится к замене фактических уровней временного ряда расчетными, которые в меньшей степени подвержены колебаниям. Это способствует более четкому проявлению тенденции развития.

Приемы сглаживания условно делят на два класса, опирающиеся на различные подходы: алгоритмический и аналитический.

Алгоритмический подход основан на разработке алгоритма расчета в любой заданный момент времени, который сглаживает случайные и периодические колебания. Методы сглаживания временных рядов с помощью ***простого скользящего среднего и взвешенного скользящего среднего*** относятся к этому подходу.

Аналитический подход основан на допущении, что можно задать общий вид функции, описывающей статистические данные.

В теории и практике анализа социально-экономических явлений наиболее часто используются полиномиальные и экспоненциальные кривые роста.

Таблица 10.2

Характеристика методов прогнозирования

Метод прогнозирования	Количество статистических данных	Модель данных	Горизонт прогноза	Время на подготовку прогноза
Простое скользящее среднее	От 5 до 10 наблюдений для установления весовых коэффициентов	Данные должны быть стационарными	Краткосрочный	Малое
Взвешенное скользящее среднее	От 10 до 15 наблюдений для установления весовых коэффициентов	Тренд без сезонных колебаний	От краткосрочного до среднесрочного	Малое
Экспоненциальное сглаживание	4–5 наблюдений за сезон	Тренд и сезонные колебания	От краткосрочного до среднесрочного	Малое
Регрессионные трендовые модели	От 10 до 20; для сезонного – 5 за сезон	Тренд и сезонные колебания	От краткосрочного до среднесрочного	Малое
Причинные регрессионные модели	10 наблюдений на независимую переменную	Тренд, циклические и сезонные колебания	Краткосрочный, среднесрочный и долгосрочный	Длительный период разработки
Декомпозиция временных рядов	Достаточно двух экстремальных значений	Циклические и сезонные колебания; может определять экстремальные точки	От краткосрочного до среднесрочного	От малого до среднего

Простейшие полиномиальные кривые роста имеют следующий вид:

- полиномом первой степени: $\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t$;
- полиномом второй степени: $\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2$;
- полиномом третьей степени: $\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 + a_3 \cdot t^3$,

где a_0, a_1, a_2, a_3 – параметры полиномов.

Параметр a_1 называют ***линейным приростом***, параметр a_2 – ***ускорением роста***, параметр a_3 – ***изменением ускорения роста*** [14, 15].

10.2.1. Сглаживание временных рядов с помощью простой скользящей средней

Если социально-экономические явления имеют резкие периодические и случайные флуктуации, для прогноза используют метод скользящего среднего.

Простая скользящая средняя позволяет сгладить колебания и выявить имеющуюся тенденцию в развитии. Алгоритм сглаживания может быть представлен в виде последовательности следующих стадий:

– определяют длину интервала сглаживания l, включающего в себя l последовательных уровней ряда. Чем шире интервал сглаживания, тем в большей степени поглощаются колебания и тенденция носит более плавный характер;

– разбивают весь временной ряд на активные участки (уровни ряда, которые берутся для расчета среднего значения);

– рассчитывают средние арифметические уровней ряда, образующих участки;

– заменяют фактические значения ряда на соответствующие средние значения.

Формула для простого скользящего среднего –

$$y_t = \frac{y_{t-1} + y_{t-2} + \ldots + y_{t-n}}{n},$$

где y_t – прогноз на будущий период;

$y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots, y_{t-n}$ – фактические значения в прошлые периоды;

n – число периодов усреднения.

Простая скользящая средняя учитывает уровни ряда с равными весами. Недостаток метода в том, что он применим лишь для рядов, имеющих линейную зависимость.

Например**,** осуществить прогноз на будущие периоды методом простого скользящего среднего при трех- и девятинедельном интервале усреднения по данным, приведенным в табл. 10.3.

По формуле простой скользящей средней были рассчитаны сглаженные значения для трех- и девятинедельных интервалов.

Аналогично можно осуществить прогноз на 31-ю, 32-ю и т. д. недели.

Чем длиннее интервал усреднения, тем лучше сглаживаются флуктуации, но если в исходных данных наблюдается тренд роста или спада, то усиливается эффект запаздывания тренда (лаговый эффект). Поэтому, несмотря на то, что короткий интервал усреднения дает большие разбросы, его использование лучше отслеживает тренд. Более продолжительный интервал усреднения дает сглаженный результат, но приводит к лаговому эффекту.

Таблица 10.3

Текущий спрос и прогноз методом простого скользящего среднего при трех- и девятинедельном интервале усреднения

Неделя	Спрос	Трехнедельное усреднение	Девятинедельное усреднение	Неделя	Спрос	Трехнедельное усреднение	Девятинедельное усреднение
1	800			16	1700	2200	1811
2	1400			17	1800	2000	1800
3	1000			18	2200	1833	1811
4	1500	1067		19	1900	1900	1911
5	1500	1300		20	2400	1967	1933
6	1300	1333		21	2400	2167	2011
7	1800	1433		22	2600	2233	2111
8	1700	1533		23	2000	2467	2144
9	1300	1600		24	2500	2333	2111
10	1700	1600	1367	25	2600	2367	2167
11	1700	1567	1467	26	2200	2367	2267
12	1500	1567	1500	27	2200	2433	2311
13	2300	1633	1556	28	2500	2333	2311
14	2800	1833	1644	29	2400	2300	2378
15	2000	2033	1733	30	2100	2367	2378

Графики на рис. 10.1, построенные по данным табл. 10.3, показывают влияние интервала усреднения на значение скользящего среднего. Тренд роста выравнивается примерно к 23-й неделе. Трехнедельное усреднение лучше отражает фактические изменения спроса, чем девятинедельное, хотя последнее более сглаженное.

Рис. 10.1. Прогноз методом простого скользящего среднего
при трех- и девятинедельном интервале усреднения
по сравнению с текущим спросом

Простые скользящие средние позволяют выявить тенденцию в общих чертах, так как при сглаживании исчезают изгибы линии тенденции и некоторые уровни показывают вместо спада, имевшего место реально, подъем или наоборот. Более совершенным приемом считается взвешенная скользящая средняя.

10.2.2. Сглаживание временных рядов с помощью взвешенной скользящей средней

Простая скользящая средняя учитывает все уровни ряда, входящие в активный участок сглаживания, с равными весами, а взвешенная средняя приписывает каждому уровню вес, зависящий от удаления данного уровня до уровня, стоящего в середине активного участка. Это вызвано тем, что при простой скользящей средней выравнивание на каждом активном участке проводится по прямой (полином первого порядка), а при сглаживании по взвешенной скользящей средней используются полиномы более высоких порядков, чаще всего второго и третьего.

При построении взвешенной скользящей средней на каждом активном участке значение уровня заменяется на расчетное, определяемое по формуле средней арифметической взвешенной

$$\hat{y}_t = \frac{\sum\limits_{i=t-p}^{t+p} y_i w_i}{\sum\limits_{i=t-p}^{t+p} w_i},$$

где w_i – весовые коэффициенты;

$(t - p)$ и $(t + p)$ – количество уровней активного участка.

Весовые коэффициенты определяются с помощью метода наименьших квадратов (см. гл. 9) либо могут быть взяты как коэффициенты бинома Ньютона. Они обладают следующими свойствами:

– симметричны относительно центрального уровня;

– сумма весов равна единице;

– наличие положительных и отрицательных значений.

Например, пусть длина интервала сглаживания $l = 7$, а поведение сглаженного временного ряда внутри каждого активного участка описывается с помощью полинома третьего порядка. Перенесем начало координат в середину временного интервала, т. е. моменты времени t = –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3.

Неизвестные коэффициенты полинома третьего порядка оцениваются с помощью метода наименьших квадратов (см. гл. 8). После соответствующих математических преобразований получают систему нормальных уравнений, решая которую находят неизвестный параметр a_0 (т. к. a_0 является центральным значением полинома третьего порядка, которое принимается за сглаженное) и весовые коэффициенты. В табл. 10.4 представлены весовые коэффициенты в зависимости от длины интервала сглаживания.

Так как веса симметричны относительно центрального уровня, то в таблице использована символическая запись: приведены веса для половины уровней активного участка; последнее значение веса в строке относится к уровню, стоящему в центре участка сглаживания.

Таблица 10.4

Весовые коэффициенты для взвешенной скользящей средней

Длина интервала сглаживания	Весовые коэффициенты
5	$\frac{1}{35}[-3;+12;+17]$
7	$\frac{1}{21}[-2;+3;+6;+7]$
9	$\frac{1}{231}[-21;+14;+39;+54;+59]$
11	$\frac{1}{429}[-36;+9;+44;+69;+84;+89]$
13	$\frac{1}{143}[-11;0;+9;+21;+24;+25]$

Пример. По данным объемов продаж продукции за 16 лет (см. табл. 10.5) рассчитать:

- трех- и семилетние скользящие средние и графически сравнить результаты;
- пятилетнюю взвешенную скользящую среднюю.

При трехлетней скользящей средней

$$\hat{y}_3 = \frac{10,3+14,3+7,7}{3} = 10,8;$$

$$\hat{y}_4 = \frac{14,3+7,7+15,8}{3} = 12,6 \quad \text{и т. д.}$$

При семилетней скользящей средней

$$\hat{y}_7 = \frac{10,3+14,3+7,7+15,8+14,4+16,7+15,3}{7} = 13,5;$$

$$\hat{y}_8 = \frac{14,3+7,7+15,8+14,4+16,7+15,3+20,2}{7} = 14,9 \ \text{ и т. д.}$$

Таблица 10.5

Результаты расчета скользящих средних

Текущий номер года, t	Объем продаж, тыс. у.д.е., y_t	Скользящие средние		Взвешенная скользящая средняя l = 5
		$l = 3$	$l = 7$	
1	10,3	–	–	–
2	14,3	–	–	–
3	7,7	10,8	–	–
4	15,8	12,6	–	–
5	14,4	12,6	–	11,9
6	16,7	15,6	–	12,6
7	15,3	15,5	13,5	16,2
8	20,2	17,4	14,9	15,2
9	17,1	17,5	15,3	17,4
10	7,7	15,0	15,3	18,8
11	15,3	13,4	15,2	15,2
12	16,3	13,1	15,5	11,7
13	19,9	17,2	16,0	12,5
14	14,4	16,9	15,8	18,1
15	18,7	17,7	15,6	17,3
16	20,7	17,9	16,1	17,1

Графический анализ показывает (рис. 10.2), что ряд, сглаженный по семилетней скользящей средней, носит более гладкий характер. Это объясняется тем, что чем больше длина интервала сглаживания, тем более гладкий ряд получается на выходе модели.

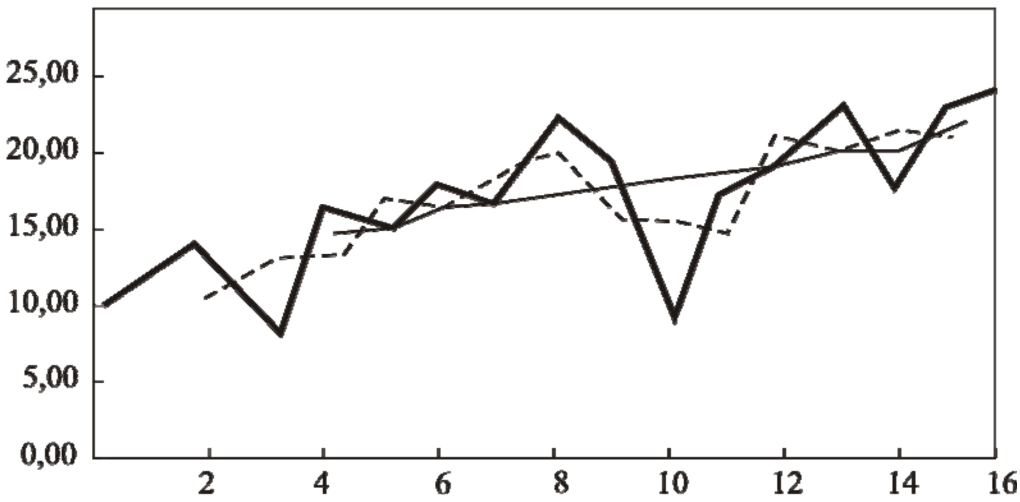


Рис. 10.2. Сглаживание ряда урожайности с помощью скользящих средних:
— – фактические уровни y_t; - - - – $l = 3$; ——— – $l = 7$

Для вычисления значений пятилетней взвешенной скользящей средней воспользуемся таблицей весовых коэффициентов. Тогда

$$\hat{y}_5 = \frac{1}{35}(-3\cdot 10{,}3 + 12\cdot 14{,}3 + 17\cdot 7{,}7 + 12\cdot 15{,}8 - 3\cdot 14.4) = 11{,}9;$$

$$\hat{y}_6 = \frac{1}{35}\left(-3\cdot 14{,}3 + 12\cdot 7{,}7 + 17\cdot 15{,}8 + 12\cdot 14{,}4 - 3\cdot 16{,}7\right) = 12{,}6 \text{ и т.д.}$$

Как видим, взвешенные скользящие средние несколько ближе подходят к фактическим данным по сравнению с простыми скользящими средними, т. е. сглаженная кривая в значительной мере сохраняет различные изгибы кривой тренда.

10.2.3. Экспоненциальное сглаживание

Главным недостатком методов простого и взвешенного скользящего среднего является необходимость использования большого количества прошлых данных, значимость которых уменьшается с течением времени, причем самые последние периоды исключаются, что вносит ошибки в эти методы.

Экспоненциальное сглаживание усиливает влияние последних периодов. Оно чаще всего используется для прогнозирования. Этот метод является составной частью всех компьютерных программ прогнозирования. Экспоненциальные модели имеют высокую точность.

Смысл экспоненциальных средних состоит в том, чтобы найти такие средние, в которых влияние прошлых наблюдений затухает по мере удаления от момента, для которого определяются средние. Веса в экспоненциальных средних устанавливаются в виде коэффициентов α. Веса по времени убывают экспоненциально, а сумма весов стремится к 1. В качестве весов используют ряд

$$\alpha; \quad \alpha(1-\alpha); \quad \alpha(1-\alpha)^2; \quad \alpha(1-\alpha)^3 \text{ и т. д.}$$

Экспоненциальная средняя определяется по формуле

$$\hat{y}_t = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1},$$

где $\hat{y}_t$ – экспоненциально сглаженный прогноз на период t;

α – вес текущего наблюдения при расчете экспоненциальной средней;

y_t – фактический уровень динамического ряда в момент времени t;

$\hat{y}_{t-1}$ – экспоненциально сглаженный прогноз, сделанный для предшествующего периода.

Это уравнение показывает, что сглаженный по экспоненциальной средней уровень динамического ряда линейно зависит от фактического уровня ряда на данный момент времени и среднего сглаженного уровня, рассчитанного для предыдущего периода.

Вес, с которым участвует каждый уровень ряда, зависит от параметра сглаживания α. Если коэффициент близок к 0, то веса убывают медленно, и при прогнозе учитываются все прошлые наблюдения. Если коэффициент близок к 1, то при прогнозировании учитываются в основном наблюдения последних лет, тем в большей мере сглаженные уровни воспроизводят фактические уровни ряда.

Пример. Осуществить экспоненциальное сглаживание объемов выпуска продукции по данным, приведенным в табл. 10.6.

Таблица 10.6

Годы	Объем выпуска продукции, тыс. т, y_t	Экспоненциальные средние $\hat{y}_t$				
		при $\alpha = 0{,}1$	при $\alpha = 0{,}3$	при $\alpha = 0{,}5$	при $\alpha = 0{,}9$	при $\alpha = 0{,}95$
1996	35	35	35	35	35	35
1997	31	34,6	33,8	33,0	31,4	31,2
1998	40	35,1	35,7	36,5	39,1	39,6
1999	34	35,0	35,2	35,3	34,5	34,3
2000	18	33,3	30,0	26,6	19,6	18,8
2001	30	33,0	30,0	28,3	29,0	29,4
2002	34	33,1	31,2	31,1	33,5	33,8
2003	40	33,8	33,8	35,6	39,3	39,7
2004	29	33,3	32,4	32,3	30,0	29,5
2005	40	34,0	34,7	36,1	3(.0	39,5
2006	42	34,8	36,9	39,1	41,7	41,9
$\sum(y_t - \hat{y}_t)^2$		426,6	283,7	157,1	7,6	1,9

Для проверки была рассчитана сумма квадратов отклонений фактических данных от выравненных при разных значениях α. По данным таблицы наименьшая сумма квадратов отклонений фактических от экспоненциальных средних имеет место при α = 0,95.

Выбор константы сглаживания зависит от сущности и вида прогноза.

В прогнозировании уравнение для однократного экспоненциального сглаживания имеет следующий вид:

$$\hat{y}_t = \hat{y}_{t-1} + \alpha\left(y_{t-1} - \hat{y}_{t-1}\right),$$

где $\hat{y}_t$ – экспоненциально сглаженный прогноз на период t;

α – вес текущего наблюдения при расчете экспоненциальной средней;

y_{t-1} – фактический уровень динамического ряда предшествующего периода;

$\hat{y}_{t-1}$ – экспоненциально сглаженный прогноз, сделанный для предшествующего периода.

Пример. Продажи предприятия ОАО «ХимСибСнаб» возрастали в течение последних 5 лет. Менеджер по продажам предсказал в 2001 г., что продажи удобрений в 2002 г. составят 410 тыс. тонн (см. табл. 10.7). Используя экспоненциальное сглаживание с весом α = 0,3, дадим развитие прогноза на 2003–2007 гг. по уравнению.

Таблица 10.7

№ пп.	Год	Продажи, тыс. т X	Прогноз, тыс. т Y
1	2002	450	410
2	2003	495	422
3	2004	518	444
4	2005	563	466
5	2006	584	495
6	2007	–	522

Рассмотренный метод прогнозирования относится к классу адаптивных методов. Слово адаптация означает приспособление к условиям существования, т. е. каждый новый прогноз получается в результате корректировки предыдущего прогноза с учетом ошибки (ошибка $y_{t-1} - \hat{y}_{t-1}$).

Рассмотренные экспоненциальные средние представляют собой средние первого порядка, т. е. средние, полученные при первичном сглаживании уровней ряда. При прогнозировании могут использоваться экспоненциальные средние более высоких порядков, т. е. средние, полученные путем многократного сглаживания: второго, третьего и т. д. порядков.

Экспоненциальные средние высоких порядков рекомендуются к применению, если после первичного сглаживания тенденция ряда проявляется недостаточно.

Следует помнить, восходящий или нисходящий тренд в данных, собранных за последовательные периоды времени, приводит к отставанию экспоненциального прогноза от фактической ситуации. Экспоненциально сглаженные прогнозы можно откорректировать введением тренда. Для этого необходимы две константы сглаживания. Помимо константы сглаживания α, в уравнении тренда используют константу сглаживания тренда δ, которая уменьшает влияние ошибки, т. е. разности между действительным значением и прогнозируемым.

Вычисление прогноза с использованием тренда осуществляется по следующим уравнениям:

$$\breve{y}_t = \hat{y}_t + T_t;$$

$$\hat{y}_t = \breve{y}_{t-1} + \alpha\left(y_{t-1} - \breve{y}_{t-1}\right);$$

$$T_t = T_{t-1} + \alpha \cdot \delta\left(y_{t-1} - \breve{y}_{t-1}\right),$$

где $\hat{y}_t$ – экспоненциально сглаженный прогноз на период t;

T_t – экспоненциально сглаженный тренд на период t;

T_{t-1} – экспоненциально сглаженный тренд предыдущего периода;

$\breve{y}_t$ – прогноз, включающий тренд в периоде t;

$\breve{y}_{t-1}$ – прогноз, включающий тренд предыдущего периода;

α – константа сглаживания прогноза;

y_{t-1} – фактический уровень динамического ряда предшествующего периода;

δ – константа сглаживания тренда.

Пример. Исходный прогноз $\breve{y}_{t-1}$=100 единицам, тренд T_{t-1} =10, $\alpha = 0{,}2$ и δ = 0,3. Рассчитаем прогноз на следующий период при условии, что значение фактического спроса равно 115, а его прогнозное значение – 100:

$$\breve{y}_{t-1} = 100 + 10 = 110;$$

$$\hat{y}_t = 110 + 0{,}2(115 - 110) = 111;$$

$$T_t = T_{t-1} + \alpha \cdot \delta(y_{t-1} - \breve{y}_{t-1}) = 10 + 0{,}2 \cdot 0{,}3(115 - 110) = 10{,}3;$$

$$\breve{y}_t = \hat{y} + T_t = 111 + 10{,}3 = 121{,}3.$$

Экспоненциальное прогнозирование всегда сопровождается ошибками, которые возникают по разным причинам. Ошибки делятся на систематические (погрешность измерения) и случайные. Для описания ошибок используют следующие показатели: среднее абсолютное отклонение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение (их характеристика будет дана ниже) и трекинг.

Среднее абсолютное отклонение измеряет разброс фактических данных от прогнозных оценок и вычисляется по формуле

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |y_t - \hat{y}_t|}{n}.$$

Ошибки прогноза распределяются, как правило, в соответствии с законом нормального распределения.

Трекинг является инструментом соответствия: насколько точно прогноз соответствует фактическим колебаниям увеличения или уменьшения. В прогнозировании трекинг – это отношение суммарной ошибки прогноза к соответствующему значению среднего абсолютного отклонения. Трекинг рассчитывается по формуле

$$TS = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_t - y_t)_i}{\bar{d}},$$

где $\sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_t - y_t)_i$ – кумулятивная сумма ошибок прогноза, учитывающая знак ошибки.

Пример. Осуществить вычисление среднего абсолютного отклонения и трекинга по прогнозным и фактическим данным шестимесячного спроса на рынке. Прогнозируемый спрос установлен одинаковым. Данные приведены в табл. 10.8.

Таблица 10.8

Показатели среднего абсолютного отклонения и трекинга по прогнозным и фактическим данным

Месяц	Прогноз спроса	Фактический спрос	$(\hat{y}_t - y_t)$	$\sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_t - y_t)$	$\lvert\hat{y}_t - y_t\rvert$	$\sum_{i=1}^{n} \lvert\hat{y}_t - y_t\rvert_i$	$\bar{d}$	TS
1	1000	950	-50	-50	50	50	50	-1
2	1000	1070	+70	+20	70	120	60	0,33
3	1000	1100	+100	+120	100	220	73,3	1,64
4	1000	960	–40	+80	40	260	65	1,2
5	1000	1090	+90	+170	90	350	70	2,4
6	1000	1050	+50	+220	50	400	66,7	3,3

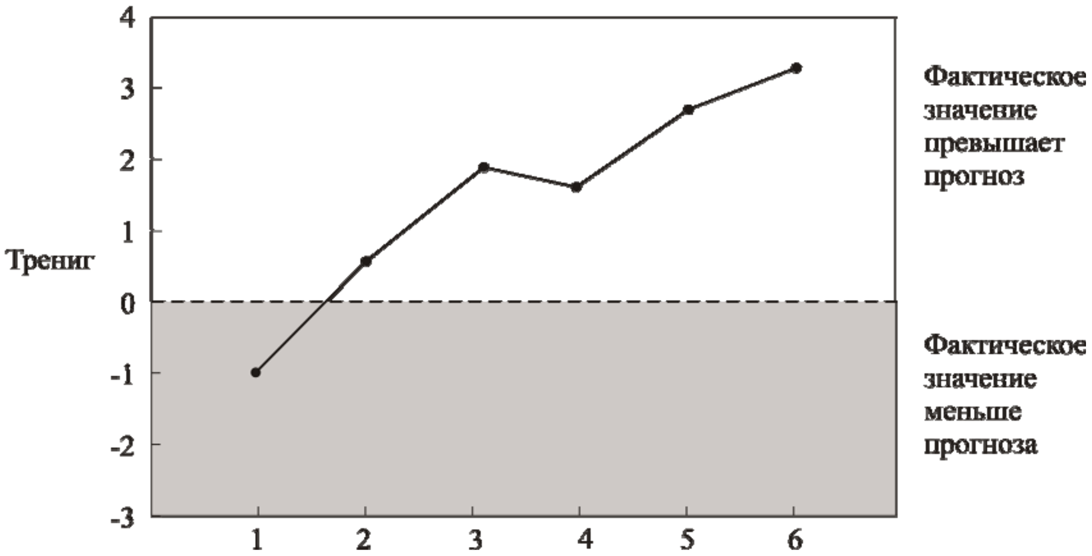


Рис. 10.3. График трекинга, построенный по данным табл. 10.8

В приведенном примере трекинг изменяется от –1 до 3,3 $\bar{d}$. Это связано с тем, что текущий спрос оказался выше прогнозируемого в четырех из шести месяцев. Для допустимых отклонений трекинга устанавливают контрольные границы, которые зависят от прогнозируемого спроса. Контрольные границы выбирают по необходимому проценту точек, попадающих в область допустимых отклонений $\bar{d}$ по табличным данным для нормального распределения. В правильно сформированной модели прогнозирования сумма текущих ошибок прогноза и трекинг должны быть равны нулю.

10.2.4. Регрессионные трендовые модели

Регрессионный анализ (см. гл. 8 и 9) используется для предсказания (экстраполяции) неизвестных значений в будущем по тенденции развития в прошлом.

Под экстраполяцией понимают нахождение уровней за пределами изучаемого ряда, т. е. продление в будущее тенденции, наблюдавшейся в прошлом, – ***перспективная экстраполяция***.

Использование метода экстраполяции на основе кривых роста для прогнозирования базируется на двух предположениях:

– временной ряд экономического показателя действительно имеет тренд, т. е. преобладающую тенденцию;

– общие условия, определявшие развитие показателя в прошлом, останутся без существенных изменений в течение прогнозируемого периода.

Поскольку в действительности тенденция развития не остается неизменной, то данные, получаемые путем экстраполяции ряда, следует рассматривать как вероятностные оценки. Экстраполяцию рядов динамики осуществляют различными методами. Наиболее известны и широко применяются аналитические трендовые методы прогнозирования.

Аналитические методы экстраполяции тенденций основаны на применении метода наименьших квадратов к динамическому ряду и представлении закономерности развития явления во времени в виде уравнения тренда, т. е. математической функции уровней динамического ряда (y) от фактора времени (t): $y = f(t)$.

Процедура разработки прогноза с использованием кривых роста включает в себя следующие этапы:

– выбор одной или нескольких кривых, форма которых соответствует характеру изменения временного ряда;

– оценку параметров выбранных кривых;

– проверку адекватности выбранных кривых исследуемому временному ряду, оценку точности и окончательного выбора кривых роста;

– расчет точечного и интервального прогнозов.

10.2.4.1. Выбор полиномиальной кривой

Первоначально осуществляют ***выбор полиномиальной кривой***, по которой дают прогноз (как правило, краткосрочный).

Наиболее простой путь – визуальный, опирающийся на графическое изображение временного ряда (см. рис. 10.4). Подбирают такую кривую роста, форма которой соответствует фактическому развитию процесса. Если на графике временного ряда тенденция развития недостаточно четко просматривается, то можно провести некоторые преобразования (например, сглаживание).

Для выбора вида полиномиальной кривой наиболее распространенным методом является ***метод конечных разностей*** (метод Тинтнера).

На первом этапе, например, для уровней временного ряда $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n$ вычисляются абсолютные приросты до k-го порядка:

$$\Delta_t = y_t - y_{t-1}, \qquad \Delta' = \Delta_t - \Delta_{t-1}, \quad \Delta'' = \Delta'_t - \Delta'_{t-1} \quad \text{и т. д.}$$

Обычно вычисляют конечные разности до четвертого порядка.

Затем для исходного ряда и для каждого разностного ряда вычисляются дисперсии по следующим формулам:

для исходного ряда $\sigma_0^2 = \dfrac{\sum_{t=1}^{n} y_t^2 - \frac{1}{4}\left(\sum_{t=1}^{n} y_t\right)^2}{n-1}$;

для разностного ряда k-го порядка (k = 1, 2, ...) $\sigma_k^2 = \dfrac{\sum_{t=k+1}^{n}\left(\Delta_t^k\right)^2}{(n-k)C_{2k}^k}$;

C_{2k}^k – биномиальный коэффициент.

Производится сравнение отклонений каждой последующей дисперсии от предыдущей, т. е. вычисляются величины $\left|\sigma_k^2 - \sigma_{k-1}^2\right|$, и если для какого-либо k эта величина не превосходит некоторой наперед заданной положительной величины, т. е. дисперсии одного порядка, то степень полинома должна быть равна $k-1$.

Например, полином первой степени (прямая) применяется как модель такого ряда динамики, у которого первые разности (абсолютные приросты) постоянны, полиномы второй степени – для отражения ряда динамики с постоянными вторыми разностями (ускорениями), полиномы третьей степени – с постоянными третьими разностями и т. д.

Более универсальным методом предварительного выбора является ***метод характеристик прироста***. При этом методе исходный временной ряд предварительно сглаживается методом простой скользящей средней. Например, для интервала сглаживания m = 3 сглаженные уровни рассчитываются по формуле

$$\bar{y}_t = \frac{y_{t-1} + y_t + y_{t+1}}{3},$$

причем, чтобы не потерять первый и последний уровни, их сглаживают по формулам

$$\bar{y}_1 = \frac{5y_1 + 2y_2 - y_3}{6}; \qquad \bar{y}_n = \frac{5y_n + 2y_{n-1} - y_{n-2}}{6}.$$

Затем вычисляются первые средние приросты

$$\bar{\Delta}'_t = \frac{\bar{y}_{t+1} - \bar{y}_{t-1}}{2}, t = 2,3,\ldots,n-1,$$

вторые средние приросты $\bar{\Delta}''_t = \dfrac{\bar{\Delta}'_{t+1} - \bar{\Delta}''_{t-1}}{2}$, а также ряд производных величин, связанных с вычисленными средними приростами и сглаженными уровнями ряда: $\dfrac{\bar{\Delta}'_t}{\bar{y}_t}$; $\log\ \bar{\Delta}'_t$; $\log\ \dfrac{\bar{\Delta}'_t}{\bar{y}_t}$; $\log\ \dfrac{\bar{\Delta}'_t}{\bar{y}_t^2}$.

В соответствии с характером изменения средних приростов и производных показателей выбирается вид зависимости для исходного временного ряда, при этом используется табл. 10.9.

Таблица 10.9

Виды аналитических зависимостей (кривых роста)

Показатель	Изменение показателя во времени	Вид кривой роста
Первый средний прирост $\overline{\Delta}'_t$	Примерно одинаковы	Полином первого порядка (прямая)
То же	Изменяются линейно	Полином второго порядка (парабола)
Второй средний прирост $\overline{\Delta}''_t$	Изменяются линейно	Полином третьего порядка (кубическая парабола)
$\dfrac{\overline{\Delta}'_t}{\overline{y}_t}$	Примерно одинаковы	Простая экспонента
$\log \overline{\Delta}'_t$	Изменяются линейно	Модифицированная экспонента
$\log \dfrac{\overline{\Delta}'_t}{\overline{y}_t}$	Изменяются линейно	Кривая Гомперца
$\log \dfrac{\overline{\Delta}'_t}{\overline{y}''_t}$	Изменяются линейно	Логистическая кривая

В тех случаях, когда с возрастанием одной величины y происходит возрастание или убывание другой величины t, используют полином первой степени $\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t_i$. Для полинома первой степени характерен постоянный закон роста. Если рассчитать первые приросты по формуле $\Delta'_t = y_t - y_{t-1}, t = 2,3,...,n$, то они будут постоянной величиной и равны a_1.

Кривые роста приведены на рис. 10.4.

Таблица 10.10

t	$y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$	Δ'_t	Δ''_t
0	a_0	–	–
1	$a_0 + a_1 + a_2$	$a_1 + a_2$	–
2	$a_0 + 2a_1 + 4a_2$	$a_1 + 3a_2$	$2a_2$
3	$a_0 + 3a_1 + 9a_2$	$a_1 + 5a_2$	$2a_2$
4	$a_0 + 4a_1 + 16a_2$	$a_1 + 7a_2$	$2a_2$
5	$a_0 + 5a_1 + 25a_2$	$a_1 + 9a_2$	$2a_2$

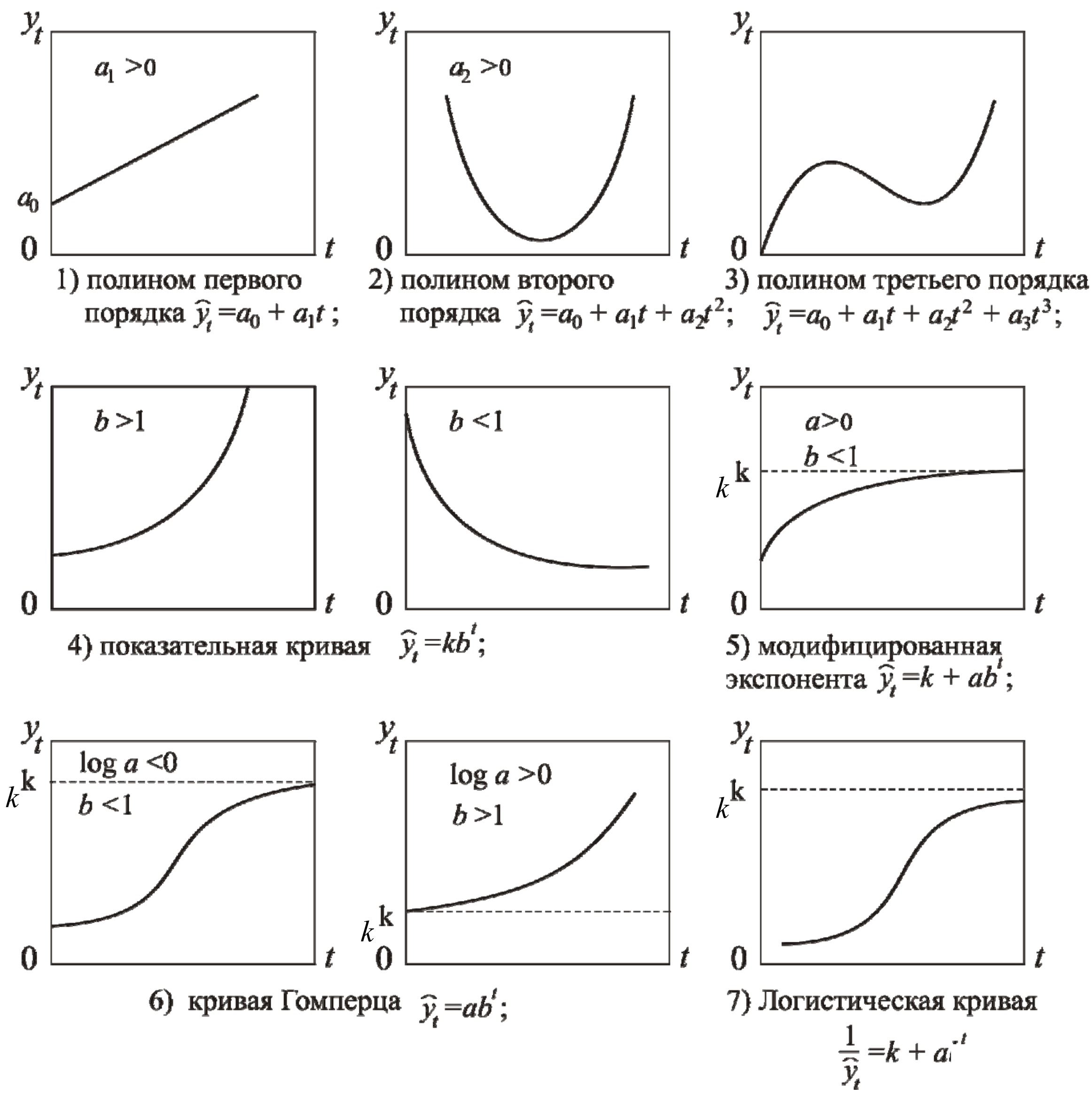


Рис. 10.4. Кривые роста

В тех случаях, когда кривые дугообразны и имеют один изгиб, используют полином второй степени. Функция полинома второй степени рекомендуется для прогнозирования, если ряд характеризуется стабильным абсолютным ускорением, т. е. постоянными являются вторые разности (приросты абсолютных приростов).

Парабола второй степени означает смену тенденции за рассматриваемый период времени (рост сменяется падением или наоборот). Такое возможно, если существенно изменились условия функционирования. Предвидеть, что этот этап продлится достаточно долго, весьма проблематично. Такая функция используется для краткосрочного прогноза.

В случае если ряд характеризуется тремя этапами развития (рост, спад и опять рост), то при прогнозе применяется парабола третьей степени. Во временном ряду стабильны третьи разности и применение этой функции затруднительно для долгосрочного и среднесрочного прогноза.

Таблица 10.11

t	$y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$	Δ'_t	Δ''_t	Δ'''_t
0	a_0	–	–	–
1	$a_0 + a_1 + a_2 + a_3$	$a_1 + a_2 + a_3$	–	–
2	$a_0 + 2a_1 + 4a_2 + 8a_3$	$a_1 + 3a_2 + 7a_3$	$2a_2 + 6a_3$	$6a_3$
3	$a_0 + 3a_1 + 9a_2 + 27a_3$	$a_1 + 5a_2 + 19a_3$	$2a_2 + 12a_3$	$6a_3$
4	$a_0 + 4a_1 + 16a_2 + 64a_3$	$a_1 + 7a_2 + 37a_3$	$2a_2 + 18a_3$	$6a_3$
5	$a_0 + 5a_1 + 25a_2 + 125a_3$	$a_1 + 9a_2 + 61a_3$	$2a_2 + 24a_3$	$6a_3$

Полиномы высоких степеней требуют достаточно длинных динамических рядов, чтобы параметры тренда были статистически надежными: на каждый параметр при t должно приходиться не менее 6–7 временных единиц. Следовательно, парабола третьей степени должна содержать ряд, хотя бы в 20 лет.

В экономических исследованиях чаще всего применяются две разновидности экспоненциальных (показательных) кривых: простая экспонента и модифицированная экспонента.

Если с возрастанием одной величины наблюдается резкое возрастание другой, то применяют уравнение простой экспоненты. Простая экспонента представляется в виде функции

$$y_t = a_0 a_1^t \quad \text{или} \quad y = e^{a_0 + a_1 t},$$

где a_0 и a_1 – положительные числа, при этом если a_1 больше единицы, то функция возрастает с ростом времени t, если a_1 меньше единицы – функция убывает. Эти функции рекомендуется использовать, если ряд динамики характеризуется стабильным темпом роста.

Таблица 10.12

t	$y = a_0\, a_1\, t$	Коэффициент роста
1	$a_0\, a_1$	–
2	$a_0\, a_{12}$	a_1
3	$a_0\, a_{13}$	a_1
4	$a_0\, a_{14}$	a_1
5	$a_0\, a_{15}$	a_1

Рост по экспоненте означает геометрическую прогрессию уровней динамического ряда, что в экономике возможно в сравнительно небольшой период времени (ограничены ресурсы, меняются условия рынка). Данный вид тренда используется в краткосрочных прогнозах.

Модифицированная экспонента имеет вид

$$y = k + a_0 a_1^t,$$

где постоянные величины: a_0 – меньше нуля, a_1 – положительна и меньше единицы, а константа k носит название асимптоты этой функции, т. е. значения функции неограниченно приближаются (снизу) к величине k. Могут быть другие варианты модифицированной экспоненты, но на практике наиболее часто встречается указанная выше функция. Например, если изучается динамика детской смертности, то устанавливается нижняя асимптота – значения y, ниже которых детская смертность не может быть, исходя из достигнутых условий жизни.

Модифицированная экспонента характеризуется постоянным отношением последовательных во времени приростов. Величина этого отношения равна параметру a_1. В этом можно убедиться, подставив в данную функцию последовательные значения t (табл. 10.13).

Таблица 10.13

t	$y = k + a_0 \cdot a_1^t$	Δ_i'	$\dfrac{\Delta_i'}{\Delta_{i-1}'}$
0	$k + a_0$	–	–
1	$k + a_0 \cdot a_1$	$a_0(a_1 - 1)$	–
2	$k + a_0 \cdot a_1^2$	$a_0 \cdot a_1(a_1 - 1)$	a_1
3	$k + a_0 \cdot a_1^3$	$a_0 \cdot a_1^2(a_1 - 1)$	a_1
4	$k + a_0 \cdot a_1^4$	$a_0 \cdot a_1^3(a_1 - 1)$	a_1
5	$k + a_0 \cdot a_1^5$	$a_0 \cdot a_1^4(a_1 - 1)$	a_1

Модифицированная экспонента применима, когда при прогнозе следует учитывать ограничение роста уровней динамического ряда.

В экономике достаточно распространены процессы, которые сначала растут медленно, затем ускоряются, а затем снова замедляют свой рост, стремясь к какому-либо пределу. В качестве примера можно привести процесс ввода некоторого объекта в промышленную эксплуатацию, процесс изменения спроса на товары, обладающие способностью достигать некоторого уровня насыщения, и др. Для моделирования таких процессов используются так называемые ***S-образные кривые роста,*** среди которых выделяют логистическую кривую и кривую Гомперца.

Если в модифицированную экспоненту ввести обратную величину, то получим ***логистическую кривую***, которую называют также кривой Перла – Рида. Это возрастающая функция, наиболее часто выражаемая в виде

$$y = \frac{1}{k + a_0 \cdot a_1^t}.$$

Если взять производную данной функции, то можно увидеть, что скорость возрастания логистической кривой в каждый момент времени пропорциональна достигнутому уровню функции и разности между предельным значением k и достигнутым уровнем. Логарифм отношения первого прироста функции к квадрату ее значения (ординаты) есть линейная функция от времени.

Кривая Гомперца имеет аналитическое выражение

$$y = k \cdot a_0 \cdot a_1^t,$$

где a_0, a_1 – положительные параметры, причем a_1 меньше единицы;

k – асимптота функции.

В кривой Гомперца выделяются четыре участка: на первом – прирост функции незначителен, на втором – прирост увеличивается, на третьем участке прирост примерно постоянен, на четвертом – происходит замедление темпов прироста и функция неограниченно приближается к значению k. В результате конфигурация кривой напоминает латинскую букву S.

Логарифм данной функции является экспоненциальной кривой; логарифм отношения первого прироста к самой ординате функции – линейная функция времени.

На основании кривой Гомперца описывается, например, динамика показателей уровня жизни; модификации этой кривой используются в демографии для моделирования показателей смертности и т. д.

Конфигурация графика логистической кривой близка графику кривой Гомперца, но в отличие от последней логистическая кривая имеет точку симметрии, совпадающую с точкой перегиба.

В соответствии с характером изменения средних приростов выбирается вид кривой роста для исследуемого ряда по табл. 10.9. На практике при предварительном выборе отбирают три – четыре кривых роста.

Выбор наилучшего уравнения тренда осуществляется на основании коэффициентов детерминации R^2, F-критерия Фишера и других критериев.

Фактический уровень F-критерия Фишера сравнивается с табличным значением:

$$F_{\text{факт.}} = \frac{\sigma_1^2 (n-k)}{\sigma_2^2 (k-1)}; \quad \sigma_1^2 = \frac{\sum (\hat{y}_t - \bar{y})^2}{n}; \quad \sigma_2^2 = \frac{\sum (y_t - \hat{y})^2}{n},$$

где k – число параметров уравнения;

n – число уровней ряда.

Если $F_{\text{факт.}} > F_{\text{табл.}}$, то уравнение соответствует фактическому временному ряду. Чем больше величина F-критерия Фишера, тем предпочтительнее данное уравнение тренда.

Чем выше R^2, тем выше вероятность, что динамический ряд описывается данным уравнением. Влияние случайного фактора оценивается как

$(1-R^2)$. В современных пакетах статистической обработки имеются широкие возможности существенно упростить проведение выбора вида кривой роста.

10.2.4.2. Оценка параметров выбранных кривых

На втором этапе осуществляют ***оценку параметров выбранных кривых.*** Отобранные кривые роста ***оцениваются методом наименьших квадратов*** (см. гл. 8). Этот метод приводит к системе нормальных уравнений для определения неизвестных параметров кривых роста.

Для полинома первой степени

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t_i$$

система нормальных уравнений имеет вид

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t_i = \sum y_i; \\ a_0 \sum t_i + a_1 \sum t_i^2 = \sum t_i y_i, \end{cases}$$

где n – объем исследуемой совокупности (число единиц наблюдения).

Число уравнений в системе равно числу искомых параметров.

Аналогичная система для полинома второй степени

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2$$

имеет вид

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum_{i=1}^{n} t_i + a_2 \sum_{i=1}^{n} t_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i; \\ a_0 \sum_{i=1}^{n} t_i + a_1 \sum_{i=1}^{n} t_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^{n} t_i^3 = \sum_{i=1}^{n} y_i t_i; \\ a_0 \sum_{i=1}^{n} t_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^{n} t_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^{n} t_i^4 = \sum_{i=1}^{n} y_i t_i^2. \end{cases}$$

Аналогично строятся системы для полиномов более высоких степеней. Решая эти системы уравнений, находят неизвестные параметры.

Пример. Затраты предприятия на рекламу по месяцам года представлены в табл. 10.14. По данным рассчитаем приросты абсолютных приростов, расчет параметров которых приведен в табл. 10.10. Рассчитанные данные свидетельствуют о фактически стабильных приростах абсолютных приростов. Поэтому тренд может быть выражен полиномом второй степени $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2$.

Таблица 10.14

Исходные данные для расчета параметров тренда

Месяц, t_i	Затраты, тыс. д. е., y_i	t_i^2	t_i^3	t_i^4	$y_i t_i$	$y_i t_i^2$	Δ'_t	Δ''_t	$\hat{y}_t$
1	2	1	1	1	2	2	–	–	
2	9	4	8	16	18	36	7	–	
3	24	9	27	81	72	216	15	8	
4	47	16	64	256	188	752	23	8	
5	78	25	125	625	390	1950	31	8	
6	116	36	216	1296	696	4176	38	7	
7	162	49	343	2401	1134	7938	46	8	
8	216	64	512	4096	1728	13824	54	8	
9	277	81	729	6561	2493	22437	61	7	
$\sum = 45$	931	285	2025	15333	6721	51331	275	54	

Система нормальных уравнений для расчета параметров приведена выше.

Используя данные табл. 10.10, система будет следующей:

$$\begin{cases} 9a_0 + 45a_1 + 285a_2 = 931; \\ 45a_0 + 285a_1 + 2025a_2 = 6721; \\ 285a_0 + 2025a_1 + 15333a_2 = 51331. \end{cases}$$

Решая систему, находим параметры:

$$a_0 = 2{,}071; a_1 = -4{,}181; a_2 = 3{,}861.$$

Получаем уравнение тренда $\hat{y}_t = 2{,}071 - 4{,}181 t_i + 3{,}861 t_i^2$.

Сумма фактических затрат равна сумме теоретических значений:

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i \,,$$

что свидетельствует о правильном выборе трендовой модели.

Точечный прогноз затрат на рекламу на октябрь месяц составит

$$\hat{y}_{10} = 2{,}071 - 4{,}181 \cdot 10 + 3{,}861 \cdot 100 = 346{,}36.$$

Параметры простой и модифицированной экспоненты и кривых Гомперца и логистической находятся более сложными методами. Предварительно логарифмируют выражение кривой роста и получают линейное выражение, а затем для неизвестных логарифмов параметров составляют систему нормальных уравнений, аналогичную системе для полинома первой степени. Решая эту систему, находят логарифмы параметров, а затем и сами параметры модели.

10.2.4.3. Оценка адекватности и точности выбранных моделей

На третьем этапе производят ***оценку адекватности и точности выбранных моделей***. Возможность применения трендовых кривых роста в целях прогнозирования экономического явления может быть решена только после установления ***адекватности***, т. е. их соответствия исследуемому процессу.

Трендовая кривая роста $\hat{y}_t$ временного ряда y_t считается адекватной, если правильно отражает изменения временного ряда. Применяется несколько способов оценки:

– проверка случайности колебаний уровней остаточной последовательности;

– проверка соответствия распределения случайной компоненты нормальному закону распределения;

– проверка равенства среднего арифметического случайной компоненты нулю;

– проверка независимости значений уровней случайной компоненты.

Проверка случайности колебаний уровней остаточной последовательности означает проверку правильности выбора вида тренда. Для исследования случайности отклонений от тренда рассчитывают ошибку прогноза $\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t \quad (t = 1, 2, \ldots, n)$.

Ошибка изучается с помощью непараметрических критериев. Одним из таких критериев является ***критерий серий***, основанный на медиане выборки. Ошибки прогноза ε_t располагают в порядке возрастания и находят медиану ε_{me}. Сравнивая значения последовательности ε_t с ε_{me}, ставят знак «плюс», если значение ε_t превосходит медиану, и знак «минус», если оно меньше медианы; в случае равенства сравниваемых величин соответствующее значение ε_t опускается. Последовательность подряд идущих плюсов или минусов называется ***серией***. Протяженность самой длинной серии через – $k_{\max}$, а общее число серий – через R. Если выполняются следующие неравенства: $k_{\max} < [3{,}3(\lg n + 1)]$; $R > \left[\frac{1}{2}\left(n + 1 - 1{,}96\sqrt{n-1}\right)\right]$, то модель признается адекватной.

Другим критерием для проверки является ***критерий пиков*** (поворотных точек). Уровень последовательности ε_t считается максимумом, если он больше двух рядом стоящих уровней, и минимумом, если он меньше обоих соседних уровней. В обоих случаях ε_t считается поворотной точкой. Общее число поворотных точек обозначают через p.

Среднее значение числа точек поворота $\overline{p}$ и дисперсия σ_p^2 выражаются формулами

$$\overline{p}=\frac{2}{3}(n-2); \quad \sigma_p^2=\frac{16n-29}{90}.$$

Критерием случайности является выполнение неравенства

$$p>\left[\overline{p}-1{,}96\sqrt{\sigma_p^2}\right].$$

Проверка соответствия распределения случайной компоненты нормальному закону распределения может быть произведена лишь приближенно с помощью показателей асимметрии и эксцесса (см. гл. 6). При нормальном распределении эти показатели равны нулю. Авторы [15–19] предполагают, что отклонения от тренда представляют собой выборку из генеральной совокупности, поэтому определяют выборочные характеристики асимметрии и эксцесса:

$$As=\frac{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t^3}{\sqrt{\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t^2\right)^3}}; \quad \sigma_{As}=\sqrt{\frac{6(n-2)}{(n=1)(n+3)}};$$

$$Es=\frac{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t^4}{\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t^2\right)^2}-3; \quad \sigma_{Es}=\sqrt{\frac{24(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}}.$$

Если одновременно выполняются следующие условия:

$$|As|<1{,}5\sigma_{As}; \quad \left|Es+\frac{6}{n+1}\right|<1{,}5\sigma_{Es},$$

то распределение случайной компоненты имеет нормальный характер.

В современных статистических пакетах (*Statistika*) имеется набор графических средств, позволяющих судить о том, насколько исследуемое распределение согласуется с нормальным.

Известны другие методы проверки нормальности закона распределения случайной величины, например *RS*-критерий. Критерий численно равен отношению размаха вариации случайной величины *R* к среднему квадратическому отклонению:

$$RS=\frac{R}{S}; \quad R=\varepsilon_{\max}-\varepsilon_{\min}; \quad S=\sqrt{\frac{\varepsilon_t^2}{n-1}}.$$

Вычисленное значение *RS*-критерия сравнивается с табличными (критическими) нижней и верхней границами данного отношения, и если это значение попадает в интервал между критическими границами, то распределение считается нормальным.

Проверка равенства среднего арифметического случайной компоненты нулю осуществляется на основе t-критерия Стьюдента. Расчетное значение этого критерия задается формулой

$$t = \frac{\bar{\varepsilon} - 0}{S_{\varepsilon}} \sqrt{n},$$

где $\bar{\varepsilon}$ – среднее арифметическое значение отклонений;

S_{ε} – стандартное (среднеквадратическое) отклонение для этой последовательности.

Если расчетное значение t-критерия меньше табличного статистики Стьюдента с заданным уровнем значимости и числом степеней свободы $n-1$, то наблюдается равенство средней арифметической нулю.

Проверка независимости значений уровней случайной компоненты, т.е. проверка отсутствия существенной автокорреляции в остаточной последовательности. Автокорреляция – корреляционная зависимость между значениями остатков ($\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t,$) за текущий и предыдущий моменты времени. Для оценки автокорреляции используется d-критерий Дарбина – Уотсона. Расчетное значение этого критерия определяется по формуле

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n} (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} \varepsilon_t^2}.$$

Расчетное значение критерия Дарбина – Уотсона в интервале от 2 до 4 свидетельствует об отрицательной связи; в этом случае его надо преобразовать по формуле $d' = 4 - d$; в дальнейшем использовать значение d'.

Расчетное значение критерия d (или d') сравнивается с верхним и нижним критическими значениями статистики Дарбина – Уотсона, которые приводятся в таблицах.

Если расчетное значение критерия d больше верхнего табличного значения, то автокорреляция отсутствует. Если значение d меньше нижнего табличного значения, то автокорреляция присутствует. Если значение d находится между верхним и нижним значениями, включая сами эти значения, то считается, что нет достаточных оснований сделать тот или иной вывод.

Вывод об адекватности трендовой модели делается, если все указанные выше четыре проверки свойств остаточной последовательности дают положительный результат. Для адекватных моделей имеет смысл ставить задачу оценки их *точности.* Точность модели характеризуется величиной отклонения выхода модели от реального значения моделируемой переменной (экономического показателя). Для показателя, представленного временным рядом, точность определяется как разность между значением фактического уровня временного ряда и его оценкой, полученной расчетным путем с использованием модели, при этом в качестве статистических показателей точности применяются следующие показатели:

- среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \hat{y}_t)^2}{n-k}};$$

- средняя относительная ошибка аппроксимации

$$\overline{\delta} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t}\right| \cdot 100\,\%.$$

Ошибка менее 5 % свидетельствует об удовлетворительном уровне точности, ошибка более 10 % считается очень большой;

- коэффициент сходимости

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \overline{y})^2};$$

- коэффициент детерминации $R = 1 - \varphi^2$

и другие показатели. В приведенных формулах n – количество уровней ряда, k – число определяемых параметров модели, $\hat{y}_t$ – оценка уровней ряда по модели, $\overline{y}$ – среднее арифметическое значение уровней ряда.

Чем меньше значения всех характеристик, тем выше точность модели. О качестве применяемых моделей можно судить лишь по совокупности сопоставлений прогнозных значений с фактическими.

На основании указанных показателей можно сделать выбор из нескольких адекватных трендовых моделей временного ряда наиболее точной, хотя может встретиться случай, когда по некоторому показателю более точна одна модель, а по другому – другая.

Пример. Для временного ряда, представленного в табл. 10.11, построена трендовая модель в виде полинома первой степени (линейная модель):

$$y_t = 87{,}8 - 3{,}4t.$$

Требуется оценить адекватность и точность построенной модели.

Первоначально рассчитаем остаточную последовательность (ряд остатков), для чего из фактических значений уровней ряда вычтем соответствующие расчетные значения по модели: остаточная последовательность приведена в табл. 10.15.

Таблица 10.11

t	Фактические y_t	Расчетные $\hat{y}_t$	Отклонение $\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t$	Точки пиков	ε^2_t	$\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$	$(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2$	$\left\lvert \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right\rvert \times 100\%$
1	85	84,4	0,6	–	0,36	–	–	0,71
2	81	81,0	0,0	1	0,00	–0,6	0,36	0,00
3	78	77,6	0,4	1	0,16	0,4	0,16	0,49
4	72	74,1	–2,1	1	4,41	–2,5	6,25	2,69
5	69	70,7	–1,7	0	2,89	0,4	0,16	2,46
6	70	67,3	2,7	1	7,29	4,4	19,36	3,86
7	64	63,8	0,2	1	0,04	–2,5	6,25	0,31
8	61	60,4	0,6	1	0,36	0,4	0,16	0,98
9	56	57,0	–1,0	–	1,00	–1,6	2,56	1,79
$\sum$45	636	636,3	–0,3	6	15,51		35,26	13,39

Проверку случайности уровней ряда остатков проведем на основе критерия пиков. Точки пиков отмечены в табл. 10.15; их количество равно шести ($p = 6$). Правая часть неравенства $p > \left[\bar{p} - 1{,}96\sqrt{\sigma^2_p}\right]$ равняется двум, т. е. это неравенство выполняется. Следовательно, можно сделать вывод, что свойство случайности ряда остатков подтверждается.

Результаты предыдущей проверки дают возможность провести проверку соответствия остаточной последовательности нормальному закону распределения. Воспользуемся RS-критерием:

$$RS = \frac{2{,}7 - (-2{,}1)}{\sqrt{\dfrac{15{,}51}{8}}} = 3{,}45\,.$$

Следовательно, критерий попадает в интервал между нижней и верхней границами табличных значений (для n=10 и уровня значимости $\alpha = 0{,}05$ составляют соответственно 2,7 и 3,7), что позволяет сделать вывод о нормальности распределения.

Переходя к проверке равенства среднего арифметического нулю, заметим по данным табл. 10.11, что среднее равно

$$\bar{\varepsilon} = \frac{-0{,}3}{9} = -0{,}003$$

и, следовательно, можно подтвердить выполнение данного свойства, не прибегая к статистике Стьюдента.

Для отсутствия автокорреляции вычислим значение критерия Дарбина – Уотсона. Значение критерия $d = \frac{35{,}26}{15{,}51} = 2{,}27$ превышает 2, что свидетельствует об отрицательной автокорреляции. Критерий Дарбина – Уотсона преобразуем: $d^1 = 4 - 2{,}27 = 1{,}73$. Данное значение сравниваем с двумя табличными (критическими) $d_1 = 1{,}08; d_2 = 1{,}36$. Так как расчетное значение попадает в интервал от d_2 до 2, то делается вывод о независимости отклонений.

Из сказанного выше следует, что последовательность отклонений удовлетворяет всем свойствам случайной компоненты временного ряда, т. е. построенная линейная модель является адекватной.

Для характеристики точности модели воспользуемся показателем средней относительной ошибки аппроксимации $\bar{\delta} = \frac{13{,}29}{9} = 1{,}48\,\%$. Полученное значение свидетельствует о высоком уровне точности модели.

10.2.4.4. Расчет точечного и интервального прогнозов

Прогноз на основании трендовых моделей содержит два элемента: точечный и интервальный прогнозы. ***Точечный прогноз*** – это прогноз, которым называется единственное значение прогнозируемого показателя. Это значение определяется подстановкой в уравнение выбранной кривой роста величины времени *t*, соответствующей периоду прогнозирования. Такой прогноз называется точечным, так как на графике его можно изобразить в виде точки.

Очевидно, что точное совпадение фактических данных в будущем и прогностических точечных оценок маловероятно. Поэтому точечный прогноз должен сопровождаться двусторонними границами, т. е. указанием интервала значений, в котором с достаточной долей уверенности можно ожидать появления прогнозируемой величины. Установление такого интервала называется ***интервальным прогнозом***.

Интервальный прогноз на базе трендовых моделей осуществляется путем расчета ***доверительного интервала*** – такого интервала, в котором с определенной вероятностью можно ожидать появления фактического значения прогнозируемого экономического показателя. Расчет доверительных интервалов при прогнозировании с использованием кривых роста опирается на выводы и формулы теории регрессии. Перенесение выводов теории регрессии на временные экономические ряды не совсем правомерно, так как динамические ряды отличаются от статистических совокупностей. К оцениванию доверительных интервалов для кривых роста следует подходить с известной долей осторожности.

Методы, разработанные для статистических совокупностей, дозволяют определить доверительный интервал, зависящий от стандартной ошибки оценки прогнозируемого показателя, от времени будущего прогноза, от количества уровней во временном ряду и от уровня значимости (ошибки) прогноза.

Стандартная (средняя квадратическая) ошибка оценки прогнозируемого показателя определяется по формуле

$$S_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \hat{y}_t)^2}{n-k}},$$

где y_t – фактическое значение уровня временного ряда для времени t;

$\hat{y}_t$ – расчетная оценка соответствующего показателя по модели (например, по уравнению кривой роста);

n – количество уровней в исходном ряду;

k – число параметров модели.

В случае прямолинейного тренда для расчета доверительного интервала можно использовать аналогичную формулу для парной регрессии; таким образом, доверительный интервал прогноза в этом случае будет иметь вид

$$\hat{Y}_t = \hat{y}_t \pm t_\alpha S_{\hat{Y}} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{3(n+2t-1)^2}{n(n^2-1)}},$$

где t – период прогнозирования;

$\hat{y}_t$ – точечный прогноз по модели на t момент времени;

n – количество наблюдений во временном ряду;

$S_{\hat{Y}}$ – стандартная ошибка оценки прогнозируемого показателя, рассчитанная по ранее приведенной формуле для числа параметров модели, равного двум;

t_α – табличное значение критерия Стьюдента для уровня значимости и для числа степеней свободы, равного $n-2$.

Если выражение

$$t_\alpha \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{3(n+2t-1)^2}{n(n^2-1)}}$$

обозначить через K, то формула для доверительного интервала примет вид

$$\hat{Y}_t = \hat{y}_t \pm S_{\hat{y}} \cdot K.$$

Значения величины K для оценки доверительных интервалов прогноза относительно линейного тренда табулированы.

Пример. Для временного ряда, представленного в табл. 10.16, построена трендовая модель в виде полинома первой степени. Требуется дать прогноз на два шага вперед (t = 10 и 11) с учетом доверительных интервалов на основе адекватной модели $y_t = 87{,}8 - 3{,}4t$:

$$\hat{y}_{10} = 87{,}8 - 3{,}4 \cdot 10 = 53{,}8;$$

$$\hat{y}_{11} = 87{,}8 - 3{,}4 \cdot 11 = 50{,}4.$$

Таблица 10.16

Время прогноза t	Точечный прогноз, $\hat{y}_t$	Доверительный интервал прогноза	
		нижняя граница	верхняя граница
10	53,8	51,3	56,3
11	50,4	47,8	53,0

Средняя квадратическая ошибка прогнозируемого показателя

$$S_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \hat{y}_t)^2}{n - k}} = \sqrt{\frac{15{,}51}{7}} = 1{,}39.$$

Значения величины K = 1,77 для t = 10 и K = 1,88 для t = 11 взяты по табличным данным.

Прогнозируемые величины попадают в интервалы

$$\hat{Y}_t = \hat{y}_t \pm S_{\hat{y}} \cdot K;$$

$$\hat{Y}_{10} = 53{,}8 \pm 1{,}39 \cdot 1{,}77;$$

$$\hat{Y}_{11} = 53{,}8 \pm 1{,}39 \cdot 1{,}88.$$

Формула для расчета доверительных интервалов прогноза относительно тренда, имеющего вид полинома второго или третьего порядка, выглядит следующим образом:

$$Y_t = \hat{y}_t \pm t_\alpha S_{\hat{y}} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{t^2}{\sum n^2} + \frac{\sum n^4 - 2t^2 \sum n^2 + nt^4}{n \sum n^4 - (\sum n^2)^2}},$$

где t – время, для которого делается прогноз.

Аналогично вычисляются доверительные интервалы для экспоненциальной кривой роста, а также для кривых роста (модифицированная экспонента, кривая Гомперца, логистическая кривая).

Таким образом, формулы расчета доверительного интервала для трендовых моделей разного класса различны, но каждая из них отражает динамический аспект прогнозирования, т. е. увеличение неопределенности прогнозируемого процесса с ростом периода прогнозирования.

Несмотря на громоздкость некоторых формул, расчет точечных и интервальных прогнозов на основе трендовых моделей в форме кривых роста технически является достаточно простой процедурой. Оптимальная длина периода прогнозирования определяется отдельно для каждого экономического явления. Эта длина, как правило, не превышает для рядов годовых наблюдений одной трети объема данных, а для квартальных и месячных рядов – двух лет.

При выравнивании временных рядов с использованием кривых роста приходится решать вопрос о том, какой длины должен быть ряд, выбираемый для прогнозирования. Очевидно, что если период ряда динамики слишком короткий, можно не обнаружить тенденцию его развития. С другой стороны, очень длительный временной ряд может охватывать периоды с различными трендами и его описание с помощью одной кривой роста не даст положительных результатов. Поэтому рекомендуется брать возможно больший промежуток времени.

Если развитие обнаруживает циклический характер, следует брать период от середины первого до середины последнего периода цикла. Если ряд охватывает периоды с разными трендами, лучше сократить ряд, отбросив наиболее ранние уровни, которые относятся к периоду с иной тенденцией развития.

При прогнозировании с использованием трендовых моделей весьма важным является заключительный этап – верификация прогноза. Верификация трендовых моделей сводится к сопоставлению расчетных результатов по модели с соответствующими данными действительности – массовыми фактами и закономерностями экономического развития. Верификация прогнозной модели представляет собой совокупность критериев, способов и процедур, позволяющих на основе многостороннего анализа оценивать качество получаемого прогноза. Однако чаще всего на этапе верификации в большей степени осуществляется оценка метода прогнозирования, с помощью которого был получен результат, чем оценка качества самого результата. Это связано с тем, что до сих пор не найдено эффективного подхода к оценке качества прогноза до его реализации.

В большинстве случаев информация делится на две части. Часть, охватывающая более ранние данные, служит для оценивания параметров прогностической кривой роста, другая, более поздняя, рассматривается как реализация прогноза. Полученные таким образом ошибки прогноза в какой-то мере характеризуют точность применяемой методики прогнозирования.

Проверка точности одного прогноза недостаточна для оценки качества прогнозирования, так как она может быть результатом случайного совпадения. Наиболее простой мерой качества прогнозов при условии, что имеются данные об их реализации, является отношение числа случаев, когда фактическая реализация охватывалась интервальным прогнозом, к общему числу прогнозов. Данную меру качества прогнозов K можно вычислить по формуле

$$K = \frac{P}{P+Q},$$

где P – число прогнозов, подтвержденных фактическими данными;
Q – число прогнозов, не подтвержденных фактическими данными [15–20].

10.3. Прогнозирование на основе анализа причинных связей

В реальной практике социально-экономические явления зависят не только от фактора времени, но и ряда других факторов внешней среды (см. гл. 8). Например, рост производительности труда во времени может, кроме прочего, иметь зависимость от уровня энергонасыщснности производства, изменения доли активной части основных производственных фондов в их общем объеме, уровня оплатоемкости продукции и т. д. Колебания уровня цен также, кроме фактора времени, могут зависить от количества выпускаемой продукции, от изменения в регионе спроса на эту продукцию, от истощения производственных ресурсов и т. д.

Модель, которая бы воспроизводила зависимость (y) от фактора времени (t) и других факторов в общем виде может быть записана как

$$\hat{y}_t = f(x_j, t).$$

Тогда, например, линейная модель тренда будет

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_m x_m + a_{m+1} t.$$

Исходные данные при этом компонуются в виде матрицы данных по годам (см. табл. 10.13).

Прогноз определяется по данным множественной регрессионной модели аналогично вышеизложенным парным регрессионным моделям, его надежность устанавливается при помощи известных оценок адекватности модели (среднее квадратическое отклонение, коэффициент детерминации, F-критерий Фишера и др.). При этом важно не только качественно измерить уровень достоверности модели, но и найти пределы, в которых прогнозное значение можно ожидать с наибольшей вероятностью. С этой целью исчисляют две величины:

– стандартную ошибку модели;
– стандартную ошибку прогноза.

После нахождения стандартной ошибки прогноза находят доверительные интервалы и осуществляют прогноз [14–18].

10.4. Прогнозирование при наличии периодических колебаний

При наличии периодических колебаний во временном ряду методы прогнозирования должны учитывать эти колебания. С этой целью используется гармонический анализ. Например, на рис. 10.5 приведен временной ряд с периодическими колебаниями.

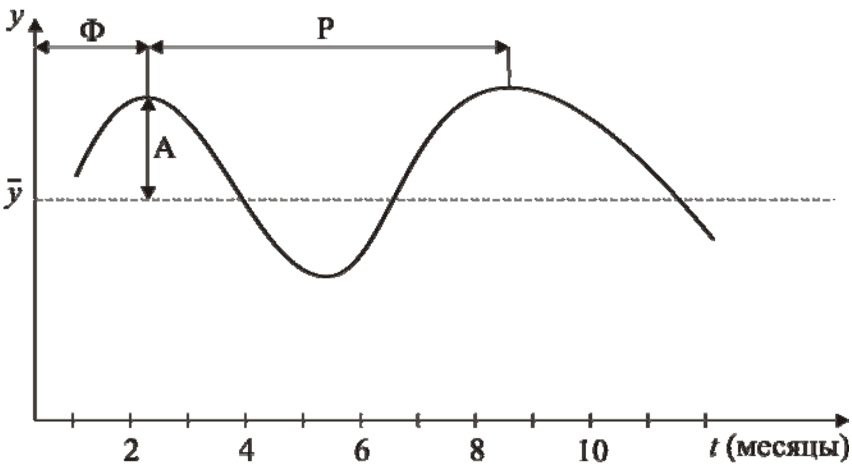


Рис. 10.5. Периодический временной ряд

Уровни временного ряда варьируют вокруг среднего значения $\bar{y}$, при этом эти колебания (волны) повторяются, т. е. это пример периодического временного ряда. Интервал времени, необходимый для того, чтобы временной ряд начал повторяться, называется ***периодом*** (P). Его величина (расстояние между пиками) для примера составляет 10 месяцев. Если ряд имеет период P, то он, как правило, имеет также период $2P$, $3P$ и т. п. В общем случае для периодического временного ряда справедливо равенство

$$y_t = y_{t+c},$$

где $c = 1, 2, \ldots$

Величина, обратная периоду, называется ***частотой динамического ряда*** (f): $f = \dfrac{1}{P}$. Частота указывает число повторений цикла в единицу времени.

Отклонение от среднего уровня до пика (или впадины) называется ***амплитудой временного ряда*** (A). Расстояние между началом отсчета времени (точкой, в которой $t = 0$) и ближайшим пиковым значением называется ***фазой*** (θ).

Периодический временной ряд, представленный на рис. 10.5, можно задать четырьмя параметрами: периодом (P), частотой (f), амплитудой (A), фазой (θ) и средним значением $(\bar{y})$. Поэтому временной ряд можно записать в виде

$$y_t = \bar{y} + A \cdot \cos(\omega t - \theta),$$

такое представление называется гармоническим. В этом выражении ω – угловая частота, измеряемая в радианах в единицу времени: $\omega = 2\pi f$; $0 \le \omega \le 2\pi$; θ – фаза.

Данное выражение часто записывают через синусы и косинусы без упоминания о фазе:

$$y_t = \bar{y} + a \cdot \cos \omega t + b \cdot \sin \omega t,$$

где $a = A \cdot \cos\theta$; $b = A \cdot \sin\theta$.

Существует тригонометрическое тождество:

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1,$$

$$a^2 + b^2 = A^2,$$

т. е. существует взаимосвязь между амплитудой колебаний и параметрами гармоники. Кроме того, $\theta = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$.

Теоретически временной ряд может быть представлен как сумма среднего значения и ряда синусоид и косинусоид, что и называется ***рядом Фурье***:

$$y_t = \bar{y} + \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot \cos \omega_i t + \sum_{i=1}^{n} b_i \cdot \sin \omega_i t,$$

где $n = \frac{N}{2}$; N – длина временного ряда.

При этом $\bar{y}$ часто заменяется параметром a_0, т. е. в окончательном виде имеем

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot \cos \omega_i t + \sum_{i=1}^{n} b_i \cdot \sin \omega_i t.$$

Оценка параметров данного уравнения осуществляется с помощью метода наименьших квадратов, который приводит к системе нормальных уравнений. Уравнение для случая одной гармоники имеет вид

$$y_t = a_0 + a_1 \cdot \cos t + b_1 \cdot \sin t,$$

где t принимает значения от 0 с постоянным увеличением на $\frac{2\pi}{N}$.

Параметры уравнения определяются по формулам

$$a_0 = \frac{\sum y_t}{N}; \quad a_1 = \frac{2}{N}\sum y \cdot \cos t; \quad b_1 = \frac{2}{N}\sum y \cdot \sin t.$$

Уравнение для случая двух гармоник имеет вид

$$y_t = a_0 + a_1 \cdot \cos t + b_1 \cdot \sin t + a_2 \cdot \cos 2t + b_2 \cdot \sin 2t.$$

Параметры уравнения определяются по формулам

$$a_2 = \frac{2}{N}\sum y \cdot \cos 2t; \quad b_2 = \frac{2}{N}\sum y \cdot \sin 2t.$$

Пример. Производство товара К по месяцам характеризуется следующими данными (табл. 10.17).

Таблица 10.17

Номер месяца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	22	24	23	14	6	5	6	8	15	17
Номер месяца	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y_t	24	25	24	18	8	5	9	14	19	23

Графическое представление временного ряда – на рис. 10.6.

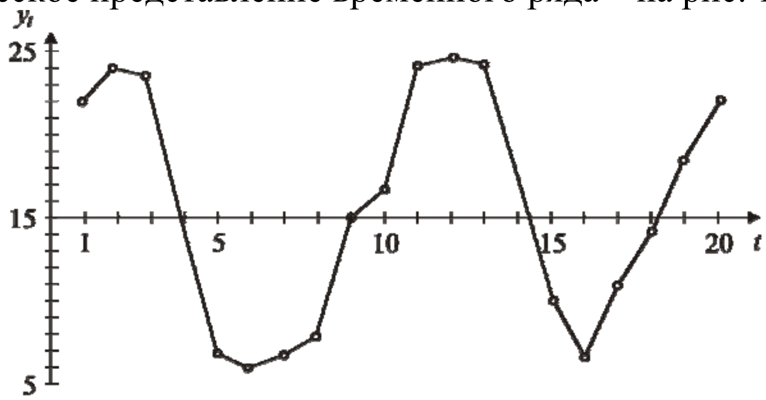


Рис. 10.6. Периодический ряд динамики производства товара К

Для данных, приведенных в табл. 10.18, рассчитаны средняя величина и дисперсия: $\bar{y} = 15{,}45$; $\sigma^2 = 52{,}15$.

Расчеты для определения параметров ряда Фурье представлены в табл. 10.18.

Таблица 10.18

№	y_t	t	$\cos t$	$\sin t$	$\cos 2t$	$\sin 2t$	$\cos 3t$	$\sin 3t$	$\cos 4t$	$\sin 4t$
1	22	0	1	0	1	0	1	0	1	0
2	24	0,1π	0,951	0,309	0,809	0,588	0,588	0,809	0,309	0,951
3	23	0,2π	0,809	0,588	0,309	0,951	–0,309	0,951	–0,809	–0,588
4	14	0,3π	0,588	0,809	–0,309	0,951	–0,951	0,309	–0,809	–0,588
5	6	0,4π	0,309	0,951	–0,809	0,588	–0,809	–0,588	0,309	–0,951
6	5	0,5π	0	1	–1	0	0	–1	1	0
7	6	0,6π	–0,309	0,951	–0,809	–0,588	0,809	–0,588	0,309	0,951
8	8	0,7π	–0,588	0,809	–0,309	–0,951	0,915	0,309	–0,809	0,588
9	15	0,8π	–0,809	0,588	0,309	–0,951	0,309	0,951	–0,809	–0,588
10	17	0,9π	–0,951	0,309	0,809	–0,588	–0,588	0,809	0,309	–0,951
11	24	1π	–1	0	1	0	–1	0	1	0
12	25	1,1π	–0,951	–0,309	0,809	0,588	–0,588	–0,809	0,309	0,951
13	24	1,2π	–0,809	–0,588	0,309	0,951	0,309	–0,951	–0,809	0,588
14	18	1,3π	–0,588	–0,809	–0,309	0,951	0,951	–0,309	–0,809	–0,588
15	8	1,4π	–0,309	–0,951	–0,809	0,588	0,809	0,588	0,309	–0,951
16	5	1,5π	0	–1	–1	0	0	1	1	0
17	9	1,6π	0,309	–0,951	–0,809	–0,588	–0,809	0,588	0,309	0,951
18	14	1,7π	0,588	–0,809	–0,309	–0,951	–0,951	–0,309	–0,809	0,588
19	19	1,8π	0,809	–0,588	0, 309	–0,951	–0,309	–0,951	–0,809	–0,588
20	23	1,9π	0,951	–0,309	0,809	–0,588	0, 588	–0, 809	0,309	–0,951
∑	309		0	0	0	0	0	0	0	0

Отсчет t ведется с 0, прибавляя каждый раз величину $\dfrac{2\pi}{N}$, т. е. $0{,}1\pi$.

Таблица содержит значения $\cos t$, $\sin t$, $\cos 2t$, $\sin 2t$, $\cos 3t$, $\sin 3t$, $\cos 4t$, $\sin 4t$ для расчета параметров уравнения с четырьмя гармониками:

$$y_t = a_0 + a_1 \cdot \cos t + b_1 \cdot \sin t + a_2 \cdot \cos 2t + b_2 \cdot \sin 2t +$$
$$+ a_3 \cdot \cos 3t + b_3 \cdot \sin 3t + a_4 \cdot \cos 4t + b_4 \cdot \sin 4t.$$

Для нахождения параметров рассчитываются следующие значения:

$$\sum y \cos t = 6{,}667; \qquad \sum y \sin t = -17{,}948;$$
$$\sum y \cos 2t = 92{,}883; \qquad \sum y \sin 2t = 26{,}577;$$
$$\sum y \cos 3t = -2{,}698; \qquad \sum y \sin 3t = -10{,}568;$$
$$\sum y \cos 4t = -16{,}753; \qquad \sum y \sin 4t = 11{,}274.$$

Параметры уравнения составят:

$$a_1 = 0{,}6667; \quad b_1 = -1{,}7944;$$
$$a_2 = 9{,}2883; \quad b_2 = -2{,}6577;$$
$$a_3 = -0{,}2698; \quad b_3 = -1{,}0568;$$
$$a_4 = -1{,}6753; \quad b_4 = 1{,}1274.$$

Ряд Фурье с одной гармоникой имеет вид

$$y_t = 15{,}45 + 0{,}6667 \cdot \cos t + 1{,}7948 \cdot \sin t,$$

с четырьмя гармониками –

$$y_t = 15{,}45 + 0{,}6667 \cdot \cos t - 1{,}7948 \cdot \sin t +$$
$$+ 9{,}2883 \cdot \cos 2t - 2{,}6577 \cdot \sin 2t - 0{,}2698 \cdot \cos 3t -$$
$$- 1{,}0568 \cdot \sin 3t - 1{,}6753 \cdot \cos 4t + 1{,}1274 \cdot \sin 4t.$$

Далее проводится выбор того ряда Фурье, который наилучшим образом отражает исходный временной ряд. Для этой цели определяются теоретические (расчетные) значения по ряду Фурье, а также отклонения фактических данных от расчетных $(y_t - \hat{y})$. Отклонения используются для расчета остаточной дисперсии и коэффициента детерминации:

$$\sigma^2_{\text{ост.}} = \frac{\sum (y_t - \hat{y})^2}{n};$$

$$R^2 = \frac{1 - \sigma^2_{\text{ост.}}}{\sigma^2_{.}}.$$

Данные расчета для примера приведены в табл.10.19.

Таблица 10.19

Остаточная дисперсия и коэффициент детерминации

Число гармоник	Гармоническая функция	Остаточная дисперсия	Коэффициент детерминации
1	$0{,}667 \cos t - 1{,}7948 \sin t$	50,315	0,0351
2	$9{,}2883 \cos 2t - 2{,}6577 \sin 2t$	3,646	0,930
3	$-0{,}2698 \cos 3t - 1{,}0568 \sin 3t$	3,046	0,942
4	$-1{,}6753 \cos 4t + 1{,}1274 \sin 4t$	1,256	0,976

Таблица показывает, что уже уравнение с двумя гармониками хорошо описывает исходный временной ряд, объясняя 93 % вариации уровней.

Как видно из рис. 10.6, для рассматриваемого временного ряда амплитуда колебаний (A) приближается к 10, что соответствует для уравнения с двумя гармониками:

$$A_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2} = \sqrt{9{,}2883^2 + 2{,}6577^2} = 9{,}66.$$

Для второй гармоники величина периода, через который ряд начинает повторяться, равна 10 месяцам, что соответствует графику на рис. 10.7. При использовании же только одной гармоники период повторения составит 20 месяцев, и, естественно, выравненный временной ряд плохо аппроксимирует исходные данные (см. рис. 10.7).

Для прогноза в нашем примере можно использовать ряд Фурье с двумя гармониками. С этой целью в уравнение с двумя гармониками подставляется следующее по порядку значение t. Так, для прогноза на 21-й месяц $t = 2\pi$:

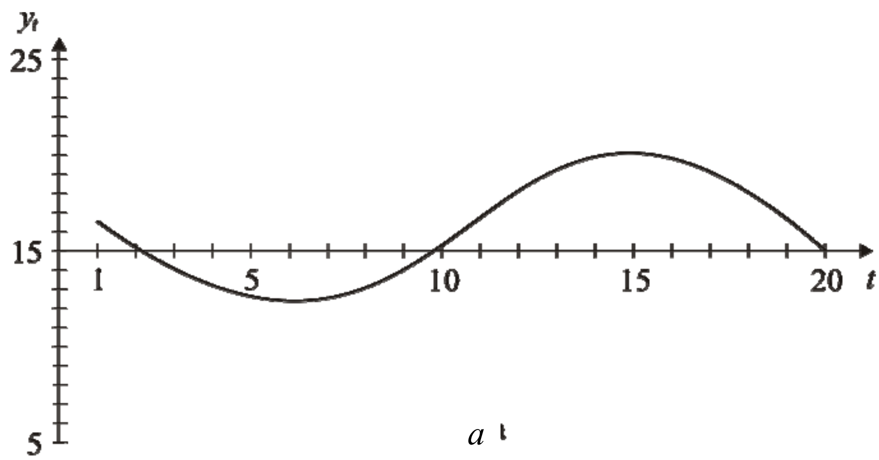
$$\cos 2\pi = +1; \quad \sin 2\pi = 0; \quad \cos 2t = \cos 4\pi = +1; \quad \sin 4\pi = 0.$$

Соответственно, прогноз окажется равным

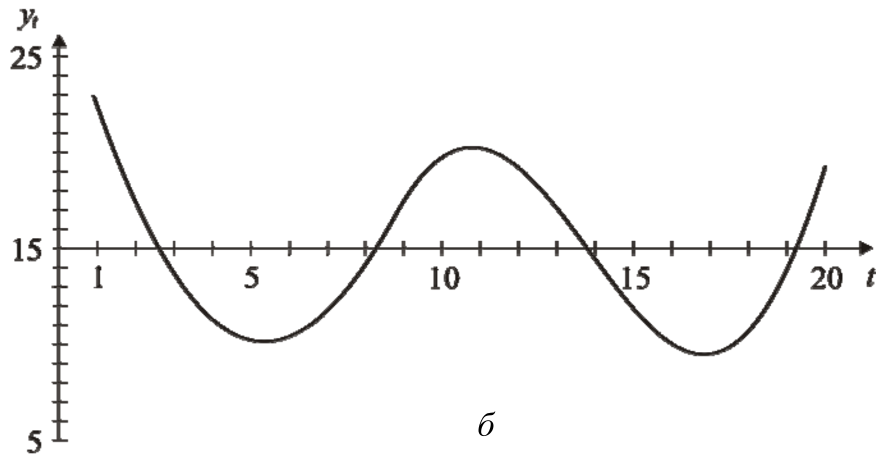
$$y_t = 15{,}45 + 0{,}6667\cos 2\pi - 1{,}7948\sin 2\pi +$$
$$+ 9{,}2883\cos 4\pi - 2{,}6577\sin 4\pi =$$
$$= 15{,}45 - 0{,}6667 \cdot 1 + 9{,}2883 \cdot 1 = 25{,}4 \approx 25.$$

Поскольку в экономике чаще всего периодический ряд имеет тенденцию, то временной ряд не является стационарным.

В этом случае ряд Фурье применим, если привести его к стационарному виду. Если временной ряд обладает линейным трендом и периодическими колебаниями, то строится суммарный прогноз, т. е. прогноз по тренду и плюс прогноз по ряду Фурье для остаточных величин.



а



б

Рис. 10.7. Ряд с одной гармоникой (*а*); ряд с двумя гармониками (*б*)

Предположим, что для 12 месяцев года спрос на товар В характеризовался трендом

$$\hat{y}_t = 25 + 6t\,,$$

где t = 1, 2, ..., 12.

Отклонения от тренда представлены в виде ряда Фурье

$$l_t = 0{,}5\cos t + 1{,}2\sin t - 0{,}9\cos 2t - 2\sin 2t - 1{,}8\cos 3t + 0{,}8\sin 3t\,.$$

При его определении t принимало значения $0,\ \pi/6,\ \pi/3,\ ...,\ 5\pi/3,\ 11\pi/6$. Прогноз на январь следующего года составит:

а) по тренду: $y_t = 25 + 6 \cdot 13 = 103$;

б) для остаточных величин:

$$l_t = 0{,}5\cos 2\pi + 1{,}2\sin 2\pi - 0{,}9\cos 4\pi -$$
$$- 2\sin 4\pi - 1{,}8\cos 6\pi + 0{,}8\sin 6\pi = -2{,}2;$$

в) в целом: 103 – 2,2 = 100,8.

10.5. Прогнозирование при наличии сезонной компоненты

Сезонные колебания – это разновидность периодических колебаний. Для них характерны внутригодичные, повторяющиеся устойчиво (из месяца в месяц, из квартала в квартал) изменения в уровнях. Иными словами, сезонные колебания – регулярно повторяющиеся подъемы и снижения уровней динамического ряда внутри года на протяжении ряда лет. Сезонность имеет место в самых различных областях экономики: погодные изменения влияют на ассортимент реализации обуви (зимняя, весенне-осенняя, летняя), овощей и многих других товаров.

Существуют две различные модели сезонности: аддитивная и мультипликативная.

В ***аддитивной*** модели сезонность выражается в виде абсолютной величины (например, 5 т), которая добавляется или вычитается из среднего значения ряда, чтобы выделить показатель сезонности. В ***мультипликативной*** модели сезонность выражена как процент от среднего уровня (например, 120 %), который должен быть учтен при прогнозировании путем умножения на него среднего значения ряда.

Методика построения аддитивной и мультипликативной модели различается в зависимости от того, есть или нет тенденции в ряду динамики.

Если в ряду динамики отсутствует тенденция, то уровень временного ряда рассматривается как функция сезонности и случайности:

$$y_i = f(S, \varepsilon),$$

где y_i – фактические уровни ряда;

S – сезонная составляющая;

ε – случайная компонента.

Графически такой ряд может быть представлен рис. 10.8.

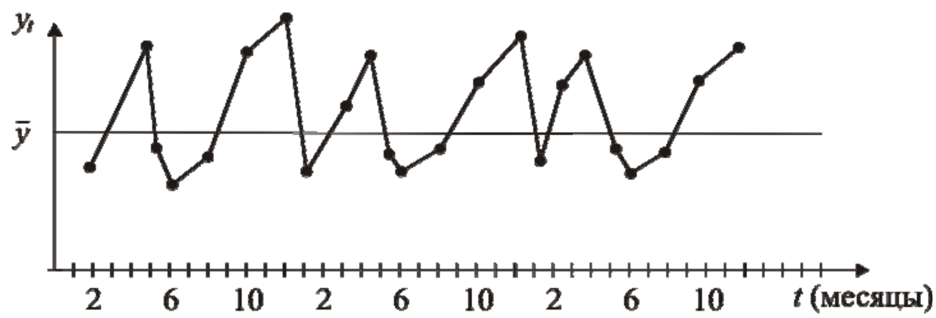


Рис. 10.8. Временной ряд с сезонной и случайной составляющей

При аддитивной модели уровень такого ряда можно представить следующим образом:

$$y_i = \bar{y} + S + \varepsilon.$$

Общая колеблемость уровней ряда раскладывается на две составляющие: S – влияние сезонности, ε – влияние случайности. Тогда

$$(y_i - \bar{y}) = (\bar{y}_s - \bar{y}) + (y_i - \bar{y}_s),$$

где $\bar{y}_s$ – средний уровень ряда соответствующего периода внутри года (месяца, квартала) за ряд лет.

Величина $(\bar{y}_s - \bar{y})$ отражает влияние сезонности (сезонная составляющая S), а величина $(y_i - \bar{y}_s)$ характеризует влияние случайной компоненты (если бы его не было, то уровни ряда на рис. 10.8 представляли бы собой плавную, а не ломаную линию).

При мультипликативной модели уровень динамического ряда можно представить как произведение его составляющих:

$$y_i = \bar{y} \cdot \frac{\bar{y}_s}{\bar{y}} \cdot \frac{y_i}{\bar{y}_s},$$

где отношение $\dfrac{\bar{y}_s}{\bar{y}} = K_s$ представляет собой коэффициент сезонности,

а $\dfrac{y_i}{\bar{y}_s} = E$ отражает влияние случайного фактора.

Чем больше коэффициент сезонности, тем больше амплитуда колебаний уровней ряда относительно его среднего уровня, тем существеннее влияние сезонности. Чем меньше влияние случайной составляющей, тем в большей мере рассматриваемая модель адекватно описывает исходный временной ряд.

Прогнозирование временного ряда с сезонными колебаниями при отсутствии в нем тенденции сводится к прогнозированию среднего уровня с последующей корректировкой его на сезонную компоненту при аддитивной модели и умножению на коэффициент сезонности при мультипликативной модели:

$y_t = \bar{y} \pm S$ – аддитивная модель;

$y_t = \bar{y} \cdot K_s$ – мультипликативная модель.

Значительно распространеннее ситуация, когда временной ряд имеет тенденцию. В этом случае уровень временного ряда рассматривается как функция тенденции, сезонности и случайности. Тогда аддитивная модель временного ряда примет вид

$$y_t = \hat{y}_t + S + \varepsilon,$$

где $\hat{y}_t$ – теоретическое значение уровня ряда согласно тенденции.

Общая колеблемость уровней временного ряда раскладывается на три составляющие:

$$(y_i - \bar{y}) = (\hat{y}_t - \bar{y}) + (y_s - \hat{y}_t) + (y_i - y_s),$$

где $(y_i - \bar{y})$ – общая вариация;
$(\hat{y}_t - \bar{y})$ – влияние тенденции;
$(y_s - \hat{y}_t)$ – влияние сезонности;
$(y_i - y_s)$ – влияние случайности.

Графически влияние этих составляющих может быть представлено на рис. 10.9.

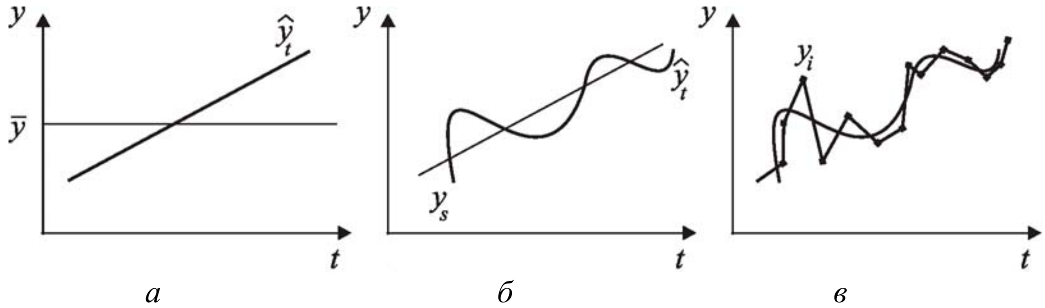


Рис. 10.9. Разложение динамического ряда на составляющие:
а – влияние тенденции; *б* – влияние сезонности; *в* – влияние случайности

Чем больше угол наклона линии тренда к среднему значению ряда, тем большее влияние тенденции. Чем больше плавная кривая y_s отклоняется от линии тренда, тем значительнее влияние сезонности. Чем ближе фактические уровни временного ряда (y_i) подходят к плавной линии точек y_s, тем меньше влияние случайности.

При мультипликативной модели уровень динамического ряда можно представить в виде сомножителей:

$$y_i = \hat{y}_t \cdot K_s \cdot E,$$

где y_i – фактические уровни динамического ряда;
$\hat{y}_t$ – теоретические значения уровней динамического ряда согласно тенденции;
K_s – коэффициент сезонности;
$E = \dfrac{y_i}{\bar{y}_s}$ – коэффициент влияния случайности.

Результаты прогнозирования по данным моделям зависят от принятой методики расчета отдельных составляющих модели и прежде всего от того, как найдены выравненные данные, отражающие тенденцию, а именно:

а) путем исключения сезонности из данных;

б) включая сезонность, т. е. выравнивая непосредственно исходные уровни ряда.

Пример. В табл. 10.20 приведены число официально зарегистрированных безработных в районе (y_i, тыс. чел.), а также расчет сглаженных уровней ($\tilde{y}$) и показателей сезонности.

Таблица 10.20

Показатели сезонности

Кварилы	2004				2005				2006			
	y_i	$\tilde{y}_i$	S_i	K_{s_i}	y_i	$\tilde{y}_i$	S_i	K_{s_i}	y_i	$\tilde{y}_i$	S_i	K_{s_i}
1	25	–	–	–	24	20,1	3,9	1,194	22	18,4	3,6	1,196
2	20	–	–	–	19	19,8	–0,8	0,960	17	17,8	–0,8	0,955
3	16	20,6	–4,6	0,777	15	19,3	–4,3	0,777	14	–	–	–
4	22	20,4	1,6	1,078	20	18,8	1,2	1,064	16	–	–	–

Ввиду того что сезонность характеризует внутригодичные колебания при сглаживании уровней ряда методом скользящей средней, период скольжения должен быть равен году. Тогда удастся погасить влияние сезонности.

Скользящая средняя может быть рассчитана по упрощенной формуле

$$y_3 = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + \frac{1}{2}y_5}{4}.$$

Для примера $\tilde{y}_3 = \dfrac{\frac{1}{2}\cdot 25 + 20 + 16 + 22 + \frac{1}{2}\cdot 24}{4} = 20{,}625$ и т. д. Данные этих расчетов приведены в табл. 10.16.

Сглаженные уровни характеризуют движение числа безработных, в котором погашено влияние сезонности. Измерить сезонности можно в виде абсолютной величины $S_i = y_i - \tilde{y}_i$ и в виде коэффициента сезонности $K_{s_i} = \dfrac{y_i}{\tilde{y}_i}$. Анализируя абсолютные показатели сезонности, видим, что под воздействием сезонного фактора в 3-м квартале происходит резкое снижение численности безработных: на 4,6 тыс. человек в 2004 г.; на 4,3 тыс. человек в 2005 г.

Однако одна и та же абсолютная величина показателя сезонности может означать разную интенсивность сезонных колебаний, которая измеряется коэффициентом сезонности. Так, во втором квартале 2005 и 2006 г. абсолютные показатели сезонности одинаковы: S = –0,8 тыс. человек. Вместе с тем коэффициенты сезонности несколько различаются: 0,960 и 0,955 соответственно, демонстрируя чуть большее влияние сезонности в 2006 г.

Поскольку анализируются данные за ряд лет, то для каждого периода года получается несколько коэффициентов сезонности и соответственно столько же будет и абсолютных показателей сезонности. Поэтому рассчитываются средние показатели сезонности для одноименных кварталов (как средняя арифметическая простая):

$$\bar{S}_j = \frac{1}{n}\sum S_i; \quad \bar{K}_j = \frac{1}{2}\sum K_s,$$

где j – номер периода.

Сезонные колебания взаимопогашаются в течение года. Поэтому $\sum \bar{S}_j = 0$, средняя величина коэффициентов сезонности равна 1, или 100 %, а их сумма за год –4, или 400 % (при помесячном разрезе 1200 %). При практических расчетах эти равенства могут незначительно нарушаться, поэтому проводится корректировка сезонной компоненты, т. е. рассчитывается поправочный коэффициент.

Для аддитивной и мультипликативной моделей сезонная составляющая для примера приведена в табл. 10.21.

Таблица 10.21

Кварталы	Аддитивная модель		Мультипликативная модель	
	$\bar{S}_j$	$\hat{S}_j$	$\bar{K}_j$	$\hat{K}_j$
1	3,75	3,775	1,195	1,195
2	–0,8	–0,775	0,958	0,958
3	–4,45	–4,425	0,777	0,777
4	1,4	1,425	1,071	1,070
Итого	–0,1	0	4,001	4,000

Для аддитивной модели $\sum \bar{S}_j = -0{,}1$. Чтобы эта величина была равна нулю, к каждому значению $\bar{S}_j$ надо прибавить 1/4 от 0,1, т. е. 0,025. Это и будет поправочный коэффициент для расчета показателя сезонности по аддитивной модели. По мультипликативной модели практически можно считать, что найденные средние коэффициенты сезонности не требуют корректировки, так как поправочный коэффициент равен почти 1 ($\frac{4}{4{,}001} = 0{,}99975$).

Сезонные показатели используются в анализе:

– для исключения сезонности из данных;

– включения сезонности в прогноз.

Исключение сезонности позволяет получить более ясную картину тенденции. Чтобы удалить сезонную компоненту, можно разделить фактический уровень ряда на коэффициент сезонности.

Если в нашем примере из фактических уровней динамического ряда вычесть сезонную компоненту, то получим значение уровней ряда без сезонности, т. е. тенденцию вместе со случайной составляющей. Далее, проведя аналитическое выравнивание этих данных, получим в виде уравнения тренда более четкое описание собственно тенденции ряда. Используя затем уравнение тренда для прогноза, включаем в прогноз показатели сезонности, т. е. проводим суммарный прогноз: прогноз по тренду с учетом сезонной составляющей.

Так, в нашем примере после удаления сезонной компоненты для мультипликативной модели уравнение тренда составило

$$\hat{y}_t = 22{,}053 - 0{,}444t\ .$$

Таблица 10.22

Разложение уровней ряда по мультипликативной модели

Годы	Кварталы	y_i	$\hat{K}_j$	$\frac{y_i}{\hat{K}_j}$	$\hat{y}_t$	y_s	E_i	S_i	ε_i
2004	1	25	1,195	20,9	21,6	25,8	0,969	4,2	–0,8
	2	20	0,958	20,9	21,2	20,3	0,985	–0,9	–0,3
	3	16	0,777	20,6	20,7	16,0	1,000	–4,7	0
	4	22	1,070	20,6	20,3	21,7	1,014	1,4	0,3
2005	1	24	1,195	20,1	19,8	23,6	1,017	3,8	0,4
	2	19	0,958	19,8	19,4	18,6	1,022	–0,8	0,4
	3	15	0,777	19,3	18,9	14,6	1,027	–4,3	0,4
	4	20	1,070	18,7	18,5	19,8	1,010	1,3	0,2
2006	1	22	1,195	18,4	18,1	21,6	1,018	3,5	0,4
	2	17	0,958	17,7	17,6	16,8	1,012	–0,8	0,2
	3	14	0,777	18,0	17,2	13,4	1,045	–3,8	0,6
	4	16	1,070	15,0	16,7	17,8	0,899	1,1	–1,8
	$\sum$	230	12	230	230	230	12,018	0	0

Используя данные расчета, можно осуществить прогноз на 1-й квартал 2007 г., который по тренду составит 16,3 тыс. чел. Далее уточняем прогноз на сезонную компоненту, т. е. умножаем на скорректированный коэффициент сезонности 1-го квартала:

$$y_{s_t} = 16{,}3 \cdot 1{,}195 = 19{,}5 \text{ тыс. чел.}$$

и т. д.

В табл. 10.19, в графе y_s, приведены уровни ряда, обусловленные влиянием тенденции и сезонности. Влияние случайной составляющей E определится как y, y_s. Чем оно меньше и ближе к 1, тем лучше модель описывает исходный временной ряд. Отклонение значения случайной составляющей E от 1 фиксирует, какую долю составляет случайный фактор в теоретическом значении уровня временного ряда. Как видно из табл. 10.19, в большинстве случаев влияние случайной компоненты не превышает 3 % (лишь в последней позиции оно более весомо: 10,1 %). Следовательно, рассмотренная мультипликативная модель хорошо описывает исходные данные и пригодна для прогнозирования. Это подтверждает и расчет среднего коэффициента случайной составляющей по средней арифметической простой значений E : $\overline{E} = \frac{1}{n} \sum E_i = \frac{12{,}018}{12} = 1{,}0015$. Незначительное его отклонение от 1 фиксирует хорошее качество модели.

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выберите правильный вариант ответа.

1. К методам прогнозирования относят:
   а) взвешенное скользящее среднее;
   б) экспоненциальное сглаживание;
   в) метод опроса;
   г) метод группировки.

2. Влияет ли автокорреляция на результаты измерения связи?
   а) да;
   б) нет;
   в) невозможно ответить однозначно;
   г) да, влияет в исключительных случаях.

3. Какой метод прогнозирования основан на продолжении в будущее тенденций прошлого:
   а) экспертных оценок;
   б) построения сценариев;
   в) экстраполяции;
   г) интерполяции?

4. Какие из этих утверждений неверны:
   а) темп роста всегда больше темпа прироста;
   б) базисный прирост равен сумме цепных;
   в) метод наименьших квадратов всегда точнее метода избранных точек;

г) коэффициент роста базисный равен произведению коэффициентов цепных?

5. Какие из перечисленных приемов решают задачу определения тренда:

а) метод Кокса и Стюарта;
б) скользящей средней;
в) метод наименьших квадратов;
г) аналитического выравнивания?

6. Формулы $П_c = \dfrac{y_{max}}{\bar{y}}$, $П_c = \dfrac{y_{min}}{\bar{y}}$ выражают:

а) коэффициент роста цепной;
б) абсолютное изменение уровней ряда;
в) показатели сезонности;
г) абсолютное изменение 1 % прироста.

7. Полином второй степени выражается следующей зависимостью:

а) $\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2$;

б) $\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 + \ldots + a_n \cdot t^n$,

в) $\bar{y}_t = a_0 + \dfrac{a_1}{t}$;

г) $\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + в_1 \sin t$.

8. Аналитическое выражение метода экстраполяции:

а) $\bar{y}_t = a_0 + \dfrac{a_1}{t}$;

б) $\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + в_1 \sin t$;

в) $\tilde{y}_t = y_0 + \bar{\Delta} t$;

г) $\bar{A} = \dfrac{\bar{\Delta}}{\bar{T}_{пр}}$.

9. Рядом Фурье называется:

а) временной ряд, представленный как сумма среднего значения и ряда синусоид и косинусоид;

б) $y_t = \bar{y} + \sum\limits_{i=1}^{n} a_i \cdot \cos \omega_i t + \sum\limits_{i=1}^{n} b_i \cdot \sin \omega_i t$;

в) $\bar{y}_t = a_0 + \dfrac{a_1}{t}$;

г) $y_i = \hat{y}_t \cdot K_s \cdot E$.

10. Формула для расчета доверительных интервалов прогноза относительно тренда, имеющего вид полинома второго или третьего порядка, выглядит следующим образом:

а) $Y_t = \hat{y}_t \pm t_\alpha S_{\hat{y}} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{t^2}{\sum n^2} + \frac{\sum n^4 - 2t^2 \sum n^2 = nt^4}{n\sum n^4 - \left(\sum n^2\right)^2}}$;

б) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \hat{y}_t)^2}{n-k}}$;

в) $\bar{\delta} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \cdot 100\%$;

г) $\varphi^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \bar{y})^2}$.

ГЛАВА 11. ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ

11.1. Общее понятие индексов

В экономике широко применяются индексы. Латинское слово «индекс» (index) означает «указатель», но часто это слово применяется в значении «показатель». ***Индексы*** – сложные относительные показатели, характеризующие среднее изменение непосредственно несоизмеримых общественных явлений.

Статистика имеет дело с совокупностями, состоящими из несоизмеримых элементов. Во всех случаях причиной несоизмеримости отдельных элементов является то, что качественные признаки привязаны к натуральным единицам (цена, себестоимость), либо то, что в их основе лежат натуральные объемы продукции, отнесенные к затраченному труду, т. е. первоосновой несоизмеримости является вещественно-натуральная форма, но общим для всех отдельных видов продукции является то, что все они являются продуктами труда. В товарном производстве это общее находит выражение в стоимости товара.

Индексы широко применяются для сравнительной характеристики сложных общественных явлений (во времени, в пространстве). Наиболее сложной и интересной задачей, решаемой построением индексов, является анализ влияния отдельных факторов на общее изменение исследуемого показателя. При помощи индексов изучается влияние структурных сдвигов на изменения аналитических показателей. В статистике широко применяются индексы цен, индексы потребительских цен, индексы объема продукции, производительности труда и др.

Элементами общего индекса являются индексируемые величины, изменения которых изучаются индексом, и вес или коэффициент соизмерения – показатель, экономически тесно связанный с индексируемой величиной.

Вес или коэффициент соизмерения – это величины, необходимые для взвешивания или приведения индексируемых величин в соизмеримый вид. Некоторое различие веса и коэффициента соизмерения можно показать на индексах физического объема продукции, цен. В индексе физического объема объемы разных видов продукции непосредственно несоизмеримы и их с помощью цен приводят в соизмеримый вид. Следовательно, цена в индексе физического объема продукции является коэффициентом соизмерения.

Соизмеритель приводит разнородные, непосредственно несоизмеримые элементы совокупности в соизмеримые, изменяя и наименование элементов, и их единицы измерения.

В индексе цен на различные виды продукции объемы продукции являются весом, который характеризует значимость, весомость. Они не меняют наименование элементов и их единиц измерения. В статистической литературе принято обозначать цены буквой «*p*», количество – «*q*», затраты труда на единицу продукции – «*t*», себестоимость единицы продукции – «*z*». Кроме того, важное значение имеет подписная нумерация, при помощи которой означается период, к которому относятся данные. Показатели базисного периода обозначаются значком «0» (q_0, p_0), текущего – «1»(q_1, p_1), сами общие индексы – *J*, а индивидуальные – *i* [1, 12–15].

11.2. Классификация индексов

По содержанию индексируемых величин различают ***индексы объемных*** и ***индексы качественных показателей.*** К объемным относятся индексы, с помощью которых соотносятся количества (*J* физического объема продукции, *J* затрат на производство, *J* национального дохода и т. д.). Ко второй группе относятся индексы цен, производительности труда и т. д.

По степени охвата элементов совокупности различают ***индивидуальные*** и ***сводные*** (***общие***) ***индексы.*** Индивидуальные индексы дают сравнительную характеристику отдельных элементов изучаемой совокупности, как бы исследуют влияние отдельных элементов на ее общее изменение. Индивидуальный индекс цен

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}.$$

Индивидуальный индекс физического объема

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}.$$

Сводными (агрегатными) индексами (*I*) называются относительные числа, характеризующие соотношения между величинами экономических явлений, которые в натуральной форме несоизмеримы. Агрегатный индекс является основной формой общего индекса. Он представляет собой отношение агрегатов, т. е. соединение различных элементов сложного явления, приведенных к сопоставимому виду. Числитель этого индекса исчисляют как сумму произведения индексируемой величины отчетного периода на вес, а знаменатель – как сумму произведения индексируемой величины базового периода на тот же вес:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}.$$

Агрегатный индекс цены

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

Агрегатный индекс объема

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Взаимосвязь –

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q .$$

Агрегатный индекс затрат выпуска всей продукции

$$I_{q_z} = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_0 z_0}.$$

Абсолютное изменение суммы затрат на выпуск за счет изменения объема и себестоимости продукции

$$\Delta_{\sum qz} = \sum q_1 z_1 - \sum q_0 z_0 .$$

Агрегатный индекс цен (показатель инфляции):

– индекс Пааше

$$I_P = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1};$$

– индекс Ласпейреса

$$I_p = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0};$$

– агрегатный индекс Фишера

$$I_q^{\Phi} = \sqrt{\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}};$$

$$I_p^{\Phi} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}}.$$

Агрегатный территориальный индекс цен. В качестве веса может быть принят объем продукции той территории, с которой производится сравнение:

$$I_{p_{\text{вг}}} = \frac{\sum p_{\text{в}} q_{\text{в}}}{\sum p_{\text{г}} q_{\text{в}}}.$$

Система аналитических индексов позволяет оценить степень изменения сложного явления (полного индекса) под воздействием изменения каждого из связанных с ним простых явлений (частных индексов):

$$I_{XYZ} = \frac{\sum X_1 Y_1 Z_1 \ldots}{\sum X_0 Y_0 Z_0 \ldots}.$$

Применяются два метода разложения полного индекса на частные.

1. ***Метод обособленного изучения факторов***, в котором полный индекс изменяется под действием только одного фактора при неизменных остальных факторах базисного периода:

$$I_X = \frac{\sum X_1 Y_0 Z_0 \ldots}{\sum X_0 Y_0 Z_0 \ldots}.$$

2. ***Метод последовательно-цепной***, в котором используется система взаимосвязанных индексов, требующая правильного расположения факторов в модели результативного признака:

$$I_{XYZ} = \frac{\sum X_1 Y_1 Z_1 \ldots}{\sum X_0 Y_0 Z_0 \ldots} = I_X \cdot I_Y \cdot I_Z.$$

Частные индексы следующие:

$$I_X = \frac{\sum X_1 Y_1 Z_1}{\sum X_0 Y_1 Z_1}; \qquad I_Y = \frac{\sum X_0 Y_1 Z_1}{\sum X_0 Y_0 Z_1}; \qquad I_Z = \frac{\sum X_0 Y_0 Z_1}{\sum X_0 Y_0 Z_0}.$$

Абсолютное изменение полного индекса за счет каждого фактора:

$$\Delta_X = (X_1 - X_0) \cdot Y_1 \cdot Z_1;$$

$$\Delta_Y = X_0 (Y_1 - Y_0) \cdot Z_1;$$

$$\Delta_Z = X_0 Y_0 (Z_1 - Z_0).$$

В зависимости от базы сравнения различают индексы ***динамические***, ***территориальные***, выполнения договорных обязательств. Динамические индексы, в свою очередь, подразделяются на ***базисные*** и ***цепные***, а по характеру весов – с ***постоянными*** и ***переменными весами***. Индексы, в которых вес зафиксирован на уровне одного периода, называются индексами с постоянным весом. Рассмотрим индекс физического объема в динамике: $J_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 P_0}$; $J_q = \frac{\sum q_2 P_0}{\sum q_1 P_0}$; $J_q = \frac{\sum q_n P_0}{\sum q_{n-1} P_0}$ – это ряд цепных индексов с постоянным весом, так как цена отдельных видов продукции зафиксирована на уровне базисного периода. Можно построить индекс физического объема базисный:

$$J_q = \frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0}; \quad J_q = \frac{\sum q_2 P_0}{\sum q_0 P_0}; \quad J_q = \frac{\sum q_3 P_0}{\sum q_0 P_0}; \quad J_q = \frac{\sum q_n P_0}{\sum q_0 P_0}.$$

Индексы с постоянным весом дают возможность перехода от цепных к базисным и наоборот. Так, произведение цепных индексов равно базисному индексу двух крайних периодов:

$$J_q = \frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0} \cdot \frac{\sum q_2 P_0}{\sum q_1 P_0} \cdot \frac{\sum q_3 P_0}{\sum q_2 P_0} = \frac{\sum q_3 P_0}{\sum q_0 P_0}$$

или по базисным:

$$J_q = \frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0} : \frac{\sum q_2 P_0}{\sum q_0 P_0} : \frac{\sum q_3 P_0}{\sum q_0 P_0} : \frac{\sum q_4 P_0}{\sum q_0 P_0} = \frac{\sum q_4 P_0}{\sum q_1 P_0}.$$

В индексах (цепных, базисных) с переменным весом такой закономерности не отмечается. Так, цепной индекс цен с переменным весом

$$J_p = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}; \; J_p = \frac{\sum P_2 q_2}{\sum P_1 q_2}; \; J_p = \frac{\sum P_n q_n}{\sum P_{n-1} q_n}$$

и базисный $J_p = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}; \; J_p = \frac{\sum P_2 q_2}{\sum P_0 q_2}; \; J_p = \frac{\sum P_n q_n}{\sum P_0 q_n}$.

При выборе веса необходимо учитывать, что полученные в результате взвешивания величины должны быть не просто соизмеримы, но прежде всего иметь определенный экономический смысл. Например, при исчислении индекса цен надо учитывать последствия, которые связаны с изменением цен, ростом или уменьшением показателей от реализации выбранной продукции в текущем периоде. Не имеет смысла расчет роста или снижения выручки от реализации продукции прошлых периодов.

Аналогично и в индексе себестоимости продукции: важно знать не только то, на сколько процентов снизилась или повысилась себестоимость, но и какая сумма экономии или перерасхода средств получена в результате этого изменения. Следовательно, при построении этого индекса необходимо учитывать объем продукции текущего года. Таким образом, правило построения общих индексов можно сформулировать так: все индексы качественных показателей рассчитываются по весам отчетного периода, а индексы объемных показателей исчисляются по весам базисного периода.

Очень сложный вопрос – выбор веса при построении территориальных индексов. Рекомендуется брать общий объем продукции сравниваемых территорий, а при качественных показателях – их среднесложившееся значение по совокупности, или стандарт.

По составу изучаемого явления различают следующие ***индексы фиксированного (постоянного) состава***: индексы, у которых изменяется только индексируемая величина ($J_q = \frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0}; J_p = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}$), и индексы, представляющие собой отношение двух или более переменных, которые называют ***индексами переменного состава***:

$J_{qp} = \dfrac{\sum q_1 P_1}{\sum q_0 P_0}$ – общий индекс денежной выручки;

$J_{zq} = \dfrac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}$ – общий индекс затрат.

Прием разложения индексов переменного состава на индексы постоянного состава получил название ***индексного метода анализа.***

Агрегатный индекс может быть преобразован в средний арифметический или гармонический. Выбор той или иной формы индекса определяется исходной информацией по совокупности [1, 7–11].

Классификация индексов приведена на схеме (см. рис. 11.1).

11.3. Методика индексного анализа

Пример. Необходимо изучить изменение объема реализации продукции, цены и денежной выручки по следующим данным (см. табл. 11.1). Рассчитать общие индексы объема реализации и выручки.

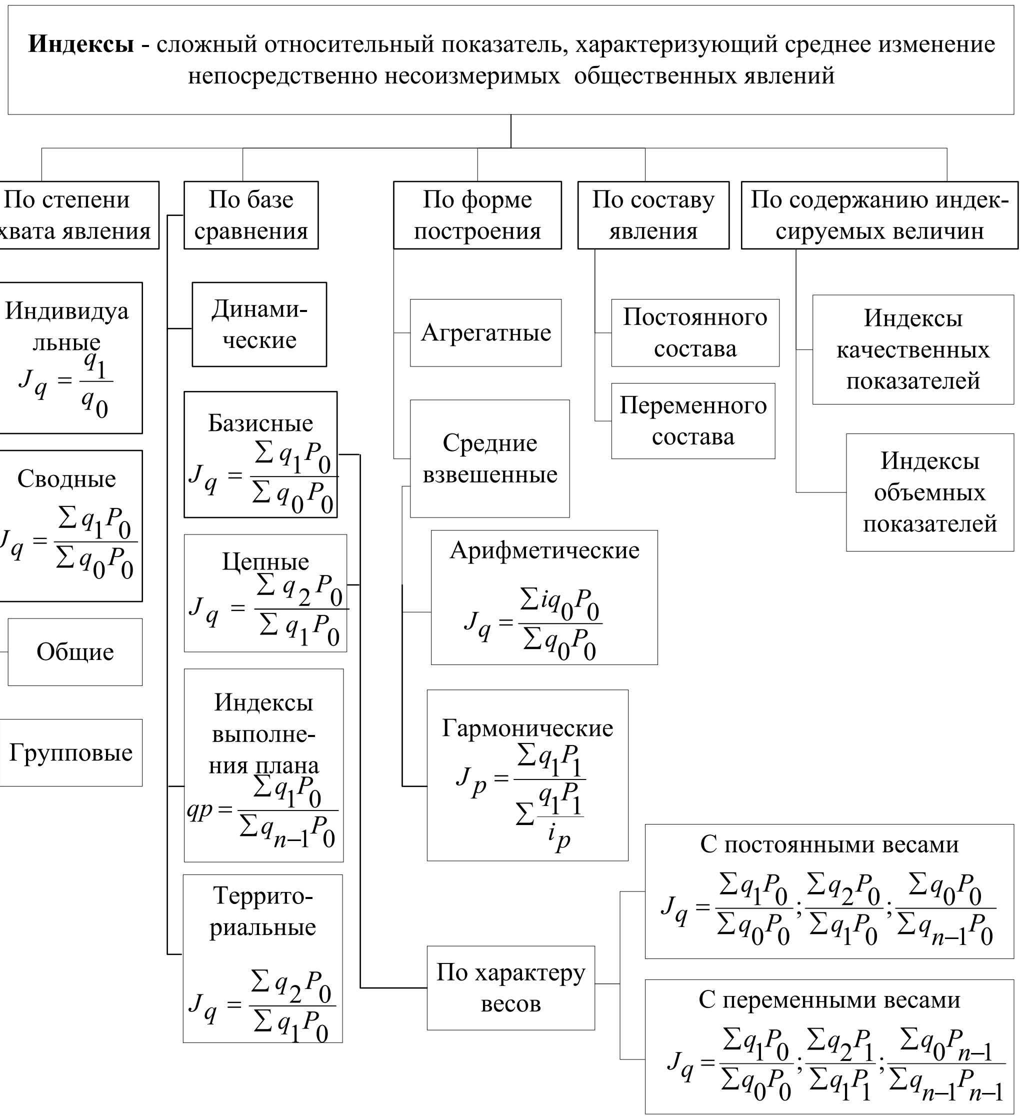


Рис. 11.1. Классификация индексов

Решение. Имеем три вида продукции, натуральная форма которых не суммируется. Нельзя суммировать и цены на эти виды продукции, поскольку они отражают качество продукции (привязаны к вещественно-натуральной форме продукции).

Таблица 11.1

Продукция	Реализовано продукции, тыс. ц		Цена 1 ц, тыс. р.		Денежная выручка, млн р.		
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период	условная
	q_0	q_1	P_0	P_1	q_0P_0	q_1P_1	q_1P_0
Зерно	50	70	10	13	500	910	700
Картофель	10	13	6	8	60	104	78
Молоко	15	18	14	20	210	360	252
Итого					770	1 374	1 030

Рассчитаем индивидуальные индексы физического объема продукции ($i_{q\text{ зерн}} = \dfrac{q_1}{q_0} = 1{,}40$; $i_{q\text{ карт}} = 1{,}30$; $i_{q\text{ мол}} = 1{,}20$), которые характеризуют изменение объема реализации отдельных видов продукции. Аналогично исчисляются и индивидуальные индексы цен:

$$i_{p\text{ зерн}} = \frac{P_1}{P_0} = 1{,}30; \quad i_{p\text{ карт}} = 1{,}33; \quad i_{p\text{ мол.}} = 1{,}42\,.$$

Как отмечалось ранее, объем, цены и индивидуальные индексы не суммируются. Для анализа по совокупности необходимо от индивидуальных значений объема и цены перейти к их агрегату, т. е. денежной выручке по каждому виду, которую можно просуммировать.

За анализируемый период денежная выручка за реализованную продукцию увеличилась на 78 % $\left(J_{qp} = \dfrac{\sum q_1P_1}{\sum q_0P_0} = \dfrac{1374}{770} = 1{,}78\right)$, что дало дополнительно 260 млн р. $(\Delta_{qp/q} = \sum q_1P_1 - \sum q_0P_0)$.

На изменение выручки оказали влияние как цена, так и объем продукции. Для выявления влияния объема реализации необходимо исчислить общий индекс объема реализованной продукции, т. е. как изменился только объем по всей продукции. Следовательно, необходимо рассчитать так называемую «условную выручку», т. е. сколько бы она составила за реализованную продукцию при ценах реализации базисного периода (q_1P_0). Почему берется цена базисного периода? Ведь задача заключается в том, чтобы определить, как изменилась выручка только за счет объема, а в отчетном периоде изменился не только объем, но и цена. Общий индекс объема реализации $\left(J_q = \dfrac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0} = \dfrac{1030}{770} = 1{,}338\right)$ показывает, что в результате изменения физического объема реализации денежная выручка возросла на 33,8 % из 78 % ее общего изменения, вследствие чего получено дополнительно 260 млн р. ($\Delta_{qp/q} = \sum q_1 P_0 - \sum q_0 P_0$). Отметим, что объем реализации зерна повысился на 40 %, картофеля и молока на 30 % и 20 %, а в среднем на 34 %, что ближе к показателю по зерну, которое в объеме реализации (судя по выручке) имеет преобладающий удельный вес. Для того чтобы определить влияние изменения цен на денежную выручку, исчислим общий индекс цен $\left(J_p = \dfrac{\sum q_1 P_1}{\sum q_1 P_0} = \dfrac{1374}{1030} = 1{,}334\right)$ как отношение суммы денежной выручки за реализованную продукцию текущего (отчетного) периода к условной (т. е. считаем, сколько бы мы получили за ту же продукцию, если бы цены реализации оставались без изменения, на уровне базисного периода). Цена в среднем возросла на 33,4 % (по зерну на 30 %, картофелю и молоку соответственно на 33 и 42 %), в результате денежная выручка за счет роста цен повысилась на 33 %, что составило 344 млн р.

При построении системы индексов решается две задачи – дается оценка изменения несоизмеримых элементов совокупности по ее объему (J_q) и измеряется влияние учтенных показателей на среднее изменение (т. е. проведение индексного анализа). Как уже отмечалось, сущность индексного анализа заключается в разложении индекса переменного состава $\left(J_{qp} = \dfrac{\sum q_1 P_1}{\sum q_0 P_0}\right)$ на индексы постоянного состава $\left(J_q = \dfrac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0}\right)$ и $\left(J_p = \dfrac{\sum q_1 P_1}{\sum q_1 P_0}\right)$.

Индексы как относительные показатели дают представление о том, как изменилась в среднем исследуемая величина, а разность между числителем и знаменателем индекса характеризует абсолютные размеры изменения явления.

Так, денежная выручка повысилась $\left(J_{qp} = J_q \cdot J_p = 1{,}338 \cdot 1{,}334\right)$ на 78 %, из которых 33,8 % за счет объема реализации и 33,4 % за счет повышения цен.

Абсолютное изменение выручки

$$\Delta_{qp} = \sum q_1 P_1 - \sum q_0 P_0 = \Delta_{qp(q)} \pm \Delta_{qp(p)}.$$

При построении системы учтен основной принцип построения общих индексов (экономическое содержание числителя и знаменателя) по правилу: индексы объемных показателей исчисляются по весам базисного периода (J_q), а качественных – отчетного (J_p). В расчетах был построен агрегатный индекс.

Пример. Известны индивидуальные индексы объема и денежная выручка за базисный период по некоторым видам продукции (табл. 11.2). Определить общий индекс цен.

Таблица 11.2

Продукция	Денежная выручка за базисный период, млн р.	Индивидуальный индекс объема
	q_0P_0	$i_q = q_1 : q_0$
Зерно	500	1,40
Картофель	60	1,30
Молоко	210	1,20
Итого	770	

Решение. Зная индивидуальные индексы объема ($i_q = q_1 : q_0$, отсюда $q_1 = i_q \cdot q_0$), рассчитаем средний арифметический взвешенный индекс из индивидуальных индексов объема реализации:

$$J_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 P_0}{\sum q_0 P_0} = \frac{1{,}40 \cdot 500 + 1{,}30 \cdot 60 + 1{,}20 \cdot 210}{770} = 1{,}338.$$

По информации, представленной в табл. 11.3, соответственно определяем общий индекс цен

$$J_p = \frac{\sum q_1 P_1}{\sum q_1 P_0}.$$

Таблица 11.3

Продукция	Денежная выручка за отчетный период, млн р.	Индивидуальный индекс цен
	q_1P_1	$i_p = P_1 : P_0$
Зерно	910	1,30
Картофель	104	1,33
Молоко	360	1,42
Итого	1374	

Но так как цена базисного периода неизвестна, условную выручку можно определить через индивидуальные индексы цен ($i_p = P_1 : P_0$, отсюда $P_0 = P_1 : i_p$).

Общий индекс

$$J_p = \frac{\sum q_1 P_1}{\sum \frac{q_1 P_1}{i_p}} = \frac{1374}{\frac{910}{1,30} + \frac{104}{1,33} + \frac{360}{1,42}} = 1,334.$$

Средний гармонический индекс цен тождественен агрегатному, поскольку реальной величиной его является числитель индекса.

Одной из задач индексов является измерение влияния структуры на среднее изменение исследуемого явления. Эта задача решается построением индекса структуры.

Пример. Исчислить индексы структуры на примере производства молока по трем предприятиям (табл. 11.4).

Таблица 11.4

№ предприятия	Базисный период		Отчетный период		Затраты, отнесенные на производство молока, млн р.		
	Произведено, тыс. ц	Себестоимость 1 ц, тыс. р.	Произведено, тыс. ц	Себестоимость 1 ц, тыс. р.	Базисный период	Отчетный период	Условный
	q_0	z_0	q_1	z_1	z_0q_0	z_1q_1	z_0q_1
1	31	12,0	64	17,0	372,0	1 088,0	768,0
2	29	18,2	47	19,7	527,8	925,9	855,4
3	25	20,1	30	21,8	502,5	654,0	603,0
Итого	85		141		1 402,3	2 667,9	2 226,4

Решение. Определим среднюю себестоимость молока по всей совокупности предприятий отношением суммы затрат на объем производства ($\bar{z} = \frac{\sum zq}{\sum q}$), рассчитаем индекс средней себестоимости:

$$J_{\bar{z}} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0}; J_{\bar{z}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}.$$

Как видим, это индекс переменного состава и он показывает, что себестоимость молока повысилась в среднем на 14,68 % (18,92 : 16,50 = 1,1468), что составило в расчете на 1 ц молока 2423 р. Повышение произошло как за счет уровня себестоимости молока на отдельных предприятиях, так и за счет структуры совокупности. Так, в общем объеме произведенного молока наибольшую долю занимает первое предприятие, где объем производства молока увеличился более чем в два раза, а уровень себестоимости – самый низкий, что, соответственно, не могло не отразиться на средней себестоимости. Исчислив индекс структуры $J_{\text{стр}} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{15{,}79}{16{,}50} = 0{,}957$, видим, что средняя себестоимость молока за счет изменения структуры производства понизилась на 4,3 %, в результате чего экономия в расчете на 1 ц молока составила 710 р., а в расчете на весь объем продукции – 99,8 млн р. Индекс структуры можно определить отношением индекса переменного состава к индексу постоянного состава ($J_{\text{стр}} = J_{\bar{z}} : J_z$).

Индекс себестоимости постоянного состава показывает, что средняя себестоимость повысилась на 19,8 % за счет ее изменения по отдельным предприятиям ($J_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} = 1{,}198$). Итак, индекс структуры ($J_{\text{стр}} = \frac{1{,}1468}{1{,}198} = 0{,}957$), как уже было отмечено, характеризует влияние структуры на среднюю себестоимость. Структурные сдвиги оказывают существенное влияние на изменение среднего значения анализируемого показателя.

Пример. В табл. 11.5 приведены данные о структуре посевов сельскохозяйственных культур. Рассчитать индексный анализ средней урожайности.

Таблица 11.5

Культуры	Посевная площадь, га		Урожайность с 1 га, ц		Структура посева (доли)		Средняя урожайность		
	базис	отчет	базис	отчет	базис	отчет	базис	отчет	услов.
	S_0	S_1	Y_0	Y_1	S_0^*	S_1^*	$Y_0 S_0$	$Y_1 S_1^*$	$Y_0 S_1^*$
Оз. рожь	2000	1500	20,0	22,0	0,741	0,556	14,82	12,23	11,12
Овес	600	700	10,0	11,0	0,222	0,259	2,22	2,85	2,59
Просо	100	50	7,0	7,7	0,037	0,185	0,26	1,42	1,30
Итого	2700	2700			1,0	1,0	17,30	16,50	15,01

Решение. Определим среднюю урожайность всех посевных культур отношением суммы урожайности на посевную площадь, рассчитаем индекс средней урожайности. Как видим, урожайность всех культур повысилась, а средняя урожайность понизилась на 0,8 ц ($\Delta = \sum Y_1 S_1{}^* - \sum Y_0 S_0{}^*$), что обусловлено изменением структуры посевов. За счет ее изменения на гектар посевов недополучено 2,3 ц ($\Delta = \sum Y_0 S_1{}^* - \sum Y_0 S_0{}^*$), из которых 3,7 ц приходится на долю озимой ржи как наиболее урожайной культуры. Именно удельный вес ее посевов сократился с 74 до 55 %. Повышение урожайности отдельных культур изменило среднюю урожайность, обеспечив ее прирост на 1,5 ц ($\Delta = \sum Y_1 S_1{}^* - \sum Y_0 S_1{}^*$).

Индекс средней урожайности ($J_{\bar{y}} = \sum Y_1 S_1{}^* : \sum Y_0 S_1{}^* = 0{,}953$) характеризует ее снижение на 4,7 %. Основная доля (13,3 %) ее понижения обусловлена изменением его структуры: $J_{\text{стр}} = \sum Y_0 S_1{}^* : \sum Y_0 S_0{}^*$. Индексный анализ средней урожайности можно показать как $J_{\bar{\text{у}}} = J_{\text{у}} \cdot J_{\text{стр}}$, т. е. как их произведение, равное 0,953=1,10 · 0,867. Абсолютное отклонение как разность уровней числителя и знаменателя индексов

$$\Delta_{\bar{y}} = \Delta_{y/y_i} \pm \Delta_{y/\text{стр}} = 1{,}5 - 2{,}3 = -0{,}8.$$

Как отмечалось, соизмеримость несопоставимых явлений достигается с помощью коэффициентов соизмерения или веса индекса, которые при построении индекса принимаются фиксированными для его числителя и знаменателя [1, 5–8].

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выберите правильный вариант ответа.

1. Индекс стоимости продукции исчисляется по формуле:
   а) $\dfrac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}$; б) $\dfrac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_0}$; в) $\dfrac{\sum q_1 P_1}{\sum q_0 P_1}$; г) $\dfrac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$.
2. $\dfrac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_0}; \dfrac{\sum P_2 q_2}{\sum P_1 q_1} \ldots; \dfrac{\sum P_n q_n}{\sum P_{n-1} q_{n-1}}$ – это система индексов стоимости:
   а) цепная;
   б) базисная;
   в) переменная;
   г) фиксированная.

3. $\dfrac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0} \div \dfrac{\sum q_1}{\sum q_0}$ – это …

а) индекс переменного состава;
б) индекс постоянного состава;
в) индекс структурных сдвигов;
г) индекс выручки.

4. Индекс цен Ласпейреса определяется по формуле:

а) $\dfrac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}$; б) $\dfrac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_0}$; в) $\sqrt{\dfrac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \cdot \dfrac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}}$; г) $\dfrac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$.

5. Индекс количества продукции, произведенной в единицу времени, рассчитывается по формуле:

а) $\dfrac{q_1}{T_1} \div \dfrac{q_0}{T_0}$; б) $\dfrac{t_0}{t_1}$; в) $\dfrac{q_1 P}{T_1} \div \dfrac{q_0 P}{T_0}$; г) $\dfrac{t_1 q_1}{t_0 q_0}$.

6. Система базисных индексов физического объема продукции с постоянными весами имеет следующий вид:

а) $\dfrac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \dfrac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}; \ldots; \dfrac{\sum q_n p_0}{\sum q_{n-1} p_0}$;

б) $\dfrac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \dfrac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0}; \ldots; \dfrac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0}$;

в) $\dfrac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}; \dfrac{\sum q_2 p_2}{\sum q_0 p_0}; \ldots; \dfrac{\sum q_n p_n}{\sum q_0 p_0}$;

г) $\dfrac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} : \dfrac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}$.

7. Индекс Фишера выражается следующими выражениями:

а) $I_{p_{\text{вг}}} = \dfrac{\sum p_{\text{в}} q_{\text{в}}}{\sum p_{\text{г}} q_{\text{в}}}$; б) $I_{XYZ} = \dfrac{\sum X_1 Y_1 Z_1 \ldots}{\sum X_0 Y_0 Z_0 \ldots} = I_X \cdot I_Y \cdot I_Z$;

в) $I_{pq} = I_p \times I_q$; г) $I_q = \sqrt{\dfrac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \dfrac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}}$.

8. Индекс цен Пааше выражается следующими выражениями:

а) $I_P = \dfrac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$; б) $I_{XYZ} = \dfrac{\sum X_1 Y_1 Z_1 \ldots}{\sum X_0 Y_0 Z_0 \ldots} = I_X \cdot I_Y \cdot I_Z$;

в) $I_{pq} = I_p \cdot I_q$; г) $I_q = \sqrt{\dfrac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \dfrac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}}$.

9. Индекс взаимосвязи выражается следующими выражениями:

а) $I_p = \dfrac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0}$; б) $I_{XYZ} = \dfrac{\sum X_1 Y_1 Z_1 \ldots}{\sum X_0 Y_0 Z_0 \ldots} = I_X \cdot I_Y \cdot I_Z$;

в) $I_{pq} = I_p \cdot I_q$; г) $I_q = \sqrt{\dfrac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \dfrac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}}$.

10. В зависимости от базы сравнения различают следующие индексы:
   а) территориальные;
   б) частные;
   в) динамические;
   г) объемные.

ГЛАВА 12. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ КОНЪЮНКТУРЫ И ДЕЛОВОЙ АКТИВНОСТИ

12.1. Понятие экономической конъюнктуры и деловой активности

Конъюнктура – согласованное колебательное изменение совокупности обратимых типических признаков изучаемого процесса, происходящее относительно определенного уровня равновесия.

Экономическая конъюнктура – это один из видов общего понятия конъюнктуры. Экономическая конъюнктура представляет собой точку на кривой экономического цикла, а оценка конъюнктуры сводится к поиску этой точки. Это конкретная экономическая ситуация, сложившаяся на рынке на данный момент или за ограниченный отрезок времени под воздействием комплекса условий и факторов.

Оценка и анализ экономической конъюнктуры являются необходимым условием менеджмента любого уровня.

Экономическая конъюнктура проявляется в деловой активности. Понятие деловой активности используется для обозначения:

– процесса увеличения объема бизнеса;

– усилий, направленных на удовлетворение рыночного спроса;

– процесса создания новых сфер предпринимательства;

– стимулирования в организации творчества и инициативы в целях изучения и удовлетворения нужд потребителей.

В целом на деловую активность предприятий оказывают влияние общеэкономические, отраслевые и внутренние факторы предприятия (см. табл. 12.1).

Цель проведения статистических обследований деловой активности – оперативное получение данных о краткосрочных экономических изменениях, мониторинг и прогнозирование циклов экономической активности предприятий.

В России промышленные организации, участвующие в обследовании деловой активности, ежемесячно получают бланк обследования – форма № 1-ДАП, строительные организации ежеквартально получают бланк обследования – форма № ДАС, а торговые организации ежеквартально участвующие в обследовании деловой активности – форму № 1 – конъюнктура.

В форме обследования руководителем осуществляется экспертная оценка деятельности организации в текущем месяце или квартале и ожидаемых результатов в последующие периоды года.

Таблица 12.1

Классификация факторов,
влияющих на экономические результаты
и деловую активность предприятий

Общеэкономические факторы	Отраслевые факторы	Внутренние факторы предприятия
Колебания делового цикла	Деловой цикл, характерный для отрасли	Ожидаемые прибыли и дивиденды
Стабильность политики правительства	Перспективы развития отрасли	Качество управления
Уровень инфляции	Структура отрасли, уровень конкуренции	Структура капитала
Устойчивость национальной валюты	Уровень издержек	Номенклатура продукции
Налоговая политика	Трудовые отношения	Диверсификация поставщиков и потребителей продукции
Социально-экономическая ситуация в стране	Длительность производственного цикла	Территориальные особенности размещения
Уровень государственного регулирования	Организация бухгалтерского учета	Организационная структура

В отличие от традиционной статистики обследование деловой активности основано на изучении общественного мнения. Собранная информация является качественной по своему характеру и отражает фактически сложившуюся ситуацию, а также прогноз на ближайшую перспективу.

Для сопоставления и интерпретации данных обследования вычисляются два типа индексов:

1) ***индекс изменений*** – рассчитывается как .разница относительных частот положительных и отрицательных ответов на вопросы и называется иногда «балансом»:

$$I_{\text{изм.}} = d_{+} - d_{-}.$$

Индексы изменений смещаются как выше, так и ниже нулевой отметки, при этом положительный знак индекса означает подъем экономической деятельности, а расстояние от нулевой отметки – величину подъема. Таким образом, индекс изменений показывает и направление, и величину изменений;

2) ***индекс предпринимательской уверенности*** – рассчитывается по результатам ответов на три вопроса (об ожидаемом выпуске, фактически сложившемся спросе, текущих остатках готовой продукции)
и представляет собой среднюю арифметическую величину «балансов» долей респондентов, отметивших «увеличение» и «уменьшение» каждого

показателя:

$$I_{\substack{\text{предприн.}\\ \text{уверенности}}} = \frac{\sum I_{\text{измен.}}}{3}.$$

Положительный знак индекса свидетельствует о подъеме экономической активности, отрицательный – о ее снижении.

Экономическая конъюнктура формируется под влиянием международной торговли, межгосударственных валютных курсов и конкуренции со стороны зарубежных товаров и услуг. Поэтому очень важно изучать уровень, структуру и динамику внешнеэкономической деятельности и внешней торговли, в частности.

Внешняя торговля складывается из экспортно-импортных операций. Это операции, связанные с передвижением товарных масс через таможенные границы, увеличивающие (импорт) пли уменьшающие (экспорт) материальные ресурсы страны. Статистика внешней торговли учитывает:

– только те товары и транспортные средства, которые пересекают таможенные границы;

– любое движение через таможенную границу товаров и трасноспортных средств на коммерческой или некоммерческой основе. Так, вся полученная страной гуманитарная помощь включается в импорт, все выдаваемые гуманитарные пособия включаются в экспорт.

Роль внешней торговли в национальной экономике страны характеризуется группой показателей:

1. Объемные показатели (в национальной валюте или в долларах США):

- объем экспорта (Э);
- объем импорта (И);
- объем внешнеторгового оборота – сумма стоимостей экспорта и импорта (Э + И);
- сальдо внешней торговли (торговый баланс) – разность между стоимостью экспорта и импорта за какой-либо период времени (Э – И). Может быть положительным (активным) и отрицательным (пассивным);
- платежный баланс. Он напрямую связан с торговым балансом. Это соотношение платежей и поступлений какой-либо страны за определенный период времени (обычно год). Он состоит из приходной и расходной частей.

2. Относительные показатели:

- доля экспорта (импорта) в национальном доходе или валовом внутреннем продукте;
- коэффициент эластичности – сопоставление темпов роста экспорта (импорта) с ростом ВВП;

- коэффициент покрытия – отношение объема экспорта к объему импорта, выражающее процент покрытия расходов на импорт выручкой от экспорта товаров и услуг.

3. Экспортные (импортные) показатели:

- экспортная квота (ЭК), измеряемая отношением объема экспорта ко всей произведенной продукции;
- импортная квота (ИК), рассчитываемая отношением объема импорта к ВВП.

Более точным является сопоставление объема ввозимой продукции и ресурсов отдельных отраслей (эти ресурсы включают в себя и ввоз продукции из других стран):

$$\text{ИК} = \frac{\text{И}_i}{\text{Р}_i},$$

где И_i – импорт продукции для i-отрасли;

Р_i – ресурсы i-отрасли.

4. Для анализа изменений объемов внешнеторгового оборота используется система индексов (индекс стоимостного объема, индекс физического объема, индекс средних цен). Эти индексы исчисляются отдельно для экспорта и для импорта.

На основе индексов средних цен экспорта и импорта рассчитывается индекс условий торговли

$$I_{\text{у.т.}} = \frac{I_{\text{ср.ценЭ}}}{I_{\text{ср.ценИ}}}.$$

Если величина индекса больше 100 %, то изменение цен внешней торговли данной страны было благоприятным, т. е. цены на экспортируемую продукцию росли быстрее, чем на импортируемую. Этот индекс характеризует эффективность внешней торговли.

Кроме того, для анализа внешней торговли можно использовать и такие индексы, как:

– индекс брутто-условий торговли:

$$I_{\substack{\text{брутто}\\\text{условий}\\\text{торговли}}} = \frac{I_{\text{ф.о.Э}}}{I_{\text{ф.о.И}}};$$

– индекс условий торговли по доходам:

$$I_{\substack{\text{условий}\\\text{торговли}\\\text{по доходам}}} = \frac{I_{\text{ф.о.Э}} \cdot I_{\text{рЭ}}}{I_{\text{рИ}}}.$$

12.2. Статистическое исследование рыночной конъюнктуры

Конъюнктура рынка является составным элементом экономической конъюнктуры. Изучение конъюнктуры рынка может быть как интегрированным в целом, так и дифференцированным – по локальным рынкам. Изучается конъюнктура рынка товаров и услуг в масштабах всей страны и отдельных регионов; конъюнктура рынка всей товарной массы и каждого локального товарного рынка (рынка отдельных услуг).

Субъектами изучения рыночной конъюнктуры могут быть коммерческие рыночные структуры, государственные органы, общественные организации, научные учреждения.

Конъюнктура товарного рынка тесно связана с состоянием и развитием рынков инвестиций, ценных бумаг, труда.

Рыночная конъюнктура складывается из множества единичных элементов и действий, развитие которых подчиняется вероятностным законам. Она измеряется определенным кругом качественных и количественных признаков, поддающихся измерению и оценке. Эти особенности конъюнктуры делают результативным использование статистических методов сбора и анализа информации о состоянии рыночной ситуации, которая находится под влиянием комплекса социально- экономических, демографических, естественно-природных, организационных, общественно-политических, а также случайных факторов.

Конъюнктурный анализ включается в состав статистических и маркетинговых служб коммерческих фирм, государственных экономических ведомств и общественных объединений. Например, функционирует Центр экономической конъюнктуры при Правительстве РФ. Оценками конъюнктуры занимается Государственный комитет по статистике. В числе альтернативных центров изучения рыночной конъюнктуры выступает ряд коммерческих консалтинговых и маркетинговых фирм.

Выделяют два этапа исследования. На первом – оценочном – уровне осуществляется анализ рыночной конъюнктуры, который характеризует масштабы рынка (типологию, его главные пропорции, вектор и скорость изменения основных параметров, степень устойчивости развития). Второй, более высокий, уровень анализа имеет целью выявление причинно-следственных связей, условий, определяющих рыночную ситуацию, и на этой основе осуществляет прогнозирование рыночной конъюнктуры и делает выводы о перспективности развития рынка.

Тип рынка зависит от числа предприятий, производящих и продающих одноименные товары, т. е. от наличия или отсутствия конкуренции. Строится матрица, базирующаяся на экономической типологии рынков. В ней первые два столбца заполняются на основе статистической отчетности, третий – институционных установлений и четвертый – на основе экспертных оценок. Матрица имеет вид таблицы (табл. 12.2).

Таблица 12.2

Матрица типологии рынков

Типы рынка	Число фирм	Вид товара	Контроль цен	Неценовая конкуренция
Чистая конкуренция	Очень много	Стандартизованный	Нет	Нет
Монополистическая конкуренция	Много	Дифференцированный	В узких рамках	Реклама, сервис и т. п.
Олигополия	Несколько	Стандартизованный или дифференцированный	Ограниченный	Различные формы
Чистая монополия	Одна	Уникальный	Значительный	Консьюмеризм

Масштаб рынка определяется объемом продажи товаров, а также числом и размером фирм, выступающих на рынке в качестве продавцов, как производителей, выводящих свой товар на рынок, так и торговых посредников.

Доля фирмы на рынке определяется как отношение товарооборота фирмы к общему объему продаж на рынке.

Оценка масштаба рынка связана с характеристикой потенциала рынка, определяющего возможности товарного предложения и покупательского спроса. Определение потенциала рынка позволяет установить, сколько товаров при определенных условиях может быть поставлено на рынок и сколько товаров сможет рынок поглотить. Потенциал рынка подразделяется на производственный и потребительский. Производственный потенциал рынка определяет предельные возможности товарного предложения.

Товарное предложение складывается из трех основных компонентов: объема продукции отечественного производства, объема импортной продукции и использования имеющихся товарных запасов.

На практике используют формулу производственного потенциала следующего вида:

$$П = \sum_{i}^{n} (N_i \cdot W_i) + F_j \,,$$

где N_i – единица производства;

W_i – удельная мощность производственного оборудования;

F_j – прочие факторы производства;

n – число i-х единиц производства.

Определение потребительского потенциала рынка является составным элементом оценки рыночной конъюнктуры. Потребительский потенциал рынка обусловлен покупательским спросом и характеризуется показателем емкости рынка.

Емкость рынка – количество товаров, которое рынок способен приобрести за определенный срок и при данных условиях.

Расчет емкости рынка базируется на потребительском и производственном принципах: определении численности потребителей и использовании нормативов производственного потребления (использование сырья, материалов, оборудования на единицу i-го изготавливаемого изделия):

$$E = \sum_{i}^{n} (N_i \cdot q_i \cdot w_i \cdot K_{pmn}) - \Delta З_{ij} - П_{ij} - C,$$

где E – емкость рынка i-го товара производственного назначения;

n_i – число производственных или иных предприятий, потребляющих i-й товар производственного назначения;

q_i – количество изготавливаемых i-х изделий, для которых необходим j-й товар;

w_i – норматив удельного расхода i-го товара на изготовление i-й единицы изделия;

K_{pmn} – коэффициент поправки на технологические изменения;

$З_i$ – средний размер изменения товарных запасов i-го товара;

$П_i$ – потери i-го товара в пределах норматива;

C – часть рынка, приходящаяся на долю конкурента, в том числе импортера.

Расчет емкости потребительского рынка следует дифференцировать и осуществлять по каждой социальной или возрастной группе населения (или в их сочетании).

Емкость рынка связана с насыщенностью рынка. Определить степень насыщения рынка товарами – сложно. Для этой цели используются специальные выборочные обследования домашнего имущества. Для расчета наличия товаров длительного пользования используют балансовую формулу

$$Н_к = Н_н + П + В,$$

где $Н_к$ и $Н_н$ – наличие товаров соответственно на конец и на начало периода;

П – поступление товаров за период;

В – выбытие за период.

Важным показателем рыночной конъюнктуры является пропорциональность развития рынка. Товарное предложение и покупательский спрос – важнейшие категории рыночной конъюнктуры, которая зависит от экономической ситуации, сложившейся на рынке на данный момент или за ограниченный отрезок времени под воздействием комплекса сил и факторов.

Понятие рыночной экономической ситуации включает:

– степень сбалансированности рынка (соотношение спроса и предложения);

– сформировавшиеся, наметившиеся или изменившиеся тенденции его развития;

– уровень устойчивости или колеблемости его основных параметров;

– масштабы рыночных операций и степень деловой активности;

– уровень коммерческого (рыночного) риска;

– сила и размах конкурентной борьбы;

– положение рынка в определенной точке экономического или сезонного цикла.

Анализ рыночной конъюнктуры начинается с изучения характера и степени сбалансированности рынка, прежде всего соотношения спроса и предложения. Суть действия рыночного механизма проявляется как раз в стремлении спроса и предложения к равновесию. Этот процесс происходит под постоянным воздействием множества противоречивых факторов, что и обусловливает наличие постоянных колебаний и отклонений от основной тенденции развития рынка.

Товарное предложение – это объем товаров (продуктов и услуг), предназначенных на продажу и предлагаемых покупателям на рынке в течение какого-то периода по определенной цене.

Товарное предложение товаров потребительского назначения базируется на изучении личных потребностей, мотивации их формирования, которое носит стохастический, вероятностный характер. В качестве детерминантов товарного предложения на рынке выступают ценовые факторы, в частности цена данного товара, а также цены на другие товары, цены сырья и ресурсов, инфляционные ожидания продавцов и покупателей. Ценовые факторы проявляют свое воздействие как опосредованно, через покупательский спрос, так и непосредственно при заключении сделок на поставку товаров. К показателям предложения можно отнести ***эластичность предложения***, т. е. показатель его реакции на внешние воздействия, его зависимости и изменчивости от изменения некоторых условий, в частности цен на конечную продукцию.

Следующей важнейшей категорией рынка и вторым показателем рыночной конъюнктуры является ***покупательский спрос.***

Покупательский спрос – это потребность, обеспеченная деньгами и предъявленная на рынке.

Иначе говоря, спрос выражается объемом и составом товаров, которые желают и могут купить потребители. В основе формирования спроса лежит понятие потребности.

Личная потребность представляет собой совокупность материальных и нематериальных благ, необходимых, во-первых, для обеспечения самого существования потребителей, а во-вторых, для обеспечения избранного потребителями образа и стиля жизни, их физического и духовного развития. Производственная потребность – определенное количество сырья, материалов и готовых изделий, необходимых для обеспечения производственного цикла при заданном количестве и ассортименте конечной продукции.

Изменчивость потребления отдельными группами населения под влиянием дохода измеряется ***коэффициентом эластичности потребления***. Коэффициент эластичности показывает процент изменения среднего потребления отдельных товаров под влиянием увеличения среднедушевого дохода на 1 %. Размер спроса особенно зависит от изменения цен, при их снижении значительно возрастает продажа товаров. Кроме того, снижение цен оказывает влияние на увеличение покупательной силы денег, так как известно, что доходы населения определяются не только номинальной, но и реальной заработной платой. При помощи индекса цен измеряют изменение покупательной силы денег:

$$I_{\text{покупательной способности рубля}} = 1 / I_{\text{р(цен)}}.$$

Чтобы определить коэффициент эластичности, нужно процент прироста потребления товара на одного человека разделить на процент прироста дохода на одного человека:

$$K_э = \frac{\Delta y}{y_0} \div \frac{\Delta x}{x_0},$$

где $K_э$ – коэффициент эластичности;

Δy – прирост потребления данного товара на одного человека;

y_0 – объем продажи данного товара на одного человека в прошлом периоде;

Δx – прирост денежных доходов на одного человека;

x_0 – денежные доходы на одного человека в прошлом периоде.

При $K_э < 1$ наблюдается явление инфраэластичности, товар считается неэластичным и не поддается регулированию; при $K_э = 1$ спрос считается унитарным, или слабоэластичным, его регулирование не имеет смысла; при $K_э > 1$ – явление ультраэластичности – спрос поддается регулированию путем изменения цен или дохода.

При расчете коэффициента эластичности товарооборота в зависимости от изменения денежных доходов населения может быть использовано уравнение прямолинейной зависимости. Вычисление коэффициента эластичности в данном случае можно рассчитать по формуле

$$K_э = a_1 \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}},$$

где $\bar{y}$ – средний товарооборот на душу населения;

$\bar{x}$ – средние денежные доходы на одного человека;

a_1 – параметр уравнения прямолинейной связи.

Вычисление параметра a_1 производится по уравнению прямой ($yx = a_0 + a_1x$), так как зависимость между реализацией товаров и денежными доходами населения – прямолинейная.

Чтобы найти параметр a_1, необходимо решить систему нормальных уравнений

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum_i x_i = \sum_i y_i; \\ a_0\sum_i x_i + a_1\sum_i x_i^2 = \sum_i x_i y_i. \end{cases}$$

В приведенных формулах, несмотря на простоту и доступность, имеется существенный недостаток: они отражают влияние на спрос одного фактора, при этом подразумевается, что изменение целиком обусловлено действием данного фактора, хотя на самом деле это не так. На спрос одновременно влияет комплекс факторов. Спрос – явление динамическое. Он изменяется во времени под воздействием комплекса факторов. Его тенденции выражают:

– ***растущий, или интенсивный, спрос***: вектор и скорость развития которого выражены темпом роста ($T > 100$);

– ***стабилизировавшийся спрос*** ($T = 100$);

– ***угасающий, или сокращающийся, спрос*** (спад спроса) ($T < 100$).

К наиболее важным факторам спроса относятся ценовые факторы, включая и инфляционные ожидания потребителей, их ценовые предпочтения, доход (покупательная способность) потребителей, и опосредованно налоги и процентные ставки. Закон спроса, который теория выражает графической гиперболической кривой, описывает зависимость спроса от изменения цены (при прочих равных условиях).

Спрос на потребительском рынке зависит также от следующих факторов. К ним следует отнести:

– демографические факторы (численность и прирост населения, его половозрастную и социальную структуру, территориальное расселение и некоторые миграционные процессы, размер и состав семей, урбанизацию, культурный уровень);

– социально-экономические факторы (доходы, цены, инфляцию, занятость и безработицу, профессиональный состав работников и др.);

– географические и климатические факторы, национальные особенности;

– психологические факторы, политические условия, а также случайные воздействия.

Такую зависимость спроса от многих факторов отражают с помощью многофакторной модели:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n .$$

Многофакторная модель используется для построения коэффициентов эластичности и в целях прогнозирования. В этом случае в нее вводят фактор времени.

Количественно оценить покупательский спрос на локальном рынке какого-то товара не представляется возможным. Могут быть даны только косвенные, качественные (атрибутивные) оценки на основе наблюдения за изменениями продажи, цен, товарных запасов, поступления товаров (поставки). Эти показатели называются ***индексами деловой активности***. При их анализе исходят из сопоставления индексов деловой активности, указывающих на сбалансированность или, наоборот, на разбалансированность рынка:

$I_{\text{продажи}} > I_{\text{запасов}} \to$ предложение опережает спрос;

$I_{\text{продажи}} = I_{\text{запасов}} \to$ предложение соответствует спросу;

$I_{\text{продажи}} < I_{\text{запасов}} \to$ спрос опережает предложение.

12.3. Статистические способы выявления тенденции рынка

Тенденции рынка определяются на основе анализа временных рядов основных параметров рынка (объемы продаж, цены, товарные запасы). Методы, традиционно применяемые для выявления временных тенденций рынка, делят на две группы – это методы «механического сглаживания» и «аналитического выравнивания», сущность которых излагалась в гл. 9, 10.

Строятся трендовые модели, которые определяют вектор, скорость и ускорение развития. В зависимости от характера развития рынка для построения кривых тренда используются различные функции, известные в теории и описанные в гл. 10, которые приведены в табл. 12.3.

Последнее время в статистическом анализе для характеристики сложных и нестабильных процессов рынка стали использоваться модели трендов с повышенными адаптивными свойствами, например логистическая модель $y = \dfrac{1}{(a_0 + a_1 c^t)}$ или модель модифицированной экспоненты $y = a_0 + a_1 c^t$. Эти модели включают, наряду с $a_0 - a_1$, третий (адаптирующий) параметр – c. Для таких моделей характерны сравнительно более низкий уровень инерционности и возможность получения гибкого прогноза соответственно нестабильным колебаниям значений анализируемых признаков рыночной конъюнктуры.

Таблица 12.3

№ п/п	Название функции	Аналитическое выражение функции	Характер развития рынка
1	Экспоненциальная (простая)	$y = a_0 e^{a_1 t}$	Явления имеют этапы замедленного и ускоренного развития
2	Степенная	$y = a_0 t^{a_1}$	Явления с преобладающим ускоренным развитием
3	Гиперболическая 1 типа	$y = a_0 + \frac{a_1}{t}$	Явления с преобладающими этапами замедленного развития
4	Логарифмическая	$y = a_0 + a_1 \ln t$	Развитие явлений с последующим замедлением (насыщением)
5	*S*-образная	$y = e^{a_0 + \frac{a_1}{t}}$	Явления часто изменяются, сопровождаясь неоднократными этапами замедления и ускорения в развитии
6	Гармоническая	$y = a_0 + a_1 \cos t + a_2 \sin t$	Явления имеют определенную периодичность повторения, сезонные колебания
7	Линейная	$y = a_0 + a_1 x$	
8	Парабола второго вида	$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$	

Трендовые модели используются для краткосрочного прогнозирования., когда есть вероятность инерционного развития рынка. Исходят из того, что сложившиеся в прошлом тенденции можно экстраполировать на прогнозируемый период. В формулу подставляется номер прогнозируемого периода. Для долгосрочного периода, когда меняются условия рынка, этот метод мало подходит.

Важным этапом анализа является характеристика устойчивости развития рынка. Чем больше размах колебаний, тем выше уровень риска и менее надежны прогнозы. Колеблемость рынка проявляется в отклонениях фактических уровней от линии тренда. Степень устойчивости рынка определяют с помощью коэффициента вариации:

$$V = \frac{\sigma_{y-y_t}}{\bar{y}} \cdot 100;$$

$$\sigma_{y-y_t} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - y_t)^2},$$

где V – коэффициент вариации;

$\sigma_{y_i - y_t}$ – среднее квадратическое отклонение фактических уровней ряда от теоретических по тренду;

y_i – фактические уровни ряда;

y_t – теоретические уровни по тренду;

$\bar{y}$ – среднее значение уровней ряда.

В зависимости от полученных характеристик даются оценки развития и состояния рынка: развивающийся рынок, устойчиво развивающийся рынок, неустойчиво развивающийся рынок, стагнирующий рынок, спад рынка.

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выберите правильный вариант ответа.

1. К факторам, влияющим на экономические результаты и деловую активность предприятий относятся:
   а) качество управления;
   б) ожидаемые прибыли и дивиденды;
   в) уровень развития техники;
   г) социальные проблемы общества.

2. Для анализа внешней торговли используют индексы:

а) $I = \frac{\sum m_0 p_0 q_1}{\sum p_0 q_1} : \frac{\sum m_0 p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum m_0 d_1}{\sum m_0 d_0}$;

б) $I_m = \frac{\sum m_1 p_0 q_1}{\sum m_0 p_0 q_1}$; в) $I_{\substack{\text{брутто}\\ \text{условий}\\ \text{торговли}}} = \frac{I_{\text{ф.о.Э}}}{I_{\text{ф.о.И}}}$;

г) $\dfrac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}$.

3. Экономическая конъюнктура представляет собой:

а) точку на кривой экономического цикла;

б) конкретную экономическую ситуацию, сложившуюся на рынке на данный момент;

в) операции, связанные с передвижением товарных масс через таможенные границы;

г) объемы внешнеторгового оборота.

4. К объемным показателям внешней торговли относятся:

а) объем экспорта;

б) индекс изменений;

в) индекс предпринимательской уверенности;

г) объем импорта.

5. Конъюнктура представляет собой:

а) согласованное колебательное изменение совокупности типических признаков изучаемого процесса, происходящее относительно определенного уровня равновесия;

б) точку на кривой экономического цикла;

в) конкретную экономическую ситуацию, сложившуюся на рынке на данный момент;

г) операции, связанные с передвижением товарных масс через таможенные границы.

6. Коэффициент эластичности показывает:

а) процент изменения среднего потребления отдельных товаров;

б) $K = \dfrac{\Delta y}{y_0} \div \dfrac{\Delta x}{x_0}$;

в) $y = a_0 t^{a_1}$;

г) $K = \dfrac{\sigma_{y - y_t}}{\overline{y}} \cdot 100$.

7. Покупательский спрос – это …

а) потребность, обеспеченная деньгами и предъявленная на рынке;

б) потребность за ограниченный отрезок времени под воздействием комплекса условий и факторов;

в) спрос, выражаемый объемом и составом товаров, которые желают и могут купить потребители;

г) конкретная экономическая ситуация, сложившаяся на рынке на данный момент времени.

8. На основе показателей индексов деловой активности делают вывод о сбалансированности рынка, если:

а) $I_{\text{продажи}} > I_{\text{запасов}} \rightarrow$ предложение опережает спрос;

б) $I_{\text{продажи}} = I_{\text{запасов}} \rightarrow$ предложение не соответствует спросу;

в) $I_{\text{продажи}} < I_{\text{запасов}} \rightarrow$ предложение опережает спрос;

г) $I_{\text{продажи}} > I_{\text{запасов}} \rightarrow$ невозможно сделать выводы.

9. Степень устойчивости рынка определяют с помощью следующих показателей:
а) коэффициента вариации;
б) линейного коэффициента корреляции;
в) рангового коэффициента корреляции Спирмена;
г) коэффициента роста.

10. Товарное предложение – это …
а) объем товаров, предназначенных на продажу и предлагаемых покупателям на рынке в течение какого-то периода по определенной цене;
б) объем товаров, реализованных на рынке;
в) объем товаров на душу населения;
г) средний объем товаров на рынке.

Раздел 2

СТАТИСТИКА ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

ГЛАВА 13. СИСТЕМА НАЦИОНАЛЬНЫХ СЧЕТОВ

13.1. Система национальных счетов как макростатистическая модель экономики

Родоначальником теории необходимости государственного регулирования экономики, положенной в основу современной Системы национальных счетов (СНС), был английский экономист Дж. М. Кейнс. В работах Кейнс сформулировал основные принципы формирования системы информации, необходимой для анализа экономики на макроуровне, как системы взаимосвязанных макроэкономических показателей, среди которых – совокупный доход, потребление, инвестиции, сбережения.

СНС, реализуемая в Российской Федерации, основана на методологических положениях, разработанных совместно с ООН, Мировым банком и Евростатом, принята в 1993 г.

Суть системы сводится к формированию показателей развития экономики на различных стадиях процесса воспроизводства. Каждой стадии воспроизводства соответствуют специальные счета, которые называют национальными.

Счета используются для регистрации экономических операций, осуществляемых ***институциональными единицами***, т. е. предприятиями, учреждениями, домашними хозяйствами, которые являются ***резидентами*** страны.

Национальные счета – это набор взаимосвязанных таблиц, имеющих вид балансовых построений, где отражаются ***ресурсы*** и их ***использование.***

Система включает следующие счета:

Счета внутренней экономики в целом:

1) счет товаров и услуг;
2) счет производства;
3) счет образования доходов;
4) счет распределения доходов:
   а) счет распределения первичных доходов;
   б) счет вторичного распределения доходов;
5) счет использования национального располагаемого дохода;
6) счет операций с капиталом.

***Счета отраслей экономики*:**

1) счет производства по отраслям;
2) счет образования доходов по отраслям.

Счета внешнеэкономических связей (**«*остального мира*»**):

1) счет текущих операций;
2) счет капитальных затрат;
3) финансовый счет.

Все счета являются ***консолидированными***, т. е. построенными для экономики в целом, и отражают отношения между национальной экономикой и зарубежными странами [7–10].

13.2. Основные макроэкономические показатели СНС

В системе национальных счетов применяется группировка экономических единиц ***по секторам.*** Сектор национальной экономики представляет собой совокупность институциональных единиц, имеющих сходные цели и источники финансирования, что обусловливает их сходное экономическое поведение. Выделяются следующие сектора национальной экономики:

– национальные предприятия;
– финансовые учреждения;
– государственные учреждения;
– некоммерческие организации, обслуживающие домашние хозяйства;
– домашние хозяйства.

Измеряемые на макроуровне экономические процессы характеризуются следующими показателями:

Выпуском товаров и услуг **(В)**, представляющим суммарную стоимость товаров и услуг, являющихся результатом производственной деятельности резидентов. Исчисляется в основных ценах.

Промежуточным потреблением **(ПП)**, состоящим из стоимости товаров услуг, которые трансформируются или полностью потребляются в отчетном периоде в процессе производства других товаров и услуг.

Налогами на производство и импорт **(НПИ),** включающими в себя налоги на продукты (НП) и другие налоги на производство (Др НП):

НПИ = НП + ДрНП.

Налогами на продукты **(НП)**, которые зависят от стоимости произведенной продукции и оказанных услуг (налоги на добавленную стоимость, акцизы, налоги на импортные товары).

Другими налогами на производство **(ДрНП)**, связанными с использованием факторов производства (труда, земли, капитала), а также платежами за лицензию (налог на имущество предприятия, отчисления в дорожные фонды, плата за использование природных ресурсов и др.).

Чистыми налогами на продукты и импорт **(ЧНПИ).** Термин «чистые» означает, что налоги показаны за вычетом соответствующих субсидий:

ЧНПИ = НПИ – Сп.

Субсидиями на продукты **(Сп)** – текущими некомпенсируемыми выплатами из государственного бюджета предприятиям при условии производства ими определенного вида товаров.

Валовой добавленной стоимостью **(ВДС)** – вновь созданной стоимостью в процессе производства продуктов и услуг. Определяется по отраслям экономики как разность между стоимостью выпуска товаров и услуг и промежуточным потреблением.

В СНС показатель ВДС оценивается в ***основных ценах*** (без налогов на продукты, но включающий субсидии на продукты):

$$\text{ВДС}_{\text{основ. ценах.}} = \text{В} - \text{ПП}.$$

Валовая добавленная стоимость ***в рыночных ценах*** равна сумме ВДС в основных ценах и чистых (за вычетом субсидий) налогов на продукты:

$$\text{ВДС}_{\text{рын. ценах.}} = \text{ВДС}_{\text{основ. ценах.}} + \text{ЧНП}_{\text{тек. ценах.}},$$

где ЧНП = (НП – Сп) – чистые налоги на продукты;
НП – налоги на продукты;
Сп – субсидии на продукты.

Если из значения ВДС исключить расходы на ***потребление основного капитала*** **(*ПОК*)**, то можно будет исчислить ***показатель чистой добавленной стоимости*** **(*ЧДС*)** [7, 9–11].

13.3. Методы расчета валового внутреннего продукта

Валовой внутренний продукт (ВВП) характеризует стоимость произведенных на территории страны (включая совместные предприятия) за период времени товаров и услуг, предназначенных для конечного потребления, накопления и чистого экспорта.

ВВП может быть рассчитан тремя методами: производственным; методом использования доходов; распределительным методом формирования ВВП.

1. ***Производственным методом***, при котором ВВП получается как разность между выпуском товаров и услуг в целом по стране и промежуточным потреблением или как сумма ВДС, создаваемых в отраслях экономики:

$$\text{ВВП}_{\text{цен. произв.}} = \sum \text{ВДС}_{\text{основ. цен.}}.$$

Для расчета ВВП в рыночных ценах необходимо добавить чистые налоги на продукты (ЧНП):

$$\text{ВВП}_{\text{рын. ценах}} = \sum \text{ВДС}_{\text{основ. ценах}} + \text{ЧНП}_{\text{тек. ценах}};$$

$$\text{ВВП}_{\text{рын. ценах}} = \sum \text{ВДС}_{\text{рын. ценах}}.$$

2. ***Методом использования доходов***, при котором ВВП равен сумме

расходов всех секторов на конечное потребление (РКП), валового накопления (ВН) и чистого экспорта товаров и услуг (Э – И) плюс статистическое расхождение между произведенным и использованным ВВП (СР):

$$\text{ВВП}_{\text{рын. ценах}} = \text{РКП} + \text{ВН} + (\text{Э} - \text{И}) + \text{СР},$$

где РКП – расходы на конечное потребление нефинансовых предприятий; финансовых учреждений; государственных учреждений; некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства; домашних хозяйств.

ВН – складывается из валового накопления основных фондов, изменения запасов материальных оборотных средств и чистого приобретения ценностей.

Чистый экспорт рассчитывается во внутренних ценах как разница между экспортом и импортом и включает в себя оборот средств российской торговли с зарубежными странами.

Статистическое расхождение между произведенным и использованным валовым внутренним продуктом – специфический показатель, используемый в СНС для общей оценки качества расчетов. Он показывает расхождение между значениями ВВП, рассчитанными различными способами.

3. ***Распределительным методом формирования* ВВП**, который отражает формирование ВВП по источникам доходов; отражает первичные доходы, получаемые единицами, участвующими в производстве, а также органами государственного управления (организациями бюджетной сферы) и некоммерческими организациями, обслуживающими домашние хозяйства.

Стадия образования доходов в СНС характеризуется следующими показателями:

***Оплатой труда наемных работников* (ОТ)**, которая определяется суммой всех вознаграждений в денежной форме, выплачиваемых наемным работникам за работу, выполненную в течение отчетного периода.

***Валовой прибылью экономики* (ВПЭ) *и валовыми смешанными доходами* (*ВСД*)**, представляющими собой ту часть добавленной стоимости (ВДС), которая остается у производителей после вычета расходов. Расходы, связанные с оплатой труда (ОТ) и налогов на производство и импорт (НПИ), плюс получаемые субсидии на производство и импорт (Сп.и):

$$\text{ВПЭ} = \text{ВДС} - \text{ОТ} - \text{ЧНПИ};$$

$$\text{ВПЭ} = \text{ВДС} - \text{ОТ} - (\text{ННП} - \text{Сп.и}).$$

***Чистой прибылью экономики* (ЧПЭ) *и чистыми смешанными доходами* (ЧСД)**, которые равняются валовой прибыли за вычетом потребления основного капитала (ПОК) [7–10]:

$$\text{ЧПЭ} = \text{ВПЭ} - \text{ПОК}.$$

ВВП на стадии образования доходов рассчитывается как сумма:

$$\text{ВВП} = \text{ОТ} + \text{ЧНПИ} + \text{ВПЭ};$$

$$\text{ВВП} = \text{ОТ} + (\text{ННП} - \text{Сп.и}) + \text{ВПЭ}.$$

13.4. Номинальный и реальный валовой внутренний продукт

Инфляция (повышение среднего уровня цен в экономике) и ***дефляция*** (снижение среднего уровня цен) усложняют подсчет валового внутреннего продукта, поскольку ВВП представляет собой денежный, количественный показатель.

Показатель ВВП, который отражает текущие цены, называется ***номинальным* ВВП.** Номинальный ВВП отражает объем производства, выраженный в ценах, существующих на момент времени, когда этот объем был произведен.

Показатель ВВП с учетом изменения цен (скорректированный на инфляцию и дефляцию) называется ***реальным* ВВП.** Процесс корректировки номинального ВВП осуществляется с помощью индекса цен ВВП, который называется ***индексом-дефлятором.***

Индекс-дефлятор (ДВВП) – это *отношение* ВВП, исчисленного в текущих ценах, к объему ВВП, исчисленному в сопоставимых ценах предыдущего периода.

Реальный ВВП можно рассчитать следующим образом:

$$\text{Реал. ВВП} = \frac{\text{Номин. ВВП}}{\text{Дефлятор ВВП}}.$$

***Валовой региональный продукт* (ВРП)** – обобщающий показатель экономической деятельности региона, характеризующий процесс производства товаров и услуг.

***Валовой национальный доход* (ВНД) –** это сумма первичных доходов единиц резидентов, сумма ВВП в рыночных ценах плюс чистый доход, полученный от операций из-за границы, т. е. со странами «остального мира»:

$$\text{ВНД} = \text{ВВП} \pm \text{СД},$$

где СД – сальдо доходов от экономической деятельности, полученных из-за границы и за границей (разница между экспортом и импортом).

***Чистый национальный доход* (ЧНД) –** в рыночных ценах определяется вычитанием потребления основного капитала (ПОК) из валового национального дохода:

$$\text{ЧНД} = \text{ВНД} - \text{ПОК}.$$

***Располагаемый национальный доход* (РНД) –** в рыночных ценах представляет собой сумму располагаемых доходов всех институциональных единиц и равен ЧНД плюс чистые текущие трансферты из-за границы (т. е. дарения, пожертвования, гуманитарная помощь и др.).

***Валовой располагаемый доход* (ВРД) –** равен ВНД в рыночных ценах плюс текущие трансферты, полученные от «остального мира» и переданные «остальному миру».

***Чистый располагаемый доход* (ЧРД) –** представляет собой разность между ВРД и потреблением основного капитала (ПОК) [7–14].

Задача для проверки

Имеются следующие данные по РФ (в текущих ценах), млрд р.:

1. Выпуск в основных ценах	4600
2. Промежуточное потребление (включая косвенно измеряемые услуги финансового посредничества)	2140
3. Налоги на продукты	305
4. Субсидии на продукты	91
5. Расходы на конечное потребление,	2050
в том числе:	
– домашних хозяйств	1500
– государственных учреждений	500
– некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства	5
6. Валовое накопление,	430
в том числе:	
– валовое накопление основного капитала	470
– изменение запасов материальных оборотных средств	–40
7. Экспорт товаров и услуг	850
8. Импорт товаров и услуг	64
9. Статистические расхождения	–12
10. Оплата труда наемных работников	1300
11. Налоги на производство и импорт	490
12. Субсидии на производство	96

Определить:
1) валовую добавленную стоимость:
   а) в основных ценах;
   б) в рыночных ценах;
2) валовую прибыль экономики и валовые смешанные доходы;
3) валовой внутренний продукт в рыночных ценах:
   а) производственным методом;
   б) методом использования доходов;
   в) распределительным методом.

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выберите правильный вариант ответа.

1. Располагаемый национальный доход – это …
а) сумма располагаемых доходов всех институциональных единиц;
б) обобщающий показатель экономической деятельности региона;
в) валовая прибыль за вычетом потребления основного капитала;
г) сумма всех вознаграждений в денежной форме.

2. Валовой внутренний продукт характеризует:
а) стоимость произведенных на территории страны товаров и услуг, предназначенных для конечного потребления, накопления и чистого экспорта;
б) разность между выпуском товаров и услуг в целом по стране и промежуточным потреблением;
в) сумма расходов всех секторов на конечное потребление;
г) валовое накопление.

3. Распределительный метод формирования ВВП отражает:
а) первичные доходы, получаемые единицами, участвующими в производстве;
б) доходы некоммерческих организаций;
в) доходы домашних хозяйств;
г) расходы на конечное потребление нефинансовых предприятий.

4. Валовая добавленная стоимость в рыночных ценах равна:
а) сумме внутренней добавленной стоимости в основных ценах и чистых налогов на продукты;
б) вновь созданной стоимости в процессе производства продуктов и услуг;
в) стоимости отношений между национальной экономикой и зарубежными странами;
г) $\text{ВДС}_{\text{в рын. ценах}} = \text{ВДС}_{\text{в основ. ценах}} + \text{ЧНП}_{\text{в тек. ценах}}$.

5. Выпуск товаров и услуг представляет:
а) налоги на продукты и другие налоги на производство;
б) суммарную стоимость товаров и услуг;
в) текущие некомпенсируемые выплаты из государственного бюджета;

г) вновь созданную стоимость в процессе производства.

6. Счета внешнеэкономических связей:
а) счет текущих операций;
б) счет реализации;
в) счет капитальных затрат;
г) счет оборота.

7. Валовая добавленная стоимость – это …
а) вновь созданная стоимость в процессе производства продуктов;
б) стоимость выпуска товаров и услуг;
в) платежи за лицензию;
г) потребление основного капитала.

8. К методам расчета валового внутреннего продукта относятся следующие:
а) рыночный метод;
б) метод использования доходов;
в) распределительный метод формирования;
г) финансовый метод.

9. Валовой региональный продукт – это …
а) обобщающий показатель экономической деятельности региона;
б) сумма располагаемых доходов всех институциональных единиц;
в) внутренняя норма доходности;
г) чистый дисконтированный доход.

10. Номинальный валовой внутренний продукт отражает:
а) чистые текущие трансферты;
б) объем производства, выраженный в текущих ценах;
в) объем потребления основного капитала;
г) процессы изменения структуры дохода.

Раздел 3

СТАТИСТИКА ПРЕДПРИЯТИЯ

ГЛАВА 14. СТАТИСТИКА ПРОИЗВОДСТВА И ОБРАЩЕНИЯ ПРОДУКЦИИ И УСЛУГ

14.1. Показатели объема продукции (услуг)

Производство материальных благ и услуг осуществляется предприятиями всех отраслей материального производства. Материальные блага и услуги составляют продукцию предприятия. Объем продукции характеризуется системой показателей в натуральном, условно-натуральном и стоимостном выражении.

Натуральные единицы используются для учета отдельных видов продукции физического объема.

В статистике широко используется система стоимостных показателей продукции: валовая, товарная, реализованная продукция, чистая продукция.

Валовая продукция **(ВП)** предприятия – стоимость всех готовых изделий и полуфабрикатов, изготовленных в отчетном периоде из своего и материала заказчика, а также стоимость выполненных работ за вычетом стоимости готовых изделий и полуфабрикатов собственной выработки, потребленных в производстве:

$$ВП = ТП + (ОПФ_к – ОПФ_н),$$

где $ОПФ_к$, $ОПФ_н$ – изменение остатков полуфабрикатов и/или незавершенного производства на конец и начало расчётного периода.

Товарная продукция **(ТП)** предприятия – продукция, произведенная для реализации на сторону, т. е. за пределы предприятия. Товарная продукция определяется по заводскому методу без стоимости внутризаводского оборота, т. е. без стоимости той части готовых изделий и полуфабрикатов, которая используется внутри данного предприятия на собственные производственные нужды. Стоимость продукции определяется в отпускных ценах предприятия без налога на добавленную стоимость и акциза:

а) в фактических действующих ценах;

б) в фиксированных (сопоставимых) ценах:

$$ТП = С_{г.п} + С_{пф} + С_{усл} + С_{раб.\ пром} + С_{с.м},$$

где $С_{г.п}$, $С_{пф}$, $С_{усл}$, $С_{раб.\ пром}$ – стоимость готовой продукции, полуфабрикатов собственного производства, услуг вспомогательных производств (электроэнергия, пар, вода, ремонт оборудования) и работ промышленного характера, предназначенных к отпуску на сторону;

$С_{с.м}$ – стоимость переработки неоплаченного сырья и материалов заказчика.

Реализованная продукция **(РП) –** отгруженная покупателям (заказчикам) и оплаченная ими в данном периоде (предъявлены расчетные документы). В реализованную продукцию включается часть стоимости товарной продукции предшествующего периода, оплата за которую произведена в текущем периоде:

$$РП = ТП + (ОТП_н – ОТП_к),$$

где $ОТП_н$, $ОТП_к$ – остатки нереализованной товарной продукции на начало и конец расчетного периода.

Валовой оборот предприятия помимо ВП включает стоимость внутризаводского оборота:

$$ВО = ВП + ВЗО,$$

где ВЗО – стоимость продукции и услуг цехов, используемых внутри данного предприятия.

Чистая продукция **(ЧП)** представляет собой стоимость, вновь созданную трудом в той или иной сфере материального производства. Рассчитывается как разность между объемами валовой продукции и материальными затратами (МЗ – сырье, материалы, топливо, энергия, амортизационные отчисления) в ценах конечного потребления (действующих и сопоставимых):

$$ЧП = ВП – МЗ.$$

Стоимостные показатели продукции исчисляются во всех отраслях производства, исходя из оценки ее составных частей по степени готовности к назначению: готовая продукция, полуфабрикаты, незавершенное производство и работы промышленного характера.

Данные об общем объеме продукции по всему предприятию формируются раз в год на основании годовой отчетности, а также ежемесячно расчетным путем [7, 11–14].

14.2. Индексный метод анализа динамики объема продукции

Для оценки степени изменения объемов продукции в динамике рассчитывают индекс физического объема продукции.

По отдельным продуктам и группам однородных продуктов, взятым в натуральном выражении, рассчитывают индивидуальные индексы [7, 10–15].

Индивидуальный индекс физического объема

$$i_q = \frac{q_1}{q_0},$$

где q_1, q_0 – отчетные и базисные объемы валовой, реализованной, товарной и т. п. продукции.

По группе разнородной продукции определяются ***агрегатные индексы физического объема продукции.*** Построение агрегатного индекса физического объема было предложено Э. Ласпейресом в 1864 г. Индексируемой величиной является объем, ***цена базисного*** периода служит коэффициентом соизмерения

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0},$$

где p_0 – коэффициент соизмерения разнородных продуктов, чаще всего – цена единицы продукции в базисном периоде, или ***сопоставимая цена***.

В качестве коэффициента соизмерения может быть использована ***цена отчетного*** периода. Такой индекс был предложен в 1874 г. Г. Паше:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}.$$

В качестве соизмерителей могут быть использованы себестоимость и затраты рабочего времени на единицу продукции, индекс физического объема:

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}; \qquad I_q = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_0 t_0}.$$

При наличии индивидуальных индексов и данных о стоимости продукции для расчета общего индекса используют ***средневзвешенный индекс***.

Средний арифметический взвешенный индекс физического объема продукции применяется в том случае, если известны индивидуальные индексы объема по отдельным видам продукции и их стоимость в базисном периоде:

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Средний гармонический взвешенный индекс физического объема продукции применяется, если известны индивидуальные индексы объема по отдельным видам продукции и их стоимость в отчетном периоде:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{1}{i_q} q_1 p_1}.$$

14.3. Индексный анализ изменения стоимости реализованной продукции

Индексный метод позволяет изучить степень влияния отдельных факторов на изменение общего объема сложных явлений. Анализ производится путем разложения общего индекса переменного состава на составляющие его индексы фиксированного состава количественных показателей (физического объема продукции) и качественных показателей (цен, себестоимости) [7, 10–14].

Для совокупности разнородной продукции схема разложения имеет вид

$$I_{\text{перем.сост.}} = I_{\text{пост.сост.}} I_{\text{кач.пок.}}.$$

Изменение стоимости реализованной продукции в динамике отражает ***индекс стоимости оборота по реализации***:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}.$$

Разность между числителем и знаменателем этого индекса отражает абсолютный прирост (снижение) стоимости реализованной продукции в текущем периоде по сравнению с базисным. Существует взаимосвязь $I_{pq} = I_p I_q$ [7–12].

14.4. Методы исчисления запасов товарно-материальных ценностей

Для непрерывного производственного процесса необходимо постоянное наличие ***запасов материальных ресурсов***.

По форме существования выделяют два вида запасов:

а) производственные запасы сырья, материалов, топлива, необходимые для производства;

б) товарные запасы готовых средств производства, находящиеся в сфере обращения.

Производственные запасы материальных ценностей входят в состав оборотных фондов сферы материального производства. Производственные запасы состоят из следующих частей: ***текущие***, ***подготовительные***, ***страховые и сезонные***.

Наличие товарных запасов в денежном выражении характеризуется моментными (на отчетные даты) показателями и средними за отчетный период.

Средний запас рассчитывается по формуле средней арифметической простой

$$\overline{З} = \frac{(З_1 + З_2)}{2},$$

где $З_1, З_2$ – объем запаса на начало и конец периода.

Более точно средний запас можно рассчитать по формуле средней хронологической, когда известны величины запасов на определенные даты, разделенные равными интервалами времени:

$$\overline{З} = \frac{\frac{З_1}{2} + З_2 + \ldots + \frac{З_n}{2}}{n-1},$$

где $З_1, З_2, \ldots, З_n$ – размеры запаса на отдельные даты отчетного периода.

В случае неравных интервалов средний запас исчисляется по формуле средней арифметической взвешенной.

Обеспеченность предприятия товарными запасами (в днях) исчисляется путем деления размера запасов материальных ценностей на начало периода на среднесуточный расход данного вида запасов:

$$О_{дн} = \frac{З_н \cdot Д}{Р},$$

где $О_{дн}$ – обеспеченность запасами, дни;

$З_н$ – размер запасов на начало периода;

Д – число календарных дней в периоде (месяц – 30, квартал – 90, год – 360);

Р – общий размер расхода, или потребность в данном периоде.

Запасоёмкость определяется по формуле

$$е = \frac{З_н}{Р} \cdot 100.$$

Показатели оборачиваемости запасов

Оборачиваемость запасов предприятия означает превращение предметов труда в готовую продукцию. Чем быстрее оборачиваются ресурсы, тем меньше их требуется в запасе для обеспечения объема выпуска.

Для характеристики использования товарных запасов применяются следующие показатели:

1. ***Коэффициент оборачиваемости товарных запасов*** (скорости оборота – числа оборотов запаса)

$$K_{обор.} = \frac{Р}{\overline{З}},$$

где Р – объем оборота (производственное потребление материала, или реализованная продукция);

$\overline{З}$ – средняя величина запаса за отчетный период.

2. ***Коэффициент закрепления ресурсов***

$$К_{\text{закр.}} = \frac{\overline{З}}{\text{Р}}.$$

Этот коэффициент – величина, обратно пропорциональная коэффициенту оборачиваемости:

$$К_{\text{закр.}} = \frac{1}{К_{\text{обор.}}}.$$

Экономический смысл его в том, что он характеризует сумму среднего остатка запасов, приходящихся на один рубль выручки от реализации.

3. *Средняя продолжительность оборота в днях* (время обращения запасов)

$$\text{В}_{\text{об.}} = \frac{\text{Д}}{К_{\text{об.}}} = \text{Д} \cdot К_{\text{закр.}}.$$

4. ***Количество материальных ресурсов, высвобожденных из оборота вследствие ускорения оборачиваемости***, составляет

$$\text{М}_{\text{высв.}} = (\text{В}_1 - \text{В}_2) \cdot a_1.$$

Ускорение оборачиваемости ресурсов в запасах является важным условием повышения эффективности производства [7–9].

14.5. Статистика расхода материальных ресурсов

В современных условиях особую актуальность приобретает проблема сокращения затрат на сырье, топливо и энергию. Решение этой проблемы связано с ***расходом материальных ресурсов***. Расход материальных ресурсов характеризуется общим и удельным расходом. Общий расход определяется сравнением объемов запасов на текущий период с их объемом на начало периода:

$$\Delta \text{Р} = З_i - З_{i-1}.$$

Удельный расход представляет собой средний расход материальных ресурсов на производство единицы продукции, на количество этой продукции:

$$m = \frac{M}{q},$$

где m – удельный расход материала;
M – объем материала;
q – количество продукции, при производстве которой был использован материал данного вида.

Индекс удельного расхода позволяет сделать вывод о том, какие изменения произошли в удельном расходе за отчетный период по сравнению с базисным или нормой:

$$i_m = \frac{m_1}{m_0} \quad \text{либо} \quad i_m = \frac{m_1}{m_{\text{нор.}}};$$

$$i_m = \frac{M_1}{q_1} : \frac{M_0}{q_0}.$$

Когда один вид материалов расходуется на производство нескольких видов продукции, исчисляют индекс удельного расхода, взвешенный по количеству произведенной продукции:

$$I_m = \frac{\sum m_1 q_1}{\sum m_0 q_1} = \frac{M_1}{\sum m_0 q_1},$$

где q_1 – количество фактически произведенных единиц продукции каждого вида;

m_0, m_1 – удельные расходы материала данного вида на производство каждого вида продукции в базисном и отчетном периодах;

M_1 – общий фактический расход материала данного вида на изготовление всех видов фактически произведенной продукции.

Для характеристики использования различных видов материалов на производство нескольких видов продукции применяется ***сводный индекс удельных расходов***

$$I_m = \frac{\sum m_1 p_0 q_1}{\sum m_0 p_0 q_1}.$$

Разность между числителем и знаменателем индекса показывает экономию или перерасход в затратах на материалы.

Для анализа изменения удельных расходов материалов данного вида при производстве определенной продукции используется система индексов:

Индекс удельных расходов переменного состава

$$I_m = \frac{\sum m_1 p_0 q_1}{\sum p_0 q_1} : \frac{\sum m_0 p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum m_1 d_1}{\sum m_0 d_0}.$$

Разность числителя и знаменателя индекса переменного состава показывает изменение удельного расхода материала на производство продукции под влиянием двух факторов: изменения удельного расхода на каждом предприятии и перераспределения объемов выпускаемой продукции между предприятиями [7, 13–15].

Индекс удельных расходов постоянного состава

$$I_m = \frac{\sum m_1 p_0 q_1}{\sum p_0 q_1} : \frac{\sum m_0 p_0 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum m_1 d_1}{\sum m_0 d_1}.$$

Индекс структурных сдвигов

$$I_{\text{стр.}} = \frac{\sum m_0 p_0 q_1}{\sum p_0 q_1} : \frac{\sum m_0 p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum m_0 d_1}{\sum m_0 d_0}.$$

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выберите правильный вариант ответа.

1. В статистике используется система следующих стоимостных показателей продукции:
   а) полуфабрикаты;
   б) валовая;
   в) незавершенная;
   г) реализованная.
2. Валовой оборот предприятия включает стоимость:
   а) готовой продукции;
   б) зданий и сооружений;
   в) сырья, энергии и материалов;
   г) работ промышленного характера.
3. Для производственного процесса необходимо наличие запасов:
   а) информационных;
   б) производственных;
   в) капитальных;
   г) товарных.
4. Средний товарный запас рассчитывается по формулам:
   а) средней арифметической простой;
   б) средней геометрической;
   в) средней хронологической;
   г) средней логарифмической.
5. Обеспеченность товарными запасами рассчитывается по формулам:
   а) $\text{В}_{\text{об.}} = \dfrac{\text{Д}}{K_{\text{об.}}} = \text{Д} \cdot K_{\text{закр.}}$;   б) $\text{О}_{\text{дн}} = \dfrac{\text{З}_{\text{н}} \cdot \text{Д}}{\text{Р}}$;
   в) $\Delta\text{Р} = \text{З}_i - \text{З}_{i-1}$;   г) $\overline{\text{З}} = \dfrac{\dfrac{\text{З}_1}{2} + \text{З}_2 + \ldots + \dfrac{\text{З}_n}{2}}{n-1}$.

6. Индекс удельного расхода материальных ресурсов на производство единицы продукции постоянного состава исчисляется по формуле:

а) $I_m = \dfrac{\sum m_1 p_0 q_1}{\sum p_0 q_1} : \dfrac{\sum m_0 p_0 q_1}{\sum p_0 q_1} = \dfrac{\sum m_1 d_1}{\sum m_0 d_1}$;

б) $I_m = \dfrac{\sum m_1 p_0 q_1}{\sum p_0 q_1} : \dfrac{\sum m_0 p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = \dfrac{\sum m_1 d_1}{\sum m_0 d_0}$;

в) $I_m = \dfrac{\sum m_1 q_1}{\sum m_0 q_1} = \dfrac{M_1}{\sum m_0 q_1}$;

г) $M_{\text{высв.}} = (B_1 - B_2) \cdot a_1$.

7. Индексный метод позволяет изучить:

а) степень влияния отдельных факторов на изменение общего объема сложных явлений;

б) влияние физического объема продукции на конечный результат социальной деятельности предприятия;

в) влияние качественных показателей на результаты деятельности предприятия;

г) влияние сезонности продаж.

8. Общий индекс цены :

а) $I_q = \sqrt{\dfrac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}} \cdot \dfrac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}$; б) $J_p = \dfrac{\sum q_1 P_1}{\sum q_1 P_0}$;

в) $J_p = \dfrac{\sum q_1 P_1}{\sum \dfrac{q_1 P_1}{i_p}}$; г) $I_q = \sqrt{\dfrac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \dfrac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}}$.

9. Формула среднего гармонического взвешенного индекса:

а) $I_q = \sqrt{\dfrac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}} \cdot \dfrac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}$; б) $J_p = \dfrac{\sum q_1 P_1}{\sum q_1 P_0}$;

в) $J_p = \dfrac{\sum q_1 P_1}{\sum \dfrac{q_1 P_1}{i_p}}$; г) $I_q = \sqrt{\dfrac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \dfrac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}}$.

10. В стоимость реализованной продукции включается:

а) стоимость транспортных внутрипроизводственных перевозок;

б) продукция, оплаченная покупателем или сбытовой организацией;

в) стоимость готовых изделий и полуфабрикатов собственного производства;

г) продукция, сданная в отдел технического контроля.

ГЛАВА 15. СТАТИСТИКА РИСКОВ ПРЕДПРИЯТИЯ

15.1. Понятие, типы и виды рисков

Современные предприятия функционируют в условиях неопределенности и нестабильности внешней среды. Неопределенность внешней среды возникает из-за недостаточной информации о происходящих явлениях и процессах. Иногда вызывает сомнение достоверность имеющейся информации: о поставщиках сырья и материалов, оборудовании, энергии, капитале, трудовых ресурсах, потребителях, конкурентах и др. Результаты деятельности предприятий зависят от международной обстановки, государственно-политических, экономических, социально-демографических и других экономических факторов – инфляции, налогов, уровня занятости, которые оказывают влияние на производственные и финансовые результаты их деятельности.

Большинство управленческих и производственных решений принимаются в таких условиях неопределенности и риска.

Предприятия придают большое значение деятельности, связанной с изучением и оценкой рисков, а также выработкой предложений по устранению рисков либо понижению их до такого уровня, чтобы они не представляли опасности для деятельности предприятия.

В зарубежных странах с рыночной экономикой сформировалось новое направление науки – управление финансовыми рисками (англ. financial risk management – риск-менеджмент). В России риск-менеджмент стал развиваться только в конце XXв. Риск-менеджмент базируется на математических и статистических методах.

Риск-менеджмент выполняет следующие главные функции управления предприятием:

– принятие решения (о воздействии на риски);
– анализ рисков;
– контроль за развитием рисков.

Риск – это деятельность, связанная с преодолением неопределенности в ситуации неизбежного выбора, в процессе которой имеется возможность количественно и качественно оценить вероятность достижения предполагаемого результата, неудачи и отклонения от цели.

Выделяют следующие основные элементы риска, взаимосвязь которых и составляет его сущность:

– возможность и вероятность отклонения от предполагаемой цели, ради которой осуществлялась выбранная альтернатива;
– вероятность достижения желаемого результата;
– отсутствие уверенности в достижении поставленной цели;
– возможность материальных, нравственных и других потерь, свя-

занных с осуществлением выбранной в условиях неопределенности альтернативы.

Важным элементом риска является наличие вероятности отклонения от выбранной цели. При этом возможны отклонения как отрицательного, так и положительного свойства. Указанные элементы, их взаимосвязь и взаимодействие отражают содержание риска.

В процессе деятельности предприятия сталкиваются с совокупностью различных видов рисков, которые взаимосвязаны и оказывают влияние на результаты .

В первую очередь выделяют следующие типы риска:

– риск, связанный с определенной деятельность;

– риск, связанный с недостатком информации о состоянии внешней и внутренней среды.

Существует множество подходов к классификации рисков (см. табл. 15.1). В основу классификации рисков могут быть положены следующие критерии:

– время возникновения;

– источники возникновения (или характер учета);

– основные факторы возникновения;

– уровень предсказуемости;

– длительность воздействия во времени;

– характер последствий;

– по уровню;

– сфера возникновения и др.

По факторам возникновения риски подразделяются на политические и экономические (коммерческие).

Политические риски – это риски, обусловленные изменением политической обстановки, влияющей на предпринимательскую деятельность (закрытие границ, запрет на вывоз товаров в другие страны, военные действия на территории страны и др.).

Экономические риски – это риски, обусловленные изменением конъюнктуры рынка, несбалансированной ликвидностью (невозможностью своевременно выполнять платежные обязательства), изменением уровня управления и другими факторами.

В экономическом риске сконцентрированы частные риски, которые связаны между собой, и изменения в одном из них вызывают изменения в другом, но все они в конечном счете влияют на результаты деятельности предпринимательской фирмы и требуют учета для успешной деятельности этой фирмы.

В соответствии со сферами предпринимательской деятельности обычно выделяют: производственный, коммерческий, финансовый, страховой риск, а также бизнес-риски.

Таблица 15.1

Классификация рисков

Классификационный признак	Вид риска
1. Природа возникновения	Субъективный (связанный с личностью предпринимателя)
	Объективный
2. В зависимости от этапа решения проблем	На этапе принятия решений
	На этапе реализации и решения
3. По масштабам	Локальный, на уровне индивидуального производства
	Отраслевой
	Региональный
	Национальный
	Международный (межстрановой)
4. Время возникновения	Ретроспективный
	Текущий
	Перспективный
5. Источники возникновения	Внешний
	Внутренний
6. Фактор возникновения	Политический
	Экономический
7. Уровень предсказуемости	Предсказуемый
	Непредсказуемый
8. Длительность во времени	Кратковременный
	Постоянный
9. Характер последствий	Чистый (статический)
	Спекулятивный (динамический)
10. Уровень риска	Допустимый
	Критический
	Катастрофический
11. При возможности страхования	Страхуемый
	Нестрахуемый
12. Сфера деятельности (возникновения)	Производственный
	Коммерческий
	Финансовый
	Посреднический
	Страхования
	Инновационный
	Юридический
	Инвестиционный
13. Возможность снижения риска	Систематический
	Диверсифицированный

Производственный риск связан с невыполнением предприятием своих планов и обязательств по производству продукции, товаров, услуг, других видов производственной деятельности в результате неблагоприятного воздействия внешней среды, а также неадекватного использования новой техники и технологий, основных и оборотных фондов, сырья, рабочего времени.

Среди наиболее важных причин возникновения производственного риска – возможное снижение предполагаемых объемов производства, рост материальных и других затрат, уплата повышенных отчислений и налогов, низкая дисциплина поставок, гибель или повреждение оборудования и т. п.

Коммерческий риск – риск, возникающий в процессе реализации товаров и услуг, произведенных или закупленных предпринимателем. Причинами коммерческого риска являются: снижение объема реализации вследствие изменения конъюнктуры или других обстоятельств, повышение закупочной цены товаров, потери товара в процессе обращения, повышение издержек обращения и др.

Финансовый риск связан с возможностью невыполнения фирмой своих финансовых обязательств. Основными причинами финансового риска являются: обесценивание инвестиционно-финансового портфеля вследствие изменения валютных курсов, неосуществление платежей; войны, беспорядки, катастрофы и т. п.

Страховой риск – риск наступления предусмотренного условиями страхования события, в результате чего страховщик обязан выплатить страховое возмещение (страховую сумму). Результатом риска являются убытки, вызванные неэффективной страховой деятельностью как на этапе, предшествующем заключению договора страхования, так и на последующих этапах – перестрахования, формирования страховых резервов и т. п. Основными причинами страхового риска являются: неправильно определенные страховые тарифы, азартная методология страхователя, войны, беспорядки, катастрофы и т. п.

Экономические риски возникают под воздействием как внешних факторов (законодательная база, политические процессы и режим, инфляция, портфель инвестиций в экономику, ВВП и другие макроэкономические показатели), так и внутренних факторов (предпринимательский интеллект, неправильная маркетинговая политика, нерациональная стратегия менеджмента, безграмотный анализ конъюнктуры рынка и другие микроэкономические показатели, относящиеся к внутрифирменной стратегии).

Особый интерес вызывает анализ так называемых внутренних рисков, которые в значительной степени определяются решениями, принимаемыми руководителем предприятия в силу его некомпетентности. Здесь выделяют следующие риски:

1. ***Организационный риск*** – риск, обусловленный недостатками в организации работы. Основными причинами его являются:

а) низкий уровень организации (ошибки планирования и проектирования, недостатки координации работ, слабое регулирование, неправильная стратегия снабжения, ошибки в подборе и расстановке кадров);

б) недостатки в организации маркетинговой деятельности [неправильный выбор продукции (отсутствие сбыта), товар низкого качества, неправильный выбор рынка сбыта, неверное определение емкости рынка, неправильная ценовая политика (залеживание товара)];

в) неустойчивое финансовое положение.

2. ***Ресурсный риск*** обусловлен несбалансированностью производственных ресурсов. Основными причинами ресурсного риска являются:

– отсутствие запаса прочности по ресурсам в случае изменения ситуации;
– нехватка рабочей силы;
– нехватка материалов;
– срывы поставок;
– нехватка продукции.

Отсутствие запаса ресурсов часто приводит к увеличению сроков реализации проекта и, как следствие, к его удорожанию, а в наиболее сложных случаях – к его провалу (ликвидации) со всеми вытекающими из этого последствиями. Наглядными примерами такого обстоятельства дел могут служить долгострои, объекты незавершенного строительства и др.

3. ***Портфельный риск***. В процессе функционирования любой фирмы приходится решать трудную задачу определения размера и сферы приложения инвестиций. Портфельный риск заключается в вероятности потери по отдельным типам ценных бумаг, а также по всей категории ссуд.

Существенную помощь в деле инвестирования предприятий оказывает широко применяемая система управления портфелями ценных бумаг.

Портфелем инвестора называется совокупность ценных бумаг, держателем которых он является. Для создания портфеля ценных бумаг достаточно инвестировать деньги в какой-либо один вид финансовых активов. Однако, вложив деньги в акции одной компании, инвестор оказывается зависимым от колебания её курсовой стоимости. Если он вложит свой капитал в акции нескольких компаний, то эффективность, конечно, также будет зависеть от курсовых колебаний, но только не каждого курса, а усредненного. Средний же курс, как правило, колеблется меньше, поскольку при повышении курса одной из ценных бумаг курс другой может понизиться и колебания могут взаимно погаситься. Такой портфель носит название диверсифицированного. Он значительно снижает диверсификационный (несистематический) риск, который определяется специфическими для данного инвестора факторами.

Риск, связанный с изменением цен на отдельные акции, их доходностью, текущим и ожидаемым процентом по конкретным облигациям, вызванными общерыночными колебаниями (систематический), обусловлен общим состоянием экономики, которое связано с такими факторами, как война, инфляция; глобальные изменения налогообложения; изменения денежной политики и др.

Совокупность систематических и несистематических рисков называют риском инвестиций.

4. ***Кредитный риск***, или риск невозврата долга, – это риск неуплаты заемщиком основного долга и процентов по нему в соответствии со сроками и условиями кредитного договора.

Выделяют следующие виды кредитного риска: имущественный, моральный и деловой.

Имущественный риск связан с недостаточностью размеров обеспечения собственных активов заемщика для покрытия объема кредита.

Моральный риск связан с недобросовестностью заемщика, с его попытками намеренного банкротства или другими попытками должника уклониться от выполнения обязательств, в том числе легальными способами (например: в договоре отсутствует срок платежа, платежи после поставки товара).

Деловой риск, как правило, связывается со способностями предпринимателя производить прибыль за определенный период времени.

5. ***Инновационный риск*** связан с финансированием и применением научно-технических новшеств. Поскольку затраты и результаты научно-технического прогресса растянуты и отдалены во времени, они могут быть предвидены лишь в некоторых, обычно широких, пределах.

15.2. Структура финансовых, страховых и бизнес-рисков

Известны следующие виды **финансовых рисков:**

1. Валютный (риск убытков). Он обусловлен тем, что предприятие может понести убытки из-за колебаний курса валют, которые используются в его финансовой деятельности.

2. Процентный. Он связан с колебанием рыночных процентных ставок.

3. Риск рынка акций. Он обусловлен колебаниями рынка акций в целом.

4. Риски товарных рынков, которые связаны с колебаниями цен на основные товары на рынках. Это влияет на результаты деятельности как производителей, так и потребителей, между которыми существует тесная связь.

Финансовые риски зависят от структуры активов предприятия и направлений его деятельности.

Например, инвестиционная деятельность представляет собой важную составную часть деятельности современных предприятий, обеспечивающую приток денежных средств в их экономику. Она оказывает влияние на имидж предприятия, способствует укреплению его позиций на рынке товаров и услуг. В условиях рыночной экономики значительно больше возможностей для инвестирования. Вместе с тем свободные финансовые ресурсы ограничены. В этой связи возникает задача оптимизации инвестиционного портфеля. Возникает ситуация, связанная с принятием решений инвестиционного характера.

Для преодоления затруднений в финансово-коммерческой деятельности предприятия прибегают к услугам страховых компаний.

Деятельность страховой компании подразделяется на собственно страховую и коммерческую. Страховая деятельность направлена на предоставление страховой защиты нуждающимся в ней юридическим и физическим лицам. Целью коммерческой деятельности страховщика является получение прибыли.

Страховая деятельность осуществляется путем формирования и использования страхового фонда и служит финансовой основой деятельности страховщика.

Страхование является одним из способов защиты рисков в банковской деятельности. С помощью страхования предотвращаются экономические и политические риски. Экономические риски зависят от деятельности конкретных заемщиков, а политические – от деятельности государства.

Так, государственные страховые агентства могут страховать экспортные кредиты от политических рисков.

Уменьшение или устранение рисков в деятельности коммерческих банков достигается с помощью страхования кредитов.

Коммерческие кредиты могут быть предоставлены поставщиком покупателю. К коммерческим кредитам можно отнести банковские ссуды поставщику или покупателю, обязательства и поручительства по кредиту, долгосрочные инвестиции.

В случае неплатежеспособности должника или неоплаты долга по другим причинам погашение задолженности по предоставленному кредиту берет на себя страховая компания.

Страхование выполняет различные функции, основная из которых – рисковая – возмещение убытка.

Страховой риск – вероятность наступления страхового события (необходимость возмещения материального ущерба при хищении имущества и т. п.).

Риски надо учитывать при управлении оборотными активами (денежные средства, краткосрочные финансовые вложения, товароматериальные запасы, дебиторская задолженность). Величина каждого вида оборотных активов зависит от результатов деятельности подразделений организации (производственных, отдела маркетинга и др.). Деятельность различных подразделений, а также внешняя среда могут влиять на скорость превращения отдельных активов в деньги. Например, может вырасти дебиторская задолженность (неоплаченные счета по поставленным товарам).

Одним из способов защиты от безнадежных долгов и потерь является страхование кредита. Страховая компания может назначить максимальную цену покрытия для счетов с определенным кредитным рейтингом.

Задача статистического исследования – дать информацию руководителям о том, какого рода рискам подвержено предприятие. Такое исследование может потребовать значительных усилий для изучения финансового положения.

Бизнес-риски (проектные риски) определяются как величина возможных потерь по проекту в материально-вещественном или стоимостном выражении плюс моральный ущерб.

15.3. Статистические методы оценки финансовых, страховых и бизнес-рисков предприятия

Управление риском проходит в два этапа:

1. Анализ риска, который включает сбор и обработку данных по аспектам риска, качественный и количественный анализ риска.

2. Меры по устранению и минимизации риска, включающие выбор и обоснование предельно допустимых уровней риска, выбор методов снижения риска, формирование вариантов рискового вложения капитала, оценку их оптимальности на основе сопоставления ожидаемой отдачи (прибыли и т. п.) и величины риска.

Сбор и обработка данных по аспектам риска – один из важнейших этапов процесса управления риском, поскольку в процессе управления риском к полноте и качеству информации предъявляются особые требования, так как отсутствие полной информации является одним из существенных факторов риска, и принятие решений в условиях неполной информации служит источником дополнительных финансовых и других потерь и, следовательно, уменьшения прибыли.

Качественный анализ предполагает: выявление источников и причин риска, этапов и работ, при выполнении которых возникает риск, т. е. установление потенциальных зон риска; установление всех возможных рисков; выявление практических выгод и возможных негативных последствий, которые могут наступить при реализации содержащего риск решения.

Результаты качественного анализа служат важной исходной информацией для осуществления количественного анализа.

Количественный анализ предполагает численное определение отдельных рисков и совокупного риска в целом. Количественный анализ должен дать возможность численно определить возможный объем потерь по каждому виду риска. На этом этапе:

– определяются численные значения вероятности наступления рисковых событий и их последствий;

– осуществляется количественная оценка степени (уровня) риска;

– определяется (устанавливается) также допустимый в данной конкретной обстановке уровень риска.

Основными методами количественной оценки риска являются:

а) метод аналогий;

б) статистические методы;

в) экспертный метод;

г) метод моделирования и др.

Метод аналогий предполагает использование данных по другим предприятиям. При использовании аналогов применяются базы данных о риске аналогичных предприятий, исследовательских работ проектно-изыскательских учреждений, углубленных опросов руководителей. Полученные таким образом данные обрабатываются для выявления зависимостей с целью оценки рисков.

Статистические методы основываются на изучении имеющихся статистических данных. Изучается статистика потерь и прибылей, имевших место на данном или аналогичном производстве, устанавливается величина и частотность получения того или иного экономического результата и составляется наиболее вероятный прогноз на будущее.

Статистические методы количественной оценки риска требуют наличия значительного массива данных, которые не всегда имеются в распоряжении предприятия. Сбор и обработка данных могут весьма дорого обойтись. Поэтому часто при недостатке информации приходится прибегать к другим методам.

Экспертный метод заключается в сборе мнений квалифицированных специалистов. Суть его заключается в получении количественных оценок риска на основании обработки мнений опытных специалистов.

Применение этого метода особенно эффективно при решении сложных неформализуемых проблемных ситуаций, когда неполнота и недостоверность информации не позволяют использовать статистический или другие формализованные методы для количественной оценки риска.

Моделирование ситуации (например, с помощью ЭВМ) позволяет проводить испытания ситуации как результат на внешние воздействия. Чаще всего для этого применяют моделирование принятия решений в условиях неопределенности и риска на основе критериев максимакса, Вальда, Сэвиджа, Гурвица и методом Монте-Карло.

Риск – категория вероятностная, поэтому в процессе оценки неопределенности и количественного определения степени риска используют вероятностные расчеты.

Как отмечалось ранее, наиболее распространенными методами количественной оценки риска являются статистические методы и их главные инструменты:

– распределение вероятности изучаемой случайной величины;

– среднее значение последствий какого-либо действия, например, дохода, прибыли;

– дисперсия;

– стандартное (среднеквадратичсское) отклонение;

– коэффициент вариации;

– коэффициент корреляции.

На практике используются различные критерии оценки и показатели уровня риска в зависимости от сложности решаемых задач и сферы деятельности предприятий. Кроме того, количественное определение уровня риска проверяется на «приемлемость» риска с помощью различных шкал.

Рассмотрим некоторые из таких подходов к оценке риска.

В страховом бизнесе в качестве ***количественной оценки страхового риска*** используется вероятность наступления рискового события:

$$R = H_{\text{п}}\, p,$$

где $H_{\text{п}}$ – величина потерь;

p – вероятность наступления рискового события.

То есть степень риска определяется как произведение ожидаемого ущерба на вероятность того, что такой ущерб произойдет.

В инвестиционно-финансовой сфере в качестве критерия при ***количественной оценке бизнес-риска*** проектов вложения капитала и выбора оптимального широко используются следующие показатели:

1. **Средняя величина** – представляет собой обобщенную количественную характеристику ожидаемого результата. Чаще всего показателем эффективности финансового решения служит прибыль.

Если известно ограниченное число (n) возможных значений случайной величины, то ее среднее значение определяется по формуле

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{n} X_i P_i,$$

где X_i – значение случайной величины;

P_i – вероятность появления случайной величины.

2. **Дисперсия** является важной характеристикой, определяющей меру изменчивости возможного результата:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}\right)^2 \cdot P_i \,,$$

а также среднеквадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}\right)^2 \cdot P_i} \,.$$

Дисперсия и среднеквадратическое отклонение служат мерами абсолютного рассеяния.

Поскольку риск обусловлен недетерминированностью исхода, то чем меньше разброс результата, тем более он предсказуем, т. е. меньше риск. Если вариация результата равна нулю, риск полностью отсутствует. Поэтому очень часто мерой риска финансового решения считают среднеквадратическое отклонение значения показателя эффективности этого решения.

3. **Коэффициент вариации** часто используют для анализа меры изменчивости, который показывает степень отклонения полученных значений

$$V = \frac{\sigma}{\overline{X}} \,.$$

Коэффициент вариации – относительная величина. Поэтому с его помощью можно сравнивать колеблемость признаков, выраженных в различных единицах измерений.

4. Коэффициент корреляции – показывает связь между переменными, состоящую в изменении средней величины одного из них в зависимости от изменения другого.

Рассмотрим возможные случаи выбора одного из двух вариантов инвестиций в условиях риска. Пусть имеются два проекта (A и B), в которые можно вложить средства. Среднее значение прибыли их – $\overline{X}_A$ и $\overline{X}_B$, а среднеквадратические отклонения – σ_A, σ_B. Выбираем вариант следующим образом:

а) $\overline{X}_A = \overline{X}_B$, $\sigma_A < \sigma_B$, следует выбрать проект A;

б) $\overline{X}_A > \overline{X}_B$, $\sigma_A < \sigma_B$, следует выбрать проект A;

в) $\overline{X}_A > \overline{X}_B$, $\sigma_A = \sigma_B$, следует выбрать проект A;

г) $\overline{X}_A > \overline{X}_B$, $\sigma_A > \sigma_B$;

д) $\overline{X}_A < \overline{X}_B$, $\sigma_A < \sigma_B$.

В случаях *г* и *д* решение о выборе проекта зависит от субъективного отношения руководителя к риску. В частности, можно дополнительно использовать коэффициент вариации, который покажет величину риска на единицу эффекта.

Как отмечалось, одним из недостатков рассмотренного выше коэффициента риска является невозможность с его помощью учесть субъективные факторы. Так, например, отношение субъекта к соотношению возможных потерь и выигрыша в значительной степени зависит от его имущественного состояния.

Поэтому на практике часто используют коэффициент риска (r), определяемый как отношение возможных максимальных потерь $H_{\Pi_{\max}}$ к объему собственных финансовых ресурсов (k) предприятия:

$$r = \frac{H_{\Pi_{\max}}}{k}.$$

Величина этого коэффициента определяет риск банкротства.

В большинстве случаев указанные количественные оценки риска и методы их определения, используемые для оценки отдельных видов риска, могут быть использованы и для оценки совокупного риска в целом, т. е. обобщенный коэффициент риска банкротства определится из выражения

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{N} H_{\Pi_{\max i}}}{k} = \sum_{i=1}^{N} r_i ,$$

где N – число учитываемых видов риска;

$H_{\Pi_{\max i}}$ – максимально-возможные потери по i-му виду риска;

r_i – коэффициент, определяющий риск банкротства по i-му виду риска.

При наличии данных о потерях и вероятности их возникновения по каждому виду риска обобщенный коэффициент риска определяется как сумма средневзвешенных показателей риска каждого вида, т. е. из выражения

$$R = \sum_{i=1}^{N} H_{\Pi_i} \cdot P_i = \sum_{i=1}^{N} R_i .$$

Как отмечалось ранее, при отсутствии необходимых статистических данных количественная оценка как отдельных рисков, так и совокупного бизнес-риска в целом осуществляется методом экспертных оценок.

Рассмотренные выше показатели количественной оценки риска и методы их определения являются в определенной степени универсальными, так как при наличии соответствующей информации, времени и средств для их реализации они применимы для оценки практически всех видов риска, во всех сферах предпринимательской и производственной деятельности.

Вместе с тем в литературе по проблеме экономического риска предлагается ряд методов и показателей, посредством которых может осуществляться прямая или косвенная оценка отдельных видов или группы рисков.

Наиболее часто применяемыми для этой цели методами являются оценка чувствительности проекта к изменениям и оценка финансовой устойчивости предприятия, а показателями – коэффициент чувствительности бета, точка безубыточности, коэффициент ликвидности.

Коэффициент чувствительности бета (β) используется для количественной оценки систематического (недиверсифицированного) риска, который, как известно, связан с общерыночными колебаниями цен и доходности.

В большинстве случаев этот показатель применяется при принятии решений о вложении инвестиций в ценные бумаги и характеризует неустойчивость доходов по каждому виду ценных бумаг относительно доходов по «среднему», полностью диверсифицированному портфелю ценных бумаг, за который может быть принят весь рынок ценных бумаг.

При наличии статистических данных о доходности конкретного (*i*-го) вида ценных бумаг коэффициент β можно определить из выражения

$$\beta_i = \frac{\sum_{j=1}^{n}\left(D_{mj} - \overline{D}_m\right)\left(D_{ij} - \overline{D}_i\right)}{\sum_{j=1}^{n}\left(D_{mj} - \overline{D}_m\right)^2},$$

где n – количество интервалов времени в рассматриваемом периоде (объем выборки);

D_{ij}, D_{mj} – соответственно доходность *i*-го вида акций и среднерыночная доходность акций за *j*-й интервал времени;

$\overline{D}_i, \overline{D}_m$ – соответственно средняя доходность *i*-го вида акций и средняя среднерыночная доходность акций за весь рассматриваемый период.

Для характеристики коэффициента чувствительности бета используется следующая шкала (табл. 15.2).

Таблица 15.2

Характеристика значений коэффициента β

Значение коэффици-	Характеристика степени риска
$\beta = 0$	Риск отсутствует
$0 < \beta < 1$	Риск ниже среднерыночного
$\beta = 1$	Риск на уровне среднего по рынку
$1 < \beta = 2$	Риск выше среднерыночного

Диапазон значений от 0 до 2 рекомендуется также использовать при оценке коэффициента β экспертным путем.

Важным практическим значением коэффициента β является то, что он позволяет определить, какой должна быть доходность рисковой акции (D_i) в зависимости от среднерыночной доходности (D_m), сложившейся в настоящий момент на фондовом рынке, и доходности безрисковых вложений (D_0). Для этого используется следующее выражение:

$$D_i = D_0 + \beta(D_m - D_0)\,.$$

Здесь D_0 принимается в качестве минимальной ставки доходности, так как в данном случае премия за риск равна нулю. В качестве D_0 может быть принята ставка Центрального банка по государственным долговым ценным бумагам.

Точка безубыточности также может быть использована для оценки бизнес-риска. Она представляет собой точку критического объема производства (реализации), в которой доходы от продажи производственного количества продукции равны затратам на ее изготовление, т. е. в которой прибыль равна нулю.

Таким образом, расчет точки безубыточности позволяет выявить предельный объем производства, ниже которого проект будет нерентабельным. Исходными данными для расчетов являются:

– цена единицы продукции (ц);

– величина затрат, не зависящая (или слабо зависящая) от объема производимой продукции (постоянные расходы, П);

– переменные затраты, приходящиеся на единицу продукции (з).

В качестве неизвестной выступает объем производимой продукции (Q).

Так как

$$Д = ц \cdot Q; \quad З = з \cdot Q + П\,,$$

при определении точки безубыточности исходят из равенства поступлений (доходов) от реализации продукции (Д) и затрат на ее производство (З):

$$Q \cdot ц = Q \cdot з + П\,,$$

отсюда

$$Q = \frac{П}{ц - з}\,.$$

Таким образом, точка безубыточности определяется как отношение постоянных затрат к разности цены единицы продукции и переменных затрат на нее.

Чем выше точка безубыточности, тем менее привлекательным является бизнес-проект, так как для реализации его прибыльности необходимо обеспечить более высокий объем производства (реализации).

Бизнес-риск определяется сравнением фактических и соответствующих точке безубыточности показателей производства.

Для ***количественной оценки финансовых рисков*** может использоваться анализ финансового состояния предприятия – один из самых доступных методов относительной оценки риска.

Финансовый риск может быть определен как разница между активами, выраженными в определенном инструменте, и обязательствами, выраженными в том же инструменте. Если активы равны пассивам, то не наблюдается никакого риска. При определении риска учитываются не только балансовые активы и пассивы предприятия, но и забалансовые валютообменные сделки (форварды, фьючерсы и опционы).

Наиболее распространенным видом финансовых рисков является риск убытков (валютный), связанных с неблагоприятными для предприятия колебаниями курсов валют. Предприятия сталкиваются с финансовыми рисками в основном по двум причинам:

1) доходы и расходы предприятия выплачиваются в иностранной валюте;

2) финансовая структура предприятия представлена в национальной валюте.

Поясним эти причины.

Первая причина. Если доходы и расходы предприятия выплачиваются в иностранной валюте, то при экспорте части продукции размер доходов зависит от текущего валютного курса. Если курс национальной валюты по отношению к иностранной падает, доходы предприятия в рублевом исчислении снижаются. Если предприятие импортирует материалы или осуществляет другие расходы в иностранной валюте, то падение курса национальной валюты приведет к увеличению затрат и неблагоприятно скажется на результатах деятельности предприятия.

Зависимость от валютного курса существует у предприятий, осуществляющих внешнеэкономическую деятельность. Есть она и у предприятий, продающих продукцию исключительно на внутреннем рынке.

Вторая причина. Предприятие может иметь обязательства в иностранной валюте, не имея соответствующих им валютных активов или доходов. В таком случае падение курса рубля приведет к усилению долгового бремени. Для выплаты долга предприятие должно заработать большее количество рублей, чем в случае неизменности валютного курса.

Особого рода финансовым риском является риск, связанный с колебаниями цен на основные товары и сырье. Причиной финансового рыночного риска являются колебания цен не на все товары, а только на самые важные из них, контракты на которые обращаются на основных мировых биржах (нефть, золото, пшеница и др.).

Риски, связанные с колебаниями цен на основные товары и сырье, могут быть устранены хеджированием.

Хеджирование – это страхование или использование фьючерсных контрактов (сделок), которые предназначены для ограждения от возможных потерь, т. е. способ минимизации риска возникновения убытков вследствие изменения цены на какие-либо активы в будущем. Если цены на активы абсолютно коррелируются, то активы предприятия могут сделать свою позицию более безрисковой.

Цель хеджирования – выбор актива, изменение цены на который тесно связано с изменением цены хеджируемого актива, и одновременная покупка и продажа этих взаимосвязанных активов в соотношении, которое минимизирует риск предприятия.

Для этого определяют коэффициент хеджирования.

Для определения коэффициента хеджирования нужно знать количество единиц одного актива, необходимого для изменения стоимости другого.

Если стоимость приобретенного актива равна стоимости обязательств, возникших в результате «короткой продажи» другого актива, чистые инвестиции в минимизацию риска равны нулю. Тогда хеджирование будет с нулевой стоимостью. Если стоимость активов меньше стоимости обязательств, разница может быть помещена на депозит. Если стоимость активов превышает стоимость обязательств, можно осуществить хеджирование с нулевой стоимостью, сделав заем в банке.

Если вид товаров, которые являются источником риска, не отличается от товаров, обращаемых на биржах, коэффициент хеджирования равен единице.

Для расчета коэффициента хеджирования используются статистические методы.

Коэффициент хеджирования рассчитывается по формуле

$$h = \frac{\sigma_{\Delta S} \cdot \sigma_{\Delta F} \cdot r_{\Delta S \Delta F}}{\sigma_F^2},$$

где $\Delta S = S_t - S_0$;

S_t – стоимость первоначальных контрактов во время t в будущем;

S_0 – стоимость первоначальных контрактов в настоящее время;

$\Delta F = F_t - F_0$;

F_t – стоимость фьючерсных контрактов во время t в будущем;

F_0 – стоимость фьючерсных контрактов в настоящее время;

$\sigma_{\Delta S}, \sigma_{\Delta F}$ – среднее квадратическое отклонение доходов для первоначальных контрактов и для фьючерсных контрактов;

$r_{\Delta S \Delta F}$ – коэффициент корреляции между доходами первоначальных и фьючерсных контрактов.

Следовательно, для определения коэффициента хеджирования нужно найти дисперсию, и среднее квадратическое отклонение доходов от первоначальной позиции и по хеджируемому инструменту, и коэффициент корреляции между ними.

Смысл этого коэффициента – в определении изменения одного признака относительно другого.

Продажа фьючерсного контракта называется коротким хеджированием, а покупка – длинным.

Существуют пять основных элементов хеджирования: контракты фьючерсные, контракты форвардные, их имитации, соглашения о свопах и опционы.

Основной характеристикой финансового состояния предприятия является платежеспособность. Под ***платежеспособностью*** понимается готовность предприятия погасить долги в случае одновременного предъявления требований со стороны всех его кредиторов о платежах по первоочередным (краткосрочным) обязательствам. Основным показателем платежеспособности является коэффициент ликвидности.

Под ликвидностью понимается способность активов предприятия использоваться в качестве непосредственного средства платежа или быстро превращаться в денежную форму с целью своевременного погашения предприятием своих долговых обязательств.

Ликвидность является важным критерием, используемым для оценки риска банкротства, так как если предприятие не в состоянии оплатить свои долговые обязательства, то оно находится на грани банкротства.

В практике анализа финансовой состоятельности используются несколько коэффициентов ликвидности, в зависимости от назначения и целей анализа. Наиболее часто применяются коэффициенты абсолютной и текущей ликвидности.

Коэффициент абсолютной ликвидности $K_{\text{ал}}$ характеризует степень мобильности активов предприятия и определяется следующим образом:

$$K_{\text{ал}} = \frac{C_{\text{В}}}{T_{\text{О}}},$$

где $C_{\text{В}}$ – стоимость высоколиквидных средств (денежные средства в банках и кассах, ценные бумаги, депозиты и т. п.);

$T_{\text{О}}$ – текущие обязательства предприятия (сумма краткосрочной задолженности).

Коэффициент текущей ликвидности ($K_{\text{тл}}$) показывает, насколько текущие потребности обеспечены собственными средствами предприятия без привлечения кредитов извне, и определяется как

$$K_{\text{тл}} = \frac{C_{\text{В}} + C_{\text{с}}}{T_{\text{о}}},$$

где $C_{\text{с}}$ – стоимость активов средней ликвидности (товарные запасы, дебиторская задолженность и т. п.).

Фактические значения данных показателей могут служить ориентиром для оценки финансового состояния предприятия в сравнении с нормативными значениями. Теоретически коэффициент абсолютной ликвидности должен быть равен или больше единицы. Однако, учитывая малую вероятность того, что все кредиторы предприятия одновременно предъявят ему долговые требования, на практике нормативное значение этого коэффициента значительно ниже. В странах с развитой рыночной экономикой считается нормальным, если значение коэффициента абсолютной ликвидности не ниже 0,2–0,25, а нормативная величина коэффициента текущей ликвидности для различных отраслей колеблется от 2,0 до 2,5. Это означает, что оптимальная потребность предприятия в ликвидных средствах должна находиться на уровне, когда они примерно в два раза превышают краткосрочную задолженность.

С величиной коэффициентов ликвидности тесно связан риск ликвидности. Чем ниже ликвидность объекта инвестиций, тем выше возможные финансовые потери в процессе его трансформации в денежные средства, тем выше риск.

15.4. Статистическое изучение и моделирование инвестиционных рисков

Трудности принятия решений по инвестиционным проектам обусловлены значительной степенью неопределенности будущих условий, в которых будет осуществляться проект, и возможной противоречивостью сравнительных оценок нескольких проектов, когда по одному из показателей эффективности проектов лучшим будет один проект, а по другому показателю более предпочтительным – другой.

Фактор неопределенности будущих условий осуществления проекта приводит к появлению риска для инвесторов и к необходимости принятия мер для его снижения. Противоречивость сравнительной оценки проектов по различным критериям вызывает необходимость дополнительного анализа сравниваемых проектов для окончательного выбора одного из них.

Под неопределенностью понимается неполнота или неточность информации об условиях реализации проекта, в т. ч. связанными с ними затратами и результатами. Неопределенность, связанная с возможностью возникновения в ходе реализации проекта неблагоприятных ситуаций и последствий, характеризуется понятием риска.

15.5. Моделирование решений в условиях неопределенности

Неопределенность, связанную с отсутствием информации о вероятностях состояний внешней среды, называют безнадежной. В таких случаях для определения наилучших решений используются следующие критерии: Вальда, Сэвиджа, максимакса, Гурвица.

Применение каждого из перечисленных критериев проиллюстрируем на примере матрицы результатов и рисков.

Максиминный критерий Вальда. С позиций данного критерия внешняя среда рассматривается как агрессивно настроенный и сознательно действующий противник. Выбирается решение, для которого достигается значение

$$W = \max_{1\le i\le m} \min_{1\le j\le n} a_{ij}.$$

Рассмотрим предприятие, которое зависит от факторов внешней среды. Пусть предприятие имеет m возможных альтернативных решений: A_1, A_2, …, A_m, а среда имеет n возможных условий: $П_1$, $П_2$,…, $П_n$. Тогда взаимосвязь задается матрицей A результатов:

$$A = \begin{pmatrix} & П_1 & П_2 & \dots & П_n & \alpha_i \\ A_1 & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & \alpha_1 \\ A_2 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & \alpha_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ A_m & a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & \alpha_m \\ \beta_i & \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_n & \end{pmatrix}.$$

С точки зрения предприятия оно должно получить максимальный гарантированный результат при наихудших условиях среды. Значит, при выборе результата, отвечающего этим условиям, выбирается наименьшее значение решения a_{ij}, которое обозначим

$$\alpha_i = \min_j a_{ij}.$$

Чтобы этот эффект в наихудших условиях был максимальным, нужно из всех α_i выбрать наибольшее значение. Обозначают его α и называют ***чистой нижней ценой*** («максимин»):

$$\alpha = \max_i \alpha_i = \max_i \min_j \alpha_{ij}.$$

Таким образом, максиминному результату отвечает строка матрицы, которой соответствует элемент α. Таково оптимальное решение предприятия.

Например, для матрицы выигрышей

$$A = \begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{array} \begin{pmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 & \Pi_3 & \Pi_4 \\ 1 & 4 & 5 & 9 \\ 3 & 8 & 4 & 3 \\ 4 & 6 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

нетрудно рассчитать:

- для первого решения $(\alpha_1 = 1)\ \min\limits_{1 \le j \le 4} a_{ij} = 1$;
- для второго решения $(\alpha_2 = 3)\ \min\limits_{1 \le j \le 4} a_{ij} = 3$;
- для третьего решения $(\alpha_3 = 2)\ \min\limits_{1 \le j \le 4} a_{ij} = 2$.

Тогда $W = \max\limits_{1 \le i \le 3} \min\limits_{1 \le j \le 4} a_{ij} = 3$, что соответствует второму решению A_2.

В соответствии с критерием Вальда из всех самых неудачных результатов выбирается лучший (W = 3). Это перестраховочная позиция крайнего пессимизма, рассчитанная на худший случай. Такое решение приемлемо, например, когда предприятие не столь заинтересовано в результате, но хочет себя застраховать от неожиданных проигрышей.

С точки зрения внешней среды она стремится уменьшить результат предприятия, поэтому при каждом j-м условии она отыскивает величину своего максимального проигрыша:

$$\beta_i = \min_j a_{ij}.$$

В каждом j-м столбце определяется максимальный выигрыш предприятия. Из всех своих n j-х условий отыскивается такое, при котором предприятие получает минимальный результат, т. е. определяется ***чистая верхняя цена*** (минимакс):

$$\beta = \min_j \beta_j = \min_j \max_i a_{ij}.$$

Если нижняя и верхняя цены совпадают, т. е.

$$\max_i \min_j \alpha_{ij} = \min_j \max_i a_{ij},$$

то в этом случае решение называется ***решением с седловой точкой.***

Пример. Определить верхнюю и нижнюю цены при заданной матрице и указать максиминное и минимаксное решения. Представим матрицу с обозначениями результатов β_j, α_i.

Таблица 15.3

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	α_i
A_1	1	2	3	1
A_2	4	5	6	4
β_j	4	5	6	

Определим нижнюю цену:

$$\alpha_1 = 1; \quad \alpha_2 = 4; \quad \alpha = 4 \text{ (см. столбец } \alpha_i).$$

Определим верхнюю цену:

$$\beta_1 = 4; \quad \beta_2 = 5; \quad \beta_3 = 6; \quad \beta = 4 \text{ (см. строку } \beta_j).$$

Таким образом, $\alpha = \beta = 4$, т. е.

$$\max_i \min_j \alpha_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} = 4.$$

Значит, $\alpha = \beta = 4$ – чистая цена при решении A_2 и условии B_1 (седловая точка).

Критерий минимаксного риска Сэвиджа. Выбор решения аналогичен выбору по принципу Вальда с тем отличием, что предприятие руководствуется не матрицей результатов А, а матрицей рисков R или матрицей упущенных возможностей:

$$S = \min_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} r_{ij}.$$

Величина риска – это размер платы за отсутствие информации о состоянии среды. Матрица R может быть построена непосредственно из условий задачи или на основе матрицы результатов А.

Риском r_{ij} предприятия, при использовании им решения A_i и при состоянии среды $П_j$, будем называть разность между выигрышем, который предприятие получило бы, если бы оно знало, что состоянием среды будет $П_j$, и выигрышем, который предприятие получит, не имея этой информации.

Зная условие среды $П_j$, предприятие выбирает то решение, при котором его результат максимальный, т. е. $r_{ij} = \beta_j - \alpha_{ij}$, где $\beta_j = \max\limits_{1 \le i \le m} a_{ij}$ при заданном j. Например, для матрицы результатов

$$A = \begin{pmatrix} & П_1 & П_2 & П_3 & П_4 \\ A_1 & 1 & 4 & 5 & 9 \\ A_2 & 3 & 8 & 4 & 3 \\ A_3 & 4 & 6 & 6 & 2 \\ \beta j & 4 & 8 & 6 & 9 \end{pmatrix},$$

$\beta_1 = 4$, $\beta_2 = 8$, $\beta_3 = 6$, $\beta_4 = 9$.

Согласно введенным определениям r_{ij} и β_j получаем матрицу рисков

$$R = \begin{pmatrix} & П_1 & П_2 & П_3 & П_4 \\ A_1 & 3 & 4 & 1 & 0 \\ A_2 & 1 & 0 & 2 & 6 \\ A_3 & 0 & 2 & 0 & 7 \end{pmatrix}.$$

Независимо от вида матрицы требуется выбрать такой результат, который был бы наиболее выгодным по сравнению с другими.

Для матрицы R нетрудно рассчитать:

- для первого решения $(i = 1)\ \max\limits_{1 \le j \le 4} r_{ij} = 4$;
- для второго решения $(i = 2)\ \max\limits_{1 \le j \le 4} r_{ij} = 6$;
- для третьего решения $(i = 3)\ \max\limits_{1 \le j \le 4} r_{ij} = 7$.

Минимально возможный из рисков, равный 4, достигается при использовании первого решения.

Критерий максимакса. С его помощью выбирается решение, которое максимизирует максимальные результаты для каждого состояния среды. Это критерий крайнего оптимизма. Наилучшим признается решение, при котором достигается максимальный результат, равный

$$M = \max_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} a_{ij}.$$

Нетрудно увидеть, что для вышеприведенной матрицы А наилучшим решением будет A_1, при котором достигается максимальный результат – 9.

Следует отметить, что ситуации, требующие применения такого критерия, встречаются часто в деятельности предприятий. Пользуются им и оптимисты, и предприятия, поставленные в безвыходное положение.

Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица. Этот критерий при выборе решения рекомендует руководствоваться некоторым средним результатом, характеризующим состояние между крайним пессимизмом и безудержным оптимизмом. Согласно этому критерию стратегия в матрице А выбирается в соответствии со значением

$$H_A = \max_{1 \le j \le m} \left\{ p \cdot \min_{1 \le j \le n} a_{ij} + (1-p) \max_{1 \le j \le n} a_{ij} \right\},$$

где p – коэффициент пессимизма ($0 \le p \le 1$).

При $p = 0$ критерий Гурвица совпадает с максимаксным критерием, а при $p = 1$ – с критерием Вальда.

Покажем процедуру применения данного критерия для вышеприведенной матрицы A при p = 0,5:

- для первого решения (i = 1)

$$0{,}5\left(\min_{1\le j\le 4} a_{ij} + \max_{1\le j\le 4} a_{ij}\right) = 0{,}5(1+9) = 5;$$

- для второго решения (i = 2)

$$0{,}5\left(\min_{1\le j\le 4} a_{ij} + \max_{1\le j\le 4} a_{ij}\right) = 0{,}5(3+8) = 5{,}5;$$

- для третьего решения (i = 3)

$$0{,}5\left(\min_{1\le j\le 4} a_{ij} + \max_{1\le j\le 4} a_{ij}\right) = 0{,}5(2+6) = 4.$$

Тогда $H_{\text{A}} = \max\limits_{1\le i\le 3}\left\{0{,}5\left(\min\limits_{1\le j\le 4} a_{ij} + \max\limits_{1\le j\le 4} a_{ij}\right)\right\} = 5{,}5$, т. е. оптимальным является второе решение A_2.

Применительно к матрице рисков R критерий пессимизма-оптимизма Гурвица имеет вид

$$H_R = \min_{1\le i\le m}\left\{p\cdot\max_{1\le j\le n} r_{ij} + (1-p)\min_{1\le j\le n} r_{ij}\right\}.$$

При p = 0 выбор решения осуществляется по условию наименьшего из всех возможных рисков ($\min\limits_{i,j} r_{ij}$); при p = 1 – по критерию минимаксного риска Сэвиджа.

В случае когда по принятому критерию рекомендуется к использованию несколько решений, выбор между ними может делаться по дополнительному критерию, например, в расчет могут приниматься средние квадратичные отклонения от средних результатов при каждом решении.

Пример. Предприятию необходимо осуществить выбор решения при определенных условиях внешней среды. Данные приведены в виде матрицы результатов:

$$\begin{pmatrix} & \text{П}_1 & \text{П}_2 & \text{П}_3 & \text{П}_4 \\ \text{A}_1 & 20 & 30 & 15 & 15 \\ \text{A}_2 & 75 & 20 & 35 & 20 \\ \text{A}_3 & 25 & 80 & 25 & 25 \\ \text{A}_4 & 85 & 5 & 45 & 5 \end{pmatrix}.$$

Используя критерии, осуществим выбор решения. Для предприятия лучшими являются следующие:

- по критерию Вальда – A_3;

• по критерию Сэвиджа – A_2 и A_3;
• по критерию Гурвица (при $p = 0,6$) – A_3;
• по критерию максимакса ~ A_4.

Поскольку решение A_3 фигурирует в качестве оптимального по трем критериям выбора из четырех испытанных, степень надежности можно признать достаточно высокой для того, чтобы рекомендовать это решение к практическому применению.

Таким образом, в случае отсутствия информации о вероятностях состояний внешней среды теория не дает однозначных и математически строгих рекомендаций по выбору критериев принятия решений, разумный выход в подобных случаях – попытаться получить дополнительную информацию, например путем проведения исследований.

Тесты

Тестовые задания включают 10 теоретических утверждений, для каждого из которых предлагается четыре варианта ответа (правильными могут быть один или два). Выберите правильный вариант ответа.

1. Риск – это деятельность, связанная с преодолением:
   а) неопределенности в ситуации неизбежного выбора;
   б) факторов стабильности в производстве;
   в) отклонений от предполагаемой цели;
   г) изменений социальной обстановки.

2. В сфере предпринимательской деятельности обычно выделяют следующие риски:
   а) производственный;
   б) коммерческий;
   в) социальный;
   г) технологический.

3. Производственный риск связан с невыполнением предприятием:
   а) условий реализации товаров и услуг;
   б) своих планов и обязательств по производству продукции;
   в) условий страхования деятельности предприятия;
   г) сроков использования новой техники и технологий.

4. Известны следующие виды финансовых рисков**:**
   а) валютный;
   б) портфельный;
   в) политический;
   г) процентный.

5. С помощью критерия максимакса выбирается решение:
   а) которое максимизирует максимальные результаты для каждого состояния среды;
   б) рекомендует руководствоваться некоторым средним результатом;

в) $M = \max_{1 \le i \le m} \max_{1 \le j \le n} a_{ij}$;

г) характеризует состояние между крайним пессимизмом и безудержным оптимизмом.

6. Риски надо учитывать при управлении:
а) оборотными активами;
б) рабочей силой;
в) нормативами материалов;
г) поставками.

7. Хеджирование – это …
а) страхование от возможных потерь;
б) использование фьючерсных контрактов (сделок), которые предназначены для ограждения от убытков;
в) способ максимизации цены активов;
г) метод поиска возможных потерь.

8. Какой из проектов (A, B) необходимо выбрать при полученных данных:
а) $\overline{X}_A = \overline{X}_B$, $\sigma_A < \sigma_B$;
б) $\overline{X}_A > \overline{X}_B$, $\sigma_A < \sigma_B$;
в) $\overline{X}_A > \overline{X}_B$, $\sigma_A = \sigma_B$;
г) $\overline{X}_A > \overline{X}_B$, $\sigma_A > \sigma_B$.

9. С позиций критерия Вальда:
а) внешняя среда рассматривается как агрессивно настроенный противник;
б) учитывается средний результат, характеризующий состояние между пессимизмом и оптимизмом;
в) максимизируются максимальные результаты для каждого состояния среды;
г) минимизируются максимальные результаты для каждого состояния среды.

10. Дерево решений – это графическое изображение:
а) результатов исследования конъюнктуры рынка, что позволяет существенно уточнить принимаемое решение;
б) последовательности решений и состояний среды с указанием соответствующих вероятностей и результатов для любых комбинаций альтернатив и состояний среды;
в) потерь за счет снижения прибыли по причине рыночных факторов;
г) оптимальных производственных решений.

ГЛАВА 16. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ

Первоочередной задачей предприятия является получение прибыли от хозяйственной деятельности и обеспечение ее роста. Стремление получить прибыль является движущей силой рыночной экономики. Перед предприятием стоит задача объединения ресурсов в целях эффективного их использования для производства товаров и услуг с учетом спроса со стороны потребителей.

Под ***экономической эффективностью*** деятельности предприятия следует понимать результат его производственно-финансовой деятельности, характеризующий соотношение конечного результата и экономического эффекта с примененными ресурсами или затратами, связанными с их достижением.

Можно выделить три разных вида эффективности:

Эффективность производственной деятельности предприятия – эффективность затрат определяется полученными результатами в процессе этой деятельности.

Эффективность использования отдельных видов ресурсов.

Эффективность производства товаров.

Конечные результаты деятельности предприятия представляют общий объем выпущенных товаров и оказанных услуг или объем отгруженных (реализованных) товаров и оказанных услуг и экономический эффект – сумма прибыли (или убытка, П). На уровне отраслей экономики конечным результатом может служить валовая добавленная стоимость (ВДС).

Объем текущих затрат на выпуск товаров и услуг складывается из используемых факторов производственной деятельности и измеряется показателями их затрат:

- рабочей силы – фондом оплаты труда (ОТ);
- средств труда – амортизацией основных средств (А);
- предметов труда – расходами сырья, материалов и услуг на производство валовой добавленной стоимости, которые составляют промежуточное потребление (ПП).

Статистическое изучение эффективности производства осуществляется с использованием системы показателей, которая включает обобщающие и частные показатели.

Обобщающие показатели позволяют дать характеристику изменения уровня эффективности при разнонаправленных тенденциях изменения отдельных показателей этой системы.

Эффективность производства определяется соотношением эффекта от использования факторов производства с ресурсами или с затратами –

прямой показатель или соотношением ресурсов или затрат с полученным эффектом – обратный показатель.

Обобщающей характеристикой эффективности могут выступать показатели продукции и прибыли. Ресурсы могут быть представлены показателями численности работников, основных фондов (основного капитала) и предметов труда (оборотного капитала).

К числу обобщающих показателей относятся:

1. Обобщающий показатель эффективности затрат:

$$Э_З = \frac{Q(\text{П})}{\text{ОТ} + \text{ПП} + \text{А}},$$

где $Q(\text{П})$ – общий объем выпущенных товаров и оказанных услуг или прибыль;

ОТ – фонд оплаты труда;

ПП – промежуточное потребление;

А – амортизация основных средств.

2. Обобщающий показатель эффективности ресурсов:

$$Э_Р = \frac{Q(\text{П})}{\text{ТР} + Ф_{\text{осн}} + Ф_{\text{об}}},$$

где $Ф_{\text{осн}}$ – основные средства;

$Ф_{\text{об}}$ – материальные оборотные средства;

ТР – трудовые ресурсы.

Обобщающие показатели эффективности дополняются системой частных показателей, которые выделяют в четыре подсистемы показателей эффективности использования отдельных видов ресурсов и затрат. Эффективность может быть охарактеризована с помощью прямых и обратных показателей. Увеличение прямых показателей и соответственно снижение обратных означает повышение эффективности использования ресурсов и затрат.

Частные показатели эффективности использования ресурсов и затрат можно подразделить на следующие подгруппы:

– рабочая сила (трудовые ресурсы);

– основные средства;

– текущие затраты.

Каждому виду ресурсов соответствуют текущие затраты, в которых находит отражение потребление данного вида ресурсов на производство продукции. Так, трудовым ресурсам соответствуют текущие затраты на оплату труда, основным фондам – амортизация, предметам труда – материальные затраты.

К прямым ***показателям эффективности использования производственных ресурсов*** относятся:

– производительность труда;
– фондоотдача;
– коэффициент оборачиваемости (показатель отдачи оборотных активов).

К обратным показателям эффективности относятся:
– трудоемкость;
– фондоемкость;
– коэффициент закрепления.

Для характеристики ***эффективности текущих затрат*** также рассчитываются прямые и обратные показатели. К прямым относятся:
– показатели оплатоотдачи ($О_0$);
– амортизация отдачи ($А_0$);
– показатели материалоотдачи ($М_0$).

Их расчет производится по формулам:

$$О_0 = \frac{Q}{ОТ}; \quad А_0 = \frac{Q}{А}; \quad М_0 = \frac{Q}{МЗ},$$

где ОТ – расходы на оплату труда с учетом отчислений на социальные нужды;
А – сумма амортизационных отчислений;
МЗ – материальные затраты;
Q – объем продукции.

К обратным показателям относятся:
– оплатоемкость ($О_е$);
– амортизацияемкости ($А_е$);
– материалоемкости ($М_е$).

Их расчет производится по формулам

$$О_е = \frac{ОТ}{Q}; \quad А_е = \frac{А}{Q}; \quad М_е = \frac{МЗ}{Q}.$$

Каждый из прямых показателей может быть представлен как частное двух показателей, один из которых с результативным показателем находится в прямой зависимости, другой – в обратной. Прямые затратные показатели эффективности определяются соответствующими прямыми ресурсными показателями, находясь с ними в прямой зависимости. Например, уровень оплатоотдачи тем выше, чем выше уровень производительности труда; показатель амортизацияотдачи выше при более высоком уровне фондоотдачи; показатель материалоотдачи выше при более высоком уровне коэффициента оборачиваемости. Следовательно, затратные прямые показатели определяются прежде всего уровнем использования производственных ресурсов. Так,

$$\frac{Q}{\text{ОТ}} = \frac{Q}{\text{Т}} : \frac{\text{ОТ}}{\text{Т}},$$

где $\frac{Q}{\text{Т}}$ – производительность труда;

$\frac{\text{ОТ}}{\text{Т}}$ – уровень оплаты труда.

Соотношение факторов указывает на то, что рост оплатоотдачи возможен при условии превышения темпов роста производительности труда над темпами роста уровня его оплаты. Показатель амортизацияотдачи можно представить так:

$$\frac{Q}{\text{А}} = \frac{Q}{\text{Ф}_{\text{осн}}} : \frac{\text{А}}{\text{Ф}_{\text{осн}}},$$

где $\frac{Q}{\text{Ф}_{\text{осн}}}$ – фондоотдача;

$\frac{\text{А}}{\text{Ф}_{\text{осн}}}$ – средняя норма амортизации.

Другими словами, превышение темпов роста фондоотдачи над темпами роста средней нормы амортизации способствует повышению амортизациюотдачи. Показатель материалоотдачи представляем так:

$$\frac{Q}{\text{МЗ}} = \frac{Q}{\text{Ф}_{\text{об}}} : \frac{\text{МЗ}}{\text{Ф}_{\text{об}}},$$

где $\frac{Q}{\text{Ф}_{\text{об}}}$ – коэффициент оборачиваемости оборотных средств;

$\frac{\text{МЗ}}{\text{Ф}_{\text{об}}}$ – удельная материалоемкость оборотных средств.

Обратные затратные показатели эффективности могут быть объединены аддитивной схемой зависимости следующим образом:

$$\frac{\text{ТЗ}}{Q} = \frac{\text{ОТ}}{Q} + \frac{\text{А}}{Q} + \frac{\text{МЗ}}{Q} + \frac{\text{ПЗ}}{Q},$$

где ТЗ – общая сумма текущих затрат;

ПЗ – прочие затраты;

$\frac{\text{ТЗ}}{Q}$ – затраты на рубль продукции.

Каждое слагаемое общего показателя эффективности может быть представлено как произведение факторов, отражающих их внутренние взаимосвязи. Так, оплатоемкость зависит от среднего уровня оплаты труда и трудоемкости производимой продукции:

$$\frac{\text{ОТ}}{Q} = \frac{\text{ОТ}}{\text{Т}} \cdot \frac{\text{Т}}{Q} = \text{З} \cdot t,$$

где $\frac{\text{ОТ}}{\text{Т}}$ – средний уровень оплаты труда (З);

$\frac{\text{Т}}{Q}$ – трудоемкость (t).

Изменение оплатоемкости формируется за счет следующих факторов:

а) изменения уровня оплаты труда $\Delta_{\text{З}} = (\text{З}_1 - \text{З}_0) \cdot t_1$;

б) трудоемкости $\Delta_t = (t_1 - t_0) \cdot \text{З}_0$,

где $\Delta_{\text{З}}$; Δ_t – прирост (снижение) оплатоемкости за счет уровня оплаты труда и трудоемкости соответственно.

Амортизациеемкость может быть представлена как функция средней нормы амортизации и фондоемкости продукции:

$$\frac{\text{А}}{Q} = \frac{\text{А}}{\Phi_{\text{осн}}} \cdot \frac{\Phi_{\text{осн}}}{Q} = \text{Н} \cdot \Phi_{\text{Е}},$$

где $\Phi_{\text{осн}}$ – среднегодовая стоимость основных производственных фондов;

$\frac{\text{А}}{\Phi_{\text{осн}}}$ – сложившаяся средняя норма амортизации (Н);

$\frac{\Phi_{\text{осн}}}{Q}$ – фондоемкость ($\Phi_{\text{с}}$).

Прирост амортизациеемкости в абсолютном выражении образуется за счет изменения:

а) средней нормы амортизации $(\Delta_{\text{Н}})$:

$$\Delta_{\text{Н}} = (\text{Н}_1 - \text{Н}_0) \cdot \Phi_{\text{осн}(1)};$$

б) фондоемкости $(\Delta\Phi_{\text{Е}})$:

$$\Delta\Phi_{\text{Е}} = (\Phi_{\text{Е}(1)} - \Phi_{\text{Е}(0)}) \cdot \text{Н}_0.$$

Третье слагаемое представлено как произведение удельных материальных затрат $\frac{\text{МЗ}}{\Phi_{\text{об}}}$ и коэффициента закрепления оборотных средств $\frac{\Phi_{\text{об}}}{Q}$:

$$\frac{\text{МЗ}}{Q} = \frac{\text{МЗ}}{\Phi_{\text{об}}} \cdot \frac{\Phi_{\text{об}}}{Q} = \overline{\text{М}} \cdot \text{К}_{\text{З}},$$

$\Phi_{\text{об}}$ – среднегодовая стоимость оборотных средств;

$\frac{МЗ}{Ф_{об}}$ – удельные материальные затраты $\overline{M}$;

$\frac{Ф_{об}}{Q}$ – коэффициент закрепления оборотных средств ($К_З$).

Влияние этих факторов на изменение материалоемкости в абсолютном выражении:

а) изменение удельных материальных затрат

$$\Delta_{\overline{М}} = (\overline{М}_1 - \overline{М}_0) \cdot К_{З(0)};$$

б) изменение коэффициента закрепления

$$\Delta_{К_З} = (К_{З(1)} - К_{З(0)}) \cdot \overline{М}_1.$$

Пример. Проанализируем эффективность текущих затрат в строительной организации на примере данных табл. 16.1.

Таблица 16.1

Исходные данные для анализа эффективности затрат на строительно-монтажные работы

Показатель	Базисный год	Отчетный год	Абсолютный прирост (±)
1	2	3	4
1. Объем строительно-монтажных работ, млн у.д.е.	27150	34200	+7050
2. Затраты на производство строительно-монтажных работ, млн у.д.е.	24719	30264	+5545
3. Затраты на оплату труда, млн у.д.е.	9654	11212	+1558
4. Среднегодовая численность работников, чел.	2300	2560	+260
5. Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, млн у.д.е.	11400	11568	+168
6. Амортизация, млн у.д.е.	1698	1232	–466
7. Среднегодовая стоимость оборотных фондов, млн у.д.е.	15800	22300	+6500
8. Материальные затраты, млн у.д.е.	13367	17820	+4453
9. Среднегодовая оплата труда одного работника, тыс. у.д.е. (с. 3 / с. 4)	4197,4	4379,7	+ !82,3
10. Трудоемкость, чел./млн у.д е. (с. 4 / с. 1)	0,08471	0,07485	–0,00986
II. Средняя норма амортизации, в долях единицы (с. 6 / с.5)	0,14895	0,10650	–0,04245
12. Фондоемкость, у.д е.(с. 5 / с.1)	0,41989	0,33824	–0,08165
13. Коэффициент соотношения материальных затрат и оборотных фондов (с. 8 / с. 7)	0,84601	0,79910	–0,04691
14. Коэффициент закрепления оборотных фондов (с. 7 / с. 1)	0,58195	0,65205	+0,0701
15. Оплатоемкость, у.д е. (с. 3 / с.1)	0,35558	0,32784	–0,02774

16. Амортизациеемкость, у.д е. (с. 6 / с. 1)	0,06254	0,03602	–0,02652
17. Материалоемкость, у.д.е.(с. 8 / с. 1)	0,49234	0,52105	+0,02871
18. Затраты на рубль строительно-монтажных работ, у.д.е. (с. 2 / с. 1), (с. 15 + с. 16 + с. 17)	0,9104604	0,8849122	–0,02554

Как следует из расчета, уровень себестоимости в отчетном году по сравнению с базисным снизился на 0,02554 р. В пересчете на общий объем строительно-монтажных работ отчетного года снижение затрат составило 873,81 млн у.д.е., что видно из следующего расчета:

$$\Delta_{Э} = (Э_1 - Э_0) \cdot Q_1 =$$
$$= (0{,}8849122 - 0{,}9104604) \cdot 34200 = -873{,}468 \text{ млн у.д.е.},$$

в том числе за счет изменения:

- оплатоемкости:

$$\Delta_{О_е} = (О_{е(1)} - О_{е(0)}) \cdot Q_1 = -0{,}02774 \cdot 34200 = -948{,}708 \text{ млн у.д.е.};$$

- амортизациеемкости:

$$\Delta_{А_е} = (А_{е(1)} - А_{е(0)}) \cdot Q_1 = -0{,}02652 \cdot 34200 = -906{,}984 \text{ млн у.д.е.};$$

- материалоемкости:

$$\Delta_{М_е} = (М_{е(1)} - М_{е(0)}) \cdot Q_1 = 0{,}02872 \cdot 34200 = +928{,}224 \text{ млн у.д.е.}$$

Общее изменение затрат

$$\Delta_{Э} = \Delta_{О_е} + \Delta_{А_е} + \Delta_{М_е} =$$
$$= (-948{,}708) + (-906{,}984) + 928{,}224 = -873{,}468 \quad \text{млн у.д.е.}$$

Используя данные табл. 21.1, определим влияние частных факторов на изменение слагаемых уровня себестоимости строительной продукции.

1. Влияние факторов на динамику показателя оплатоемкости:

а) среднегодовой оплаты труда

$$\Delta_{З} = \frac{(182{,}3 \cdot 0{,}07485)}{1000} = 0{,}01365 \text{ у.д.е.};$$

б) трудоемкости

$$\Delta_t = \frac{[(-0{,}00986) \cdot 4197{,}4]}{1000} = 0{,}04139 \text{ у.д.е.}$$

Отсюда

$$\Delta_{О_е} = \Delta_{З} + \Delta_t = +0{,}01365 + (-0{,}04139) = -0{,}02774 \text{ у.д.е.}$$

В отчетном году имеет место снижение трудоемкости выполняемых работ, что обеспечило значительный эффект в пересчете на общий объем строительно-монтажных работ. Вместе с тем повышение уровня среднегодовой оплаты труда на 182,3 тыс. у.д.е. значительно снизило полученный эффект, что следует из приведенного ниже расчета:

$$\Delta З_t = \Delta_t \cdot Q_1 = -0{,}04139 \cdot 34200 = -1415{,}538 \text{ млн у.д.е.};$$
$$\Delta З_З = \Delta_З \cdot Q_1 = -0{,}01365 \cdot 34200 = 466{,}83 \text{ млн у.д.е.};$$
$$\Delta О_е = (-1415{,}538) + 466{,}83 = -948{,}708 \text{ млн у.д.е.},$$

где $\Delta З_t, \Delta З_З, \Delta О_е$ – изменение общих затрат на производство строительно-монтажных работ за счет динамики трудоемкости, уровня оплаты труда и оплатоемкости соответственно.

2. Изменение амортизацияемкости за счет:

а) фондоемкости $(\Delta Ф_е)$:

$$\Delta Ф_е = (0{,}33824 - 0{,}41989) \cdot 0{,}14895 = -0{,}01216 \text{ у.д.е.};$$

б) средней нормы амортизации $(\Delta_Н)$:

$$\Delta_Н = (0{,}10650 - 0{,}14895) \cdot 0{,}33824 = -0{,}01436 \text{ у.д.е.}$$

Общее влияние факторов:

$$\Delta_{А_е} = \Delta Ф_е + \Delta_Н = (-0{,}01216) + (-0{,}01436) = -0{,}02652 \text{ у.д.е.}$$

За счет факторов амортизацияемкости затраты на годовой объем работ снижены на 906,984 млн у.д.е.:

$$\Delta З_{Ф_е} = (-0{,}01216) \cdot 34200 = -415{,}872 \text{ млн у.д.е.};$$
$$\Delta З_Н = (-0{,}01436) \cdot 34200 = -491{,}112 \text{ млн у.д.е.};$$
$$\Delta З_{А_е} = (-415{,}872) + (-491{,}112) = -906{,}984 \text{ млн у.д.е.},$$

где $\Delta З_{Ф_е}, \Delta З_Н, \Delta З_{А_е}$ – прирост (уменьшение) обшей суммы затрат на выполненный объем работ за счет фондоемкости, среднегодовой нормы амортизации и амортизацияемкости соответственно.

3. Влияние факторов на динамику материалоемкости:

а) изменение удельных материальных затрат $(\Delta_{\overline{М}})$:

$$\Delta_{\overline{М}} = (0{,}79910 - 0{,}84601) \cdot 0{,}58195 = -0{,}0273 \text{ у.д.е.};$$

б) изменение коэффициента закрепления $(\Delta_{К_З})$:

$$\Delta_{К_З} = (0{,}65205 - 0{,}58195) \cdot 0{,}79910 = +0{,}05602 \text{ у.д.е.}$$

Общий прирост составил

$$\Delta_{М_е} = (-0{,}0273) + 0{,}05602 = +0{,}02872 \text{ у.д.е.}$$

Это обусловило увеличение затрат на общий объем работ на 982,2 млн у.д.е.:

$$\Delta З_{М_е} = 0{,}02872 \cdot 34200 = 982{,}224 \text{ млн. у.д.е.},$$

в том числе:

$$\Delta З_{\overline{М}} = (-0{,}0273) \cdot 34200 = -933{,}66 \text{ млн у.д.е.};$$
$$\Delta З_{К_З} = 0{,}05602 \cdot 34200 = +1915{,}884 \text{ млн у.д.е.}$$

или

$$\Delta З_{М_е} = (-933{,}66) + 1915{,}884 = 982{,}224 \text{ млн у.д.е.}$$

Результаты расчетов представим в табл. 16.2.

Таблица 16.2

Размер влияния на уровень себестоимости

Фактор	Условное обозначение показателя	Абсолютное изменение в отчетном году по сравнению с базисным (±)	
		фактора, у.д.е.	затрат на общий объем строительно-монтажных работ, млн у.д.е.
Оплатоемкость,	$О_е$	–0,02774	–948,78
в том числе: – средний уровень оплаты труда;	З	+0,01365	+466,83
– трудоемкость	*t*	–0,04139	–1415,538
Амортизациемкость,	$А_е$	–0,02652	–906,984
в том числе: – фондоемкость;	$Ф_е$	–0,01216	–415,872
– средняя норма амортизации	Н	–0,01436	–491,112
Материалоемкость,	$М_е$	+0,02872	+982,224
в том числе: – удельные материальные затраты;	$\overline{М}$	–0,0273	–933,66
– коэффициент закрепления	КЗ	+0,05602	+ 1915,884
Затраты на рубль объема строительно-монтажных работ	Э	–0,02554	–873,468

Как следует из расчетов, в исследуемой строительной организации повысился уровень эффективности использования живого и овеществленного труда. Об этом свидетельствует снижение трудоемкости и фондоемкости строительно-монтажных работ, а следовательно, повышение производительности труда и фондоотдачи. Вместе с тем снизилась оборачиваемость оборотных фондов, о чем свидетельствует рост коэффициента закрепления. В результате затраты на рубль объема строительно-монтажных работ за счет динамики уровня эффективности примененных ресурсов возросли на 0,00247 у.д.е. – [(–0,04139) + + (–0,01216) + 0,05602], а общие затраты на выполненный объем работ увеличились на 84,474 млн у.д.е. – [(–1415,583) + (–415,872) + 1915,884].

Наряду с другими факторами повышение уровня использования оборотного капитала можно рассматривать как резерв роста эффективности примененных ресурсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Теория статистики: учебник / под ред. проф. Р. А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 560 с.

2. Практикум по теории статистики: учеб. пособие / под ред. Р. А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 416 с.

3. Елисеева И. И., Юзбашев М. М. Общая теория статистики: учебник. – М.: ИНФРА-М, 1998. – 387 с.

4. Ефимова М. Р., Петрова Е. В., Румянцев В. Н. Общая теория статистики: учебник. – М.: ИНФРА-М, 1998. – 346 с.

5. Общая теория статистики: статистическая методология в изучении коммерческой деятельности / под ред. О. Э. Башиной, А. А Спирина. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 298 с.

6. Экономическая статистика: учебник/ под ред. Ю. Н. Иванова. – М.: ИНФРА-М, 1998. – 480 с.

7. Гусаров В. М. Статистика: учеб. пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 463 с.

8. Курс социально-экономической статистики: учебник для вузов / под ред. проф. М. Г. Назарова. – М.: Финстатинформ, ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 771 с.

9. Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. Н. Математические методы в экономике: учебник. – М.: МГУ, Изд-во «Дело и сервис», 1999. – 368 с.

10. Социально-экономическая статистика: учебник для вузов / под ред. проф. Б. И. Башкатова. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 703 с.

11. Статистика: учебник для вузов / под ред. Л. П Харченко, В. Г Долженкова, В. Г. Ионина. – М.: ИНФРА-М, 2005. – 311 с.

12. Статистика рынка товаров и услуг / под ред. проф. И. К. Белявского. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 431 с.

13. Годин А. М. Статистика: учебник. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2003. – 472 с.

14. Статистика: учебник / И. И. Елисеева, И. И. Егорова и др.; под ред. проф. И. И. Елисеевой. – М.: ТК Велби, изд-во Проспект, 2004. – 448 с.

15. Октябрьский П. Я. Статистика: учеб. пособие. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2001. – 344 с.

16. Сиденко А. В., Башкатов Б. И., Матвеева В. М. Международная статистика: учебник. – М.: Дело и Сервис, 2002. – 272 с.

17. Микроэкономическая статистика: учебник / под ред. С. Д. Ильенковой. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 544 с.

18. Экономико-математические методы и прикладные модели: учеб. пособие для вузов / В. В. Федосеев, А. Н. Гармаш и др.; под ред. В. В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 2000. –399 с.

19. Дуброва Т. А. Статистические методы прогнозирования: учеб. пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ, 2003. – 206 с.

20. Лугинин О. Е. Статистика в рыночной экономике: учебник. – Ростов на-Дону: Феникс, 2006. – 509 с.