МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Ю.К. Атрошенко

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

методические указания к выполнению практических работ

Томский политехнический университет
2023

УДК 621.311.22
ББК 31.37-5-05я73
А92

Атрошенко Ю.К.
Системы управления технологическими процессами: сборник практических работ / составитель Ю.К. Атрошенко; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2023. – 65 с.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника».

УДК 621.311.22
ББК 31.37-5-05я73

Рецензенты
Доктор физико-математических наук,
профессор ТПУ *Стрижак П.А.*

Доктор технических наук,
профессор ТГУ *С.В. Шидловский*

СОДЕРЖАНИЕ

1. ИССЛЕДОВАНИЕ АСР С ВРЕМЕННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ 4
2. ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМАХ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ . 7
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 12

1. ИССЛЕДОВАНИЕ АСР С ВРЕМЕННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Цели работы:

- изучение теоретических основ установления устойчивости систем с запаздыванием;
- получение навыков определения критического времени запаздывания в системах управления.

Критическое время запаздывания

На практике объекты управления в теплоэнергетике описываются математическими моделями, включающими звено запаздывания. Во многих тепловых процессах, а также в процессах, в которых происходит передача сигналов на расстояние при помощи длинных электрических, гидравлических и других линий наблюдают запаздывание, распределенное по всей длине линии, которое в отличие от чистого запаздывания приводит к искажению передаваемых сигналов. Системы, содержащие звенья с распределенным запаздыванием, требуют для своего описания дифференциальных уравнений в частных производных. На практике широко применяют аппроксимацию передаточных функций сложных систем с распределенными параметрами при помощи передаточных функций систем с сосредоточенными параметрами и эквивалентными постоянными времени чистого запаздывания. Для исследования устойчивости систем с запаздыванием, как правило, применяется критерий Найквиста. Формулировка критерия устойчивости Найквиста для систем с чистым запаздыванием аналогична формулировке для систем без запаздывания, имеющих дробно-рациональные передаточные функции. АФЧХ разомкнутой системы в этом случае выглядит следующим образом:

$$W(j\omega)\cdot e^{-j\omega\tau} = A(\omega)\cdot e^{j\varphi(\omega)}\cdot e^{-j\omega\tau} = A(\omega)\cdot e^{j(\varphi(\omega)-\omega\tau)}\,, \qquad (1)$$

то есть звено запаздывания не меняет модуль $A(\omega)$ АФЧХ разомкнутой системы, а вносит лишь *дополнительный отрицательный фазовый сдвиг* $\omega\tau$, пропорциональный частоте ω с коэффициентом пропорциональности, равным времени запаздывания τ.

При построении АФЧХ разомкнутой АСР с запаздыванием модуль $A(\omega_i)$ вектора АФЧХ $W(j\omega)$ поворачивают на угол $\omega_i\tau$ по часовой стрелке. С ростом частоты ω угол $\omega\tau$ будет быстро увеличиваться, а модуль $A(\omega)$ –

уменьшается, поэтому АФЧХ разомкнутой системы с запаздыванием имеет вид спирали, закручивающейся вокруг начала координат. Условие устойчивости ухудшается, так как вся АФЧХ приближается к критической точке (-1, j0). Тогда для конкретной системы можно найти критическое время запаздывания $\tau_{кр}$ и соответствующую ему частоту $\omega_{кр}$, при которых $W(j\omega)\cdot e^{-j\omega\tau}$ проходит через точку (-1, j0):

$$W\left(j\omega_{кр}\right)\cdot e^{-j\omega_{кр}\tau_{кр}} = A\left(\omega_{кр}\right)\cdot e^{j\left[\varphi\left(\omega_{кр}\right)-\omega_{кр}\tau_{кр}\right]} = -1. \qquad (2)$$

Из выражения (2) можно записать условия для амплитуд и фаз по отдельности:

$$A\left(\omega_{кр}\right) = 1, \qquad (3)$$

$$\varphi\left(\omega_{кр}\right) - \omega_{кр}\tau_{кр} = -\pi\,. \qquad (4)$$

Пример.

Структурная схема автоматической системы имеет вид, показанный на рис. 1. Определить критическое время запаздывания $\tau_{кр}$ и соответствующую ему частоту $\omega_{кр}$. Известно, что k_1=k_2=2, постоянная времени T=0,5 с.

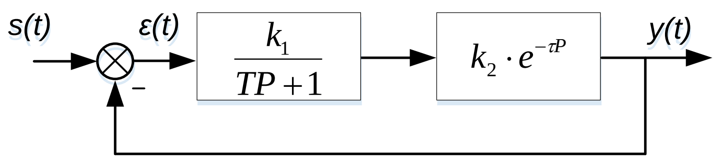


Рис. 1. Структурная схема АСР

Решение. Частотная передаточная функция разомкнутой системы равна:

$$W\left(j\omega\right) = \frac{k_1 k_2 \cdot e^{j\omega\tau}}{Tj\omega+1}\,.\ \omega_{кр} = \frac{\sqrt{\left(k_1 k_2\right)^2 - 1}}{T} = \frac{\sqrt{\left(2\cdot 2\right)^2 - 1}}{0{,}5} = 7{,}75\ \ c^{-1}.$$

Из уравнения (3) получим критическую частоту:

$$\omega_{кр} = \frac{\sqrt{\left(k_1 k_2\right)^2 - 1}}{T} = \frac{\sqrt{\left(2\cdot 2\right)^2 - 1}}{0{,}5} = 7{,}75\ \ c^{-1}.$$

Критическое время запаздывания $\tau_{кр}$ найдем из условия равенства фазовой частотной характеристики разомкнутой системы при ω=$\omega_{кр}$ величине $-\pi$: $\varphi\left(\omega_{кр}\right) - \omega_{кр}\tau_{кр} = -arctg\ \omega_{кр}T - \omega_{кр}\tau_{кр} = -\pi\,.$ Из этого выражения получим: $\tau_{кр} = \dfrac{\pi - arctg\ \omega_{кр}T}{\omega_{кр}} = \dfrac{\pi - arctg\ \left(7{,}75\cdot 0{,}5\right)}{7{,}75} = 0{,}235\ \ c.$

Задание для практической работы № 1: передаточная функция разомкнутой системы управления имеет вид: $W(P) = \dfrac{K}{P(TP+1)}$. Последовательно в канал управления включается звено чистого запаздывания с передаточной функцией $e^{-P\tau}$, где τ – время запаздывания. Определить критическое время запаздывания, при котором замкнутая система автоматического управления находится на границе устойчивости и частоту незатухающих колебаний. В программе МВТУ смоделировать систему, построить переходные характеристики в системе для величины запаздывания $\tau < \tau_{кр}$ и $\tau > \tau_{кр}$, сделать вывод об устойчивости систем. Исходные данные представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Параметры объекта для выполнения практической работы № 1

№ варианта	***K***	***T***
1	12	0,15
2	14	0,20
3	5	0,18
4	3	0,25
5	6	0,22
6	8	0,24
7	10	0,16
8	8	0,20
9	12	0,20
10	15	0,22

Состав отчета

В отчете представить:

1) исходные данные;
2) порядок решения, результаты расчета;
3) эскизы переходных характеристик для двух значений τ;
4) выводы по полученным результатам.

2. ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМАХ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Цели работы:

- изучение особенностей систем работы систем с переменными параметрами;
- получение навыков расчета переходных режимов в системах с переменными параметрами.

Системы с переменными параметрами

Системой с переменными параметрами называется система, движение которой описывается линейными дифференциальными уравнениями с переменными во времени коэффициентами:

$$a_n(t)\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_{n-1}(t)\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+\dots a_0(t)y(t)= \\ =b_m(t)\frac{d^m x(t)}{dt^m}+b_{m-1}(t)\frac{d^{m-1}x(t)}{dt^{m-1}}+\dots b_0(t)x(t). \qquad (5)$$

Коэффициенты $a_0 \dots a_n$ и $b_0 \dots b_m$ являются функциями времени, которые задаются либо графически (например, по результатам эксперимента), либо аналитически.

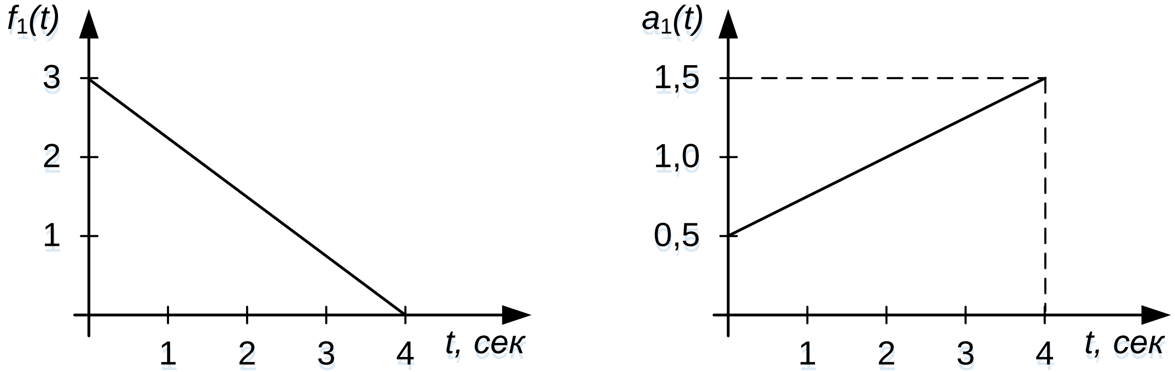
В отличие от линейных систем с постоянными параметрами исследование линейных систем с переменными во времени параметрами представляет собой достаточно сложную задачу. Это обусловлено тем, что найти в общем случае решение уравнения (5) невозможно. В результате к таким системам не применимы классические критерии устойчивости, оценки качества установившихся и переходных процессов и т.д. Однако переходный процесс в такой системе можно построить с помощью графических методов.

Графический метод построения переходного процесса

Пусть система описывается дифференциальным уравнением:

$$a_1(t)\frac{dy(t)}{dt}+a_0 y(t)=x(t) \qquad (6)$$

.Заданы графики изменения входного воздействия (рис. 2, *а*) и параметра a_1 (рис. 2, *б*). Коэффициент a_0=2, начальные условия: t=0, y_0=1,5.



а) *б)*

Рис. 2. Графики изменения входного воздействия (а) и параметра a_1 *(б)*

Разделим все члены уравнения (6) на a_0:

$$T(t)\frac{dy(t)}{dt}y(t)=f(t), \text{ где} \tag{7}$$

$$T(t)=\frac{a_1(t)}{a_0} \text{ и } f(t)=\frac{x(t)}{a_0}.$$

При решении уравнения графическим путем величину *T(t)* считаем постоянной на интервале $[t, t+\Delta t]$ и равной $T(t, t+\Delta t/2)$. Формула для решения в этом случае принимает вид:

$$\frac{\Delta y}{\Delta t}=\frac{f\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)-y(t)}{T\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)+\frac{\Delta t}{2}}. \tag{8}$$

Процесс построения выполняется в следующем порядке.

1) На координатной плоскости строятся графики *f(t)* и *T(t)*. Шаг по времени выбирается Δt=0,5 с.
2) Отмечается точка *A*, соответствующая начальным условиям x_0.
3) На графике *f(t)* отмечается точка *E* при $t=\Delta t/2$.
4) На графике *T(t)* отмечается точка *H* при $t=\Delta t/2$.
5) Из точки *E* откладывается по горизонтали отрезок $EM=T(\Delta t/2)$, величина которого равна ординате точки *H*, то есть *EM*=*H*-*h*.
6) Полученная точка *M* соединяется прямой линией с заданной начальной точкой *A*. В результате определяется новая точка *B* искомой кривой *y(t)* при *t*=0,5 с.

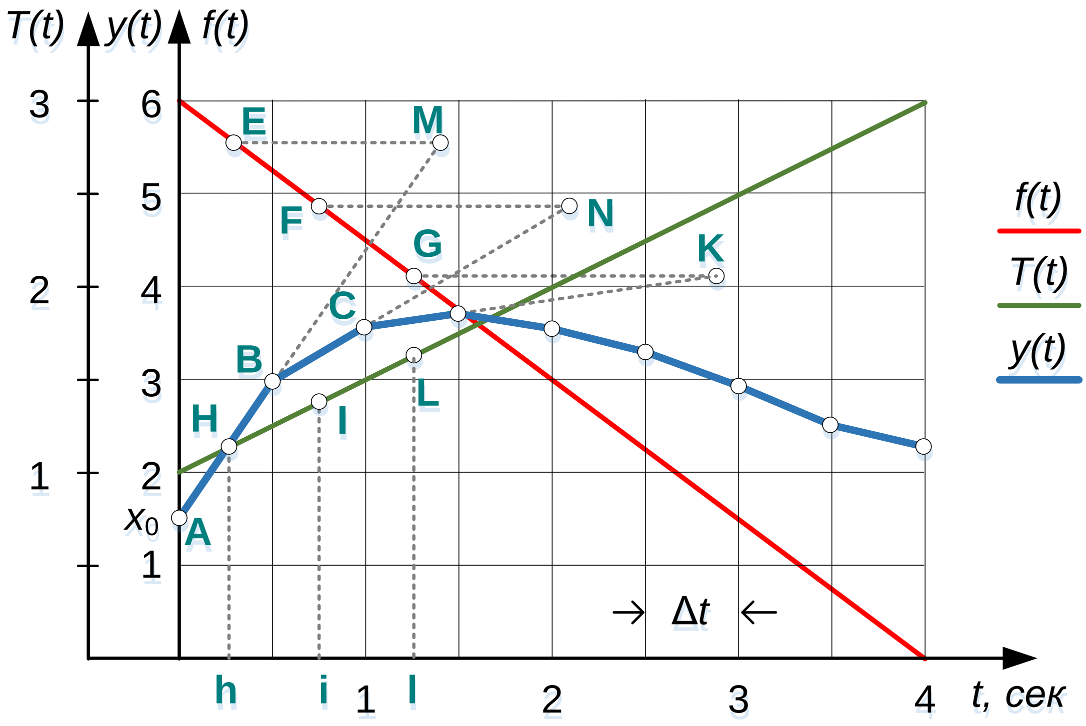


Рис. 3. Построение переходного процесса

7) На графике *f(t)* отмечается точка *F* при *t*= Δ*t*+Δ*t*/2.
8) На графике *T(t)* отмечается точка *I* при *t*= Δ*t*+Δ*t*/2.
9) Из точки *F* откладывается по горизонтали отрезок *FN*=*T*(Δ*t*+Δ*t*/2), величина которого равна ординате точки *I*, то есть *FN* =*I*-*i*.
10) Полученная точка *N* соединяется прямой линией предыдущей найденной точкой *B*. В результате определяется новая точка *C* искомой кривой *y(t)* при *t*=1 с.
11) Аналогичным образом продолжается построение графика до заданного конечного значения.

Индивидуальное задание

Построить график переходного процесса (10 точек) в системе с переменными параметрами, описываемой дифференциальным уравнением:

$$a_1(t)\frac{dy(t)}{dt}+a_0y(t)=x(t)$$

Законы изменения входного воздействия *x(t)* и параметра $a_1(t)$ заданы аналитически (см. табл. 2).

Таблица 2 – Исходные данные для практической работы № 2

№ вар.	$x(t)$	$a_1(t)$	a_0	y_0 при t=0
1	$y(t) = -0{,}86t + 3$	$a_1(t) = 0{,}25t + 0{,}5$	2,0	1,5
2	$y(t) = -1{,}60t + 4$	$a_1(t) = 0{,}3t + 0{,}4$	1,8	2,2
3	$y(t) = -1{,}14t + 4$	$a_1(t) = 0{,}33t + 0{,}6$	1,6	0,8
4	$y(t) = -1{,}09t + 3{,}8$	$a_1(t) = 0{,}36t + 0{,}5$	1,9	1,5
5	$y(t) = -1{,}08t + 3{,}9$	$a_1(t) = 0{,}6t + 0{,}5$	1,7	1,2
6	$y(t) = -1{,}11t + 5$	$a_1(t) = 0{,}58t + 0{,}5$	1,5	1,4
7	$y(t) = -t + 4{,}5$	$a_1(t) = 0{,}39t + 0{,}5$	1,4	1,5
8	$y(t) = -0{,}8t + 3{,}2$	$a_1(t) = 0{,}44t + 0{,}5$	1,0	1,6
9	$y(t) = -0{,}92t + 3{,}5$	$a_1(t) = 0{,}54t + 0{,}4$	1,2	1,7
10	$y(t) = -0{,}86t + 3$	$a_1(t) = 0{,}54t + 0{,}4$	2,0	1,8

Состав отчета

В отчете представить:

1) исходные данные, графики изменения аналитически заданных зависимостей;
2) порядок решения, результаты расчета;
3) график переходного процесса в заданной системе;
4) выводы по полученным результатам.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления: учебное пособие / под ред. В.А. Бесекерского. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва: Наука, 1978. – 512 с.
2. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – 4-е изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург: Профессия, 2007. – 747 с.