

Правило выбора задания

Здесь представлены задания по 5 темам дисциплины «Математическая экономика». По каждой теме приведены 10 вопросов и 10 задач. Каждый студент должен в контрольной работе дать развернутый ответ на 5 теоретических вопросов (по одному из каждой темы) и решить 5 задач (по одной из каждой темы). Номера вопросов и задач студент выбирает в соответствии со своим вариантом, определяемым по последней цифре своей зачетной книжки.

Теоретический материал изложен в пособии «Математическая экономика. Лекционный курс». В приложении приведены примеры решения типовых задач в пакете Mathcad.

Варианты заданий для контрольной работы

Тема 1. Нарращение и дисконтирование

Вопросы по лекционному курсу

1. Нарращение. Проценты и процентные ставки. Нарращение по простым и сложным ставкам. Переменные ставки.
2. Дисконтирование. Дисконтирование по простым и сложным ставкам.
3. Определение срока и процентных ставок.
4. Номинальная и эффективная ставки процентов. Учет инфляции при наращении процентов.
5. Непрерывное наращение и дисконтирование (непрерывные проценты)
6. Изменение условий контракта. Консолидирование задолженностей
7. Дисконтирование и наращение по простой и сложной учетной ставке.
8. Дисконтирование по номинальной учетной ставке. Непрерывное дисконтирование и наращение по сложной учетной ставке. Переменная учетная ставка.
9. Сравнение методов наращения.
10. Сравнение методов дисконтирования.

Задачи по теме 1

В банк помещен депозит в размере $A = 5000$ руб. По этому депозиту в первом году будет начислено $i_1 = 10\%$, во втором - $i_2 = 12\%$, в третьем - $i_3 = 15\%$, в четвертом и пятом - $i_4 = i_5 = 16\%$ годовых. Сколько будет на счету в конце пятого года? Сколько надо было бы поместить на счет при постоянной процентной ставке $i = 13\%$, чтобы обеспечить ту же сумму. Расчеты провести для сложной процентной ставки.

2. У вас просят в долг $P = 10000$ руб. и обещают возвращать по

$A = 2000$ руб. в течение $N = 6$ лет. У вас есть другой способ использования этих денег: положить их в банк под 7% годовых и каждый год снимать по $A = 2000$ руб. Какая финансовая операция будет более выгодна для вас? Расчеты провести для сложной процентной ставки.

3. У вас есть возможность инвестировать проект стоимостью $A = 10000$ руб. Через год будет возвращено $P_1 = 2000$ руб., через два года - $P_2 = 4000$ руб., через три года - $P_3 = 7000$ руб. Альтернативный вариант - положить деньги в банк под i процентов годовых. При какой годовой процентной ставке выгоднее вложить деньги в инвестиционный проект? Расчеты провести для сложной процентной ставки.

4. При какой ставке сложных процентов за 9 лет сумма увеличится в k раз, если $k = 2$?

5. В день рождения внука бабушка положила в банк сумму $A = \$3000$ под 3% годовых. Какой будет сумма к семнадцатилетию внука? Расчеты провести для сложной процентной ставки.

6. Какую ставку должен назначить банк, чтобы при годовой инфляции $h = 12\%$ реальная ставка оказалась равной 6%?

7. По договору зафиксирован платеж через 3 года в размере 1000 д.е. Через год процентная ставка увеличилась. Кому это выгодно: тому, кому будут платить, или тому, кто будет платить? Ответ дать с обоснованием.

8. На вклад начисляются сложные проценты по годовой ставке 8%. Проценты за 6-й год вклада ($N_1=6$) составили $I_6=117,546$ д.е. Какова величина процентов за 3-й ($N_2=3$) и 8-й ($N_3=8$) годы вклада? Какова сумма вклада к концу $N_3=8$ -го года?

9. Сравнить темпы наращивания суммы долга по простым процентным ставкам i и d , полагая их равными. Результат сравнения показать на рисунке в виде кривых наращивания. Покажите на рисунке величину дохода кредитора, считая заданным срок долга. Для каждой из процентных ставок i и d сделать расчеты суммы погашаемого долга в следующей кредитной операции: ссуда в $A=10$ тыс. д.е. выдана под ставку $i=12\%$ годовых с ежемесячным начислением простых процентов. Рассчитать суммарный доход кредитора как функцию времени и ежемесячный доход. Максимальный срок долга взять 18 месяцев. Сравнить для ставок i и d суммарный доход кредитора, вычисленный как функция времени, а также ежемесячный доход. Какой можно сделать вывод?

10. Сравнить скорости дисконтирования по простым ставкам i и d . Нарисовать дисконтные кривые. На рисунке показать величину дисконта, считая заданным срок долга. Сравнить результаты учета векселя с суммой гашения $N=300$ тыс. д.е. методами математического и банковского дисконтирования простыми процентами под $i=6\%$ годовых. На какую сумму был бы учтен вексель каждым из методов за различные сроки до погашения. Рассчитать суммарный доход кредитора как функцию времени и ежемесячный доход. Максимальный срок долга взять 18 месяцев. Сравнить для ставок i и d суммарный доход кредитора, вычисленный как функция времени, а также ежемесячный доход. Какой можно сделать вывод?

Тема 2. Потоки платежей

1. Потоки платежей, ренты. Основные определения.
2. Нарощенная сумма годовой ренты постнумерандо. Начисление процентов m раз в год.
3. Нарощенная сумма p срочной ренты постнумерандо. Начисление процентов m раз в год.
4. Нарощенная сумма p срочной ренты пренумерандо. Начисление процентов m раз в год.
5. Современная величина обычной ренты. Начисление процентов m раз в год.
6. Современная величина p срочной ренты постнумерандо. Начисление процентов m раз в год.

7. Современная величина p срочной ренты постнумерандо. Начисление процентов m раз в год.
8. Современная величина p срочной ренты пренумерандо. Начисление процентов m раз в год.
9. Определение параметров финансовых рент.
10. Конверсия рент.

Задачи по теме 2

. Вычислить размер платежа n - годичной ссуды покупки квартиры за A рублей с годовой ставкой i процентов и начальным взносом q процентов. Сделать расчет для ежемесячных и ежегодных выплат.

Расчет провести для следующих данных: $n = 20$ лет; $A = 1\,400\,000$ руб.; $i = 18\%$; $q = 30\%$.

Расчеты выполнить для сложной процентной ставки.

2. Семья хочет через $n = 6$ лет купить дачу за $\$20\,000$. Какую сумму (одинаковую) ей нужно каждый год из этих 6 лет добавлять на свой счет в банке, чтобы накопить $\$120\,000$, если годовая ставка процента в банке 10% ?

Расчеты выполнить для сложной процентной ставки.

3. На банковский счет писателя издательство перечисляет суммы по R руб. p раз в год, на которые банк начисляет сложные проценты по годовой ставке $i\%$ m раз в год. Сколько будет на счете через n лет?

Расчет провести для следующих данных: $p = 2$; $R = 2000$ руб.; $m = 2$; $i = 7\%$; $n = 4$ года.

4. В ходе судебного заседания выяснилось, что г. N недоплачивал налогов $R = 1000$ руб. ежемесячно. Налоговая инспекция хочет взыскать недоплаченные за последние $n = 2$ года налоги вместе с процентами ($i = 3\%$ ежемесячно). Какую сумму должен заплатить г. N? Расчеты провести сложной процентной ставки.

5. Определить процентную ставку для n - летнего займа в A рублей с ежегодной выплатой в R рублей.

Решить задачу для следующих исходных данных: $n = 10$ лет, $A = 100\,000$ руб., $R = 16\,981$ руб. Расчеты провести сложной процентной ставки.

6. Сын в банке имел на счете $A = 500\,000$ руб., на которые ежемесячно начислялись $i = 0,8\%$. Сын уехал в десятилетнюю командировку за границу, доверив отцу за $n = 10$ лет истратить весь его счет. Сколько будет получать в месяц отец? Расчеты провести для сложной процентной ставки.

7. Покупатель предложил два варианта расчетов при покупке дачи: 1) $R_1 = \$5000$ немедленно и затем по $R_2 = \$1000$ в течение $n = 5$ лет; 2) $R_3 = \$8000$ немедленно и по $R_4 = \$300$ в течение $n = 6$ лет. Какой вариант выгоднее при годовой ставке процента:

а) $i_1 = 8\%$, б) $i_2 = 3\%$. Расчеты провести для сложной процентной ставки.

Примечание 1. Расчеты выполняются для ставки i_1 для двух вариантов и для ставки i_2 для двух вариантов.

Примечание 2. Для сравнения вариантов необходимо рассчитывать современные величины потоков платежей.

8. Рассмотрим годовую ренту при $n = 10$ лет, $i = 10\%$. Что более увеличит наращенную величину ренты: увеличение длительности на 1 год ($\Delta n = 1$ год) или увеличение процентной ставки на 1% ($\Delta i = 1\%$)? Расчеты провести сложной процентной ставки.

9. Каким должен быть платеж конечной годовой ренты длительностью $n = 8$ лет,

чтобы ее современная величина была $A = 16\,000$ руб. при ставке $i = 10\%$? Расчеты провести для сложной процентной ставки.

10. Определить современную величину ренты длительностью 4 года, годовым платежом $R = 1000$ д.е. и переменной процентной ставкой: $i_1 = 6\%$ в первом году, $i_2 = 5\%$ во 2-м году, $i_3 = 8\%$ — в 3-м, $i_4 = 10\%$ — в 4-м году.

Тема 3. Доходность финансовой операции

1. Абсолютная доходность финансовой операции.
2. Среднегодовая доходность финансовой операции в виде простой ставки.
3. Среднегодовая доходность финансовой операции в виде сложной ставки.
4. Влияние налогов на доходность финансовой операции при использовании простой ставки по кредиту.
5. Влияние налогов на доходность финансовой операции при использовании сложной ставки по кредиту.
6. Влияние инфляции на доходность финансовой операции.
7. Поток платежей и его доходность.
8. Мгновенная доходность.
9. Доходность инвестиционного проекта.
10. Доходность операции по купле/продаже валюты.

Задачи по теме 3

1. Значения капитала в моменты времени 0; 1; 2; 4 есть $K_0 = 100$, $K_1 = 200$, $K_2 = 300$, $K_4 = 400$. Найти абсолютную и среднегодовую доходность для каждого из шести отдельных промежутков.

2. Допустим, инвестиционный проект «циклический». Фабрика работает циклами: один год из $n = 10$ она на капитальном ремонте и обновлении, что требует $K = \$30\,000$, в остальные девять лет цикла фабрика приносит доход $R = \$10\,000$ в год. Найти внутреннюю доходность этого инвестиционного проекта и среднегодовую доходность. Расходы на модернизацию отнести на начало периода.

3. Рассмотрим операцию с иностранной валютой. Пусть в 2011 г. курс доллара возрос с $H = 28$ руб. до $K = 31$ руб. Банк в начале года купил доллары за рубли, а в конце года продал доллары, получив рубли. Найдите доходность этой операции в процентах годовых. Если инфляция за этот год была $\alpha = 6\%$, то какова реальная доходность операции?

4. По срочному годовому рублевому вкладу банк платит $i_1 = 15\%$ годовых. Прогноз повышения курса доллара за год — с $H = 27$ руб. до $K = 31$ руб. Какое принять решение: нести рубли в банк или купить на них доллары и хранить их дома?

5. По срочному годовому рублевому вкладу банк платит $i_1 = 14\%$ годовых, а по такому же валютному — $i_2 = 8\%$. Прогноз повышения курса доллара за год — с $H = 29$ руб. до $K = 31$ руб. Какое принять решение: нести рубли в банк или купить на них доллары и положить их на валютный счет?

6. Обменные курсы валют в банке: по доллару США — $29,1/29,8$ руб. за доллар (т.е. $D_b = 29,1$, $D_s = 29,8$); по евро — $40,2/40,9$ руб. за евро (т.е. $E_b = 40,2$, $E_s = 40,9$). Какова доходность для банка операции по обмену долларов на евро?

7. Автокредит в сумме $A = 480\,000$ рублей с годовой ставкой $i = 13\%$ и начальным взносом $q = 20\%$ взят на $n = 3$ года. Услуги банка за пользование кредитом составляют $g =$

0.2% в месяц. Вычислить размер ежемесячного платежа (размер срочной уплаты), среднегодовую и внутреннюю доходность операции для банка.

8. При выдаче кредита на $n = 200$ дней под $i = 10\%$ годовых кредитор удерживает комиссионные в размере $k = 0,5\%$ от суммы кредита. Ставка налога на проценты $j = 10\%$. Какова доходность операции для кредитора?

9. Ссуда выдана на $n = 2$ года с обязательством выплатить на 30% больше (т.е. под 15 ежегодных простых процентов, $i_n = 15\%$). Найдите эквивалентную ставку сложных годовых процентов.
10. На какую годовую ставку процентов нужно заменить номинальную ставку годовых сложных процентов $j = 12\%$, если начислять сложные проценты ежеквартально?

Тема 4. Кредитные расчеты

1. Кредитные расчеты. Баланс финансово-кредитной операции.
2. Определение полной доходности ссудных операций с удержанием комиссионных (ссуды с периодической выплатой процентов).
3. Определение полной доходности ссудных операций с удержанием комиссионных (ссуды с периодическими расходами).
4. Определение полной доходности ссудных операций с удержанием комиссионных (ссуды с нерегулярным потоком платежей).
5. Анализ контрактов на основе метода капитализации платежей.
6. Основные схемы формирования погасительного фонда. Формирование погасительного фонда для погашения основного долга из фонда в конце срока разовым платежом, проценты по долгу выплачиваются не из фонда.
7. Основные схемы формирования погасительного фонда. Формирование погасительного фонда для погашения основного долга и процентов из фонда в конце срока разовым платежом.
8. Основные схемы формирования погасительного фонда. Формирование погасительного фонда для погашения основного долга в конце срока разовым платежом и периодической выплаты процентов из фонда.
9. Погашение долга в рассрочку равными платежами основного долга (дифференцированная схема).
10. Погашение долга в рассрочку равными срочными платежами (схема аннуитета).

Задачи по теме 4

1. Заем был взят под $i_1 = 16\%$ годовых, выплачивать осталось ежеквартально по 500 д.е. ($R = 500$ д.е.) в течение $n = 2$ лет. Из-за изменения ситуации в стране процентная ставка снизилась до $i_2 = 6\%$ годовых. В банке согласились с необходимостью пересчета ежеквартальных выплат. Каков должен быть новый размер выплаты?

Расчеты провести для сложной процентной ставки.

2. Магазин продает телевизоры в рассрочку на 1 год. Сразу же к цене телевизора $D = \$400$ добавляют $i = 10\%$ и всю эту сумму надо погасить в течение года, причем стоимость телевизора гасится равномерно, а надбавка — по правилу 78. Найти ежемесячные выплаты.

Примечание. Погашение по правилу 78. При этом основной долг D выплачивается равными долями $d = D/n$, где n — количество месяцев ($n = 12$). Процентные деньги в размере $D \cdot i$ выплачивают по следующему правилу. Сложим

номера всех двенадцати месяцев $N = (1 + 2 + \dots + 12) = 78$ (отсюда и название этого правила) и вычислим величину $g = \frac{D \cdot i}{78}$. В первый месяц выплачивается сумма $(d + 12g)$, во второй месяц – сумма $(d + 11g)$ и т.д., в последний месяц $-(d + g)$.

3. Заем $D = \$5000$ взят на $n = 8$ лет под $i = 8\%$ годовых. Погашаться будет равными ежегодными выплатами основного долга (дифференцированная схема). Найдите ежегодные выплаты.

Расчеты провести для сложной процентной ставки.

4. Заем $D = 20000$ д.е. взят на $n = 8$ лет под $i = 8\%$ годовых. Погашаться будет ежегодными равными выплатами (схема аннуитета). Найдите размер этой выплаты. Расчеты провести для сложной процентной ставки.

5. Заем $D = 20\,000$ д.е. взят на $n = 10$ лет под $i = 8\%$ годовых. Погашаться будет начиная с конца $n_1 = 6$ -го года ежегодными равными выплатами. Найдите размер этой выплаты. Расчеты провести для сложной процентной ставки.

6. Срок погашения долга – $n = 10$ лет. При выдаче кредита была использована сложная учетная ставка $d = 4\%$ годовых. Величина дисконта за 6-й год срока долга составила $D_6 = 339$ д.е. Какова величина дисконта за 3-й и 8-й годы в сроке долга? Какова сумма кредита?

7. Необходимо учесть долговое обязательство на сумму 50 000 д.е. за 4 года до погашения. Банк для учета обязательства применяет сложную процентную ставку 5 % годовых. Проценты могут начисляться 2 раза в год. Указать условия договора, по которому это обязательство может быть учтено. Кто заемщик – банк или клиент? Какая сумма берется в долг и сколько возвращается.

8. Заем величиной $D = 10\,000$ д.е. должен быть оплачен в течение $n = 10$ лет постоянной обычной рентой, выплачиваемой ежемесячно. Сумма ежемесячного платежа рассчитывается на основе ежемесячной процентной ставки $i = 1\%$. Найти:

а) сумму ежемесячного взноса;

б) величину погашенного основного долга и выплаченных процентов к концу первого года;

в) номер платежа t , после которого невыплаченный долг становится меньше $D_t = 5000$ д.е.

9. Контракт сроком на $T = 4$ лет предусматривает взносы в два этапа с начислением на них сложных процентов по годовой процентной ставке $r_1 = 0,08$ на первом этапе в течение первых $\Delta t_1 = 1,5$ лет и по годовой процентной ставке $r_2 = 0,1$ на втором этапе в последующие $\Delta t_2 = 2,5$ года. На первом этапе взносы по $R_1 = 5000$ д.е. производятся в конце каждого полугодия. На втором этапе взносы по $R_2 = 8000$ д.е. производятся в конце каждого квартала. Найти величину вклада к концу T -го года контракта.

10. К категории льготных займов относится беспроцентный заем. Найдите относительный и абсолютный грант-элементы для такого займа при $D = 1000$ д.е., $n = 5$ лет, $i = 10\%$.

Примечание. Льготные кредиты.

Льготный кредит выдают по льготной ставке, меньшей обычной ставки. Фактически тем самым заемщик получает субсидию, которую рассчитывают как разницу соответствующих современных сумм.

Пусть кредит размером D выдан на n лет по льготной ставке g , меньшей обычной ставки i , и будет погашаться равными выплатами. Эти выплаты образуют годовую ренту. Обозначим размер одной выплаты y , тогда современная величина этой ренты равна

$y \cdot a(n, g)$. Отсюда найдем: $y = D/a(n, g)$. А если бы выплаты шли по обычной ставке i , то размер каждой выплаты был бы $z = D/a(n, i)$. Разность $z - y = D/a(n, i) - D/a(n, g)$ — это ежегодные потери кредитора, а современная величина ренты этих потерь по действующей ставке i , т.е.

$$(z - y) \cdot a(n, i) = [D/a(n, i) - D/a(n, g)]a(n, i) = D \left[1 - \frac{a(n, i)}{a(n, g)} \right]$$

и есть субсидия кредитора заемщику. Эта субсидия называется еще абсолютным грант-элементом, а величина $1 - \frac{a(n, i)}{a(n, g)}$ — относительным грант-элементом. Нарощенная сумма абсолютного грант-элемента или, что то же самое, наращенная сумма субсидии называется общими потерями кредитора.

Тема 5. Анализ реальных инвестиций

1. Понятие инвестиций. Характеристики инвестиционного проекта.
2. Модель чистого приведенного дохода для случая, когда вложения осуществляются один раз, а доходы поступают ежегодно в конце года.
3. Модель чистого приведенного дохода для случая, когда вложения и поступления — равномерные дискретные потоки платежей, поступающих один раз в конце года. Процесс отдачи начинается сразу после завершения вложений.
4. Модель чистого приведенного дохода для случая, когда инвестиционные затраты и доходы разделяются на два неравномерных потока платежей, причем процесс отдачи от инвестиций начинается сразу после окончания вложений и все платежи поступают в конце года.
5. Внутренняя норма доходности инвестиционного проекта.
6. Срок окупаемости проекта, когда вложения осуществляются один раз, а доходы поступают ежегодно в конце года.
7. Срок окупаемости проекта, когда вложения и поступления — равномерные дискретные потоки платежей, поступающих один раз в конце года. Процесс отдачи начинается сразу после завершения вложений.
8. Срок окупаемости проекта, когда инвестиционные затраты и доходы разделяются на два неравномерных потока платежей, причем процесс отдачи от инвестиций начинается сразу после окончания вложений и все платежи поступают в конце года.
9. Индекс рентабельности.
10. Модель инвестиций в человеческий капитал.

Задачи по теме 5

1. Как изменяется срок окупаемости проекта при изменении величины инвестиций, годовых доходов, ставки процента? Построить графики и дать объяснение.
2. Проверить следующие расчеты инвестиционного проекта: $K = 4000$ д.е., последующий годовой доход при $i = 8\%$ годовых равен $R = 1000$ д.е., длительность проекта $n = 6$ лет и получено, что чистый приведенный доход $NPV = 623$ д.е. и срок окупаемости $t = 5$ лет.
3. В банке взят кредит $D = 10000$ д.е. на срок $n = 10$ лет под инвестиционный проект по ставке $g = 5\%$, а доходы от проекта помещаются в другой банк по

большей ставке $i = 8\%$. Для обеспечения возврата долга создаётся погасительный фонд. Вычислите итоговые характеристики для следующих схем погашения:

- Основной долг погашается из фонда в конце срока разовым платежом. Сумма взносов в фонд с процентами на них должна быть равна долгу на момент его уплаты. Проценты по долгу выплачиваются не из фонда.
- Условия финансового обязательства вместо периодической выплаты процентов предусматривают их присоединение к сумме основного долга.
- Фонд формируется таким образом, чтобы обеспечить периодическую выплату процентов по долгу (из фонда) и в конце срока возврат основного долга.

4. Некто получил наследство в виде солидного банковского счета $K = 300\,000$ д.е. и теперь его «проедает», беря каждый месяц со счета в банке сумму $R = 3000$ д.е. и тратя ее в течение месяца. Банковская ставка $i = 10\%$ годовых. По сути, это «перевернутый» инвестиционный процесс. Что здесь является инвестициями, сроком окупаемости, внутренней нормой доходности, чистым приведенным доходом. Вычислить эти характеристики.

5. Рассматривается инвестиционный проект. Проект предусматривает следующий поток платежей инвестиций: первый платеж $K_1 = 160$ тыс. д.е. в момент времени $t_{K1} = 0$, второй платеж $K_2 = 200$ тыс. д.е. в момент времени $t_{K2} = 0.5$ года, третий платеж $K_3 = 250$ тыс. д.е. в момент времени $t_{K3} = 1.5$ года. Отдача от проекта начинается через время $\Delta = 0.5$ года после последнего инвестиционного платежа. Поток платежей доходов следующий: $R_1 = 200$ тыс. д.е. в момент времени $t_{R1} = 2$ года, $R_2 = 300$ тыс. д.е. в момент времени $t_{R2} = 3.6$ года, $R_3 = 400$ тыс. д.е. в момент времени $t_{R3} = 4$ года, $R_4 = 500$ тыс. д.е. в момент времени $t_{R4} = 4.5$ года. Безрисковая процентная ставка $r = 10\%$. Рассчитать характеристики инвестиционного проекта (чистый приведенный доход, внутреннюю норму доходности, срок окупаемости, индекс рентабельности).

6. Рассчитайте ежегодный платеж за аренду оборудования стоимостью $P = \$20\,000$ в течение $n = 10$ лет, если к концу аренды остаточная стоимость оборудования будет $S = \$10\,000$. Ставку дисконтирования Внутреннюю норму i равной 13% .

7.

8. Выясните, надо ли купить оборудование стоимостью $P = \$20\,000$ или арендовать его на $n = 8$ лет с ежегодным арендным платежом $R = \$3000$, если ставка процента $i = 6\%$ годовых, а норматив амортизации оборудования $h = 15\%$.

Примечание. Остаточная стоимость оборудования $S = P(1 - n \cdot h)$, где P – стоимость оборудования, n – срок эксплуатации.

9. Вычислите характеристики инвестиционного проекта, поток платежей которого показан на рисунке.



